

Matematik

på Åbent VUC

Trin 2

Opgaver

Indledning til kursister på Trin II

Dette undervisningsmateriale består af 10 moduler med opgaver beregnet til brug på Trin I og 7 moduler med supplerende opgaver beregnet til brug på Trin II. I hvert modul er der en bestemt type opgaver. Der er fx et modul med *Procentregning* og et modul med *Geometri*. Du kan se navnene på alle modulerne i indholdsfortegnelsen.

En hel del af fagstoffet er fælles for både Trin I og Trin II. Og dette fælles fagstof er kun med i modulerne til Trin I. Derfor vil mange kursister, der starter på Trin II, have brug for at arbejde med en del af opgaverne i Trin I-modulerne.

Opgaverne i Trin I-modulerne er mærket:

- nogle opgaver mærket med ○
- nogle opgaver mærket med ◐
- nogle opgaver mærket med ●

Jo mere farve der er i mærket, jo sværere er opgaven (synes jeg).

Som Trin II-kursist skal du især regne opgaver mærket med ◐ og ●.

Opgaverne i Trin II-moduler er ikke mærkede. Du skal regne så mange som muligt, men du kan sikkert ikke nå dem alle. Bed din lærer hjælpe dig med at vælge blandt opgaverne.

Du må altid **hoppe over** en opgave eller noget af en opgave, **hvis** opgaven ligner de foregående, **og** du er **sikker** på, at du kan regne den.

Til alle opgave-modulerne hører et modul med eksempler. Hvis du døjer med at regne en opgave, kan du næsten altid finde et eksempel, der ligner.

Til alle opgave-modulerne hører også en facit-liste. Når du arbejder med opgaverne, er det en god ide regelmæssigt at kikke i facit-listen. Du får ikke noget ud af at regne en masse opgaver på en forkert måde.

God fornøjelse med opgaverne!

Niels Jørgen Andreasen

Indholdsfortegnelse for hele opgavesamlingen

Opgavesamlingen er inddelt i disse moduler:

Grundliggende regning og talforståelse	1
Omregning	19
Sammensætning af regnearterne	34
Sammensætning af regnearterne - supplerende opgaver	48 a
Brøker og forholdstal	49
Procent	65
Procent og eksponentiel vækst - supplerende opgaver	79 a
Bogstavregning	80
Bogstavregning - supplerende opgaver	99 a
Funktioner og koordinatsystemer	100
Funktioner - supplerende opgaver	114 a
Geometri	115
Geometri - supplerende opgaver	152 a
Statistik	153
Statistik - supplerende opgaver	165 a
Kombinatorik og sandsynlighedsregning	166
Rente, lån og opsparing - supplerende opgaver	174

Hvert modul er inddelt i en række afsnit, og alle modulerne starter med en indholdsfortegnelse over disse afsnit.

Modulerne med supplerende opgaver er udelukkende beregnet til brug på Trin II

Opgaverne er lavet af Niels Jørgen Andreasen, VUC Århus.

Arbejdet med opgaverne er afsluttet i sommeren 2001.

Jeg vil meget gerne høre fra dig, hvis du opdager fejl i opgaverne eller på anden måde har kommentarer hertil.

Med venlig hilsen

Niels Jørgen Andreasen

niels.joergen.andreasen@vucaarhus.dk

Grundlæggende regning og talforståelse

Indholdsfortegnelse

Indholdsfortegnelse	0
På indkøb - brug regnemaskinen.....	1
Negative tal	4
Mest hovedregning.....	6
Regn med papir og blyant	11
Små tal og store tal - decimaltal og hele tal	12
Gange og division med 10, 100, 1.000.....	15
Tid	18

Disse opgaver er lavet af Niels Jørgen Andreasen, VUC Århus.

Arbejdet med opgaverne er afsluttet i sommeren 2001.

Jeg vil meget gerne høre fra dig, hvis du opdager fejl i opgaverne eller på anden måde har kommentarer hertil.

Med venlig hilsen

Niels Jørgen Andreasen

niels.joergen.andreasen@vucaarhus.dk

På indkøb - brug regnemaskinen

Når du regner opgaverne i dette afsnit, må du meget gerne bruge regnemaskine.

Men du **skal** skrive dine opgaver pænt op!

○ 1: På indkøb i Møbelhuset

- a: Hvor meget koster en sofa og et sofabord?
- b: Hvor meget koster to lænestole og et sofabord?
- c: Hvor mange penge sparer man ved at tage tilbudet frem for at købe tingene hver for sig?

Møbelhuset	
Lænestol	1.495
Sofa	2.995
Sofabord	995
Tilbud - køb samlet:	
To lænestole, en sofa, og et sofabord	
I alt kun	5.995

○

2: Tøj på tilbud

- a: Find prisen på 1 par cowboybukser, 1 T-shirt og en trøje.
- b: Find prisen på 1 vindjakke og 2 par cowboybukser.
- c: Hvor meget sparer man ved at købe 3 T-shirts på en gang?
- d: Hvor mange T-shirts kan man få for 250 kr.?
- e: Anton køber 1 par cowboybukser og 3 T-shirts.
Hvor meget får han tilbage, når han betaler med 500 kr.?

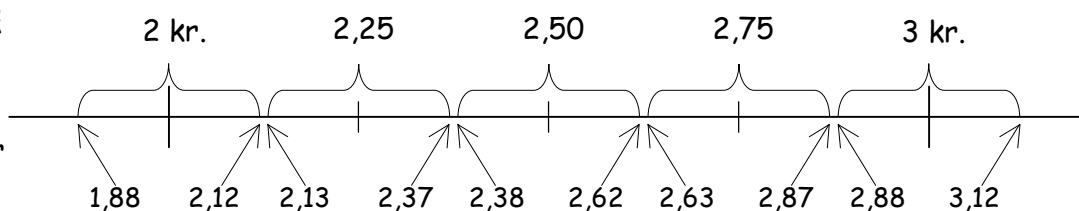
Tøj på tilbud	
Cowboybukser	148 kr.
T-shirts:	
- pr. stk.	49 kr.
- tag 3 stk.	119 kr.
Trøje	195 kr.
Vindjakke	295 kr.

⊕ 3: Billige børnesko

- a: Hvor meget sparer man på kondisko?
- b: Find prisen på 3 par kondisko og 1 par sandaler.
- c: Britta har 2 børn, som skal have nyt fodtøj.
Kan hun få vinterstøvler, kondisko og sandaler til begge børn for 1.000 kr.?
- d: Hvor meget sparer Britta i forhold til før-prisen?

Billige børnesko	
Vinterstøvler, før	348
Nu kun	198
Kondisko, før	248
Nu kun	168
Sandaler, før	188
Nu kun	118

Eksempler på
afrunding til
nærmeste
antal 25-ører



Hvis man betaler et indkøb kontant, afrundes prisen til nærmeste hele antal 25-ører.
Hvis man betaler et indkøb med Dankort, trækkes det præcise beløb.

- 4: Find kontantprisen på disse indkøb:
- a: 1 kg æbler
 - b: 500 g flæskefars
 - c: 1 franskbrød og 2 kg æbler
 - d: 500 g oksefars og 500 g flæskefars.
 - e: 2 liter skummetmælk og 2 kg gulerødder.
 - f: 3 liter appelsinjuice og 3 liter æblejuice.
- 5: Hvor meget får man tilbage, når man køber...
- a: ...2 kg kartofler og betaler med 20 kr.?
 - b: ...3 liter letmælk og 1 kg æbler og betaler med 50 kr.?
 - c: ...500 g oksefars og 1 liter æblejuice og betaler med 100 kr.?
- 6: I denne opgave skal du **ikke** tænke på 25-øres-afrunding.
Hvor meget skal hver person betale, når...
- a: ...3 personer deler 1 flaske vin?
 - b: ...5 personer deler 3 flasker vin?
- Og hvor mange (helt tal)...
- c: ...trøfler kan man få for 15 kr.?
 - d: ...studenterbrød kan man få for 50 kr.?
 - e: ...chokoladestænger kan man få for 40 kr.?

Nannas Nærbutik

Lidt af hvert
til rimelige priser

Brød

- rugbrød	15,75 kr..
- franskbrød	12,75 kr.

Frugt og grønt

- æbler, 1 kg	11,95 kr.
- gulerødder, 1 kg	9,95 kr.
- kartofler, 2 kg	12,95 kr.

Juice, pr. liter

- æble	8,45 kr.
- appelsin	10,45 kr.

Mælk, pr. liter

- skummet	6,98 kr.
- let	7,98 kr.
- sød	8,98 kr.

Kød

- 500 g oksefars	34,85 kr.
- 500 g flæskefars	39,85 kr.

Vin

- rød/hvid, 1 flaske	39,75 kr.
- rød/hvid, 3 flasker	99,75 kr.
- portvin, 1 flaske	59,75 kr.

Slik og kage

- trøffel	3,00 kr.
- chokoladestang	4,50 kr.
- studenterbrød	6,00 kr.

○ 7: Flaskestørrelser

- a: Hvor mange flasker øl, skal der til en liter (helt tal)?
 b: Hvor mange liter øl er der i en hel kasse (helt tal)?
 c: Hvor mange flasker sodavand skal der til en liter?
 (de mindste flasker - se nedenfor)
 d: Hvor mange liter sodavand er der i en hel kasse?

Øl og sodavand sælges i flasker i flere størrelser

Størrelsen måles i centiliter (cl).

Der er 33 cl i en ølflaske.

Der går 100 cl til 1 liter.

○ 8: Øl-priser (se **bort** fra pant)

- a: Hvor meget koster 30 øl, hvis man køber dem enkeltvis?
 b: Hvor meget sparer man ved at købe en kasse?

○ 9: Sodavandspriser (se **bort** fra pant)

- a: Hvor meget koster 24 af de mindste sodavand, hvis man køber dem enkeltvis?
 b: Hvor meget sparer man ved at købe en hel kasse?
 c: Anton køber en kasse små sodavand.
 Bente køber 12 flasker m. 50 cl.
 Carl køber 4 flasker med 150 cl.
 Sammenlign prisen på Anton, Bente og Carls indkøb.
 d: Sammenlign hvor meget sodavand de 3 personer får.

Oles øl og sodavand

- alle priser er uden pant -

Øl

flasker m. 33 cl

- pr. stk. 3,75

- kasse m. 30 stk. 99,75

Sodavand

flasker m. 25 cl.

- pr. stk. 1,95

- kasse m. 24 stk. 29,95

flasker m. 50 cl. 2,95

flasker m. 150 cl. 7,95

Pant

ølflasker 1,50

sodavandsflasker

- flasker m. 25 cl. 1,50

- flasker m. 50 cl. 2,50

- flasker m. 150 cl. 4,25

alle kasser 12,50

○ 10: I denne opgave skal du **huske** panten.

Du har **ingen** flasker eller kasser med!

- a: Hvad skal du betale for 5 øl?
 b: Hvad skal du betale for 1 kasse øl?
 c: Hvad skal du betale for 2 kasser sodavand og 10 øl?

○ 11: Nu bliver det rigtig svært:

- a: Hvad skal du betale, når du køber 8 øl, og du har 5 tomme flasker med?
 b: Hvad skal du betale, når du køber 1 kasse øl, og du har 10 tomme flasker med?
 c: Hvad skal du betale, når du køber 2 kasser sodavand, og du har 4 tomme flasker (150 cl) med?
 d: Du køber 5 sodavand (50 cl), og du medbringer en sodavandskasse med flasker (25 cl).
 Hvor meget får du tilbage?

Negative tal

På de næste par sider skal du regne med negative tal i nogle af opgaverne.

Du kan godt bruge regnemaskine, men prøv at regne opgaverne i hovedet, hvis tallene er små.

○ **12:** Trines Tekstil

- a:** Agnes har 300 kr. på sin Dankort-konto.
Hun køber en jakke og betaler med kortet.
Hvad er saldoen på kontoen efter købet?
- b:** Berit har 120 kr. på sin Dankort-konto.
Hun køber en kjole og betaler med kortet.
Hvad er saldoen efter købet?
- c:** Clara har 700 kr. på sin Dankort-konto.
Hun køber to kjoler, et par bukser og en T-shirt og betaler med kortet.
Hvad er saldoen efter købet?

Trines tekstil	
Bukser	200 kr.
T-shirts	50 kr.
Kjole	300 kr.
Trøje	100 kr.
Jakke	400 kr.

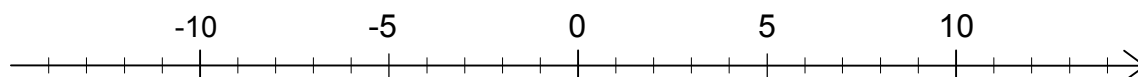
○ **13:** Du har 327 kr. på din Dankort-konto. Du køber et par sko til 499 kr. og betaler med Dankortet.
Hvad er saldoen nu?

○ **14:** Regn både i hovedet (hvis du kan) og på regnemaskine:

- | | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|-----------------------|
| a: $2 - 5$ | b: $1 - 6$ | c: $10 - 20$ | d: $7 - 10$ |
| e: $5 - 7$ | f: $4 - 12$ | g: $2 - 15$ | h: $9 - 14$ |
| i: $20 - 50$ | j: $25 - 40$ | k: $50 - 70$ | l: $100 - 300$ |

○ **15:** Find disse tal på tallinien herunder:

4, -3, 8, -7, -12, 13, -8, -1

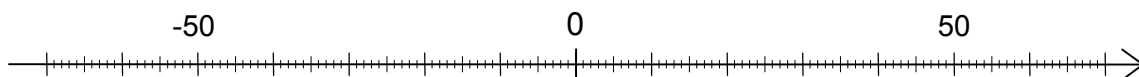


○ **16:** Opgaven $2 - 5 = -3$ kan forstås således: *Jeg starter i 2, hopper 5 skridt baglæns og ender i -3.*
Opgaven $-4 + 6 = 2$ kan forstås således: *Jeg starter i -4, hopper 6 skridt forlæns og ender i 2.*
Regn disse opgaver, mens du hopper med på tallinien:

- | | | | |
|--------------------|--------------------|---------------------|----------------------------|
| a: $2 - 6$ | b: $-3 + 7$ | c: $10 - 15$ | d: $-5 + 8 - 4 + 3$ |
| e: $-2 + 6$ | f: $-5 - 3$ | g: $12 - 16$ | h: $4 + 3 - 10 - 2$ |

- 17: Kik på tallinien herunder, når du svarer:
Hvor langt er der mellem...

- a: -5 og 5? e: -34 og -14? i: -54 og -14?
b: 2 og 22? f: 24 og 64? j: -14 og 4?
c: 15 og 55? g: -6 og 6? k: -36 og 26?
d: 4 og 44? h: -2 og 2? l: -22 og 32?



- 18: Sæt det rigtige tegn (> eller <) mellem tallene.

- 5 8 4 31 99 -99 4 + 11 21 - 9
17 12 9 10 -2 2 5 - 5 0 + 1

- 19: Sæt det rigtige tegn (> eller <) mellem tallene.

- 6 -7 -11 11 -8 -12 4 - 6 -7 + 4
-8 7 17 -27 -31 -21 -3 - 9 1 - 12

- 20: Til højre er et kontoudtog for en Dankort-konto.

Kolonnen med saldo længst til højre er ikke helt udfyldt.

Udfyld de tomme pladser i kolonnen med saldo.

Dato		Indsat	Hævet	Saldo
1/6				- 250,00
1/6	Løn	4.555,00		4.305,00
2/6	Afdrag på lån		1.100,00	
3/6	Husleje		3.247,00	
4/6	Hævet i automat		400,00	
8/6	Købmand		300,00	
12/6	Benzin		200,00	
14/6	Hævet i automat		600,00	
15/6	Løn	4.555,00		
20/6	Supermarked		492,38	
23/6	Supermarked		558,86	
27/6	Hævet i automat		1.200,00	
30/6	Autoværksted		1.574,75	

Mest hovedregning

I opgaver i dette afsnit skal du træne hovedregning.

Du må gerne tælle på fingre, tale højt med dig selv eller, hvad du ellers kan finde på.

Men helst ingen regnemaskine.

○ 21: Regn:

- a: $7 + 9$
- b: $5 + 12$
- c: $11 + 8$
- d: $13 + 6$
- e: $14 + 7$

○ 22: Regn:

- a: $10 + 30$
- b: $20 + 40$
- c: $50 + 30$
- d: $40 + 50$
- e: $20 + 70$

⊕ 23: Regn:

- a: $11 + 12$
- b: $25 + 13$
- c: $52 + 17$
- d: $26 + 41$
- e: $34 + 43$

⊙ 24: Regn:

- a: $27 + 8$
- b: $35 + 17$
- c: $56 + 18$
- d: $49 + 22$
- e: $54 + 38$

○ 25: Regn:

- a: $70 + 60$
- b: $80 + 50$
- c: $40 + 90$
- d: $70 + 80$
- e: $90 + 80$

⊕ 26: Regn:

- a: $200 + 500$
- b: $300 + 400$
- c: $150 + 300$
- d: $220 + 310$
- e: $450 + 330$

○ 27: Regn:

- a: $18 - 12$
- b: $17 - 9$
- c: $19 - 11$
- d: $15 - 12$
- e: $16 - 13$

○ 28: Regn:

- a: $70 - 20$
- b: $80 - 30$
- c: $60 - 40$
- d: $90 - 50$
- e: $90 - 70$

⊕ 29: Regn:

- a: $35 - 22$
- b: $56 - 15$
- c: $79 - 12$
- d: $55 - 23$
- e: $86 - 54$

⊕ 30: Regn:

- a: $30 - 18$
- b: $70 - 35$
- c: $80 - 42$
- d: $90 - 37$
- e: $70 - 46$

⊙ 31: Regn:

- a: $41 - 12$
- b: $52 - 15$
- c: $76 - 19$
- d: $75 - 48$
- e: $86 - 39$

⊕ 32: Regn:

- a: $120 - 50$
- b: $130 - 70$
- c: $160 - 90$
- d: $140 - 80$
- e: $180 - 90$

Ⓐ 33: Regn:

a: $7 + 4 + 9$

b: $9 + 8 + 5$

c: $12 + 4 + 9$

d: $13 + 15 + 11$

e: $21 + 12 + 15$

Ⓐ 34: Regn:

a: $20 + 30 + 40$

b: $30 + 10 + 50$

c: $50 + 20 + 20$

d: $40 + 30 + 20 + 10$

e: $50 + 40 + 20$

Ⓑ 35: Regn:

a: $17 + 15 + 19$

b: $29 + 8 + 12 + 5$

c: $15 + 25 + 5 + 35$

d: $44 + 33 + 22 + 11$

e: $35 + 10 + 25 + 5 + 20 + 15$

Ⓑ 36: Regn:

a: $17 - 9 - 5$

b: $23 - 12 - 6$

c: $39 - 13 - 7$

d: $85 - 15 - 25 - 35$

e: $95 - 10 - 25 - 20 - 15$

Ⓒ 37: Regn:

a: $80 - 20 - 50$

b: $90 - 40 - 30$

c: $70 - 50 + 40$

d: $30 + 50 - 60$

e: $60 + 30 - 70$

Ⓒ 38: Regn:

a: $17 - 15 + 13$

b: $21 - 8 + 15$

c: $32 + 17 - 18$

d: $44 - 33 + 15 - 8$

e: $45 - 20 + 35 - 15 + 5 - 10$

Ⓐ 39: Regn:

a: $120 - 50 - 20$

b: $180 - 70 - 20$

c: $110 - 60 + 40$

d: $140 + 30 - 80$

e: $120 - 30 + 60$

Ⓐ 40: Regn:

a: $800 - 200 - 400$

b: $600 - 300 + 500$

c: $660 - 240$

d: $540 - 210$

e: $980 - 730$

Ⓐ 41: Regn:

a: $750 + 150 - 500$

b: $250 + 450 - 150 + 100$

c: $150 - 50 + 350 + 500 - 250$

Ⓐ 42: Regn:

a: $1.200 + 3.500$

b: $3.700 + 1.500$

c: $4.900 + 2.200 + 1.000$

○ 43: Regn:

a: $5 \cdot 7$

c: $7 \cdot 9$

e: $5 \cdot 9$

g: $9 \cdot 9$

b: $8 \cdot 6$

d: $4 \cdot 8$

f: $8 \cdot 7$

h: $8 \cdot 8$

○ 44: Regn:

a: $24 : 6$

c: $36 : 6$

e: $45 : 9$

g: $72 : 8$

b: $30 : 5$

d: $42 : 7$

f: $54 : 6$

h: $63 : 9$

⓪ 45: Regn:

a: $5 \cdot 20$

c: $3 \cdot 40$

e: $4 \cdot 60$

g: $3 \cdot 80$

b: $4 \cdot 15$

d: $3 \cdot 12$

f: $5 \cdot 25$

h: $6 \cdot 30$

⓪ 46: Regn:

a: $90 : 3$

c: $150 : 5$

e: $120 : 20$

g: $240 : 60$

b: $80 : 4$

d: $250 : 5$

f: $200 : 25$

h: $160 : 40$

○ 47: Hvad koster:

a: 4 kopper kaffe?

b: 7 sodavand?

c: 6 rundstykker?

d: 7 stykker rugbrød m. pålæg?

e: 5 stykker franskbrød m. ost?

f: 9 øl?

Kantine-priser

Kaffe, pr. kop	3 kr.
Sodavand	6 kr.
Øl	8 kr.
Rundstykke	4 kr.
Franskbrød m. ost	7 kr.
Rugbrød m. pålæg	9 kr.

○ 48: Find stk.-prisen på:

a: Guldøl?

b: Koteletter?

c: Bøffer?

Og hvor meget skal hver person betale, når...

d: ...3 personer deler en flaske vin?

e: ...4 personer deler en wienerstang?

Kurts Kolonial**Ugens gode tilbud**

Guldøl, 6 stk.	42 kr.
Vin, pr. flaske	27 kr.
8 pæne koteletter	56 kr.
9 gode bøffer	72 kr.
Wienerstang	24 kr.

① **49:** Find prisen på (nogle af) disse indkøb:

- a: 1 mælkedreng og 2 limonadedrømme.
- b: 3 jordbærstænger og 1 isbåd.
- c: 2 pingvinpinde og 1 mælkedreng.
- d: 2 kæmpevafler og 3 mælkedrenge.
- e: 1 mælkedreng, 1 jordbærstang, 1 limonadedrøm og 1 pingvinpind.
- f: 2 limonadedrømme og 3 isbåde.
- g: 2 kæmpevafler og 1 alm. hotdog.
- h: 2 pølser og 2 brød.
- i: 2 luksus hotdogs og 2 sodavand.
- j: 1 pølse, 2 brød og 1 øl.

Strandkiosken	
Is og pølser	
Mælkedreng	5 kr.
Jordbærstang	6 kr.
Limonadedrøm	7 kr.
Isbåd	10 kr.
Pingvinpind	12 kr.
Kæmpevaffel	15 kr.
Pølse	11 kr.
Brød	2 kr.
Alm. hotdog	14 kr.
Fransk hotdog	16 kr.
Luksus hotdog	20 kr.
Sodavand	9 kr.
Øl	16 kr.

① **50:** Hvor mange (helt tal)...

- a: ...jordbærstænger kan man få for 20 kr.?
- b: ...limonadedrømme kan man få for 30 kr.?
- c: ...pingvinpinde kan man få for 50 kr.?
- d: ...pølser med brød kan man få for 40 kr.?
- e: ...sodavand kan man få for 50 kr.?
- f: ...øl kan man få for 50 kr.?

① **51:** Regn (nogle af) disse opgaver:

Hvor meget får man tilbage, når man køber...

- a: ...1 mælkedreng og 1 isbåd og betaler med 20 kr.?
- b: ...1 mælkedreng, 1 jordbærstang og 1 limonadedrøm og betaler med 20 kr.?
- c: ...5 mælkedrenge og betaler med 40 kr.?
- d: ...4 jordbærstænger og betaler med 50 kr.?
- e: ...1 pølse, 1 brød og 1 øl og betaler med 50 kr.?
- f: ...1 mælkedreng, 1 isbåd og 1 kæmpevaffel og betaler med 100 kr.?
- g: ...2 øl og 5 brød og betaler med 100 kr.?
- h: ...3 franske hotdogs og betaler med 100 kr.?
- i: ...2 pølser og 4 brød og betaler med 200 kr.?
- j: ...2 pølser og 2 sodavand og betaler med 200 kr.?
- k: ...2 øl og betaler med 500 kr.?

① **52:** Find prisen på (nogle af) disse indkøb:

- a:** 1 liter skummetmælk og 1 liter letmælk.
- b:** 1 liter sødmælk og 1 liter appelsinjuice.
- c:** 3 liter æblejuice.
- d:** 1 dåse flåede tomater og 1 pakke pasta.
- e:** 1 pakke pølser og 1 glas sennep.
- f:** 1 tube remulade, 1 glas sennep og 1 flaske ketchup.
- g:** 4 pakker gær.
- h:** 2 pakke smør.
- i:** 3 bakker æg.
- j:** 1 snegl og 1 romkugle
- k:** 1 romkugle og 1 pose vingummi.
- l:** 5 chokoladestænger.

Dagnys Daglivarer	
Mælk, pr. liter:	
- skummet	5,50
- let	6,50
- sød	7,50
Juice, pr. liter:	
- æble	6,25
- appelsin	8,25
Flåede tomater	3,25
Pasta, pr. pakke	9,75
Pølser, pr. pakke	14,75
Remulade, pr. tube	5,25
Sennep, pr. glas	6,25
Ketchup, pr. flaske	9,50
Gær	1,50
Smør, pr. pakke	12,50
Æg, pr. bakke	10,50
Romkugle	2,75
Chokoladestang	4,50
Snegl	7,25
Vingummi, pr. pose	9,75

① **53:** Find også prisen på (nogle af) disse indkøb:

- a:** 1 liter æblejuice, 1 pakke gær og 1 romkugle..
- b:** 1 pakke smør og 1 pakke pasta..
- c:** 1 bakke æg, 1 pose vingummi og 1 liter æblejuice.
- d:** 3 dåser flåede tomater og 2 liter skummetmælk.
- e:** 4 liter sødmælk og 2 bakker æg.
- f:** 2 liter æblejuice, 2 chokoladestænger og 1 snegl.
- g:** 3 pakker smør, 1 liter sødmælk og 1 romkugle.

① **54:** Regn (nogle af) disse opgaver:

Hvor meget får man tilbage, når man køber...

- a:** ...1 liter skummetmælk og betaler med 10 kr.?
- b:** ...3 dåser flåede tomater og betaler med 10 kr.?
- c:** ...2 liter æblejuice og betaler med 20 kr.?
- d:** ...1 glas sennep og 1 flaske ketchup og betaler med 20 kr.?
- e:** ...1 pakke smør og 1 bakke æg og betaler med 40 kr.?
- f:** ...2 romkugler og betaler med 50 kr.?
- g:** ...2 pakker pølser og betaler med 50 kr.?
- h:** ...3 snegle og betaler med 100 kr.?
- i:** ...1 romkugle, 1 snegl og 1 liter appelsinjuice og betaler med 100 kr.?

Regn med papir og blyant

I opgaverne i dette afsnit er tallene så store, at du næppe kan klare dem i hovedet.

Du skal øve dig i at regne på ”gammeldags” manér med papir og blyant

Men uden regnemaskine!

- **55:** Regn disse plusstykker. Du får brug for at ”sætte i mente”.

$$\begin{array}{r} 245 \\ + 132 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 356 \\ + 425 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 574 \\ + 68 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 289 \\ + 924 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4.963 \\ + 5.437 \\ \hline \end{array}$$

- **56:** Regn disse minusstykker. Du får brug for at ”låne”

$$\begin{array}{r} 465 \\ - 241 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 738 \\ - 65 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 953 \\ - 628 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 745 \\ - 659 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8.035 \\ - 3.662 \\ \hline \end{array}$$

- **57:** Regn disse gangestykker. Du får brug for at ”sætte i mente”.

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 62 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \cdot 421 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \cdot 254 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \cdot 618 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \cdot 5.426 \\ \hline \end{array}$$

- ⊙ **58:** Regn:

a: $78 + 291$

e: $189 - 47$

i: $5 \cdot 987$

b: $517 + 129$

f: $796 - 278$

j: $4 \cdot 8.243$

c: $1.528 + 85$

g: $608 - 329$

k: $8 \cdot 999$

d: $2.135 + 6.987$

h: $24.943 - 15.078$

l: $6 \cdot 746$

- **59:** Disse opgaver er noget sværere:

a: $84,9 + 17,2$

d: $86,4 - 38,5$

g: $5 \cdot 72,3$

b: $4,58 + 15,93$

e: $6,23 - 1,59$

h: $43 \cdot 56$

c: $0,074 + 2,85$

f: $1,5 - 0,85$

i: $72 \cdot 549$

Små tal og store tal - decimaltal og hele tal

○ 60: Opstil tallene i rækkefølge med det mindste først:

a: 1,10 1,05 1,15 1,25 1,20

c: 8,45 8,54 8,25 8,52 8,42

b: 0,05 0,01 0,15 0,14 0,09

d: 3,33 3,03 3,30 0,03 0,30

⊙ 61: Opstil tallene i rækkefølge med det mindste først:

a: 17,7 0,7 1,07 1,77 1,7

c: 9,09 9,99 9,9 0,9 0,09

b: 0,1 0,01 0,11 1,11 1,1

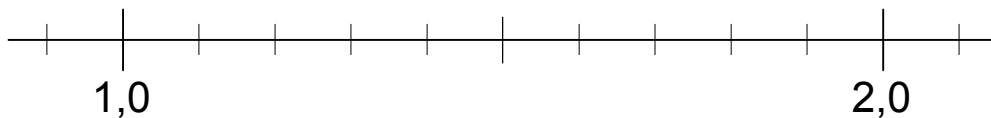
d: 2,22 2,12 2,21 2,11 1,21

○ 62: Marker hvor disse tal helt **præcist** ligger på tallinien herunder:

1,5 1,1 1,8 0,9 2,1

○ 63: ...og marker hvor disse tal **cirka** ligger:

1,05 1,22 1,28 1,75

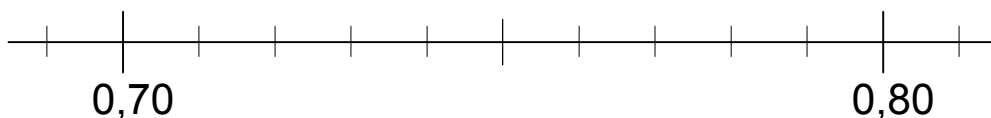


⊙ 64: Marker hvor disse tal helt **præcist** ligger på tallinien herunder:

0,75 0,72 0,79 0,69 0,81

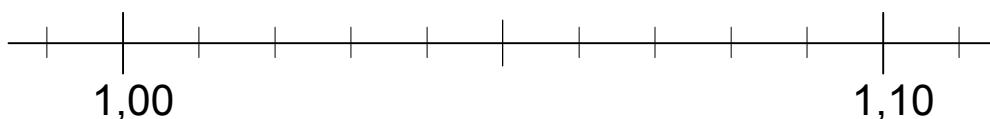
⊙ 65: ...og marker hvor disse tal **cirka** ligger:

0,735 0,789 0,695 0,802



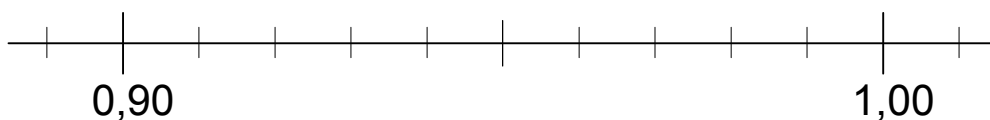
- Ⓐ 66: Marker hvor disse tal helt **præcist** ligger på tallinien herunder: Ⓐ 67: ...og marker hvor disse tal **cirka** ligger:

1,02 1,05 1,08 0,99 1,11 1,022 1,027 1,075 1,105



- Ⓑ 68: Marker hvor disse tal helt **præcist** ligger på tallinien herunder: Ⓑ 69: ...og marker hvor disse tal **cirka** ligger:

0,95 0,93 0,98 0,89 1,01 0,905 0,931 0,937 0,995



- Ⓐ 70: Afrund til helt tal:

a: 5,7	b: 3,01	c: 12,5	d: 0,859
e: 25,44	f: 207,73	g: 1.256,56	h: 49,0999

- Ⓑ 71: Afrund til en decimal:

a: 6,83	b: 3,08	c: 17,55	d: 0,777
e: 221,21	f: 33,33	g: 0,08	h: 19,109

- Ⓐ 72: Afrund til to decimaler:

a: 5,777	b: 222,091	c: 44,255	d: 0,007
e: 0,101	f: 53.723,568	g: 1,899	h: 5,999

○ **73:** Afrund til helt antal tier:

a: 172

b: 119

c: 914

d: 398

○ **74:** Afrund til helt antal hundrede:

a: 285

b: 3.222

c: 998

d: 3.025

○ **75:** Skriv disse store tal fuldt ud

a: 2 mio.

c: 98 tusinde

e: 1 mia.

g: 800 tusinde

b: 25 mia.

d: 750 mio.

f: 999 mio.

h: 250 mia.

⊙ **76:** Hvilke tal er ens?

a: 22,2 mia.

A: 900.000.000

b: 3,25 mio.

B: 4.750.000.000

c: 0,8 mio.

C: 2.600.000

d: 4,75 mia.

D: 3.250.000

e: 18,5 tusinde

E: 800.000

f: 2,6 mio.

F: 22.200.000.000

g: 0,9 mia.

G: 18.500

○ **77:** Passer lighedstegnene?

a: 500.000 = 0,5 mio.

b: 0,8 mia. = 800.000.000

c: 4.500 mio. = 4,5 mia.

d: 1,2 mia. = 120 mio.

e: 6.500.000 = 6,5 mio.

f: 0,6 mio. = 60.000

g: 6,75 mia. = 6.750 mio.

⊙ **78:** Afrund til helt antal tusinde:

a: 52.250

b: 119.900

c: 13.659

d: 3.025

⊙ **79:** Afrund til helt antal mio.:

a: 22.980.000

b: 7.218.911

c: 524.850.000

d: 1.999.000

○ **80:** Afrund til mio. med en decimal:

a: 10.600.000

b: 3.419.250

c: 910.000

d: 1.090.000

○ **81:** Afrund til helt antal mia.:

a: 12.100.000.000

b: 28.800.000.000

c: 1.011.000.100

d: 55.555.555.555.

Gange og division med 10, 100, 1.000.....

I opgaverne i dette afsnit skal du ikke bruge regnemaskine, men du må meget gerne skrive regnestykkerne pænt op på et stykke papir, når du regner dem.

○ **82:** Regn:

a: $5 \cdot 10$	e: $7 \cdot 100$	i: $2 \cdot 1.000$	m: $10.000 \cdot 87$
b: $18 \cdot 10$	f: $47 \cdot 100$	j: $1.000 \cdot 32$	n: $100 \cdot 3.672$
c: $759 \cdot 10$	g: $100 \cdot 912$	k: $992 \cdot 1.000$	o: $21 \cdot 100.000$
d: $10 \cdot 1.770$	h: $100 \cdot 5.666$	l: $1.000 \cdot 44.000$	p: $100 \cdot 113$

⊙ **83:** Regn:

a: $6,75 \cdot 10$	e: $6,42 \cdot 100$	i: $2,789 \cdot 1.000$	m: $10.000 \cdot 0,75$
b: $1,8 \cdot 10$	f: $3,742 \cdot 100$	j: $1.000 \cdot 3,7$	n: $100 \cdot 3,419$
c: $0,52 \cdot 10$	g: $100 \cdot 6,2$	k: $81,52 \cdot 1.000$	o: $0,0004 \cdot 1000$
d: $10 \cdot 61,725$	h: $100 \cdot 0,24$	l: $1.000 \cdot 0,0099$	p: $100 \cdot 0,3$

○ **84:** Regn:

a: $50 : 10$	d: $700 : 100$	g: $55.000 : 1.000$
b: $280 : 10$	e: $2.500 : 100$	h: $4.500.000 : 10.000$
c: $520.000 : 10$	f: $20.000 : 100$	i: $920.000.000 : 100.000$

⊙ **85:** Regn:

a: $45 : 10$	e: $482 : 100$	i: $8245 : 1.000$	m: $3.975 : 10.000$
b: $35,7 : 10$	f: $636,4 : 100$	j: $638,7 : 1.000$	n: $638,7 : 10$
c: $0,4 : 10$	g: $0,35 : 100$	k: $150,5 : 1.000$	o: $0,25 : 1.000$
d: $77,25 : 10$	h: $150 : 100$	l: $3,5 : 1.000$	p: $280 : 1.000.000$

⊙ **86:** Find stk.-prisen for skruer i de 3 forskellige pakninger.
Kan du omregne tallene til helt antal ører.

Solide skruer i flere længder	
Pose m. 10 stk.	7,95 kr.
Æske m. 100 stk.	39,95 kr.
Æske m. 1.000 stk.	199,95 kr.

① 87: Kuverter

- a: Hvad er stk.-prisen, når man køber en pakke med 100 kuverter?
- b: Hvad er stk.-prisen, når man køber en pakke med 10 kuverter?
- c: Hvad koster 10 kuverter, når man køber dem enkeltvis?
- d: Hvad koster 100 kuverter, når man køber dem enkeltvis?

Kuverter	
Pakke m. 100 stk.	49,75 kr.
Pakke m. 10 stk.	9,75 kr.
Enkeltvis, pr. stk.	1,75 kr.

① 88: Omregn til m (meter):

2 km 9,5 km 0,8 km 35 km 0,1 km

1 km = 1.000 m
Omregning:
- fra km til m: ·1.000
- fra m til km: :1.000

① 89: Omregn til km (kilometer):

3.000 m 12.500 m 25 m 55.555 m 900 m

① 90: Omregn til cm (centimeter):

3 m 1,5 m 0,72 m 0,005 m 25 m

1 m = 100 cm
Omregning:
- fra m til cm: ·100
- fra cm til m: :100

① 91: Omregn til m (meter):

500 cm 95 cm 1,8 cm 221 cm 102,5 cm

① 92: Omregn til g (gram):

4 kg 12,7 kg 0,4 kg 0,090 kg 2,1 kg

1 kg = 1.000 g
Omregning:
- fra kg til g: ·1.000
- fra g til kg: :1.000

① 93: Omregn til kg (kilogram - ofte blot kaldet kilo):

6.000 g 200 g 7.416 g 2.250 g 1 g

① 94: Omregn til dl (deciliter):

2 liter 0,5 liter 10,5 liter 0,45 liter 0,05 liter

1 liter = 10 dl
Omregning:
- fra liter til dl: ·10
- fra dl til liter: :10

① 95: Omregn til l (liter):

30 dl 15 dl 332 dl 2 dl 0,5 dl

96: Regn

- | | | |
|-------------------------|---------------------------|---------------------------------|
| a: $9 \cdot 50$ | f: $5 \cdot 800$ | k: $9 \cdot 3.000$ |
| b: $80 \cdot 9$ | g: $700 \cdot 6$ | l: $8.000 \cdot 5$ |
| c: $30 \cdot 80$ | h: $30 \cdot 500$ | m: $20.000 \cdot 60$ |
| d: $70 \cdot 50$ | i: $800 \cdot 40$ | n: $900 \cdot 4.000$ |
| e: $60 \cdot 40$ | j: $600 \cdot 500$ | o: $30.000 \cdot 50.000$ |

97: Regn

- | | | |
|----------------------|--------------------------|--------------------------------|
| a: $450 : 9$ | f: $3.500 : 700$ | k: $490.000 : 700$ |
| b: $540 : 9$ | g: $2.700 : 30$ | l: $5.400.000 : 6.000$ |
| c: $800 : 40$ | h: $2.800 : 40$ | m: $20.000 : 40$ |
| d: $180 : 60$ | i: $56.000 : 800$ | n: $40.000 : 800$ |
| e: $240 : 80$ | j: $64.000 : 80$ | o: $3.000.000 : 50.000$ |

98: Find prisen på (nogle af) disse indkøb:

- a:** 30 kontorstole model Basis
- b:** 50 kontorstole model Lux
- c:** 20 computerborde
- d:** 8 skriveborde model Lux
- e:** 10 skriveborde model Basis
- f:** 90 arkitektlamper

Knuds kontor-møbler	
Kontorstol	
- model Basis	400 kr.
- model Lux	700 kr.
Computerbord	900 kr.
Skrivebord	
- model Basis	1.800 kr.
- model Lux	3.000 kr.
Rundt bord (til mødelokalet)	
- model Basis	6.000 kr.
- model Lux	8.000 kr.
Arkitektlampe	200 kr.

99: Find også prisen på (nogle af) disse indkøb:

- a:** 2 runde borde model Lux og 10 kontorstole model Basis.
- b:** 20 kontorstole model Lux og 30 arkitektlamper.
- c:** 8 computerborde, 8 kontorstole model Basis, og 8 arkitektlamper.
- d:** 5 runde borde model Lux og 30 kontorstole model Lux.

Tid

① **100:** Omregn til minutter:

a: 3 timer

c: 1 time og 15 min.

e: 4 timer og 55 min

b: 12 timer

d: 2 timer og 40 min

f: 10 timer og 2 min.

① **101:** Omregn til timer og minutter:

a: 90 min.

c: 200 min.

e: 115 min.

b: 130 min.

d: 215 min.

f: 304 min.

① **102:** Til højre ses en del af en buskøreplan

Hvor lang tid tager det at køre...

a: ...fra Overholm til Fårehøj?

b: ...fra Valborg til Udby?

c: ...fra Gedelund til Udby?

d: ...fra Udby til Sildested?

e: ...fra Fårehøj til Andebjerg?

f: ...fra Gedelund til Sømose?

g: ...fra Grønbøl til Skrubberup?

Overholm	6.30	9.30
Gedelund	6.42	9.42
Fårehøj	6.47	9.50
Grønbøl	6.58	9.58
Valborg	7.12	10.12
Skovrød	7.18	10.18
Sømose	7.26	10.26
Andebjerg	7.34	10.34
Gåsedal	7.44	10.44
Udby	7.55	10.55
Skrubberup	8.07	11.07
Sildested	8.15	11.15

① **103:** Kurt bor i Skovrød og arbejder i Udby.

Han tager bussen på arbejde hver morgen og tilbage hver eftermiddag. De to ture tager lige lang tid, og han kører 5 gange hver uge.

a: Hvor lang tid kører han i bus på en dag?

b: Hvor lang tid kører han i bus på en uge?

104: Hvor mange...

a: ...sekunder er der i en time?

b: ...timer er der på i en uge?

c: ...minutter er der i et døgn?

d: ...måneder er der på 75 år (en typisk levealder)?

e: ...uger er der på 75 år?

Husk at:

- 1 minut = 60 sekunder

- 1 time = 60 minutter

- 1 døgn = 24 timer

- 1 uge = 7 døgn

- 1 år = 52 uger

- 1 år = 12 måneder

- 1 år = 365 døgn

Omregning

Indholdsfortegnelse

Indholdsfortegnelse	19
Vægtenheder.....	20
Rumfangsenheder.....	23
Længdemål	25
Blandede opgaver med vægt, rumfang, længdemål.....	26
Tid	27
Hastighed.....	30
Valuta	31
Rente og værdipapirer	33

Disse opgaver er lavet af Niels Jørgen Andreasen, VUC Århus.
Arbejdet med opgaverne er afsluttet i sommeren 2001.
Jeg vil meget gerne høre fra dig, hvis du opdager fejl i opgaverne
eller på anden måde har kommentarer hertil.

Med venlig hilsen
Niels Jørgen Andreasen
niels.joergen.andreasen@vucaarhus.dk

Vægtenheder

○ 1: Omregn:

a: Fra kg til g:

4 kg 12 kg 1,5 kg 0,5 kg 0,1 kg

b: Fra g til kg:

6.000 g 2000 g 1400 g 200 g 12.000 g

○ 2: Omregn:

a: Fra kg til g:

1,250 kg 0,125 kg 0,050 kg 0,005 kg 0,837 kg

b: Fra g til kg:

2.750 g 375 g 80 g 229 g 2 g

○ 3: Omregn:

a: Fra tons til kg:

7 tons 15 tons 2,5 tons 0,8 tons 0,2 tons

b: Fra kg til tons:

5.000 kg 3.000 kg 1.800 kg 700 kg 500.000 kg

○ 4: Omregn:

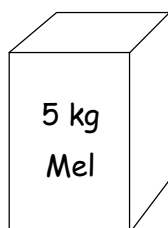
a: Fra tons til kg:

4,250 tons 0,950 tons 0,080 tons 0,009 tons 1,147 tons

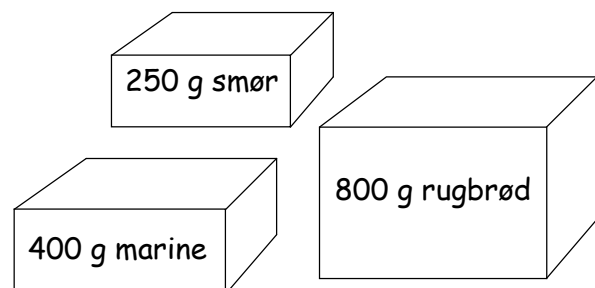
b: Fra kg til tons:

2.250 kg 950 kg 98 kg 2 kg 98.470 kg

○ 5: Angiv mængderne i gram



○ 6: Angiv mængderne i kg



1 kg = 1.000 g
Omregning:
- fra kg til g: $\cdot 1.000$
- fra g til kg: $: 1.000$

1 ton = 1.000 kg
Omregning:
- fra tons til kg: $\cdot 1.000$
- fra kg til tons: $: 1.000$

- 7: Olga Olsen køber disse varer.
Hvor meget vejer varerne tilsammen?
(Du skal ikke tænke på emballage)

5 kg mel - 1.400 g rugbrød - 1 kg havregryn
200 g rejer - 350 g leverpostej - 2 kg sukker
2,5 kg kartofler - 25 g gær - 1,147 kg oksefars

- 8: Gunnars Grønhandel (I)
Find priserne for disse indkøb:
a: 3 kg kartofler og 2 kg æbler
b: 2 kg bananer og 3 kg pærer.

Gunnars Grønhandel	
- gode varer	
- faste kg-priser	
Kartofler	5,00 kr.
Løg	6,00 kr.
Gulerødder	8,00 kr.
Æbler	9,00 kr.
Pærer	12,00 kr.
Appelsiner	15,00 kr.
Bananer	16,00 kr.
Tomater	18,00 kr.
Bønner	20,00 kr.
Ærter	24,00 kr.
Champignon	28,00 kr.
Hvidløg	36,00 kr.

- 9: Gunnars Grønhandel (II)
Hvor mange kg...
a: ...kartofler kan man få for 20 kr.?
b: ...appelsiner kan man få for 60 kr.?

- 10: Gunnars Grønhandel (III)
Find priserne for disse indkøb:
a: 2,5 kg kartofler og 1,5 kg pærer.
b: 0,5 kg tomater, 1,2 kg appelsiner og 2,4 kg pærer.

- 11: Gunnars Grønhandel (III)
Find priserne for disse indkøb:
a: 500 g løg og 800 g tomater.
b: 150 g hvidløg, 450 g champignon.
c: 1,5 kg æbler, 400 g ærter, 750 g bønner og 2,5 kg appelsiner.

- 12: Gunnars Grønhandel (IV)
Hvor mange kg...
a: ...løg kan man få for 15 kr.?
b: ...bananer kan man få for 20 kr.?

Gerdas Gode Grønt	
5 kg kartofler	18,00 kr.
2 kg gulerødder	15,00 kr.
1,5 kg æbler	18,00 kr.
2,5 kg løg	16,00 kr.
500 g tomater	10,00 kr.
100 g hvidløg	5,00 kr.

- 13: Find kg-priserne på Gerdas varer og sammenlign dem med Gunnars priser.

14: Slagter Karlsen (I)

Find priserne for disse indkøb:

- a: 2,5 kg lever og 1,5 kg hjerter.
- b: 400 g oksefars og 300 g skinketern.
- c: 1,250 kg flæskefars og 750 g engelsk bøf.

Slagter Karlsens Kød	
- saftigt og kraftigt -	
- se vores lave kg-priser -	
Lever	19,90 kr.
Hjerter	24,90 kr.
Flæskefars	44,90 kr.
Oksefars	49,90 kr.
Skinketern	59,90 kr.
Culottesteg	99,90 kr.
Engelsk bøf	119,90 kr.

15: Slagter Karlsen (II)

Hvor mange kg (3 decimaler)...

- a: ...hjerter kan man få for 40 kr.?
- b: ...skinketern kan man få for 100 kr.?
- c: ...engelsk bøf kan man få for 50 kr.?

16: Palles Pålæg (I)

Find priserne for disse indkøb:

- a: 650 g ost
- b: 225 g leverpostej og 50 g roastbeef.
- c: 135 g rullepølse og 220 g spegepølse

Palles Pålæg	
- personlig betjening -	
- passende kg-priser -	
Leverpostej ..	29,75 kr.
Roastbeef	99,50 kr.
Rullepølse.....	85,25 kr.
Spegepølse ..	69,75 kr.
Ost.....	59,95 kr.

17: Palles Pålæg (II)

Hvor meget...

- a: ...ost kan man få for 100 kr.?
- b: ...leverpostej kan man få for 25 kr.?
- c: ...rullepølse kan man få for 30 kr.?

18: Torbens Tankstation (I)

- a: Find kg-prisen på vaskepulver.
- b: Sammenlig kg-priserne på kartofler i 5 kg-posere og 2,5 kg-posere.
- c: Find kg-prisen på æbler.

Torbens Tankstation	
- vi har også dagligvarer -	
3 kg vaskepulver ...	29,85 kr.
5 kg kartofler.....	24,95 kr.
2,5 kg kartofler ...	16,95 kr.
1,5 kg æbler	18,95 kr.
500 g leverpostej.	12,75 kr.
400 g margarine.....	9,90 kr.
200 g rullepølse	14,95 kr.

19: Torbens Tankstation (II)

Find kg-priserne på leverpostej, margarine og rullepølse.

Rumfangsenheder

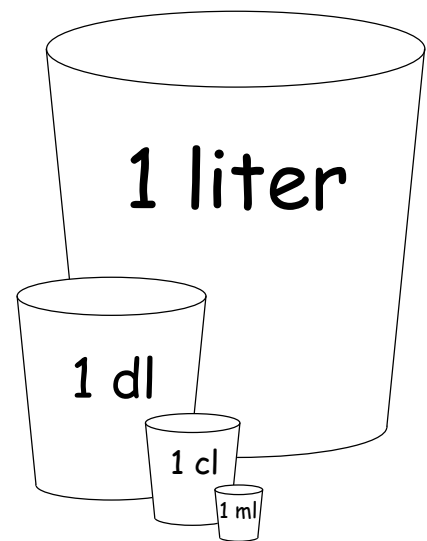
○ 20: Omregn:

a: Fra liter til dl:

2 liter 0,5 liter 10,5 liter 0,45 liter 0,05 liter

b: Fra dl til liter:

30 dl 15 dl 332 dl 2 dl 0,5 dl



● 21: Omregn:

a: Fra liter til cl

4 liter 0,2 liter 6,3 liter 0,25 liter 0,04 liter

b: Fra cl til liter:

200 cl 112 cl 15 cl 6,5 cl 0,2 cl

1 liter = 10 dl
 Omregning:
 - fra liter til dl: · 10
 - fra dl til liter: : 10

● 22: Omregn:

a: Fra liter til ml:

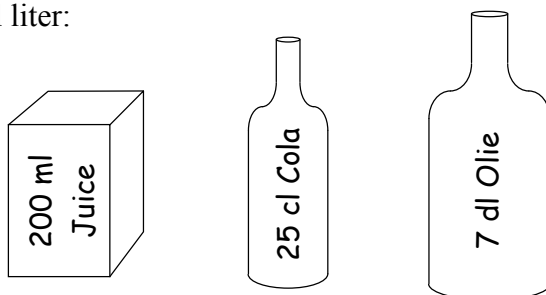
3 liter 0,8 liter 4,5 liter 0,358 liter 0,002 liter

b: Fra ml til liter:

6.000 ml 150 ml 2.732 ml 21 ml 9 ml

1 liter = 100 cl
 Omregning:
 - fra liter til cl: · 100
 - fra cl til liter: : 100

● 23: Omregn til liter:



1 liter = 1.000 ml
 Omregning:
 - fra liter til ml: · 1.000
 - fra ml til liter: : 1.000

● 24: Udfyld de tomme felter i tabellen - tallene skal passe sammen vandret.

Antal liter	Antal dl	Antal cl	Antal ml
1,05 liter	10,5 dl	cl	ml
liter	2,5 dl	cl	ml
liter	dl	6,2 cl	ml
liter	0,04 dl	cl	4 ml

- 25: Olga Olsen skal holde fest. Hun køber disse varer og blander dem til en velkomstdrink.
Hvor meget fylder velkomstdrinken i alt?

1,5 liter danskvand
33 cl guløl - 7 dl vodka
75 cl hvidvin - 50 ml hostesaft

- 26: Møllers Maling - Vægmaling
- Sammenlign liter-priserne på de 3 forskellige størrelser.
 - Hvor meget koster 4 liter vægmaling?
 - Hvorledes kan man billigst købe mindst 8 liter vægmaling?
- 27: Møllers Maling - Træmaling
Sammenlign liter-priserne på de 2 forskellige størrelser.

Møllers Maling - flere festlige farver -	
Vægmaling:	
10 liter	199 kr.
5 liter	119 kr.
2 liter	49 kr.
Træmaling:	
1,5 liter	108 kr.
0,5 liter	48 kr.

- 28: Vin fra Dagny
- Hvad er liter-prisen, når man køber en dunk med 5 liter?
 - Find også liter-priserne ved køb af de 2 forskellige størrelser flasker.

- 29: Sodavand fra Dagny
- Sammenlign liter-prisen på de 3 slags flasker.
 - Hvor meget sodavand kan du få for 20 kr.? Du må gerne prøve dig frem, og du skal ikke tænke på flaskepant.

- 30: Juice fra Dagny
Hvad er liter-prisen når man køber 200 ml juice?

- 31: Saftevand fra Dagny.
Sammenlign liter-priserne på det færdig-blandede saft.
Tænk dig godt om!

Dagnys Drikkevarer - til daglig og til fest -	
Vin - rød, hvid eller rose:	
5 liter i dunk.	199,00 kr.
1,5 liter i stor flaske	69,00 kr.
0,75 liter i alm. flaske ..	39,00 kr.
Sodavand - mange slags:	
Flaske m. 1,5 liter	6,75 kr.
Flaske m. 50 cl.....	3,25 kr.
Flaske m. 25 cl.....	1,95 kr.
Juice - æble eller appelsin:	
Karton m. 1 liter	9,95 kr.
Karton m. 200 ml	2,95 kr.
Saftevand - m. ægte frugt:	
Karton m. 1 liter - blandes op med 4 liter vand	9,95 kr.
Flaske m. 5 dl - blandes op med 6 liter vand	12,95 kr.

Længdemål

○ **32:** Omregn:

a: Fra km til m:

2 km 9,5 km 0,8 km 35 km 0,05 km

b: Fra m til km:

3.000 m 2.400 m 55.500 m 900 m 25 m

Når du regner, skal du prøve at forestille dig længderne. Sammenlign med afstande, som du kender.

⊙ **33:** Omregn:

a: Fra m til dm:

3 m 1,2 m 0,75 m 12 m 0,04 m

b: Fra dm til m:

20 dm 4 dm 3,2 dm 350 dm 0,8 dm

1 km = 1.000 m

Omregning:

- fra km til m: $\cdot 1.000$

- fra m til km: $: 1.000$

○ **34:** Omregn:

a: Fra m til cm:

3 m 1,5 m 0,72 m 0,005 m 25 m

b: Fra cm til m:

500 cm 45 cm 1,8 cm 221 cm 92,5 cm

1 m = 10 dm

Omregning:

- fra m til dm: $\cdot 10$

- fra dm til m: $: 10$

⊙ **35:** Omregn:

a: Fra m til mm:

4 m 2,5 m 0,72 m 0,005 m 0,125 m

b: Fra mm til m:

2.000 mm 250 mm 17 mm 4 mm 1.225 mm

1 m = 100 cm

Omregning:

- fra m til cm: $\cdot 100$

- fra cm til m: $: 100$

⊙ **36:** Udfyld de tomme felter i tabellen - tallene skal passe sammen vandret.

Antal m	Antal dm	Antal cm	Antal mm
2,25 m	22,5 dm	cm	mm
m	4,5 dm	cm	mm
m	dm	8,2 cm	mm
m	dm	cm	5 mm
m	dm	cm	150 mm

Blandede opgaver med vægt, rumfang, længdemål.....

- 37: Find priserne for disse indkøb i Udby Super:
- a: 40 cm wienerbrød, 3 flasker vin og 1 kg hakket kød.
 - b: 250 g afskåret pålæg og 800 g Speed kaffe.
 - c: 2,5 m bomulds-stof og 30 cm elastik.
- 38: Vin fra Udby Super
- a: Hvor mange kr. sparer man ved at købe 3 flasker på en gang frem for at købe dem enkeltvis?
 - b: Sammenlign liter-priserne ved køb af 1 flaske og ved køb af 3 flasker.
- 39: Beregn kg-priserne på småkager, grisesylte og leverpostej.
- 40: Kaffe fra Udby Super
- a: Hvor meget koster 2 kg Torpedo kaffe?
 - b: Sammenlign kg-priserne på de 2 slags kaffe.
- 41: Find priserne for disse indkøb i Udby Super:
- a: 75 cm wienerbrød og 600 g hakket kød.
 - b: 1,5 kg småkager, 65 cm bomulds-stof og 250 g hakket kød.
 - c: 722 g hakket kød.
 - d: 60 g afskåret pålæg og 175 g småkager
- 42: Hvor meget hakket kød...
- a: ...kan man få for 100 kr.?
 - b: ...kan man få for 20 kr.?
- 43: Trådhegn og stakit fra Udby Super
- Find prisen pr. meter for hver af de 4 forskellige tilbud.

Udby Super	
Bageren tilbyder:	
Wienerbrød i metermål, pr. m:	25 kr.
Småkager, pr. 100 g.....	12 kr.
Vin:	
Château Henri, 75 cl	
Pr. flaske	39 kr.
Tag 3 flasker	99 kr.
Slagteren tilbyder:	
225 g grisesylte.....	14 kr.
350 g leverpostej..	19 kr.
Afskåret pålæg - vælg mellem flere slags, pr. 100 g.....	14 kr.
Hakket kød - pakker i alle mulige størrelser, pr. 500g.....	29 kr.
Kaffe:	
500 g Torpedo	29 kr.
400 g Speed	24 kr.
Stof og beklædning:	
Bomulds-stof i mange farver, pr. m.....	49 kr.
Elastik, pr. m.....	39 kr.
Hus og have:	
Trådhegn:	
Rulle m. 10 m.....	199 kr.
Rulle m. 25 m.....	399 kr.
Stakit - fås i moduler lige til at sætte op:	
120 cm - modul.....	149 kr.
180 cm - modul.....	199 kr.

Tid

○ 44: Omregn til sekunder:

a: 2 min.

c: 1 min. og 15 sek.

b: 10 min.

d: 2 min. og 30 sek.

1 minut = 60 sekunder

1 time = 60 minutter

1 døgn = 24 timer

1 uge = 7 døgn

⦿ 45: Omregn til minutter og sekunder:

a: 80 sek.

c: 100 sek.

b: 140 sek.

d: 304 sek.

○ 46: Omregn til minutter:

a: 3 timer

c: 1 time og 20 min.

e: 4 timer og 55 min

b: 12 timer

d: 2 timer og 40 min

f: 10 timer og 2 min.

⦿ 47: Omregn til timer og minutter:

a: 90 min.

c: 200 min.

e: 115 min.

b: 130 min.

d: 215 min.

f: 282 min.

○ 48: Omregn til timer:

a: 8 døgn

b: 3 døgn og 8 timer

c: 6 døgn og 6 timer

⦿ 49: Omregn til døgn og timer:

a: 60 timer

b: 100 timer

c: 117 timer

○ 50: Omregn til døgn:

a: 2 uger

b: 1 uge og 3 døgn

c: 10 uger og 2 døgn

⦿ 51: Omregn til uger og døgn:

a: 12 døgn

b: 30 døgn

c: 100 døgn

○ 52: Kurts Cykler (I)

Find betalingen for...

- a: ...en reparation, som tager 2 timer.
 b: ...en reparation, som tager 30 min.
 c: ...en reparation, som tager 20 min.
 d: ...en reparation, som tager 45 min.

Kurts Cykler

Husk at din cykel kører som smurt,
 når den har været en tur hos Kurt.

Alle slags reparationer udføres.

Pr. arbejdstime: 240 kr.

○ 53: Kurts Cykler (II)

Hvor lang tid har en reparation taget, når...

- a: ...regningen er på 60 kr.?
 b: ...regningen er på 320 kr.?

○ 54: Kurts cykler (III)

Kurt laver en reparation "sort".

Hvad bliver timelønnen, når
 prisen er 50 kr, og reparationen
 tager 20 min?

○ 55: Alfreds Autoværksted (I)

Find betalingen for...

- a: ...en reparation, som tager 3 timer.
 b: ...en reparation, som tager 40 min.
 c: ...en reparation, som tager 1 time og 20 min.

Alfreds Autoværksted

Du kan altid trygt komme til Alfred,
 han snyder dig aldrig.

De fleste reparationer udføres.

Pr. arbejdstime: 348 kr.

○ 56: Alfreds Autoværksted (II)

Hvor lang tid har en reparation taget, når...

- a: ...regningen er på 87 kr.?
 b: ...regningen er på 957 kr.?

○ 57: Alfreds Autoværksted (III)

Alfred ordner en bil "sort".

Hvad bliver timelønnen, når
 prisen er 600 kr, og Alfred
 bruger 2 timer og 30 min?

○ 58: Hvor lang tid er der...

- a: ...fra kl. 8.45 til kl. 9.55 d: ...fra kl. 9.50 til kl. 10.25
 b: ...fra kl. 6.05 til kl. 11.38 e: ...fra kl. 14.52 til kl. 17.16
 c: ...fra kl. 9.17 til kl. 13.42 f: ...fra kl. 15.34 til kl. 23.02

○ 59: Læg tidsrummene sammen. Facit skal være i timer og minutter.

- a: 1 time og 20 min. + 2 timer og 35 min. c: 4 timer og 27 min. + 3 timer og 41 min.
 b: 2 timer og 40 min. + 1 time og 45 min. d: 6 timer og 39 min. + 5 timer og 53 min.
 e: 1 time og 48 min. + 2 timer og 24 min. + 3 timer og 36 min. + 22 min.

- **60:** Vis at fejlen er lille, når man siger $1 \text{ år} = 52 \text{ uger}$

1 år = 365 dage
 ...dog 366 dage ved skudår
 1 år = 12 måneder
 ...men de er ikke lige lange
 1 år = 52 uger
 ...næsten da...

- **61:** Omregn disse lønninger til årsløn:

a: 2.988 kr. pr. uge **c:** 4.421 kr. pr. uge
b: 12.954 kr. pr. måned **d:** 19.122 kr. pr. måned

- ⦿ **62:** Sammenlign disse aflønningsformer:

a: 92 kr. pr. time i 37 timer pr. uge.
b: 14.750 kr. pr. måned

- ⦿ **63:** Hvor meget skal man...

a: ...tjene pr. uge for, at det svarer til 15.000 kr. pr. måned?
b: ...tjene pr. time for at det svarer til 18.000 kr. pr. måned?

- ⦿ **64:** Timer og minutter eller timer som decimaltal - hvad passer sammen?

a: 1 time og 30 min.	f: 6 min.	A: 0,83 time	F: 2,67 time
b: 2 timer og 40 min	g: 2 timer og 20 min	B: 3,30 time	G: 0,42 time
c: 3 timer og 45 min.	h: 2 timer og 15 min.	C: 2,25 time	H: 3,40 time
d: 50 min.	i: 3 timer og 18 min.	D: 1,50 time	I: 0,10 time
e: 3 timer og 24 min.	j: 25 min.	E: 2,33 time	J: 3,75 time

- ⦿ **65:** Omregn til timer som decimaltal (maks. 2 decimaler)

a: 2 time og 30 min. **c:** 1 time og 15 min. **e:** 5 min
b: 1 timer og 40 min **d:** 3 timer og 20 min **f:** 48 min.

- ⦿ **66:** Omregn til timer og minutter (helt antal min.)

a: 3,5 time **c:** 1,75 time **e:** 0,3 time
b: 1,2 time **d:** 2,15 time **f:** 0,27 time

- ⦿ **67:** Anja gør rent på en skole.

Hun når 11 klasselokaler på 3 timer.
 Hvor mange minutter (helt tal) bruger hun pr. lokale?

- ⦿ **68:** Bjarne pudser ruder.

Han når 34 ruder på 4 timer.
 Hvor mange minutter (helt tal) bruger han pr. rude?

Hastighed

69: Hvor lang tid tager det at...

- a: ...køre 240 km, når man kører 80 km/t?
- b: ...køre 120 km, når man kører 80 km/t?
- c: ...køre 75 km, når man kører 60 km/t?
- d: ...køre 20 km, når man kører 50 km/t?

Hastighedsgrænser ved bilkørsel	
I byer:	50 km/t
Landevej:	80 km/t
Motorvej	110 km/t

70: Hvor langt kan man nå (du holder hastighedsgrænsen)...

- a: ...på 2 timer på motorvej?
- c: ...på 15 min. på landevej?
- b: ...på 1 time og 30 min. på landevej?
- d: ...på 3 min. i en by?

71: Find hastighederne - og sammenlign med hastighedsgrænserne - når...

- a: ...man kører 230 km på 2 timer (på motorvej).
- b: ...man kører 117 km på 1 time og 30 min. (på landevej).
- c: ...man kører 4 km på 5 min. (i en by).

72: Løbekonkurrence

- a: Find hastigheden (m pr. sek.) for vinderen af 60 m
- b: Find også hastighederne (stadig i m pr. sek.) for vinderne af 400 m og 1500 m.

Forestil dig, at vinderen af 60 m kunne holde sin hastighed over en lang strækning.

- c: Hvor mange m kunne hun løbe på 1 min.?
- d: Hvor mange m kunne hun løbe på 1 time?
- e: Find hendes hastighed i km pr. time.
- f: Find også de andre vinders hastigheder i km pr. time.

Der blev opnået flotte resultater ved årets skolemesterskaber. Her er nogle af vindertiderne fra løbekonkurrencerne.	
60 m:	7,5 sek.
400 m:	57,1 sek.
1500 m:	4 min. 23 sek.

73: Der blev også løbet 200 m og 3000 m.

- a: Vinderen af 200 m løb med en gennemsnitshastighed på 7,7 m pr. sek.
Hvad var vindertiden?
- b: Vinderen af 3000 m løb med en gennemsnitshastighed på 17,1 km pr. time.
Hvad var vindertiden?

Valuta

Tabellen til højre skal bruges i flere af de efterfølgende opgaver.

Udby og omegns Bank	
Valutakurser	
US dollar	856,91
Engelske pund	1229,65
Tyske D-mark	381,44
Svenske kr.	83,91
Norske kr.	94,11
Franske franc	113,73
Italienske lire	0,3853
Spanske pesetas	4,484
Euro	746,03
Kursen angiver prisen i danske kroner for 100 stk. af den fremmede valuta.	

○ **74:** Hvor meget kroner koster...

a: ...en US dollar?

b: ...et engelsk pund?

c: ...en fransk franc?

Og hvor mange ører koster...

d: ...en svensk krone?

e: ...en spansk pesetas?

f: ...en italiensk lire?

○ **75:** Find kursene på (du kan ikke bruge tabellen)...

a: ...hollandske gylden, når en gylden koster 3,3853 kr.

b: ...finske mark, når en mark koster 1,2547 kr.

c: ...japanske yen, når en yen koster 6,9547 øre.

○ **76:** Hvad koster...

a: ...200 US dollars?

b: ...50 engelske pund?

c: ...225 tyske D-mark?

○ **77:** Hvad koster...

a: ...1.200 svenske kr.?

b: ...50.000 spanske pesetas?

c: ...2 mio. italienske lire?

○ **78:** Kurt skal på ferie, så han køber:

500 tyske D-mark og

4.000 franske franc

Hvad skal han i alt betale, når banken tager et vekselgebyr på 25 kr.?

○ **79:** Olga skal på ferie, så hun køber:

600 franske franc, 80.000 spanske pesetas

1,2 mio. italienske lire og 80 tyske D-mark

Hvad skal hun i alt betale, når banken tager et vekselgebyr på 25 kr.?

○ **80:** Sammenlign priserne på det TV, som er omtalt til højre.

Udby Avis har undersøgt, hvad et TV, der i Danmark koster 2.999 kr, koster i en række andre lande.		
Sverige:	3.195 kroner	Spanien: 59.990 pesetas
Tyskland:	599 D-mark	England: 289 pund

81: Hvad mange...

- a: ...Euro kan man få for 1.000 kr.
 b: ...D-mark kan man få for 35.000 kr.
 c: ...franske franc kan man få for 250 kr.?

82: Hvad mange...

- a: ...svenske kr. kan man få for 3.000 kr.
 b: ...pesetas kan man få for 5.500 kr.
 c: ...lire kan man få for 2.250 kr.?

83: Sørensens Stormagasin - prissammenligning

Kurt vil købe en Polar Sovepose og et par Benzin Jeans. Han skal snart til Tyskland.

- a: Hvor mange D-mark må varerne koste, hvis det skal være en fordel at købe dem i Tyskland.

Olga vil købe et JV Videokamera og et par Ray Bay Solbriller. Hun skal på ferie i Spanien.

- b: Hvor mange pesetas må varerne koste, hvis det skal være en fordel at købe dem i Spanien.

Sørensens Stormagasin	
Mærkevarer til mærkbart lavere priser	
Polar Sovepose 498 kr.	JV Videokamera 3.995 kr.
Benzin Jeans 348 kr.	Ray Bay Solbriller 299 kr.

84: Find kursen på...

- a: ...canadiske dollars, når 400 canadiske dollars koster 2.250 kr.
 b: ...irske pund, når man kan få 845 irske pund for 8.000 kr.
 c: ...græske drakmer, når 200.000 drakmer koster 4.378 kr.
 d: ...belgiske franc, når man kan få 10.800 belgiske franc for 2.000 kr.

85: Gerhardts Grænse-kiosk

- a: Hvilken kurs på D-mark bruger Grænse-kiosken?
 (undersøg om der er brugt samme kurs ved øl og vin)

Du vil købe 120 øl og 30 flasker vin.

- b: Vurder om det kan betale sig at veksle i banken, når de tager et vekselgebyr på 25 kr.

Gerhardts Grænse-kiosk
Du bestemmer selv, om du vil betale i kr. eller D-mark.
30 øl 12,95 D-mark / 49,95 kr.
6 flasker vin 19,95 D-mark / 76,95 kr.

86: Sveriges-skibene

- a: Hvilken kurs på svenske kroner bruges på skibene?
 Skibene sælger 20 cigaretter for 19,95 d. kr.
 b: Find en passende pris i sv. kr.
 Skibene sælger en flaske snaps for 114,95 sv. kr.
 c: Find en passende pris i d. kr.

Sveriges-skibene
Lave priser - og du kan både betale i danske og svenske kr.
500 g chokolade 34,95 sv. kr. / 29,95 d. kr.
1 liter økonomi-vodka 104,95 sv. kr. / 89,95 d. kr.

Rente og værdipapirer

- 87: Hvor meget får man i rente på et år, når...
- a: ...man har 15.000 kr. stående på en aktionærkonto?
- b: ...man har 12.247 kr. stående på en opsparingskonto.

Udby og omegns Bank

Rentesatser på indlån	
Aktionærkonto	6,0% p.a.
Opsparingskonto ...	3,5% p.a.
Lønkonto	0,8% p.a.

- 88: Kurt har 1.747 kr. stående på sin lønkonto i hele juni.
Beregn renten for denne periode

Rentesatser på udlån	
Kassekredit	10,5% p.a.
Billån	8,8% p.a.

- 89: Olga har en kassekredit.
Der er et træk på 4.512 kr. i hele juli, august og september. Find renten for denne periode.

I opgaverne med aktier og obligationer skal du **ikke** tænke handelsomkostninger (kurtage m.v.)

- 90: Aktier.
- Kurt har aktier i Udby Margarinefabrik med en pålydende værdi på 5.000 kr. og aktier i Udby Marmeladefabrik med en pålydende værdi på 15.000 kr.
- a: Hvor meget fik han i udbytte sidste år?
Kurt sælge alle sine aktier til Olga.
- b: Hvor meget skal Olga betale, når aktierne handles til den aktuelle kurs.

Forskellige aktiekurser i Udby

Aktierne fra Udby Margarinefabrik handles for tiden til kurs 237, mens aktierne fra Udby Marmeladefabrik handles til kurs 79.

Forskellen skyldes, at margarinefabrikken sidste år udbetalte et udbytte på 12%, mens marmeladefabrikken kun kunne udbetale sine aktionærer et udbytte på 2% af aktiernes pålydende værdi.

- 91: Køb af obligationer.
- Kurt køber disse obligationer fra Kreditkassen:
- 30 år, 8%-obligationer med en pålydende værdi på 14.000 kr.
 - 30 år, 7%-obligationer med en pålydende værdi på 16.000 kr.
- a: Hvor meget skal han betale for obligationerne?
- b: Hvor meget får han i rente på et år.

Obligationskurser

Kreditkassen	
30 år, 8%	105
Kreditkassen	
30 år, 7%	92
Kreditkassen	
20 år, 6%	97

- 92: Obligationslån.
- Olga køber lejlighed og optager et lån i 20 år, 6%-obligationer. Lånet lyder på 400.000 kr.
Hvor mange penge får hun udbetalt til at købe lejlighed for?

Sammensætning af regnearterne

Indholdsfortegnelse

Indholdsfortegnelse	34
Plus og minus	35
Gange og division	36
Plus, minus, gange og division.....	37
Negative tal	38
Parenteser	40
Brøkstreger	42
Tekst og regnestykker - hvad passer sammen?	44
Potenser	45
Rødder	47
Opsamlingsopgaver	48

Hvis du selv vurderer, at du har godt styr på sammensætning af regnearterne, så kan du starte med, at kikke på opsamlingsopgaverne. Kan du regne dem helt uden problemer, så kan du overveje, at springe videre til næste modul i opgavesamlingen.

Disse opgaver er lavet af Niels Jørgen Andreassen, VUC Århus.

Arbejdet med opgaverne er afsluttet i sommeren 2001.

Jeg vil meget gerne høre fra dig, hvis du opdager fejl i opgaverne eller på anden måde har kommentarer hertil.

Med venlig hilsen

Niels Jørgen Andreassen

niels.joergen.andreassen@vucaarhus.dk

Plus og minus

○ 1: Er nogle af regnestykkerne ens?

a: $1 + 2 + 3 + 4$

b: $12 + 18$

c: $4 + 3 + 2 + 1$

d: $18 + 12$

e: $3 + 2 + 4 + 1$

Regn også regnestykkerne!

○ 2: Er nogle af regnestykkerne ens?

a: $20 + 30 + 50$

b: $250 + 450$

c: $30 + 20 + 50$

d: $50 + 30 + 20$

e: $450 + 250$

Regn også regnestykkerne!

○ 3: Er nogle af regnestykkerne ens?

a: $5 + 6 + 7$

b: $8 + 9 + 10$

c: $8 + 10 + 9$

d: $7 + 6 + 5$

e: $10 + 9 + 8$

Regn også regnestykkerne!

○ 4: Er nogle af regnestykkerne ens?

a: $15 + 25 + 60$

b: $200 + 700 + 100$

c: $700 + 100 + 200$

d: $60 + 25 + 15$

e: $200 + 100 + 700$

Regn også regnestykkerne!

○ 5: Er nogle af regnestykkerne ens?

a: $4 - 3 + 2 - 1$

b: $7 - 6 + 5$

c: $4 + 2 - 3 - 1$

d: $7 + 5 - 6$

e: $4 - 1 - 3 + 2$

Regn også regnestykkerne!

○ 6: Er nogle af regnestykkerne ens?

a: $50 - 20 - 30$

b: $40 - 20 + 70 - 50 - 10$

c: $50 - 30 - 20$

d: $70 - 10 - 20 + 40 - 50$

e: $40 + 70 - 10 - 50 - 20$

Regn også regnestykkerne!

○ 7: Er nogle af regnestykkerne ens?

a: $20 - 9 - 8$

b: $12 + 8 - 5 - 7$

c: $20 - 8 - 9$

d: $12 - 7 - 5 + 8$

e: $8 - 7 + 12 - 5$

Regn også regnestykkerne!

○ 8: Er nogle af regnestykkerne ens?

a: $400 - 200 - 100 + 900$

b: $750 - 600 + 250 - 300$

c: $900 - 200 + 400 - 100$

d: $900 + 400 - 100 - 200$

e: $250 + 750 - 300 - 600$

Regn også regnestykkerne!

Gange og division

○ **9:** Er nogle af regnestykkerne ens?

a: $2 \cdot 3 \cdot 4$

b: $5 \cdot 6 \cdot 10$

c: $6 \cdot 10 \cdot 5$

d: $4 \cdot 3 \cdot 2$

e: $10 \cdot 5 \cdot 6$

f: $2 \cdot 4 \cdot 3$

Regn også regnestykkerne!

○ **10:** Er nogle af regnestykkerne ens?

a: $24 : 3 : 2$

b: $100 : 10 : 5$

c: $24 : 2 : 3$

d: $100 : 5 : 10$

Regn også regnestykkerne!

○ **11:** Er nogle af regnestykkerne ens?

a: $12 : 4 \cdot 2$

b: $8 \cdot 3 \cdot 2 : 6$

c: $2 \cdot 10 : 5$

d: $12 \cdot 2 : 4$

e: $10 : 5 \cdot 2$

f: $2 \cdot 3 : 6 \cdot 8$

Regn også regnestykkerne!

○ **12:** Er nogle af regnestykkerne ens?

a: $20 : 5 \cdot 3 : 2$

b: $6 \cdot 5 \cdot 2 : 10 : 3$

c: $20 : 2 : 5 \cdot 3$

d: $5 \cdot 6 : 10 : 3 \cdot 2$

e: $3 \cdot 20 : 2 : 5$

f: $2 \cdot 6 : 3 \cdot 5 : 10$

Regn også regnestykkerne!

○ **13:** Regn:

a: $12 : 4 \cdot 5 \cdot 2 : 6 \cdot 10 \cdot 8 : 100$

b: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 : 10$

Plus, minus, gange og division

○ **14:** Regn - helst uden regnemaskine - men med mellem-regninger:

a: $2 \cdot 3 + 4$

e: $6 \cdot 3 - 4$

b: $6 + 3 \cdot 5$

f: $22 - 6 \cdot 2$

c: $8 + 5 \cdot 4$

g: $8 - 3 \cdot 2$

d: $2 \cdot 8 + 4$

h: $12 - 3 \cdot 4$

○ **15:** Regn - helst uden regnemaskine - men med mellem-regninger:

a: $15 - 12 : 4$

e: $4 \cdot 3 + 5$

b: $24 : 3 - 5$

f: $7 - 15 : 5$

c: $8 + 10 : 2$

g: $6 + 20 : 5$

d: $6 - 15 : 3$

h: $10 - 21 : 3$

○ **16:** Regn - helst uden regnemaskine - men med mellem-regninger:

a: $5 \cdot 3 + 4 \cdot 2$

e: $4 \cdot 3 + 5 \cdot 2$

b: $5 \cdot 2 - 24 : 3$

f: $15 : 3 + 2 \cdot 7$

c: $8 : 2 + 5 \cdot 4$

g: $8 \cdot 4 - 20 : 5$

d: $6 \cdot 4 + 12 : 3$

h: $7 \cdot 6 + 12 : 3$

○ **17:** Regn - helst uden regnemaskine - men med mellem-regninger:

a: $12 + 10 \cdot 2 + 8$

e: $5 + 2 \cdot 8 - 6 + 25 : 5$

b: $10 - 18 : 3 + 1$

f: $7 \cdot 5 + 15 - 4 \cdot 10 - 16 : 2 + 3$

c: $300 - 10 \cdot 10 - 50$

g: $24 : 6 - 15 : 5 + 18 : 3 + 9 \cdot 10$

d: $30 : 6 - 15 + 10$

h: $10 \cdot 7 - 50 + 30 + 2 \cdot 15 + 15 + 50 : 5$

○ **18:** Regn nogle af regnestykkerne fra opgaverne **14** til **17** på regnemaskine.

Kan du få det rigtige facit, når du indtaster hele regnestykket ud i en køre?

○ **19:** Regn - og du må meget gerne bruge regnemaskine:

a: $2.417 - 153.140 : 65$

b: $32,25 - 9,7 \cdot 2,8 + 17,36$

Negative tal

○ **20:** Regn uden regnemaskine:

- a:** $2 - 7$
- b:** $5 - 9$
- c:** $12 - 18$
- d:** $20 - 50$
- e:** $6 - 12$
- f:** $15 - 25$

○ **21:** Regn uden regnemaskine:

- a:** $-5 - 3$
- b:** $-12 + 15$
- c:** $-25 + 30$
- d:** $-4 - 8$
- e:** $-11 + 17$
- f:** $-7 - 5$

○ **22:** Regn uden regnemaskine:

- a:** $50 - 90$
- b:** $20 - 70$
- c:** $-800 - 700$
- d:** $1.000 - 1.600$
- e:** $4.000 - 9.000$
- f:** $-1.800 - 300$

○ **23:** Regn uden regnemaskine:

- a:** $4 - 9 - 10$
- b:** $3 - 4 - 5 + 8$
- c:** $2 - 7 - 15 + 10 - 1$
- d:** $-8 - 7 - 5 + 10 + 20$
- e:** $100 - 300 + 400$
- f:** $200 - 800 + 1.000 - 700$

⊕ **24:** Regn uden regnemaskine:

- a:** $7 + (-12)$
- b:** $(-20) + 35$
- c:** $5 + (-30)$
- d:** $(-15) + 19 - 10$
- e:** $6 + (-15) - 2$
- f:** $(-12) + 7 + (-5)$

○ **25:** Regn uden regnemaskine:

- a:** $8 - (-12)$
- b:** $30 - (-20)$
- c:** $-5 - (-25)$
- d:** $-12 - (-40)$
- e:** $14 - (-15) + 4$
- f:** $10 - (-20) + 40$

Ⓐ 26: Regn uden regnemaskine:

a: $2 \cdot (-3)$

b: $(-4) \cdot 2$

c: $(-5) \cdot (-3)$

d: $4 \cdot (-7)$

e: $(-6) \cdot (-3)$

f: $(-12) \cdot (-2)$

Ⓐ 27: Regn uden regnemaskine:

a: $(-12) : 4$

b: $18 : (-6)$

c: $(-27) : (-9)$

d: $45 : (-5)$

e: $(-20) : (-10)$

f: $(-24) : (-6)$

Ⓐ 28: Regn uden regnemaskine:

a: $(-8) \cdot (-4)$

b: $(-18) : (-9)$

c: $4 \cdot (-5)$

d: $(-6) \cdot 8$

e: $35 : (-5)$

f: $(-28) : 4$

Ⓐ 29: Regn - brug evt. regnemaskine:

a: $(-50) \cdot (-3)$

b: $(-500) : (-250)$

c: $30 \cdot (-50)$

d: $(-1.000) \cdot 8$

e: $5.000 : (-10)$

f: $(-800) : 4$

Ⓐ 30: Regn - helst uden regnemaskine men med mellemregninger:

a: $9 + 3 \cdot (-2)$

b: $20 + 12 : (-4)$

c: $35 : (-7) - 10$

d: $25 + (-15) : 3$

e: $27 : 3 - (-2)$

f: $12 + (-4) \cdot (-2)$

Ⓐ 31: Regn - helst uden regnemaskine men med mellemregninger:

a: $(-18) : 3 + 2 \cdot 4$

b: $(-4) \cdot (-5) + 3 \cdot (-6)$

c: $28 : (-7) + 5 \cdot 2$

d: $(-4) \cdot 2 \cdot (-3)$

e: $4 \cdot (-2) \cdot 3 - 10$

f: $5 \cdot (-2) \cdot 3 \cdot (-4)$

Parenteser

- **32:** Regn - helst uden regnemaskine men med mellemregninger:

a: $(3 + 4) \cdot 6$

b: $(5 - 2) \cdot 7$

c: $2 \cdot (14 - 6)$

d: $(25 - 15) \cdot 4$

e: $4 \cdot (7 - 3)$

f: $(17 + 3) \cdot 2$

- **33:** Regn - helst uden regnemaskine men med mellemregninger:

a: $(5 + 4) : 3$

b: $(19 - 4) : 5$

c: $8 : (5 - 3)$

d: $(25 - 5) : 4$

e: $12 : (7 - 3)$

f: $(22 + 3) : 5$

- ⌚ **34:** Regn - helst uden regnemaskine men med mellemregninger:

a: $10 + 5 \cdot (7 - 4)$

b: $(25 - 15 + 2) : 3$

c: $10 - 2 \cdot (7 - 3)$

d: $(19 + 6) \cdot 2 - 30$

e: $6 + 4 \cdot (1 + 5)$

f: $7 + 10 : (6 - 1)$

- ⌚ **35:** Regn - helst uden regnemaskine men med mellemregninger:

a: $8 + (2 + 5) \cdot 3 - 4$

b: $(10 + 5 + 3) : 6 + 12$

c: $8 + (19 + 5) : 4 + 2$

d: $7 \cdot (14 - 6) - 5$

e: $(16 - 5 + 9 + 8) : 4$

f: $16 - 3 \cdot (8 - 5)$

- ⌚ **36:** Regn - helst uden regnemaskine men med mellemregninger:

a: $5 \cdot (3 - 7)$

b: $(8 - 13) \cdot 4$

c: $12 : (5 - 7)$

d: $3 \cdot (4 - 8)$

e: $9 + 5 \cdot (2 - 6)$

f: $7 \cdot (6 - 11) + 45$

g: $(40 - 50) : 2 + 15$

- **37:** Regn - helst uden regnemaskine men med mellemregninger:

a: $5 \cdot (9 - 5 + 2) - 3 \cdot (6 + 2)$

b: $(8 - 3) \cdot 4 + (16 - 4) : 2$

c: $12 : (7 - 3) + (29 - 20 + 6) : 3$

d: $(5 + 9) : 2 + 3 \cdot (8 - 4)$

e: $(6 + 3) \cdot (9 - 5)$

f: $7 \cdot (11 - 6) - (4 + 6) : (5 - 3)$

g: $(100 - 30 - 50) : 10 + 28 : (16 - 9) - 8$

- **38:** Regn nogle af regnestykkerne fra opgaverne **32** til **37** på regnemaskine.
Kan du få det rigtige facit, når du indtaster hele regnestykket ud i en køre?

☐ 39: Regn med regnemaskine

a: $(358 + 72) \cdot 19 - 945 : (50 - 23) - 987$

b: $3,6 : (1,1 - 0,3) + 5,8 \cdot (10,4 - 6,9)$

I nogle af de efterfølgende opgaver er der udeladt et eller flere gangetegn.

☐ 40: Regn - helst uden regnemaskine
men med mellemregninger:

a: $4(7 + 2)$

b: $9(6 - 2)$

c: $2(13 - 8) + 9$

d: $10 + (11 - 8)5$

e: $40 - 4(12 - 3)$

f: $3(7 + 3) - 22$

☐ 41: Regn - helst uden regnemaskine
men med mellemregninger:

a: $4(9 - 3) - 2(3 + 2)$

b: $7(6 - 3) + (12 - 4) : 2$

c: $(7 - 3)(9 - 4)$

d: $(5 + 7) : 2 + 3(6 - 4)$

e: $(5 + 3)(9 - 7) - 5$

f: $(11 - 6)(7 - 3) : (9 - 7)$

☐ 42: Hvilke af regnestykkerne ligner hinanden?

a: $5 \cdot (7 - 4)$

g: $4 \cdot 2 + 4 \cdot 3$

b: $(25 - 15) : 5$

h: $6 \cdot 2 + 6 \cdot 5$

c: $4(2 + 3)$

i: $25 : 5 - 15 : 5$

d: $(9 + 6 - 4) \cdot 2$

j: $5 \cdot 7 - 5 \cdot 4$

e: $6(2 + 5)$

k: $6 : 2 + 10 : 2 + 8 : 2$

f: $(6 + 10 + 8) : 2$

l: $9 \cdot 2 + 6 \cdot 2 - 4 \cdot 2$

Regn også regnestykkerne.

☐ 43: Hvilke af regnestykkerne ligner hinanden?

a: $8 - (2 + 3)$

e: $9 - 7 + 3$

b: $7 + 9 - (4 + 1 + 6)$

f: $8 - 2 - 3$

c: $9 - (7 - 3)$

g: $15 - 8 + 2 + 4$

d: $15 - (8 - 2 - 4)$

h: $7 + 9 - 4 - 1 - 6$

Regn også regnestykkerne.

Brøkstreger

① **44:** Regn - helst uden regnemaskine - men med mellemregninger:

a: $\frac{5+13}{6}$

d: $\frac{9+4+7}{8-3}$

g: $\frac{2+4 \cdot 3}{10-3}$

b: $\frac{24}{7-3}$

e: $\frac{18}{7-3+6-8}$

h: $\frac{6 \cdot (8-3)}{14-4}$

c: $\frac{15+6}{11-4}$

f: $\frac{15+7+6}{11-4-3}$

i: $\frac{8+5 \cdot 2}{(6-4) \cdot 3}$

① **45:** Forkort mest muligt inden du regner

a: $\frac{4 \cdot 12}{3}$

c: $\frac{3 \cdot 8 \cdot 8}{4 \cdot 4}$

e: $\frac{18 \cdot 8 \cdot 15}{3 \cdot 4 \cdot 6}$

b: $\frac{3 \cdot 20}{5}$

d: $\frac{100 \cdot 30}{20 \cdot 6}$

f: $\frac{400 \cdot 50 \cdot 60 \cdot 4}{30 \cdot 20 \cdot 40 \cdot 100}$

① **46:** Skriv regnestykkerne uden brøkstreg:

a: $\frac{5 \cdot 10}{2}$

c: $\frac{8 \cdot 10}{5 \cdot 4}$

e: $\frac{2 \cdot 6 \cdot 6}{3 \cdot 3}$

b: $\frac{3 \cdot 8}{12}$

d: $\frac{6 \cdot 10}{5 \cdot 3 \cdot 2}$

f: $\frac{15 \cdot 20}{5 \cdot 4 \cdot 2}$

Regn også regnestykkerne

① **47:** Skriv regnestykkerne med brøkstreg:

a: $3 \cdot 8 : 6$

d: $8 \cdot 6 : 2 : 4 : 3$

b: $100 : 4 : 5$

e: $6 \cdot 6 : 4 : 3$

c: $9 : 6 \cdot 4 : 3 \cdot 8 : 2$

f: $20 \cdot 50 : 25 \cdot 5 : 100 \cdot 3$

Regn også regnestykkerne

○ 48: Hvilke regnestykker ligner hinanden?

a: $\frac{12+13}{9-4}$

b: $10 \cdot 30 : 5 : 6 : 2$

c: $(12+13) : (9-4)$

d: $18 : (8-2)$

e: $\frac{18}{8-2}$

f: $\frac{10 \cdot 30}{5 \cdot 6 \cdot 2}$

Regn også regnestykkerne

○ 49: Hvilke regnestykker ligner hinanden?

a: $\frac{15}{5} \cdot 2$

b: $\frac{9-3}{2} \cdot 5$

c: $\frac{6 \cdot 4}{8}$

d: $6 \cdot \frac{4}{8}$

e: $\frac{15 \cdot 2}{5}$

f: $\frac{(9-3) \cdot 5}{2}$

Regn også regnestykkerne

○ 50: Regn - helst uden regnemaskine - men med mellemregninger:

a: $8 + \frac{15}{7-2}$

e: $10 + 3 \cdot \frac{9+7}{8}$

b: $12 - \frac{6+8+10}{9-3}$

f: $\frac{12+9}{7} \cdot 6 - 8$

c: $4 + \frac{18}{8-2} + 2$

g: $5 + \frac{16}{10-6} - 8 + \frac{15}{7-2}$

d: $\frac{5 \cdot (7-3)}{12-2} + 8$

h: $\frac{2+4+8}{7} + \frac{9 \cdot (5-3)}{2+4}$

Tekst og regnestykker - hvad passer sammen?

- 51: Find de spørgsmål og de regnestykker som passer sammen?

Vær opmærksom på at: - alle spørgsmål passer til flere regnestykker.

- ikke alle regnestykker kan bruges.

a: Hvor mange gram chokolade-kiks er der i 3 pakker?

b: Bo og Ib deler en pakke flødeboller og en pakke chokoladekiks. Hvor meget skal de betale hver?

c: Hvad koster 2 kager og 3 pakker chokolade-kiks?

d: Hans køber 3 pakker flødeboller og betaler med 50 kr. Hvor mange penge får han tilbage?

e: Ida, Oda og Yrsa deler 2 poser chips og en flaske vin. Hvor meget skal de betale hver?

f: Petra køber en halv wienerstang og betaler med 50 kr. Hvor meget får hun tilbage?

g: Anton, Carlo og Olfert deler 4 poser slik. Hvor meget skal de betale hver?

h: Kurt køber 2 poser slik og 3 kager og betaler med 40 kr. Hvor meget får han tilbage?

KRONE-KIOSKEN

Kager.....6 kr.

Wienerstænger.24 kr.

Chokolade-kiks

- pakke m. 200 gram.....10 kr.

Flødeboller

- pakke med 6 stk.....12 kr.

Slik, mange slags

- pose med 100 gram9 kr.

Chips

- pose med 200 gram....15 kr.

Vin, pr. flaske45 kr.

A: $50 - 12 - 12 - 12$

J: $50 - (12 + 12 + 12)$

S: $50 - 24 : 2$

B: $40 - 2 \cdot 9 - 3 \cdot 6$

K: $12 : 2 + 10 : 2$

T: $50 - 3 \cdot 12$

C: $\frac{2 \cdot 15}{3} + \frac{45}{3}$

L: $50 - \frac{24}{2}$

U: $\frac{2 \cdot 15 + 45}{3}$

D: $(50 - 24) : 2$

M: $(12 + 10) : 2$

V: $40 - (9 + 9) - (6 + 6 + 6)$

E: $200 + 200 + 200$

N: $40 - 9 - 9 - 6 - 6 - 6$

W: $6 + 6 + 10 + 10 + 10$

F: $2 \cdot 6 + 3 \cdot 10$

O: $2 \cdot 15 + 45 : 3$

X: $(2 \cdot 15 + 45) : 3$

G: $12 + 10 : 2$

P: $4 \cdot 9 : 3$

Y: $\frac{12}{2} + \frac{10}{2}$

H: $2 \cdot 15 : 3 + 45 : 3$

Q: $3 \cdot 200$

I: $\frac{4 \cdot 9}{3}$

R: $\frac{12 + 10}{2}$

Potenser

① **52:** Hvilke regnestykker er ens?

a: $6 \cdot 9$

b: 9^6

c: 4^2

d: $3 + 3 + 3 + 3 + 3$

e: $4 + 4$

f: $5 \cdot 3$

g: $2 \cdot 4$

h: $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$

i: 3^5

j: $4 \cdot 4$

k: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

l: $9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9$

Regn også regnestykkerne - du må gerne bruge regnemaskine!

① **53:** Skriv som en potens:

a: $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

d: $12 \cdot 12 \cdot 12$

g: $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

b: $0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9$

e: $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$

h: $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$

c: $122 \cdot 122$

f: $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$

i: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

① **54:** Skriv som almindeligt gangestykke:

a: 6^7

c: 15^3

e: 2^6

g: 21^5

b: 10^9

d: 50^2

f: $0,2^3$

h: 1.000^3

① **55:** Regn også regnestykkerne fra opgave **53** og **54** - du må gerne bruge regnemaskine!

① **56:** Regn uden regnemaskine:

a: 3^2

e: 9^2

i: 10^3

m: 5^2

b: 7^2

f: 10^2

j: 4^2

n: 0^6

c: 2^3

g: 100^2

k: 1^8

o: 8^2

d: 6^2

h: 1.000^2

l: 5^3

p: 2^5

○ **57:** Regn uden regnemaskine:

a: $(-5)^2$

d: $(-5)^3$

g: $(-10)^5$

i: -7^2

b: $(-7)^2$

e: $(-1)^7$

h: -5^2

j: -1^2

c: $(-2)^3$

f: $(-2)^4$

○ **58:** Regn med regnemaskine:

a: 6^5

c: 25^4

e: $0,5^2$

g: $2,9^2$

b: 9^3

d: $0,1^2$

f: 2^{22}

h: $0,1^3$

○ **59:** Regn - helst uden regnemaskine - men med mellemregninger:

a: $7 + 4^2 - 13$

d: $(-2)^3 + 3^2$

g: $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 - 5^2$

b: $6 \cdot 5 - 3^2$

e: $9^2 - 8^2 - (9 - 8)^2$

h: $2^3 + 7^2 - 3^3$

c: $50 - 7^2 + 19$

f: $100^3 + 1.000^2$

i: $6^2 - 4^2 + (7 - 9)^2$

○ **60:** Regn nogle af regnestykkerne fra opgave **59** på regnemaskine.

Kan du få det rigtige facit, når du indtaster hele regnestykket ud i en køre?

Rødder

Ⓐ 61: Regn uden regnemaskine:

a: $\sqrt{9}$

d: $\sqrt{81}$

g: $\sqrt{100}$

j: $\sqrt[3]{27}$

b: $\sqrt{25}$

e: $\sqrt{4}$

h: $\sqrt[3]{8}$

k: $\sqrt{49}$

c: $\sqrt{36}$

f: $\sqrt{64}$

i: $\sqrt[3]{1.000}$

Ⓑ 62: Regn med regnemaskine:

a: $\sqrt{300.304}$

c: $\sqrt{0,25}$

e: $\sqrt{1.000}$

g: $\sqrt{2}$

b: $\sqrt[3]{4.913}$

d: $\sqrt{0,01}$

f: $\sqrt[3]{100}$

h: $\sqrt{20}$

Ⓒ 63: Regn - helst uden regnemaskine - men med mellemregninger:

a: $\sqrt{20+16}$

c: $\sqrt{\frac{23-5}{2}}$

d: $\sqrt{10 \cdot 7 - 12 : 2}$

b: $\sqrt{13+3 \cdot 4}$

e: $\sqrt{5 \cdot 4 + 7 \cdot 3 + 2^3}$

Ⓓ 64: Regn uden regnemaskine:

a: $\sqrt[3]{-8}$

b: $\sqrt[3]{-1}$

c: $\sqrt[3]{-27}$

Ⓔ 65: Regn - helst uden regnemaskine - men med mellemregninger:

a: $7 + \sqrt{9}$

e: $12 + \sqrt{100} - \sqrt{4}$

i: $\sqrt{\frac{25+7}{2}} + 9$

b: $3 + \sqrt{49} + 4$

f: $16 + \sqrt{16} + 20$

c: $11 + \sqrt{36} - 4$

g: $2 \cdot \sqrt{25} + \sqrt{100}$

j: $\frac{\sqrt{81}}{1 + \sqrt{4}}$

d: $\sqrt{25} + \sqrt{16}$

h: $\sqrt[3]{400+600}$

Ⓕ 66: Regn nogle af regnestykkerne fra opgave 65 på regnemaskine.

Kan du få det rigtige facit, når du indtaster hele regnestykket ud i en køre?

Ⓖ 67: Regn med regnemaskine - du må gerne lave mellemregninger:

a: $\sqrt{216+145}$

b: $\sqrt{2.066+4.049}$

c: $\sqrt[3]{27 \cdot 12 + 47 \cdot 4}$

Opsamlingsopgaver

1: Regn:

a: $9 \cdot 6 + 12 \cdot 3$

b: $7 + 12 : 3 - 5$

c: $7 + 9 \cdot 6 - 7 \cdot 3$

d: $5 \cdot 3 \cdot 2 + 4 \cdot 6 : 8$

e: $(2 + 9) \cdot 3 - 8$

f: $(13 + 5) : 9 + 8$

g: $(45 - 25) : 10 + 8 + 2 \cdot 7$

2: Regn:

a: $15 - 19$

b: $7 \cdot 2 - 6 \cdot 3$

c: $12 - (-4)$

d: $(-6) \cdot (-8)$

e: $7 \cdot (-5) + 15$

f: $(-63) : 9$

3: Regn:

a: $\frac{7+9+8}{11-5}$

b: $\frac{5+7}{9-3} - \frac{12+28}{13-5}$

c: $9 \cdot 7 - \frac{10 \cdot 20}{4}$

4: Regn:

a: $5 \cdot 6 + 3^2$

b: $5 \cdot (-9) + (-7)^2$

c: $4 + \sqrt{36}$

d: $\sqrt{16} - \sqrt{9}$

5: Hvilke af disse udsagn er sande?

a: $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$

b: $4^3 = 3 \cdot 4$

c: $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6 \cdot 2} = 5 \cdot 4 \cdot 3 : 6 : 2$

d: $4^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

e: $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6 \cdot 2} = 5 \cdot 4 \cdot 3 : 6 \cdot 2$

f: $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6 \cdot 2} = 5 : 6 \cdot 4 : 2 \cdot 3$

Regn også regnestykkerne - du må gerne bruge regnemaskine!

6: Regn - helst uden regnemaskine:

a: $7 \cdot 2 + 6^2 - \sqrt{64} - 12$

b: $\sqrt{100} - \sqrt{81} + \sqrt{64}$

c: $\frac{3^2 + 4^2}{5^2}$

d: $\frac{6^2 - \sqrt{25} - \sqrt{1}}{4^2 - 3^2 - \sqrt{4}}$

e: $\sqrt{\frac{4 \cdot 3 + 7^2 - 2^4}{3^3 - 2^3 - 2 \cdot 7}}$

7: Regn med regnemaskine:

a: $0,5 \cdot 2,7 + 1,9 \cdot 3,4$

b: $5,2 \cdot 9,5 - 15,6 : 2,4$

c: $16,87 : 0,7 + 102,9 - 2,1 \cdot 5,8$

d: $9 \cdot 999,25 + \frac{2 \cdot 678 + 416}{8}$

e: $(712 + 963) \cdot 25 - 43 \cdot 816$

f: $3,2^2 - \sqrt{123,21}$

g: $\sqrt{702} + \frac{17}{6}$

Sammensætning af regnearterne - supplerende opgaver

Indholdsfortegnelse

Indholdsfortegnelse	48 a
Potenser	48 b
Rødder	48 d
10-tals-potenser	48 e
Blandede opgaver	48 g

Potenser

1: Afgør hvilke af udsagnene herunder der er sande?

(du må gerne regne efter på regnemaskinen)

Hvis et udsagn er sandt, skal du fortælle

hvilken af regnereglerne til højre, der passer på udsagnet.

a: $2^3 \cdot 2^5 = 2^8$

k: $4^3 \cdot 5^3 = 20^3$

b: $4^5 + 4^6 = 4^{11}$

l: $4^3 + 5^3 = 9^3$

c: $4^3 \cdot 4^2 = 4^6$

m: $3^5 \cdot 6^5 = 18^5$

d: $6^2 \cdot 6^3 = 6^5$

n: $10^2 \cdot 10^2 = 100^2$

e: $7^4 \cdot 7 = 7^5$

o: $\left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{3^5}{4^5}$

f: $10^4 \cdot 10^2 = 10^6$

g: $\frac{5^7}{5^3} = 5^4$

p: $\frac{3^5}{4^5} = 0,75^5$

h: $\frac{5^8}{5^2} = 5^4$

q: $(4^2)^5 = 4^{10}$

r: $(4^2)^5 = 4^7$

i: $\frac{10^8}{10^5} = 10^3$

s: $(6^3)^3 = 6^9$

j: $6^8 : 6 = 6^7$

t: $(10^3)^2 = 10^6$

Regneregler for potenser

I: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

II: $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

III: $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

IV: $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

V: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

2: Regn (nogle af) disse regnestykker.

I nogle af regnestykkerne kan du med fordel bruge regnereglerne ovenfor.

a: $5^3 \cdot 5^8$

g: $10^3 \cdot 10^6$

m: $\frac{15^4}{3^4}$

b: $(-9)^3 \cdot (-9)^2$

h: $10^2 \cdot 10^4 + 10^3 \cdot 10^2$

c: $12^5 : 4^5$

i: $0,75^3 \cdot 0,75^2$

n: $\frac{9^7}{9^2}$

d: $4^5 \cdot 3^5$

j: $0,5^4 \cdot 0,2^4$

e: $(-2)^3 \cdot 5^3$

k: $(3,5^4)^2$

o: $\frac{5^{12}}{5^8} + 5^3 \cdot 5^2$

f: $13^{12} : 13^5$

l: $(10^2)^3 + (10^2)^2$

p: $2,5^4 + 25^2 - 0,25^3$

3: Regn - og skriv facit som brøk:

a: $\left(\frac{3}{4}\right)^2$

b: $\left(\frac{2}{5}\right)^3$

c: $\left(\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5}\right)^2$

d: $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3$

4: Afgør om disse udsagn er sande:

(du må gerne regne efter på regnemaskinen)

a: $3^{-2} = \frac{1}{3^2}$

e: $4^{-5} = \frac{1}{4^5}$

i: $10^{-3} = \frac{1}{10^3}$

b: $3^{-2} = \frac{1}{3 \cdot 3}$

f: $4^{-5} = \frac{1}{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}$

j: $10^{-3} = \frac{1}{10 \cdot 10 \cdot 10}$

c: $3^{-2} = 1 : 3^2$

g: $4^{-5} = 1 : 4^5$

k: $10^{-3} = 1 : 10^3$

d: $3^{-2} = 1 : 3 : 3$

h: $4^{-5} = 1 : 4 : 4 : 4 : 4 : 4$

l: $10^{-3} = 1 : 10 : 10 : 10$

5: Regn - helst uden regnemaskine:

a: 2^{-1}

c: 10^{-1}

e: 10^{-3}

g: $0,5^{-1}$

b: 4^{-1}

d: 10^{-2}

f: 10^{-6}

h: $0,1^{-1}$

6: Regn:

a: 5^{-3}

c: $2,8^{-5}$

e: $0,9^{-3}$

g: $1,03^{-12}$

b: 24^{-2}

d: $0,25^{-2}$

f: $0,05^{-4}$

h: $1,25^{-8}$

7: Afgør om disse udsagn er sande:

(du må gerne regne efter på regnemaskinen)

a: $5^0 = 1$

d: $6^3 \cdot 6^{-3} = 6^0$

g: $7^6 \cdot 7^{-2} = 7^4$

b: $2,3^0 = 1$

e: $5^2 \cdot 5^4 \cdot 5^3 = 5^9$

h: $3^8 + 3^{-8} = 3^0$

c: $0,01^0 = 1$

f: $4^5 \cdot 4^{-8} = 4^{-3}$

i: $8^3 : 8^{-2} = 8^5$

8: Regn:

a: 5^2

g: 4^0

m: $17^{3,8}$

b: $5^{2,5}$

h: $4^{0,2}$

n: $9,45^{2,43}$

c: 5^3

i: $4^{0,8}$

o: $258^{0,78}$

d: $5^{3,3}$

j: 4^1

p: $0,78^{0,6}$

e: $5^{3,7}$

k: $4^{1,6}$

q: $1,1^{123}$

f: 5^4

l: 4^2

r: $1.247^{1,89}$

Det er svært at forklare betydningen af potenser, hvor eksponenten (det lille tal) ikke er et helt tal. Men opgaverne skal give en fornemmelse af, at den slags godt **kan** beregnes.

Rødder

9: Regn med regnemaskine:

a: $\sqrt[4]{4.096}$

b: $\sqrt[5]{248.832}$

c: $\sqrt[9]{512}$

d: $\sqrt[8]{1.679.616}$

10: Prøv om du kan klare disse opgaver uden regnemaskine:

a: $\sqrt[4]{10.000}$

c: $\sqrt[3]{0,001}$

e: $\sqrt{10.000}$

g: $\sqrt[3]{1.000.000}$

b: $\sqrt[5]{100.000}$

d: $\sqrt[4]{0,0001}$

f: $\sqrt[5]{1}$

h: $\sqrt[3]{1.000.000.000}$

11: Regn med regnemaskine og afrund til et passende antal decimaler:

a: $\sqrt[3]{53}$

c: $\sqrt[5]{1.917}$

e: $\sqrt[8]{257,5}$

g: $\sqrt[27]{79.516.372}$

b: $\sqrt[6]{2}$

d: $\sqrt[7]{1,75}$

f: $\sqrt[19]{2,213}$

h: $\sqrt[4]{1,097}$

12: Undersøg om disse udsagn er sande:

a: $\sqrt{9} \cdot \sqrt{16} = \sqrt{9 \cdot 16}$

e: $\sqrt{25} + \sqrt{100} = \sqrt{25 + 100}$

h: Nævne de regne-regler for rødder, som kan bruges til at undersøge om udsagnene er sande?

b: $\sqrt{36} \cdot \sqrt{100} = \sqrt{36 \cdot 100}$

f: $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}$

c: $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{8 \cdot 125}$

g: $\sqrt[3]{\frac{1.000.000}{1.000}} = \frac{\sqrt[3]{1.000.000}}{\sqrt[3]{1.000}}$

d: $\sqrt{36} - \sqrt{4} = \sqrt{36 - 4}$

13: Regn (prøv uden regnemaskine) - og skriv facit som brøk:

a: $\sqrt{\frac{16}{25}}$

b: $\sqrt{\frac{36}{81}}$

c: $\sqrt{\frac{25}{100}}$

d: $\sqrt[3]{\frac{125}{1.000}}$

e: $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$

14: Afgør om disse udsagn er sande:

(du må gerne regne efter på regnemaskinen)

a: $\sqrt{25} = 25^{\frac{1}{2}}$

d: $\sqrt[5]{243} = 243^{\frac{1}{5}}$

g: $\sqrt[8]{43.046.721} = 43.046.721^{\frac{1}{8}}$

b: $\sqrt[4]{6.561} = 6.561^{\frac{1}{4}}$

e: $\sqrt[20]{9.268} = 9.268^{\frac{1}{20}}$

h: $\sqrt[40]{98.712} = 98.712^{\frac{1}{40}}$

c: $\sqrt{16} = 16^{0,5}$

f: $\sqrt[5]{32.768} = 32.768^{0,2}$

i: $\sqrt[10]{9.765.625} = 9.765.625^{0,1}$

10-tals-potenser

15: Afgør om disse udsagn er sande:

a: $10^3 = 1.000$

f: $6 \cdot 10^5 = 60.000$

k: $3,95 \cdot 10^8 = 395.000.000$

b: $10^7 = 10.000.000$

g: $5 \cdot 10^7 = 50 \text{ mio.}$

l: $2 \cdot 10^{12} = 20.000.000.000$

c: $10^6 = 1 \text{ mio.}$

h: $4,8 \cdot 10^6 = 4.800.000$

m: $2,5 \cdot 10^9 = 2,5 \text{ mia.}$

d: $10^{-3} = 0,001$

i: $7 \cdot 10^{-4} = 0,0007$

n: $5 \cdot 10^{-11} = 0,00000000005$

e: $10^{-5} = 0,0001$

j: $2,5 \cdot 10^{-6} = 0,0000025$

o: $1,46 \cdot 10^{-8} = 0,0000000146$

16: Skriv som almindeligt tal (med en masse nuller):

a: 10^9

c: $3,75 \cdot 10^8$

e: 10^{-10}

g: $7,2 \cdot 10^{-7}$

b: $5 \cdot 10^{12}$

d: $5,555 \cdot 10^{11}$

f: $3 \cdot 10^{-4}$

h: $3,21 \cdot 10^{-9}$

17: Skriv som et antal millioner eller milliarder

a: $4 \cdot 10^6$

c: $8,2 \cdot 10^7$

e: $5 \cdot 10^9$

g: $3,1 \cdot 10^9$

b: $6 \cdot 10^7$

d: $4,31 \cdot 10^8$

f: $8 \cdot 10^{10}$

h: $6,7 \cdot 10^{11}$

18: Herunder er den samme tekst skrevet to gange, men i udgaven for neden mangler tallene. Skriv tallene ind i den nederste tekst på ”normal” vis (med en masse nuller).

Der er langt til fra Jorden til Månen. Der er faktisk $4 \cdot 10^5$ km.
Men det er ingenting imod afstanden fra Jorden til Solen, som er $1,5 \cdot 10^8$ km.
Afstanden fra Solen og ud til Pluto - den yderste planet - er hele $6 \cdot 10^9$ km.
Og afstanden fra Solen til den nærmeste stjerne er - hold nu fast - $4 \cdot 10^{13}$ km.

Der er langt til fra Jorden til Månen. Der er faktisk _____ km.
Men det er ingenting imod afstanden fra Jorden til Solen, som er _____ km.
Afstanden fra Solen og ud til Pluto - den yderste planet - er hele _____ km.
Og afstanden fra Solen til den nærmeste stjerne er - hold nu fast - _____ km.

19: Skriv også tallene fra opgaven ovenfor som antal millioner eller milliarder km.

20: Herunder er den samme tekst skrevet to gange, men i udgaven for neden mangler tallene. Skriv tallene ind i den nederste tekst på "normal" vis (med en masse nuller).

Alle ting består af atomer, og atomer er meget små.
 Det allermindste atom - brintatomet - måler kun $4 \cdot 10^{-10}$ cm.
 Og et brintatom vejer kun $1,7 \cdot 10^{-24}$ gram.

Alle ting består af atomer, og atomer er meget små.
 Det allermindste atom - brintatomet - måler kun _____ cm.
 Og et brintatom vejer kun _____ gram.

21: Skriv med 10-tals-potenser:

a: 100.000.000	d: 12,5 mio.	g: 318 mia.
b: 0,000005	e: 0,000000075	h: 67.800.000.000
c: 48 mia.	f: 0,00000000000432	i: 419.000.000.000.000

22: Regn - prøv både med og uden regnemaskine:

a: $10^4 \cdot 10^8$	e: $5 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^7$	h: $10^{-4} \cdot 10^{-5}$
b: $7 \cdot 10^6 \cdot 10^5$	f: $7 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-4}$	i: $8 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2}$
c: $2 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^5$	g: $\frac{6 \cdot 10^{12}}{2 \cdot 10^5}$	j: $3 \cdot 10^{-5} \cdot 2 \cdot 10^{-7}$
d: $4 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^6$		k: $4 \cdot 10^{-4} \cdot 6 \cdot 10^{10}$

23: Regn - og du er sikkert nødt til at bruge regnemaskine:

a: $5,2 \cdot 10^5 \cdot 6,1 \cdot 10^6$	b: $9,8 \cdot 10^7 \cdot 2,2 \cdot 10^5$	c: $3,1 \cdot 10^{-3} \cdot 4,8 \cdot 10^{-7}$
---	---	---

24: Regn på regnemaskinen og skriv resultatet som et tal (3 dec.) gange en 10-tals-potens:

a: $57.943 \cdot 258.416$	d: $22.555.999^2$	g: 82^{-6}
b: $9.222.777 \cdot 88.333$	e: $0,0000078 : 594.900$	h: $5,7 \cdot 10^{21} \cdot 4,9 \cdot 10^{19}$
c: 17^{27}	f: $0,059^{12}$	i: $1,8 \cdot 10^{-12} \cdot 3,6 \cdot 10^{-17}$

Blandede opgaver

25: Prøv om du **både** kan regne disse opgaver ved at lave mellemregninger **og** ved at taste hele regnestykket ind på regnemaskinen i ”et hug”. Afrund selv til et passende antal decimaler.

a: $5 \cdot 3^{10} + 4 \cdot 6^7$

h: $\sqrt[5]{2.717} + 1,28^{12}$

o: $\sqrt[6]{59^2 - 13^3}$

b: $\frac{5.248 + 12^3}{4^5}$

i: $17 \cdot (2,4 + 0,8)^{10}$

p: $5 \cdot 3^{2,8} + 4 \cdot 9,1^{1,8}$

c: $\sqrt{6.943} - \frac{9.358}{22^2}$

j: $25 \cdot (1 - 0,07)^{19}$

q: $2,5^{-5} + 6,4^{-2}$

d: $\sqrt[4]{898} + \sqrt[6]{32.616}$

k: $\frac{51.898}{(1 + 0,27)^{25}}$

r: $\frac{3^9 - 0,4^{-5}}{13^{2,5}}$

e: $2 \cdot 4^9 + 3 \cdot 27^4 - 8,5 \cdot 48^2$

l: $\frac{3,576}{(1 - 0,035)^{16}}$

s: $\sqrt[2,5]{48} - \sqrt[3]{19}$

f: $\frac{\sqrt[4]{2.749.512}}{2,78^3}$

m: $\sqrt[9]{\frac{317}{58}} - 1$

t: $\frac{\sqrt[1,8]{17,2}}{2^{1,9}}$

g: $\left(978,2 - \frac{6.044,5}{27,5}\right)^3$

n: $1 - \sqrt[5]{\frac{22,3}{48,1}}$

u: $\frac{9.548 \cdot 0,2}{1 - 1,2^{-5}}$

Brøker og forholdstal

Indholdsfortegnelse

Indholdsfortegnelse	49
Hvad er brøker.....	50
Forlænge og forkorte brøker	52
Udtage brøkdele	55
Uægte brøker og blandede tal	57
Brøker og decimaltal	58
Regning med brøker - plus og minus	60
Regning med brøker - gange og division.....	62
Forholdstal.....	63
Opsamlingsopgaver.....	64

Hvis du selv vurderer, at du har helt styr på brøker og forholdsregning, så kan du starte med, at kikke på opsamlingsopgaverne. Kan du regne dem helt uden problemer, så kan du overveje, at springe videre til næste modul i opgavesamlingen.

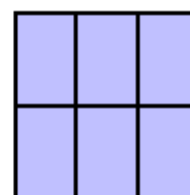
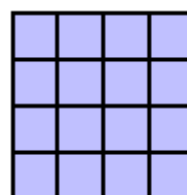
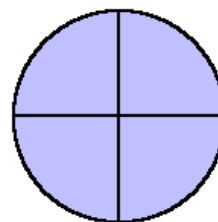
Disse opgaver er lavet af Niels Jørgen Andreasen, VUC Århus.
Arbejdet med opgaverne er afsluttet i sommeren 2001.
Jeg vil meget gerne høre fra dig, hvis du opdager fejl i opgaverne eller på anden måde har kommentarer hertil.

Med venlig hilsen
Niels Jørgen Andreasen
niels.joergen.andreasen@vucaarhus.dk

Hvad er brøker

○ **1:** Til højre er en lagkage og to stykker chokolade.

- a:** Hvor mange dele er lagkagen inddelt i?
...og hvad kaldes delene?
- b:** Hvor mange dele er chokoladen til venstre inddelt i?
...og hvad kaldes delene?
- c:** Hvor mange dele er chokoladen til højre inddelt i?
...og hvad kaldes delene?

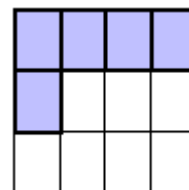
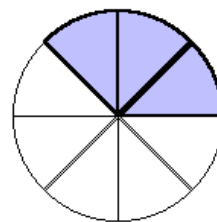
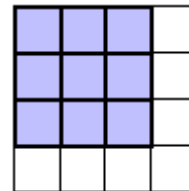
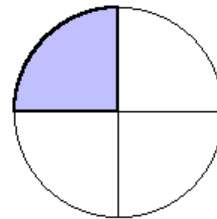


○ **2:** Tegn selv:

- a:** En lagkage, som er inddelt i 3 lige store stykker.
Hvad kaldes stykkerne?
- b:** En plade chokolade, som er inddelt i 9 lige store stykker.
Hvad kaldes stykkerne?
- c:** En plade chokolade, som er inddelt i 12 lige store stykker.
Hvad kaldes stykkerne?
- d:** En lagkage, som er inddelt i 8 lige store stykker.
Hvad kaldes stykkerne?
- e:** En plade chokolade, som er inddelt i 20 lige store stykker.
Hvad kaldes stykkerne?
- f:** En lagkage, som er inddelt i 2 lige store stykker.
Hvad kaldes stykkerne?
- g:** En plade chokolade, som er inddelt i 24 lige store stykker.
Hvad kaldes stykkerne?
- h:** En plade chokolade, som er inddelt i 15 lige store stykker.
Hvad kaldes stykkerne?
- i:** En plade chokolade, som er inddelt i 25 lige store stykker.
Hvad kaldes stykkerne?

- 3: Her er flere lagkager og flere plader chokolade.
De lyse dele er ”spist”.
De mørke dele er tilbage.

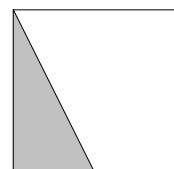
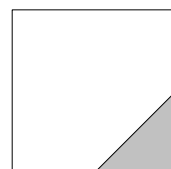
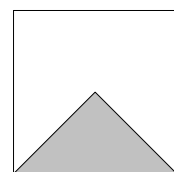
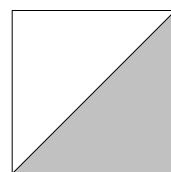
- a: Hvor stor en brøkdel af den øverste lagkage er spist?
b: Hvor stor en brøkdel af den øverste lagkage er tilbage?
c: Hvor stor en brøkdel af den øverste plade chokolade er spist?
d: Hvor stor en brøkdel af den øverste plade chokolade er tilbage?
e: Hvor stor en brøkdel af den nederste lagkage er spist?
f: Hvor stor en brøkdel af den nederste lagkage er tilbage?
g: Hvor stor en brøkdel af den nederste plade chokolade er spist?
h: Hvor stor en brøkdel af den nederste plade chokolade er tilbage?



- 4: Tegn selv:

- a: En lagkage hvor der er spist $\frac{1}{2}$
b: En lagkage hvor der er spist $\frac{2}{3}$
c: En lagkage hvor der er $\frac{3}{4}$ tilbage
d: En plade chokolade, hvor der er spist $\frac{2}{9}$
e: En plade chokolade, hvor der er spist $\frac{7}{15}$
f: En plade chokolade, hvor der er spist $\frac{3}{8}$
g: En lagkage, hvor der er $\frac{1}{6}$ tilbage

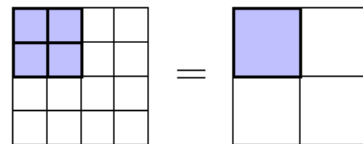
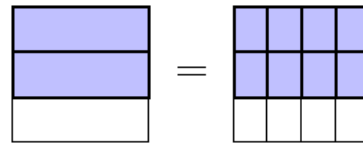
- 5: Hvilken brøkdel af firkanterne er farvede?



Forlænge og forkorte brøker

- **6:** Den øverste tegning til højre viser, at brøkerne $\frac{2}{3}$ og $\frac{8}{12}$ er ens. Altså at: $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

Hvad viser den nederste tegning?



- **7:** Lav selv tegninger der viser at:

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \frac{3}{4} = \frac{15}{20} \quad \frac{1}{3} = \frac{2}{6} \quad \frac{2}{3} = \frac{6}{9} \quad \frac{1}{5} = \frac{3}{15} \quad \frac{1}{6} = \frac{3}{18}$$

- **8:** Hvilke af disse brøker er ens?

$$\frac{4}{12} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{12}{16} \quad \frac{6}{8}$$

- **9:** Hvilke af disse brøker er ens?

$$\frac{4}{8} \quad \frac{4}{10} \quad \frac{8}{20} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{2}{5}$$

- **10:** Forlæng disse brøker med 2:

$$\frac{2}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{1}{12}$$

- **11:** Forlæng disse brøker med 3:

$$\frac{7}{8} \quad \frac{3}{10} \quad \frac{1}{20} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{2}{15}$$

- **12:** Forlæng disse brøker med 5:

$$\frac{1}{4} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{1}{10}$$

- **13:** Forlæng disse brøker til 12.-dele:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{5}{6}$$

- **14:** Forlæng disse brøker til 20.-dele:

$$\frac{2}{5} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{3}{10} \quad \frac{1}{2}$$

- **15:** Forlæng disse brøker til 24.-dele:

$$\frac{3}{4} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{1}{2}$$

- **16:** Forlæng disse brøker til 30.-dele:

$$\frac{2}{3} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{7}{10} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{1}{15}$$

17: Forlæng disse brøker til 60.-dele:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{1}{20} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{4}{15}$$

18: Forlæng disse brøker til 100.-dele:

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{20} \quad \frac{1}{50} \quad \frac{4}{25}$$

19: Forlæng disse 4 brøker så de får samme nævner:

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{5}{6}$$

20: Forlæng disse 4 brøker så de får samme nævner:

$$\frac{3}{4} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{7}{8}$$

21: Forkort disse brøker med 2:

$$\frac{2}{4} \quad \frac{6}{8} \quad \frac{18}{20} \quad \frac{2}{8} \quad \frac{10}{12}$$

22: Forkort disse brøker med 5:

$$\frac{15}{20} \quad \frac{10}{15} \quad \frac{30}{35} \quad \frac{5}{40} \quad \frac{10}{25}$$

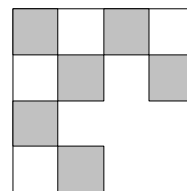
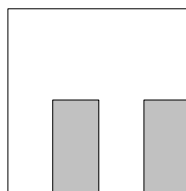
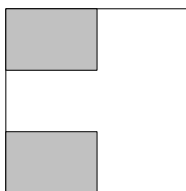
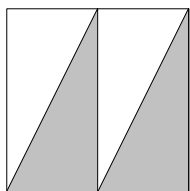
23: Forkort disse brøker mest muligt:

$$\frac{6}{12} \quad \frac{15}{60} \quad \frac{30}{75} \quad \frac{8}{12} \quad \frac{6}{30}$$

24: Forkort disse brøker mest muligt:

$$\frac{75}{100} \quad \frac{10}{50} \quad \frac{20}{80} \quad \frac{8}{32} \quad \frac{200}{1000}$$

25: Hvilken brøkdel af firkanterne er farvede?

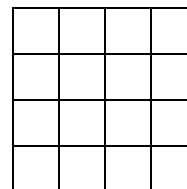
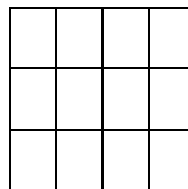
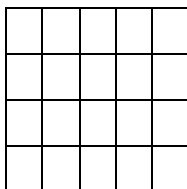


26: Farv firkanterne således at der er, en firkant:

- som er $\frac{2}{3}$ farvet

- og en som er $\frac{3}{8}$ farvet

- og en som er $\frac{4}{5}$ farvet



- 27: Mænd, kvinder og rygere. Forkort brøkerne:
- a: Hvor stor en brøkdel af kursisterne er kvinder?
 - b: Hvor stor en brøkdel af kursisterne er mænd?
 - c: Hvor stor en brøkdel af kvinderne ryger?
 - d: Hvor stor en brøkdel af mændene ryger?
 - e: Hvor stor en brøkdel af alle kursisterne ryger?

Mænd, kvinder og rygere

På VUC Udby starter et nyt matematik-hold med 24 kursister. Heraf er 8 mænd og 16 kvinder. Der er 6 mænd, som ryger, men kun 2 kvinder, som ryger.

- 28: Udsalg. Forkort brøkerne:
- a: Hvor stor en brøkdel af normalprisen sparer man på et par børnebukser?
 - b: Hvor stor en brøkdel sparer man på en frakke?

Udsalg

Børnebukser, normalpris...120 kr.
Spar.....30 kr.
Frakker, normalpris..... 400 kr.
Spar80 kr.

- 29: Gåsedal Idrætsforening. Forkort brøkerne:
- a: Hvor stor en brøkdel af medlemmerne er børn?
 - b: Hvor stor en brøkdel er voksne?
 - c: Hvor stor en brøkdel spiller fodbold?
 - d: Hvor stor en brøkdel spiller håndbold?
 - e: Hvor stor en brøkdel går til gymnastik?

Gåsedal Idrætsforening

Klubben har 60 medlemmer. Heraf er 36 børn og 24 voksne. Nogle går til flere idrætsgrene. Der er således:

- 48 som spiller fodbold
- 15 som spiller håndbold
- 30 som går til gymnastik

- 30: Hvad passer sammen?

a: Et kvartal varer 3 måneder.

A: $\frac{1}{4} = \frac{15}{60}$

b: 500 gram svarer til et halvt kg.

B: $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$

c: Der er 15 minutter i et kvarter.

C: $\frac{1}{2} = \frac{500}{1000}$

d: Der skal 50 cm til en halv meter.

D: $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$

e: En halv liter er det samme som 5 dl.

E: $\frac{1}{2} = \frac{50}{100}$

Udtage brøkdele

○ **31:** Find: $\frac{2}{3}$ af 18 $\frac{3}{4}$ af 28 $\frac{3}{5}$ af 15 $\frac{1}{6}$ af 72 $\frac{3}{7}$ af 455 $\frac{2}{9}$ af 405

● **32:** Beregn: $\frac{2}{5}$ af 315 $\frac{9}{11}$ af 66 $\frac{4}{7}$ af 6811 $\frac{1}{8}$ af 20 $\frac{3}{4}$ af 10 $\frac{3}{12}$ af 39

● **33:** Skæv kønsfordeling:

- a: Hvor mange mænd er der på Udby Daghøjskole?
- b: Hvor mange mænd er der på VUC Udby?
- c: Hvor mange kvinder er der på Udby Daghøjskole?
- d: Hvor mange mænd er der på Udby AMU-center?
- e: Hvor mange kvinder er der på VUC Udby?

Skæv kønsfordeling	
Udby Daghøjskole:	
- antal kursister.....	84
- heraf udgør mændene	$\frac{1}{6}$
VUC Udby:	
- antal kursister.....	360
- heraf udgør mændene	$\frac{2}{5}$
Udby AMU-center:	
- antal kursister.....	120
- heraf udgør mændene	$\frac{7}{8}$

● **34:** Grønland og Danmark. Find cirka-tal:

- a: Hvor mange unge under 15 år er der i Grønland?
- b: Hvor mange unge under 15 år er der i Danmark?
- c: Hvor mange ældre på mindst 70 år er der i Grønland?
- d: Hvor mange ældre på mindst 70 år er der i Danmark?

I **Grønland** bor der ca. 56.000 mennesker. Heraf er godt $\frac{1}{4}$ under 15 år og cirka $\frac{1}{35}$ mindst 70 år.

I **Danmark** bor der ca. 5,3 mio. mennesker. Heraf er knap $\frac{1}{5}$ under 15 år og cirka $\frac{1}{9}$ mindst 70 år.

○ **35:** Find det hele når:

$\frac{2}{3}$ svarer til 12

$\frac{1}{5}$ svarer til 8

$\frac{3}{8}$ svarer til 15

$\frac{1}{6}$ svarer til 50

● **36:** Find det hele når:

$\frac{3}{4} = 24$

$\frac{2}{9} = 18$

$\frac{3}{5} = 150$

$\frac{5}{6} = 250$

$\frac{3}{10} = 600$

● 37: Influenza-epidemi

- a:** Hvor mange ansatte er der på Udby Marmeladefabrik?
- b:** Hvor mange ansatte er der på Udby Margarinefabrik?
- c:** Hvor mange ansatte er der på Udby Rådhus?

Influenza-epidemi raser i Udby

Byens arbejdspladser er lagt øde.

På Udby Marmeladefabrik er 24 syge.

- det svarer til $\frac{2}{3}$ af de ansatte.

På Udby Margarinefabrik er 12 syge.

- det svarer til $\frac{1}{4}$ af de ansatte.

På Udby Rådhus er 52 syge.

- det svarer til $\frac{4}{5}$ af de ansatte.

● 38: Udsalg

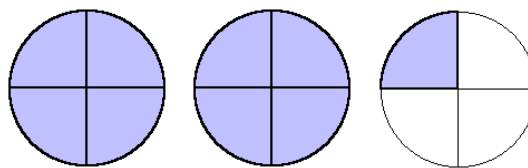
- a:** Hvad er normal-prisen på en skjorte?
- b:** Hvad er normal-prisen på et par bukser?
- c:** Hvad er normal-prisen på en frakke?

Udsalg - Udsalg - Udsalg - Udsalg - Udsalg		
Skjorter , nu kun 99,00 kr. Du sparer $\frac{1}{2}$ af normal-prisen.	Bukser , nu kun..... 126,00 kr. Du sparer $\frac{1}{3}$ af normal-prisen.	Frakker , nu kun..... 199,50 kr. Du sparer $\frac{3}{4}$ af normal-prisen.

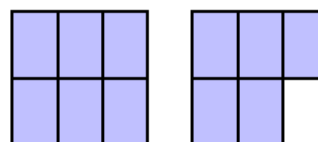
Uægte brøker og blandede tal

- **39:** Den øverste tegning til højre viser, at den uægte brøk $\frac{9}{4}$ og det blandede tal $2\frac{1}{4}$ er ens.

Altså at: $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$



Hvad viser den nederste tegning?



- **40:** Vis på tegninger at:

$$\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3} \quad \frac{17}{5} = 3\frac{2}{5} \quad \frac{12}{3} = 4 \quad \frac{5}{5} = 1 \quad \frac{18}{6} = 3$$

- **41:** Omskriv (nogle af) disse uægte brøker til blandet tal:

$$\frac{7}{4} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{5}{3} \quad \frac{7}{2} \quad \frac{9}{5} \quad \frac{22}{7} \quad \frac{15}{4} \quad \frac{7}{6} \quad \frac{12}{5} \quad \frac{29}{12} \quad \frac{17}{6}$$

- **42:** Hvorledes vil du omskrive disse uægte brøker?

$$\frac{4}{2} \quad \frac{9}{3} \quad \frac{20}{4} \quad \frac{21}{7} \quad \frac{9}{6} \quad \frac{10}{4} \quad \frac{14}{6}$$

- **43:** Omskriv disse blandede tal til uægte brøker:

$$2\frac{4}{5} \quad 1\frac{3}{5} \quad 3\frac{1}{2} \quad 7\frac{1}{4} \quad 2\frac{5}{8} \quad 10\frac{1}{2} \quad 8\frac{2}{3}$$

Brøker og decimaltal

- 44: Lav (nogle af) disse brøker om til decimaltal uden brug af regnemaskine:

$$\frac{3}{10} \quad \frac{23}{100} \quad \frac{999}{1000} \quad \frac{7}{10} \quad \frac{7}{100} \quad \frac{7}{1000} \quad \frac{3}{100} \quad \frac{11}{1000} \quad \frac{41}{100} \quad \frac{9}{100} \quad \frac{79}{1000}$$

- 45: Lav disse brøker og blandede tal om til decimaltal uden brug af regnemaskine:

$$\frac{8.773}{10.000} \quad \frac{1}{10.000} \quad \frac{113}{10.000} \quad \frac{1}{1.000.000} \quad 1\frac{9}{10} \quad 2\frac{17}{100} \quad 9\frac{99}{100} \quad 30\frac{7}{100}$$

- 46: Lav disse brøker om til decimaltal. Du skal først forlænge til 10.-dele eller 100.-dele.
Bagefter skal du regne efter på regnemaskinen:

$$\frac{3}{4} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{50} \quad \frac{1}{20} \quad \frac{3}{25} \quad \frac{7}{50} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{7}{20} \quad \frac{17}{25}$$

- 47: Lav (nogle af) disse brøker om til decimaltal. Du skal først forlænge til 1000.-dele.
Bagefter skal du regne efter på regnemaskinen:

$$\frac{1}{200} \quad \frac{7}{500} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{125} \quad \frac{1}{250} \quad \frac{1}{40} \quad \frac{99}{125} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{199}{200}$$

- 48: Lav (nogle af) disse decimaltal om til brøker. Forkort, hvor det er muligt:

$$0,1 \quad 0,4 \quad 0,8 \quad 0,15 \quad 0,12 \quad 0,01 \quad 0,96 \quad 0,04 \quad 0,95 \quad 0,05 \quad 0,02$$

- 49: Lav (nogle af) disse decimaltal om til brøker. Forkort, hvor det er muligt:

$$0,001 \quad 0,002 \quad 0,005 \quad 0,125 \quad 0,0001 \quad 0,0002$$

- 50: Lav disse brøker om til decimaltal. Afrund til 2 decimaler:

$$\frac{2}{3} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{4}{9} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{30} \quad \frac{5}{6}$$

- 51: Lav disse brøker om til decimaltal. Afrund til 3 decimaler:

$$\frac{13}{14} \quad \frac{17}{18} \quad \frac{8}{11} \quad \frac{19}{35} \quad \frac{1}{999}$$

- 52: Lav disse blandede tal om til decimaltal. Afrund til 3 decimaler:

$$2\frac{1}{3} \quad 1\frac{5}{6} \quad 9\frac{1}{9} \quad 17\frac{12}{17}$$

- 53: Skriv mindst 5 brøker, som *kan* laves om til et endeligt decimaltal.

- 54: Skriv mindst 5 brøker, som *ikke* kan laves om til et endeligt decimaltal.

- 55: Stil disse tal i rækkefølge efter størrelse:

$$\frac{1}{3} \quad 0,33 \quad 0,34 \quad \frac{11}{30} \quad 0,3$$

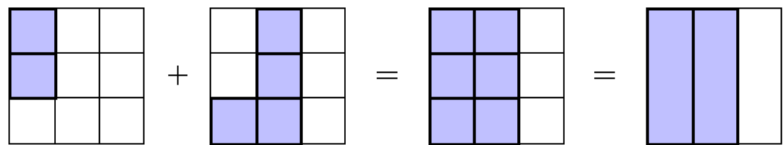
- 56: Stil disse tal i rækkefølge efter størrelse:

$$\frac{1}{6} \quad 0,167 \quad \frac{9}{60} \quad \frac{11}{60} \quad 0,166$$

Regning med brøker - plus og minus

- 57: Tegningerne til højre viser, at

$$\frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}.$$



Lav selv tegninger der viser at:

a: $\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

b: $\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$

- 58: Beregn - og husk at forkorte, hvor det er muligt:

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$$

$$\frac{5}{12} + \frac{1}{12}$$

$$\frac{2}{15} + \frac{7}{15}$$

$$\frac{11}{24} + \frac{5}{24}$$

$$\frac{3}{16} + \frac{9}{16} + \frac{5}{16} + \frac{7}{16}$$

- 59: Beregn - og husk at forkorte, hvor det er muligt:

$$\frac{6}{25} + \frac{9}{25}$$

$$\frac{17}{40} + \frac{7}{40}$$

$$\frac{13}{15} + \frac{7}{15}$$

$$\frac{1}{18} + \frac{2}{18}$$

$$\frac{11}{60} + \frac{13}{60} + \frac{17}{60} + \frac{7}{60}$$

- 60: Kan du med tegninger vise at:

$$\frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5} \quad \text{og} \quad \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

...det er lidt svært!

- 61: Beregn - og husk at forkorte, hvor det er muligt:

$$\frac{5}{7} - \frac{3}{7}$$

$$\frac{11}{12} - \frac{5}{12}$$

$$\frac{5}{8} - \frac{3}{8}$$

$$\frac{17}{24} - \frac{7}{24} - \frac{1}{24}$$

$$\frac{13}{15} - \frac{4}{15} + \frac{2}{15} - \frac{1}{15}$$

- 62: Kan du med tegninger vise at:

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8} \quad \text{og} \quad \frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{7}{10}$$

...det er ret svært!

- 63: Beregn - og husk at forkorte, hvor det er muligt:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} \quad \frac{5}{12} + \frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \quad \frac{5}{6} + \frac{1}{8} \quad \frac{1}{6} + \frac{5}{9} \quad \frac{5}{12} + \frac{1}{3} + \frac{3}{4}$$

- 64: Beregn - og husk at forkorte, hvor det er muligt:

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{7} \quad \frac{5}{8} + \frac{1}{5} \quad \frac{4}{15} + \frac{3}{20} \quad \frac{13}{18} + \frac{2}{3} \quad \frac{1}{20} + \frac{1}{25} \quad \frac{3}{40} + \frac{3}{25} + \frac{1}{50} + \frac{7}{200}$$

- 65: Kan du med tegninger vise at:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \quad \text{og} \quad \frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$$

...det er meget svært!

- 66: Beregn - og husk at forkorte, hvor det er muligt:

$$\frac{5}{6} - \frac{7}{9} \quad \frac{2}{3} - \frac{5}{8} \quad \frac{3}{4} - \frac{2}{5} \quad \frac{11}{18} - \frac{5}{12} \quad \frac{2}{5} - \frac{1}{8} \quad \frac{1}{40} - \frac{1}{100} + \frac{1}{50} + \frac{1}{25}$$

Regning med brøker - gange og division

67: Kan du på en tegning vise at:

$$\frac{2}{5} \cdot 10 = 4 \quad \text{og} \quad \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

68: Beregn:

$$21 \cdot \frac{2}{3} \qquad 15 \cdot \frac{2}{5} \qquad \frac{5}{6} \cdot 12$$

69: Beregn:

$$2 \cdot \frac{3}{4} \qquad 4 \cdot \frac{2}{3} \qquad \frac{4}{5} \cdot 3 \qquad 2 \cdot \frac{2}{5} \qquad 10 \cdot \frac{3}{4} \qquad \frac{3}{7} \cdot 2$$

70: Beregn:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \qquad \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3} \qquad \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \qquad \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{5} \qquad \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \qquad \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}$$

71: Beregn:

$$\frac{4}{25} \cdot \frac{2}{5} \qquad \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{4} \qquad \frac{8}{9} \cdot \frac{2}{3} \qquad \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \qquad \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{1000} \qquad \frac{1}{1000} \cdot \frac{1}{1000}$$

72: Kan du på tegninger vise (nogle af) disse beregninger - det er svært:

$$\frac{1}{4} : 2 = \frac{1}{8} \quad \text{og} \quad \frac{2}{5} : 4 = \frac{1}{10} \quad \text{og} \quad 3 : \frac{1}{2} = 6 \quad \text{og} \quad 6 : \frac{3}{4} = 8$$

73: Beregn:

$$\frac{1}{2} : 5 \qquad \frac{2}{3} : 4 \qquad \frac{4}{5} : 2$$

$$5 : \frac{1}{2} \qquad 6 : \frac{2}{3} \qquad 6 : \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{4} \qquad \frac{5}{6} : \frac{2}{3} \qquad \frac{8}{9} : \frac{2}{3}$$

74: Beregn:

$$\frac{1}{50} : \frac{1}{100} \qquad \frac{1}{50} : \frac{1}{25}$$

$$\frac{1}{10} : \frac{1}{100} \qquad \frac{1}{10} : \frac{1}{1000}$$

$$\frac{1}{100} : \frac{1}{1000}$$

Forholdstal

75: Beregn:

- a: Del 500 i forholdet 2 : 3
- b: Del 25 i forholdet 1 : 4
- c: Del 150 i forholdet 1 : 2
- d: Del 900 i forholdet 1 : 3
- e: Del 3.500 i forholdet 2 : 5
- f: Del 385 i forholdet 3 : 4
- g: Del 60 i forholdet 1 : 2 : 3
- h: Del 2.500.000 i forholdet 2 : 3 : 5

76: Forkort forholdene mest muligt:

- a: 10 : 20
- b: 15 : 35
- c: 12 : 24 : 36

77: Beregn - start med at forkorte forholdene:

- a: Del 36.000 i forholdet 5 : 15
- b: Del 4.520 i forholdet 30 : 50
- c: Del 720.000 i forholdet 20 : 25

78: Tipning:

- a: Ib og Bo har sammen tippet for 100 kr.
Ib har betalt 60 kr. og Bo 40 kr.
De har 13 rigtige. Fordel pengene.
- b: Pia og Ida har sammen tippet for 70 kr.
Pia har betalt 20 kr. og Ida 50 kr.
De har 12 rigtige. Fordel pengene.

Pæne tipspræmier i denne uge

13 rigtige	98.635 kr.
12 rigtig	3.712 kr.
11 rigtige	343 kr.
10 rigtige	58 kr.

79: Saft:

- a: Hvor meget færdig-blandet saft kan man få af en liter natur-saft?
- b: Hvor meget færdig-blandet saft kan man få af en liter spare-saft?
- c: Hvor meget natur-saft, skal man bruge for at få ti liter færdig-blandet saft?
- d: Hvor meget spare-saft, skal man bruge for at få fem liter færdig-blandet saft?

Natur-saft , pr. liter	8,00 kr.
- blandes med vand i forholdet 1:4	
Spare-saft , pr. liter	12,00 kr.
- blandes med vand i forholdet 1:9	

Opsamlingsopgaver

1: Forlæng disse brøker til 36.-dele:

$$\frac{1}{4} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{11}{12} \quad \frac{5}{18}$$

2: Forlæng disse brøker til 100.-dele:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{9}{25} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{7}{20} \quad \frac{4}{5}$$

3: Forlæng disse brøker så de får samme nævner:

$$\frac{3}{4} \quad \frac{5}{12} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{3}{8}$$

4: Forkort disse brøker med 4:

$$\frac{16}{20} \quad \frac{20}{32} \quad \frac{12}{40} \quad \frac{28}{100} \quad \frac{132}{1000}$$

5: Forkort disse brøker mest muligt:

$$\frac{60}{100} \quad \frac{36}{60} \quad \frac{90}{130} \quad \frac{18}{72} \quad \frac{250}{1000}$$

6: Find:

$$\frac{3}{4} \text{ af } 32 \quad \frac{3}{5} \text{ af } 45 \quad \frac{2}{3} \text{ af } 198$$

7: Find det hele når:

$$\frac{3}{5} \text{ svarer til } 18 \quad \frac{2}{9} = 100$$

8: Omskriv disse uægte brøker til blandet tal:

$$\frac{17}{4} \quad \frac{15}{6} \quad \frac{9}{5} \quad \frac{23}{8} \quad \frac{17}{2}$$

9: Lav disse brøker om til decimaltal:

$$\frac{1}{4} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{3}{25} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{7}$$

10: Lav disse decimaltal om til brøker:

$$0,3 \quad 0,75 \quad 0,6 \quad 0,05 \quad 0,375$$

11: Beregn:

$$\frac{7}{20} + \frac{9}{20} \quad \frac{3}{8} + \frac{7}{12} \quad \frac{13}{15} - \frac{7}{15} \quad \frac{1}{6} - \frac{1}{9} \quad \frac{3}{40} + \frac{3}{100} + \frac{7}{50} + \frac{7}{25}$$

12: Beregn:

$$\frac{3}{5} \cdot 15 \quad \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{8} \quad \frac{7}{12} \cdot \frac{1}{5} \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \quad 9 : \frac{3}{4} \quad \frac{5}{6} : 3 \quad \frac{5}{6} : \frac{3}{4} \quad \frac{1}{5} : \frac{1}{10}$$

13: Del 480 i forholdet 1 : 3**14:** Del 1.250.00 i forholdet 20 : 30

Procentregning

Indholdsfortegnelse

Indholdsfortegnelse	65
Find et antal procent af	66
Procent, brøk og decimaltal	69
Hvor mange procent udgør?	71
Find det hele	74
Promille	75
Moms	76
Ændring i procent	77
Forskel i procent	79

Disse opgaver er lavet af Niels Jørgen Andreasen, VUC Århus.

Arbejdet med opgaverne er afsluttet i sommeren 2001.

Jeg vil meget gerne høre fra dig, hvis du opdager fejl i opgaverne eller på anden måde har kommentarer hertil.

Med venlig hilsen

Niels Jørgen Andreasen

niels.joergen.andreasen@vucaarhus.dk

Find et antal procent af....

Måske kan du regne nogle opgaverne 1-8 i hovedet. Det må du gerne.

☐ **1:** Beregn:

- a:** 50% af 100 kr.
- b:** 50% af 200 kr.
- c:** 50% af 40 kr.
- d:** 50% af 1.000 kr.
- e:** 50% af 20 kr.

☐ **2:** Beregn:

- a:** 25% af 100 kr.
- b:** 25% af 200 kr.
- c:** 25% af 40 kr.
- d:** 25% af 1.000 kr.
- e:** 25% af 20 kr.

☐ **3:** Beregn:

- a:** 10% af 100
- b:** 10% af 200
- c:** 10% af 40
- d:** 10% af 1.000
- e:** 10% af 20

☐ **4:** Beregn:

- a:** 75% af 100
- b:** 75% af 200
- c:** 75% af 40
- d:** 75% af 1.000
- e:** 75% af 20

☐ **5:** Beregn:

- a:** 2% af 100 kr.
- b:** 5% af 100 kr.
- c:** 90% af 100 kr.
- d:** 80% af 100 kr.
- e:** 1% af 100 kr.

☐ **6:** Beregn:

- a:** 2% af 200 kr.
- b:** 5% af 200 kr.
- c:** 90% af 200 kr.
- d:** 80% af 200 kr.
- e:** 1% af 200 kr.

☐ **7:** Beregn:

- a:** 2% af 50
- b:** 5% af 50
- c:** 90% af 50
- d:** 80% af 50
- e:** 1% af 50

☐ **8:** Beregn:

- a:** 2% af 1.000
- b:** 5% af 1.000
- c:** 90% af 1.000
- d:** 80% af 1.000
- e:** 1% af 1.000

○ **9:** Ting på værelserne

- a:** Hvor mange børn har en CD-afspiller?
b: Hvor mange børn har et TV?
c: Hvor mange børn har en computer?

400 børn i Udby er blevet spurgt om, hvilke ting de har på deres værelser.
 - 75% af børnene har CD-afspiller
 - 30% af børnene har TV
 - 15% af børnene har computer

○ **10:** Kontrol af cykler

- a:** Hvor mange børn kørte uden lys?
b: Hvor mange børn kørte uden hjelm

Mandag morgen mødte færdselspolitiet op på Sildested Skole for at kontrollere børnenes cykler.
 80 børn cyklede til skole.
 25% af børnene kørte uden lys.
 40% af børnene kørte uden hjelm.

○ **11:** Udby Motionsløb

- a:** Hvor mange løb turen på 12 km?
b: Hvor mange valgte turen på 8 km?
c: Hvor mange procent tog turen på 4 km?
d: Hvor mange personer tog turen på 4 km?

520 personer deltog i Udby Motionsløb. De kunne vælge mellem tre ture.
 15% løb den lange tur på 12 km.
 40% valgte en tur på 8 km.
 Resten tog den korte tur på 4 km

○ **12:** P. Dahls Cykler

- a:** Hvor mange kroner får man i rabat på en racer-cykel?
b: Hvad bliver rabat-prisen på en racer-cykel?
c: Skriv en regning på en turist-cykel og to børnecykler.

P. DAHLS CYKLER	
Racer-cykler, normalt	5.000 kr.
Turist-cykler, normalt	3.000 kr.
Børne-cykler, normalt	1.500 kr.
I denne uge: 20% rabat	

○ **13:** Roberts Radio

- a:** Hvor mange kroner får man i rabat på et TV?
b: Hvad bliver rabat-prisen på et TV?
c: Skriv en regning på en video?

Særligt tilbud fra Roberts Radio		
TV, normalt	5.595	KUN I DAG
Video, normalt	2.995	25% RABAT

⊙ 14: Beregn:

- a: 20% af 300
- b: 45% af 260
- c: 88% af 1.250
- d: 2% af 250

⊙ 15: Beregn:

- a: 24% af 988 kr.
- b: 15% af 2.000.000 kr.
- c: 1% af 5.995 kr.
- d: 85% af 6.340 kr.

⊙ 16: VUC Udby

- a: Hvor mange mænd er der på VUC Udby?
- b: Hvor mange kvinder er der på VUC Udby?
- c: Hvor mange af mændene ryger?
- d: Hvor mange af kvinderne ryger?
- e: Hvor mange af alle kursisterne ryger?

VUC Udby har 360 kursister.

- 40% er mænd

- 60% er kvinder

En undersøgelse viser at:

- 32% af mændene ryger

- 38% af kvinderne ryger

⊙ 17: Beregn (en decimal):

- a: 12,5% af 89,3
- b: 17,2% af 11,0
- c: 68,4% af 5.747
- d: 0,3% af 34.619

⊙ 18: Beregn (kroner med to decimaler):

- a: 15% af 917 kr.
- b: 74% af 12 kr.
- c: 0,4% af 256.500 kr.
- d: 8,7% af 12.658

Procent, brøk og decimaltal

- **19:** Lav disse brøker om til procenttal:

$$\frac{10}{100} \quad \frac{50}{100} \quad \frac{90}{100} \quad \frac{1}{100}$$

- **20:** Lav disse brøker om til procenttal:

$$\frac{12}{100} \quad \frac{84}{100} \quad \frac{46}{100} \quad \frac{200}{100}$$

- ⦿ **21:** Forlæng først disse brøker til 100.-dele

Lav derefter om til procenttal:

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{4}{5}$$

- ⦿ **22:** Forlæng først disse brøker til 100.-dele

Lav derefter om til procenttal:

$$\frac{1}{20} \quad \frac{1}{25} \quad \frac{19}{20} \quad \frac{1}{50} \quad \frac{3}{2}$$

- **23:** Lav disse procenttal om til brøker

$$25\% \quad 2\% \quad 50\% \quad 100\%$$

Skriv først brøkerne som 100.-dele.

Bagefter skal du forkorte brøkerne.

- ⦿ **24:** Lav disse procenttal om til brøker

$$75\% \quad 90\% \quad 20\% \quad 1\%$$

Skriv først brøkerne som 100.-dele.

Bagefter skal du forkorte brøkerne.

- ⦿ **25:** Lav disse procenttal om til brøker:

$$40\% \quad 60\% \quad 5\% \quad 10\%$$

- ⦿ **26:** Lav disse procenttal om til brøker:

$$4\% \quad 73\% \quad 85\% \quad 125\%$$

- ⦿ **27:** Lav disse decimaltal om til procenttal

$$0,5 \quad 0,25 \quad 0,1 \quad 0,01$$

- ⦿ **28:** Lav disse decimaltal om til procenttal

$$0,75 \quad 0,2 \quad 1,5 \quad 0,007$$

- ⦿ **29:** Lav disse procenttal om til decimaltal:

$$19\% \quad 11\% \quad 2\% \quad 291\%$$

- ⦿ **30:** Lav disse procenttal om til decimaltal:

$$4,7\% \quad 0,3\% \quad 834\% \quad 0,9\%$$

- ⦿ **31:** Udfyld de tomme pladser i tabellen. Tallene skal være ens lodret.

Brøk	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{5}$			
Procenttal	50%		25%		5%		60%
Decimaltal		0,1				0,75	

- 32: Lav disse brøker om til procenttal med en decimal:

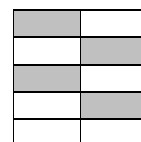
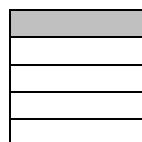
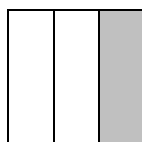
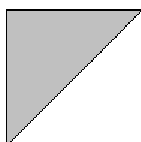
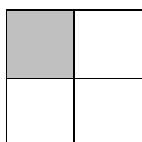
$$\frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{5}{6}$$

- 33: Hvilke brøker passer til hvilke procenttal?

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$

20%	1%	50%
10%	33%	25%

- 34: Hvor mange procent af hver firkant er farvet?



- 35: Udfyld de tomme pladser i skemaet.

Skriv decimaltal med tre decimaler og procenttal med en decimal.

Brøk	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{15}$
Decimaltal	0,333							
Procenttal	33,3%							

- 36: Hvilke brøker passer til hvilke procenttal?

$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{500}$	$\frac{1}{40}$
$\frac{1}{250}$	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{1000}$

0,1%	0,4%	2,5%
0,5%	0,2%	12,5%

Hvor mange procent udgør.....?

○ 37: Hvor mange procent udgør:

a: 25 ud af 50?

b: 10 ud af 20?

c: 5 ud af 20?

d: 30 ud af 40?

e: 10 ud af 50?

⊙ 38: Hvor mange procent udgør:

a: 500 ud af 1.000?

b: 15 ud af 60?

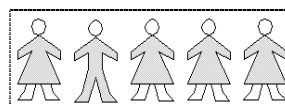
c: 20 ud af 50?

d: 5 ud af 50?

e: 40 ud af 200?

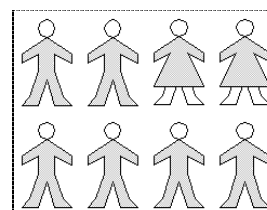
○ 39: Hvor mange procent af figurerne er kvinder?

Og hvor mange procent er mænd?



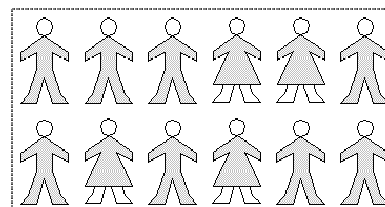
○ 40: Hvor mange procent af figurerne er mænd?

Og hvor mange procent er kvinder?



⊙ 41: Hvor mange procent af figurerne er kvinder?

Og hvor mange procent er mænd?



⊙ 42: Skovborg Møbelfabrik

a: Hvor mange procent af medarbejderne er kvinder?

b: Hvor mange mænd er der ansat?

c: Hvor mange procent af medarbejderne er mænd?

På **Skovborg Møbelfabrik** er der ansat 187 medarbejdere. Heraf er 26 kvinder.

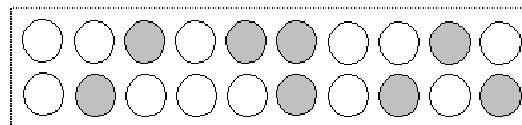
⊙ 43: Billige flyverdragter

Hvor mange procent af normalprisen sparer man?

Billige flyverdragter	
Normalpris	398
Spar	130
Nu kun	268

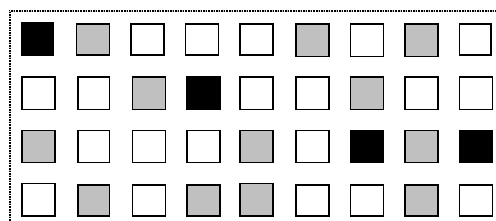
44: Kugler

- a: Hvor mange procent af kuglerne er hvide?
b: Hvor mange procent er grå?



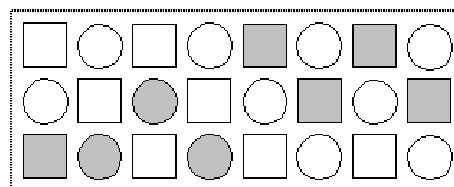
45: Firkanter

- a: Hvor mange procent af firkanterne er hvide?
b: Hvor mange procent er grå?
c: Hvor mange procent er sorte?



46: Kugler og firkanter

- a: Hvor mange procent af figurene er hvide?
b: Hvor mange procent af figurene er grå?
c: Hvor mange procent af figurene er kugler?
d: Hvor mange procent af figurene er firkanter?
e: Hvor mange procent af kuglerne er grå?
f: Hvor mange procent af firkanterne er grå



47: Hvor mange procent (helt tal) udgør:

- a: 12 ud af 20
b: 37 ud af 148
c: 963 ud af 1284
d: 47 ud af 58
e: 2.603 ud af 8.665

48: Hvor mange procent (en decimal) udgør:

- a: 187 ud af 1.263
b: 9 ud af 428
c: 13 ud af 45
d: 87 ud af 512
e: 216 ud af 324

49: Ledighed i Udby

- a: Hvor mange procent af SID'erne er ledige?
b: I hvilken af de tre fagforeninger er ledigheden lavest målt i procent?
c: I hvilken af de tre fagforeninger er ledigheden højest målt i procent?

Stor forskel på ledigheden i Udbys fagforeninger. Her er tre eksempler:		
	Medlemmer	
	I alt	Heraf ledige
SID	214	24
KAD	113	18
HK	256	25

50: Regn uden regnemaskine.

Hvor mange procent udgør:

a: 5 ud af 20?

b: 75 ud af 150?

c: 60 ud af 80

d: 30 ud af 300?

e: 5 ud af 25?

f: 600 ud af 1.000

51: Gæt først på et cirka-resultat.

Regn så efter på regnemaskine

Hvor mange procent udgør:

a: 24 ud af 50?

b: 14 ud af 59?

c: 32 ud af 67?

d: 11 ud af 31?

e: 41 ud af 99?

52: Kan du sætte kryds ved det rigtige svar, inden du regner efter på regnemaskinen?

a: 18 personer ud af 38 kom for sent.

Hvor mange procent kom for sent?

Under 50% ☐

Over 50% ☐

b: 15 biler ud af 59 kørte for hurtigt.

Hvor mange procent kørte for hurtigt?

Under 25% ☐

Over 25% ☐

c: 3 pakker kød ud af 32 var for gamle.

Hvor mange procent var for gamle?

Under 10% ☐

Over 10% ☐

d: 61 arbejdere ud af 79 var i fagforening.

Hvor mange procent var i fagforening?

Under 75% ☐

Over 75% ☐

e: 10 børn ud 52 blev syge.

Hvor mange procent blev syge?

Under 20% ☐

Over 20% ☐

Find det hele.....

○ **53:** Find 100% (det hele) når:

- a:** 20 svarer til 50%.
- b:** 5 svarer til 10%.
- c:** 30 svarer til 25%.
- d:** 600 svarer til 75%.
- e:** 400 svarer til 80%.
- f:** 40 svarer til 20%.

⊙ **54:** Find 100% (det hele) når:

- a:** 3 svarer til 1%.
- b:** 10 svarer til 2%.
- c:** 180 svarer til 90%.
- d:** 396 svarer til 88%.
- e:** 534 svarer til 15%.
- f:** 192 svarer til 4%.

⊙ **55:** Mange syge børn

- a:** Hvor mange børn går der på Skrubberup Skole?
- a:** Hvor mange børn går der på Sildested Skole?

Mange syge børn
På Skrubberup Skole var 72 børn syge. Det svarer til 20%.
På Sildested Skole var 46 børn syge. Det svarer til 21%.

⊙ **56:** Stor eksport fra Udby

- a:** Hvor meget margarine bliver der i alt produceret på Udby Margarinefabrik?
- b:** Hvor meget af margarinen bliver solgt her i landet?
- c:** Hvor meget marmelade bliver der i alt produceret på Udby Marmeladefabrik?
- d:** Hvor meget af marmeladen bliver solgt her i landet?

Stor eksport fra Udby
Udby Margarinefabrik eksporterede sidste år 5.400 tons margarine. Det betyder at 30% af produktionen går til eksport.
Udby Marmeladefabrik eksporterede sidste år 2.300 tons marmelade. Det betyder at 27% af produktionen går til eksport.

Promille

○ **57:** Beregn:

- a:** 2‰ af 6.000
- b:** 8‰ af 750
- c:** 45‰ af 90.000
- d:** 1‰ af 10.000

○ **58:** Beregn:

- a:** 1,9‰ af 56.457 kr.
- b:** 7,5‰ af 5.000.000 kr.
- c:** 1‰ af 9.995 kr.
- d:** 8,2‰ af 643.076 kr.

○ **59:** Lav disse brøker om til promilletal:

$$\frac{3}{1000} \quad \frac{87}{1000} \quad \frac{1}{500} \quad \frac{1}{200} \quad \frac{1}{250}$$

○ **60:** Lav disse promilletal om til brøker:

$$17‰ \quad 9‰ \quad 25‰ \quad 40‰ \quad 200‰$$

○ **61:** Lav disse decimaltal om til promilletal:

$$0,007 \quad 0,011 \quad 0,175 \quad 2,251$$

○ **62:** Lav disse promilletal om til decimaltal:

$$4‰ \quad 92‰ \quad 8,7‰ \quad 421‰$$

○ **63:** Hvor mange promille udgør:

- a:** 10 ud af 2.000?
- b:** 100 ud af 10.000?
- c:** 22 ud af 5.780?
- d:** 3.612 ud af 2.456.987?
- e:** 1 mio. ud af 1 mia.?

○ **64:** Ældre i Skovborg Kommune.

- a:** Hvor mange personer er fyldt 90 år?
- b:** Hvor mange personer er fyldt 100 år?

Ældre i Skovborg Kommune

Skovborg Kommune havde ved den seneste optælling 19.421 indbyggere. Heraf var der 7‰, som var fyldt 90 år, og 0,4‰ var endda fyldt 100 år.

○ **65:** Ældre i Udby Kommune.

- a:** Hvor mange promille af befolkningen er fyldt 90 år?
- b:** Hvor mange promille af befolkningen er fyldt 100 år?

Ældre i Udby Kommune

Udby Kommune havde ved den seneste optælling 12.458 indbyggere. Heraf var der 75, som var fyldt 90 år, og af disse var der igen 6, som var fyldt 100 år.

Moms

○ 66: Udby Byggemarked

- a: Hvad er momsen på en boremaskine?
 b: Hvad koster en rundsav med moms?
 c: Skriv en regning (med moms) på to boremaskiner og en stige

Udby Byggemarked	
Alle priser er uden moms	
Boremaskine	348 kr.
Rundsav	498 kr.
Stige	499 kr.

● 67: Skovborg Havecenter

- a: Hvad koster en trillebør uden moms?
 b: Hvad koster en motorklipper uden moms?
 c: Hvad meget udgør momsen på en håndklipper?
 d: Sammenlign prisen på en stige med prisen i Udby Byggemarked.

Skovborg Havecenter	
Alle priser er med moms	
Trillebør	295 kr.
Plæneklippere	
- håndklipper	599 kr.
- motorklipper	1.598 kr.
Stige	599 kr.

● 68: EDB-udstyr

- a: Hvad koster en computer, en printer og en scanner tilsammen hos Skovborg Data? Beløbet skal være incl. moms.
 b: Hvad koster en computer, en printer og en scanner tilsammen hos Udby Computer? Beløbet skal være incl. moms.
 c: Hvor meget udgør momsen på en computer hos Skovborg Data?
 d: Hvad koster en scanner uden moms hos Skovborg Data?

Udby Computer	
Computer, incl. skærm	7.999 kr.
Printer	1.498 kr.
Scanner	795 kr.
Alle priser er ekskl. moms	

Skovborg Data	
Computer, incl. skærm	9.999 kr.
Printer	1.698 kr.
Scanner	995 kr.
Vores priser er incl. moms	

● 69: Udfyld de tomme pladser i tabellen

Vare	Pris ekskl. moms	Moms	Pris incl. moms
Cykel	2.396,00 kr.		
En pakke gær			0,75 kr.
1 liter mælk	5,56 kr.		
500 gram kaffe		5,99 kr.	

Ændring i procent

○ 70: Udby Bybusser.

Tabellen viser de nuværende priser

a: En enkeltbillet for voksne stiger 25%.

Find den nye pris.

b: Et 10-turskort for voksne stiger 10%.

Find den nye pris.

c: Et månedskort for voksne stiger 5%.

Find den nye pris.

d: Alle priser for børn falder 20%.

Find de nye priser.

Udby Bybusser		
	Voksne	Børn
Enkeltbillet	8 kr.	5 kr.
10-turskort	60 kr.	40 kr.
Månedskort	200 kr.	120 kr.

○ 71: Beregn (gerne i hovedet) resultatet når:

a: 200 stiger med 50%

b: 400 falder med 25%

c: 20 stiger med 10%

d: 800 falder med 75%

e: 50 stiger med 300%

f: 4000 stiger med 150%

○ 72: Beregn resultatet (helt tal) når:

a: 117 stiger med 12%

b: 999 falder med 19%

c: 247 stiger med 53%

d: 47 falder med 75%

e: 10.742 falder med 3%

f: 22 stiger med 345%

○ 73: Skovborg kommunale værker

a: Hvor mange procent stiger prisen på el?

b: Hvor mange procent stiger prisen på vand?

Skovborg Kommunale Værker Meddelelse om prisstigninger		
	Pris i dag	Ny pris
El, pr. kWh	1,20 kr.	1,26 kr.
Vand, pr. m ³	22,50 kr.	24,30 kr.

○ 74: Find (gerne i hovedet) ændringen målt i procent når:

a: 600 vokser til 900

b: 400 falder til 300

c: 800 vokser til 1200

d: 60 falder til 15

e: 200 vokser til 240

f: 900 falder til 450

○ 75: Find (gerne i hovedet) ændringen målt i procent når:

a: 500 vokser til 2.000

b: 1.000 falder til 100

c: 12 vokser til 15

d: 250 falder til 200

e: 200 vokser til 1.200

f: 10 falder til 2

● **76:** Befolkningen i Udby Kommune

- a:** Hvor mange procent er indbyggertallet i Udby vokset?
- b:** Hvor mange procent er indbyggertallet i hele kommunen vokset?
- c:** Hvor mange procent er indbyggertallet i Andebjerg faldet?
- d:** Hvor er befolkningstallet vokset mest målt i procent?
- e:** Hvor er befolkningstallet faldet mest målt i procent?

Befolkningen i Udby Kommune Ny opgørelse viser store ændringer		
By/område	Indbyggertal i	
	1990	2000
Udby	6.953	8.647
Andebjerg	722	699
Gåsedal	253	202
Skrubberup	1.143	1.257
Sildested	816	1.002
Land-områder	416	651
I alt	10.303	12.458

Bemærk: Opgave 75 og 76 herunder ligner lidt opgaverne i afsnittet ”Find det hele...” på side 11. Kik evt. tilbage.

● **77:** Flere i arbejde

- a:** Hvor mange var der tidligere ansat på Udby Marmeladefabrik?
- b:** Hvor mange var der tidligere ansat på Udby Margarinefabrik?

Flere i arbejde i Udby
På Udby Marmeladefabrik er der nu ansat 48 medarbejdere. Det er en stigning på 20 %
På Udby Margarinefabrik er der nu ansat 54 medarbejdere. Det er en stigning på 15%.

● **78:** Hårde hvidevarer

- a:** Hvad har en vaskemaskine kostet tidligere?
- b:** Hvad har en tørretumbler kostet tidligere?
- c:** Hvad har en opvaskemaskine kostet tidligere?

Hårde hvidevarer til bløde priser	
Vaskemaskine , nu kun	4.499
...du sparer 25%	
Tørretumbler , nu kun	2.396
...du sparer 20%	
Opvaskemaskine , nu kun	2.975
...du sparer 15%	

● **79:** Udfyld de tomme pladser i skemaet.

”+” betyder stigning og ”-” betyder fald.

Gammel pris	220,00 kr.		6,95 kr.		
Ændring i procent	+ 15%	+ 35%		- 25%	+ 250%
Ny pris		236,25	5,95 kr.	2.997,00 kr.	343,00 kr.

Forskel i procent

- 80: Hvor mange procent (helt tal)...
- a: ...tjener Anton mere end Børge?
 - b: ...tjener Børge mindre end Anton?
 - c: ...tjener Carla mere end Anton?
 - d: ...tjener Carla mindre end Dagny
 - e: ...tjener Elvira mere end Børge
 - f: ...tjener Børge mindre end Elvira

Anton tjener	100 kr. i timen
Børge tjener	80 kr. i timen
Carla tjener	125 kr. i timen
Dagny tjener	145 kr. i timen
Elvira tjener	275 kr. i timen

- 81: Hvor mange procent...

- a: ...er 15 større end 10?
- b: ...er 30 mindre end 60?
- c: ...er 5.000 større end 4.000?
- d: ...er 60 større end 20?
- e: ...er 300 mindre end 400?
- f: ...er 500 større end 200?

- 82: Hvor mange procent...

- a: ...er 10 mindre end 40?
- b: ...er 1.000 større end 100?
- c: ...er 1 mio. mindre end 2 mio.?
- d: ...er 15 større end 12?
- e: ...er 40 mindre end 50?
- f: ...er 55 større end 50?

- 83: Prissammenligning: Nærbutikken og Storkøb

- a: Hvor mange procent (en decimal) er letmælk dyrere i Nærbutikken end i Storkøb?
- b: Hvor mange procent er letmælk billigere i Storkøb end i Nærbutikken?
- c: Hvor mange procent er 1,5 liter sodavand dyrere i Nærbutikken end i Storkøb?
- d: Hvor mange procent er 200 gram chokoladekiks billigere i Storkøb end i Nærbutikken?

Nærbutikken	
Letmælk, pr. liter	6,95 kr.
200 g chokoladekiks	12,75 kr.
1,5 liter sodavand	19,50 kr.

- 84: Sammenlign priserne i Storkøb på
- a: ... almindelige og økologiske gulerødder.
 - b: ... sodavand i flasker med 0,5 liter og flasker med 1,5 liter.
 - c: ... chokoladekiks i pakker 200 gram og pakker med 500 gram.

Prøv at sætte et eller flere procent-tal på.

Storkøb - Storkøb - Storkøb			
Sodavand		Mælk, pr. liter	
- 0,5 liter	2,95	- letmælk	5,45
- 1,5 liter	6,95	- sødmælk	6,45
Chokoladekiks		1 kg gulerødder	
- 200 gram	9,95	- alm.	6,75
- 500 gram	19,95	- økologiske	9,75

Procent og eksponentiel vækst - supplerende opgaver

Indholdsfortegnelse

Indholdsfortegnelse	79 a
Procenter og decimaltal	79 b
Vækst-fomlen; K_n er ukendt	79 f
Vækst-fomlen; K_0 er ukendt	79 h
Vækst-fomlen; r er ukendt	79 i
Vækst-fomlen; n er ukendt	79 k

Når du regner opgaverne fra side 79f og fremefter, skal du bruge **vækstformlen**.
Formlen skrives normalt på denne måde:

$K_n = K_0(1 + r)^n$	K_n = slutværdi	r = vækstprocenten som decimaltal
	K_0 = startværdi	n = antal ændringer

Du kan læse mere om formelen i de tilhørende **eksempler**.

Det er meget vigtigt, at du er klar over, at vækstformlen er i familie med **eksponentialfunktionen**, der normalt skrives på denne måde: $y = b \cdot a^x$

Du kan finde eksempler og opgaver med eksponentialfunktionen i et andet modul.

Det kan være lidt forvirrende, men de to formler/funktioner udtrykker faktisk **præcis det samme** rent matematisk.

Procenter og decimaltal

1: Nye ejere og højere løn.

- a:** Yrsa Olsen arbejder hos Udby Data.
Hun plejer af få 18.250 kr. pr. måned.
Hvad bliver hendes nye løn?
- b:** Hvilken af disse regne-modeller passer:
 $\text{Ny løn} = \text{Gammel løn} \cdot 0,10$
 $\text{Ny løn} = \text{Gammel løn} \cdot 1,10$
- c:** Olfert Eriksen arbejder også hos Udby Data.
Han kommer nu til at få 23.496 kr. pr. måned.
Hvad var hans gamle løn?

Nye ejere og højere løn

Udby Data er netop blevet overtaget af det amerikanske firma MicroBill A/S.
De nye ejere startede med at bevillige alle ansatte en lønstigning på 10%.
Tilfredse medarbejdere arbejder mere, så vi forventer hurtigt at tjene pengene ind igen, siger en repræsentant for det amerikanske firma.

2: Mindre eksport og lavere løn.

- a:** Olga Isaksen arbejder på Knapfabrikken.
Hun plejer af få 17.240 kr. pr. måned.
Hvad bliver hendes nye løn?
- b:** Hvilken af disse regne-modeller passer:
 $\text{Ny løn} = \text{Gammel løn} \cdot 0,95$
 $\text{Ny løn} = \text{Gammel løn} \cdot 0,05$
- c:** Eskild Ugleby arbejder også på Knapfabrikken.
Han kommer nu til at få 18.316 kr. pr. måned.
Hvad var hans gamle løn?

Mindre eksport og lavere løn

Alle medarbejdere på Knapfabrikken har indgået en frivillige aftale med firmaet om en lønnedgang på 5%.
Alternativet var desværre fyrringer pga. de svigtende eksportindtægter, udtaler fællestillidsmanden.

3: Dyrere Biler.

- a:** Kontroller at den nævnte pris-stigning på Basis-modellen passer med to stigninger på hver 5%.
- b:** Hvilke af disse regne-modeller passer:
 $\text{Ny pris} = \text{Gammel pris} \cdot 1,05 \cdot 1,05$
 $\text{Ny pris} = \text{Gammel pris} \cdot 1,05^2$
- c:** En XPL-model kommer efter sidste pris-stigning til at koste 202.750 kr.
Hvad koster denne model nu?

Dyrere Biler

Autogården i Skrubberup fortæller, at priserne på alle Skoyota-modeller vil blive sat op to gange i nær fremtid.
Priserne stiger i næste uge med 5%, og til efteråret kommer der endnu en prisstigning på 5%.
Basis-modellen stiger fra 127.800 kr. til 140.900 kr., og alle andre modeller stiger tilsvarende.

4: Lønftale

- a:** Undersøg om det kan passe, at en timeløn på 83,35 kr. ender med at stige til 93,75 kr.
- b:** Prøv at forklare denne regne-model:

$$\text{Ny løn} = \text{Oprindelig løn} \cdot 1,04 \cdot 1,03 \cdot 1,05$$
- c:** Find den nye løn (efter alle stigninger) for en medarbejder, der i dag får 106,20 kr. i timen.
- d:** Undersøg om det kan passe, at den samlede lønstigning bliver på næsten 12,5%.
 (husk at 4% + 3% + 5% kun giver 12%)

Nu skal du regne baglæns.

Brug evt. regnemodellen fra opgave **b**.

- e:** En medarbejder ender efter aftalen med en timeløn på 104,15 kr. Hvad er hans/hendes timelønnen nu?
- f:** En medarbejder ender efter aftalen med en timeløn på 129,85 kr. Hvad er hans/hendes timelønnen nu?

Lønftale i hus på fjerkræslagteri

På Andebjerg Fjerkræslagteri har man netop aftalt, at alle lønninger i år skal sættes op med 4%.

Man har desuden allerede nu aftalt, at lønningerne næste år hæves med 3% og året efter med yderligere 5%.
--

Aftalen betyder, at de lavest lønnede medarbejdere, der i dag får 83,35 kr. i timen, kommer op på 93,75 kr. i timen.

Den samlede lønstigning for alle tre år bliver således på næsten 12,5%

Såvel ledelse og som medarbejdere er godt tilfredse med den nye lønftale.
--

5: Prisfald på rejser

- a:** Undersøg om det kan passe, at prisen på endagsturene er nedsat som beskrevet.
 (passer procent-tal og kr.-tal sammen?)
- b:** Hvilken af disse regne-modeller passer:

$$\text{Pris nu} = \text{Oprindelig pris} \cdot 0,12 \cdot 0,08$$

$$\text{Pris nu} = \text{Oprindelig pris} \cdot 0,88 \cdot 0,92$$
- c:** Find den nuværende pris på en rejse, der oprindeligt har kostet 1.475 kr.
- d:** Hvor mange procent er priserne i alt faldet målt i forhold til den oprindelige pris?

Nu skal du regne baglæns. Brug evt. den rigtige af regnemodellerne fra opgave **b**.

- e:** Hvad var den oprindelige pris på en rejse, der nu koster 2.995 kr.?
- f:** Hvad var den oprindelige pris på en rejse, der nu koster 2.385 kr.?

Prisfald på rejser

Udby Busrejser, der sidste år sænkede alle sine priser med 12%, har i år valgt yderligere at sænke priserne med 8%.
--

De berømte endagsture til Tyskland er således faldet fra 185 kr. til 150 kr. til glæde for byens mange pensionister.

Men alle firmaets ture med overnatning til fjernere rejsemål er sat ned i pris på præcis tilsvarende vis.
--

6: En købmand beregner en bruttoavance på 10% af sin indkøbspris på de fleste varer.

a: Købmanden betaler 10 kr. i indkøbspris for et rugbrød. Find både:

- salgsprisen uden moms
- salgsprisen med moms

b: Prøv at forklare denne regne-model:

$$\text{Salgspris (m. moms)} = \text{Indkøbspris} \cdot 1,10 \cdot 1,25$$

c: Hvad bliver salgsprisen (m. moms) på en pakke havregryn, når købmandens indkøbspris er 7,20 kr.?

d: Hvad bliver salgsprisen (m. moms) på en pakke bleer, når købmandens indkøbspris er 58 kr.?

e: Hvor mange procent er salgsprisen (m. moms) højere end indkøbsprisen?

Nu skal du regne baglæns. Du kan evt. bruge regne-modellen fra opgave **b**.

f: Hvad er indkøbsprisen på en spegepølse, når salgsprisen (m. moms) er 24,75 kr.?

g: Hvad er indkøbsprisen på et kg ost, når salgsprisen (m. moms) er 59,95 kr.?

h: Købmandens bruttoavance udgør ca. 9,1% af salgsprisen uden moms og 7,3% af salgsprisen med moms. Prøv at forklare hvorfor.

Du må gerne bruge en af opgaverne ovenfor som eksempel.

Det beløb, som en butik selv lægger oven i sin indkøbspris inden en vare sælges, kaldes **bruttoavance**.

Beløbet omfatter både udgifter til løn, husleje m.v. og et eventuelt overskud.

Indkøbspris og bruttoavance giver tilsammen salgsprisen uden moms.

Inden varen sælges, skal der lægges 25% **moms** til prisen.

Momsen er en skat, der beregnes af hele salgsprisen. Altså af indkøbspris plus bruttoavance.

7: En tøjbutik beregner en bruttoavance på 150% af indkøbsprisen på de fleste varer.

a: Indkøbsprisen på et par bukser er 80 kr. Find både:

- salgsprisen uden moms
- salgsprisen med moms

b: Prøv at opstille en regne-model i stil med den fra opgave **6b**.

c: Hvad bliver salgsprisen (m. moms) på en frakke, når indkøbsprisen er 248 kr.?

d: Hvor mange procent er salgsprisen (m. moms) højere end indkøbsprisen?

e: Hvad er indkøbsprisen på en skjorte, når salgsprisen (m. moms) er 100 kr.?

f: Hvad er indkøbsprisen på et par strømper, når salgsprisen (m. moms) er 19,75 kr.?

g: Tøjbutikkens bruttoavance udgør 60% af salgsprisen uden moms og 48% af salgsprisen med moms. Prøv at forklare hvorfor.

Du må gerne bruge en af opgaverne ovenfor som eksempel.

8: Ændrede priser på busbilletter

Start med at læse teksten til højre grundigt igennem.

Måske synes du, at den lyder meget ulogisk.

Efter et fald på 20% og en stigning på 20% burde man vel være tilbage ved de oprindelige priser.

Eller hvad?

Prøv nu at regne opgaverne herunder.

- a:** En kontantbillet kostede 25 kr.
før prisnedsættelsen sidste år.
- hvad kostede billetten efter prisnedsættelsen?
- hvad koster billetten nu?
- b:** Et klippekort kostede 75 kr.
før prisnedsættelsen sidste år.
- hvad kostede kortet efter prisnedsættelsen?
- hvad koster kortet nu?
- c:** Prøv at forklare denne regne-model:
 $\text{Pris nu} = \text{Oprindelig pris} \cdot 0,80 \cdot 1,20$
- d:** Et månedskort for børn koster nu 312 kr.
- hvad kostede kortet før prisstigningen?
- hvad kostede kortet oprindeligt?
- e:** Et månedskort for voksne koster nu 528 kr.
Hvad kostede kortet oprindeligt?
- f:** Kan du nu forklare, hvorfor et prisfald på 20% efterfulgt af en prisstigning på 20% samlet kan resultere i et prisfald på 4%.

Ændrede priser på busbilletter

Sidste år sænkede amtet priserne på alle busbilletter (incl. klippekort og abonnementskort) med hele 20% for at få flere passagerer til den kollektive trafik.

Men prisnedsættelsen havde ikke den ønskede virkning. Derfor har man i år hævet priserne med 20%.

Resultatet bliver, at priserne nu er 4% lavere, end de var før prisnedsættelsen sidste år.

9: Vurder om disse udsagn kan være rigtige:

- Hvis man først hæver en pris med 25% og efterfølgende sænker prisen med 20%, så er man tilbage ved den oprindelige pris.
- Hvis man først sænker en pris med 20% og efterfølgende hæver prisen med 25%, så er man tilbage ved den oprindelige pris.
- Hvis man først sænker en pris med 50% og efterfølgende sænker prisen med yderligere 50%, så er den oprindelige pris faldet med 75%.
- Hvis man først hæver en pris med 50% og efterfølgende hæver prisen med yderligere 50%, så er den oprindelige pris steget med 125%

Bemærk: De to første udsagn kan bruges, når man regner frem og tilbage mellem priser uden moms og priser med moms. Kan du forklare hvordan?

Vækst-formlen; K_n er ukendt

10: Børneopsparing

Der indsættes 5.000 kr. på et nyfødt barns opsparing.

Der indsættes kun penge den ene gang.

a: Hvor mange penge står der, når barnet fylder 15 år?

b: Hvor mange penge står der, når barnet fylder 18 år?

11: Boliglån

Du tager et boliglån på 40.000 kr. Du skal ikke betale afdrag de første 4 år, men der tilskrives rente.

Hvor stor er gælden efter 4 år?

12: Aktionærkonto

Du vinder 73.219 kr. i Lotto (tillykke med det!).

Pengene indsættes på en aktionærkonto.

a: Hvor mange penge står der på kontoen efter 3 år?

b: Hvor mange penge står der på kontoen efter 9 år?

Omegnsbanken

Rentesatser på indlån

Anfordring 0,5% p.a.

Aktionærkonto 2,5% p.a.

Børneopsparing 4,0% p.a.

Rentesatser på udlån

Billån 6,0% p.a.

Boliglån 9,0% p.a.

Kassekredit 12,0% p.a.

Resultatet af sådanne opgaver passer kun præcist, hvis lånet (opsparingen) oprettes på "terminsdagen" (ofte til nytår).

Men selv om dette ikke er tilfældet, får du udmærkede cirka-tal med " K_n -formlen".

13: Flere indbyggere i Udby

Tallene i teksten er fra år 2000

a: Hvor mange indbyggere forventer man, at der vil være i Udby Kommune i år 2004?

b: Hvor mange af disse indbyggere forventes at ville bo i selve Udby?

c: Find de forventede indbyggertal for Skrubberup og Sildested i år 2003.

d: Vurder om disse udsagn er sande:

- den andel af kommunens indbyggere, der bor i selve Udby forventes at falde de kommende år.

- hvis den forventede udvikling fortsætter, så vil Sildested være større end Skrubberup i år 2015.

Forestil dig (og det er urealistisk) at stigningen kan fortsætte som beskrevet i rigtig mange år.

e: Find kommunens indbyggertal i år 2050.

Flere indbyggere i Udby

Indbyggertallet er støt stigende, og der bor nu 12.458 i Udby Kommune. Heraf bor hele 8.647 i selve Udby.

De næststørste byer i kommunen er Skrubberup med 1.257 indbyggere og Sildested med 1.002 indbyggere.

Man forventer, at hele kommunens indbyggertal de kommende år vil stige med 1,7% pr. år. Stigningerne i de nævnte byer bliver 1,5% i Udby, 0,9% i Skrubberup og hele 2,5% i Sildested. Alle procenttal er pr. år.

Borgmester Frede Fixtofte glæder over udsigten til flere skatteborgere.

- 14:** En bil koster fra ny 160.000 kr.
Dens værdi falder med 15% om året.
Hvor meget er bilen værd,
når den er 6 år gammel?

- 15:** En computer koster fra ny 12.000 kr.
Dens værdi falder med 35% om året.
Hvor meget er computeren værd,
når den er 3 år gammel?

- 16:** Færre indbyggere i små byer
Tallene i teksten er fra år 2000
- a:** Hvor mange indbyggere forventer man, at der vil være i Gåsedal i år 2004?
 - b:** Hvor mange indbyggere forventer man, at der vil være i Andebjerg i år 2006?
 - c:** Vurder om disse udsagn er sande:
 - *hvis udviklingen i Gåsedal fortsætter som forventet, så vil indbyggertallet være halveret i år 2031.*
 - *hvis udviklingen i Andebjerg fortsætter som forventet, så vil indbyggertallet først være halveret om cirka 230 år.*

Færre indbyggere i små byer

Selv om indbyggertallet er stigende, for Udby Kommune som helhed, så bliver der færre mennesker i Gåsedal og Andebjerg.

Gåsedal har kun 202 indbyggere, og tallet forventes at falde med 2,2% pr. år. Det ser lidt bedre ud i Andebjerg, hvor der lige nu bor 699 mennesker. Dette tal forventes kun at falde med 0,3% pr. år.

Borgmester Frede Fixtofte undrer sig lidt over tilbagegangen. Han siger: "Det er skam nogle rare byer, hvor solen ofte skinner".

- 17:** Prisudvikling
Et hus i Sildested er vurderet til 800.000 kr.
- a:** Hvor meget vil huset være værd om 5 år, hvis prisudviklingen fortsætter?
 - b:** Hvor mange procent stiger værdien på de 5 år?
 - c:** Hvorfor er svaret fra opgave **b** ikke 20%?
- Et hus i Gåsedal er ligeledes vurderet til 800.000 kr.
- d:** Hvor meget vil huset være værd om 5 år, hvis prisudviklingen fortsætter?
 - e:** Hvor mange procent falder værdien på de 5 år?
 - f:** Hvorfor er svaret fra opgave **e** ikke 20%?

Forskellig prisudvikling

Der er stor forskel på hvorledes ejendomspriserne udvikler sig i Udby Kommune. Yderpunkterne er Sildested, hvor priserne typisk stiger 4% om året, og Gåsedal, hvor priserne omvendt falder med 4% om året.

- 18:** Sammenlign de rentesatser, der er vist til højre.
Du kan f.eks. forestille dig, at du har et træk på kreditten på 10.000 kr. i præcis et helt år.

Rentesatser på kassekredit

Omegnsbanken 12% pr. år
Lokalbanken.....3% pr. kvartal
Vestbank.....1% pr. måned

Vækst-formlen; K_0 er ukendt

I de fleste af opgaverne herunder (men ikke dem alle) skal du regne baglæns og finde K_0 .

19: Stigende huslejer

- a: Kontroller ved beregning, at det passer, at huslejen for en toværelses lejlighed er sat op med 3% om året.
- b: Hvor mange procent er huslejen i alt vokset? (tallet er større end 15%)
- c: Hvad kostede en treværelses lejlighed i 1997?
- d: Hvad kostede en fireværelses lejlighed i 1997?
- e: Hvad vil huslejerne på de nævnte lejligheder være i 2005, hvis stigningen fortsætter?

Stigende huslejer

Udby Boligselskab har i perioden fra 1997 til 2002, hvert år hævet alle huslejer med 3%. Det betyder fx, at en toværelses lejlighed, der i 1997 kostede 2.450 kr. om måneden, nu i 2002 koster 2.840 kr. om måneden. Priserne på Boligselskabets tre- og fireværelses lejligheder er nu oppe på hhv. 3.895 kr. og 4.950 kr.

20: Dyre børn

- a: Undersøg om det kan passe, at prisen på en vuggestueplads er sat op med 8% om året.
- b: Hvor mange procent er prisen i alt vokset? (tallet er større end 32%)
- c: Hvad kostede en børnehaveplads for 4 år siden?
- d: Hvad kostede en dagplejeplads for 4 år siden?
- e: Hvad ville priserne på de nævnte former for børnepasning have været, hvis de havde fulgt den almindelige prisudvikling i samfundet?

Dyre børn i vores kommune

Prisen på børnepasning er gennem de sidste 4 år sat op med hele 8% om året. En vuggestueplads er på de 4 år steget fra præcis 1.900 kr. pr. måned til 2.585 kr. pr. måned. En børnehaveplads er kommet op på 1640 kr., mens en dagplejeplads nu er helt oppe på 2.190 kr. pr. måned. Den almindelige prisudvikling har i samme periode været ca. 2% pr. år.

21: Hvor mange trafikulykker med alvorlig personskade skete der i 1990?

I år 2000 skete der her i amtet 113 trafikulykker med alvorlig personskade. Det lyder af mange, men tallet er i gennemsnit faldet med 4% om året siden 1990.

22: Hjorte i vestsloven

- a: Hvor mange hjorte var der i Vestsloven for 3 år siden?
- b: Er det rimeligt at påstå, at antallet er blevet næsten halveret på 4 år?

Antallet af hjorte i Vestsloven er p.g.a. sygdom blandt dyrene faldet voldsomt de seneste år. Ingen kender de præcise tal, men et gæt lyder på, at der lige nu er ca. 90 hjorte. Faldet har i en årrække været på omkring 15% om året.

Vækst-fomlen; r er ukendt

I de fleste af opgaverne herunder (men ikke dem alle) skal du regne baglæns og finde r .

- 23:** Hvor mange procent har Yrsa i gennemsnit fået i årlig rente af pengene fra morfar?

Da Yrsa blev født forærede hendes morfar hende 10.000 kr. Pengene blev indsat på en opsparingskonto. Da Yrsa fyldte 18 år, kunne hun hæve 33.852 kr. fra kontoen.

24: Trafikale problemer

- a:** Hvor mange procent ar antallet af biler i gennemsnit vokset pr. år?
- b:** Hvor mange biler vil der køre på vejen om 3 år, hvis udviklingen fortsætter? (uændret årlig vækstprocent)

Læg nu din regnemaskine til side.

- c:** Kan du (uden at bruge regnemaskine) tænke dig til, hvor mange biler der vil køre på vejen om 10 år? Hvis du ikke kan, så må du bruge regnemaskinen.

Turister giver mere trafik

I sommermånederne kører der nu ca. 2.000 biler i døgnet på vejen mellem Sildested og Skrubberup. For 10 år siden var tallet kun det halve. Beboerne er glade for de mange turister, men bekymrede over trafikforholdene.

25: Færre indbrud

- a:** Beregn det gennemsnitlige årlig fald i antallet af indbrud målt i procent.
- b:** Hvor mange indbrud vil der ske i 2004, hvis udviklingen fortsætter?

Markant fald i antallet af indbrud

Antallet af indbrud er faldet i Udby gennem de senere år. I 1994 blev der anmeldt 215 indbrud. I år 2001 modtog politiet kun 180 anmeldelser.

26: Bil- og cykeltyverier.

- a:** Beregn den gennemsnitlige årlig stigning i antallet af biltyverier målt i procent.
- b:** Beregn det gennemsnitlige årlig fald i antallet af cykeltyverier målt i procent.
- c:** Hvor mange biltyverier vil der ske i 2005, hvis udviklingen fortsætter?
- d:** Kan du (uden at bruge regnemaskine) tænke dig til, hvor mange cykeltyverier der vil ske om 5 år, hvis udviklingen fortsætter? (ellers må du bruge regnemaskine)

Flere biltyverier og færre cykeltyverier

Antallet af biltyverier i Udby er vokset gennem de senere år. I 1995 blev der anmeldt 87 tyverier. I år 2000 var antallet vokset til 125.

Antallet af anmeldte cykeltyverier er til gengæld blevet halveret i den samme periode. Helt præcist fra 124 tyverier i 1995 til 62 tyverier i år 2000.

27: Fugle på Sælø

- a:** Hvilken fugleart er gået mest frem i antal?
- b:** Hvilken fugleart er gået mest frem i procent? (find procent-tallet)
- c:** Hvilken fugleart er gået mest tilbage i antal?
- d:** Hvilken fugleart er gået mest tilbage målt i procent? (find procent-tallet)
- e:** Hvor mange procent er antallet af blichøns vokset i gennemsnit pr. år?
- f:** Hvor mange procent er antallet af gråænder vokset i gennemsnit pr. år?
- g:** Hvor mange procent er antallet af hættemåger faldet i gennemsnit pr. år?
- h:** Hvor mange procent er antallet af edderfugle faldet i gennemsnit pr. år?
- i:** Hvor mange fugle vil der være af hver art i 2005, hvis udviklingen fortsætter? (uændrede årlige vækstprocenter)

Hvert 5. år tælles fuglene i reservatet på Sælø. Det er umuligt at tælle præcist men ved at tælle i mindre områder, kan man regne ud, hvor mange fugle der cirka må være på hele øen. Tabellen viser nogle eksempler på ændringer i bestandene.

	1995	2000
Blichøns	40	70
Gråænder	380	420
Hættemåger	540	440
Edderfugle	90	40

28: Befolkningen i Udby Kommune

- a:** Find den gennemsnitlige årlige vækst i procent for indbyggertallet i Udby i perioden fra 1990 til 2000.
- b:** Find også tallene for (nogle af) de andre byer i kommunen.

Man gætter på, at befolkningstallet for kommunen som helhed vil vokse med 1,7% om året i årene efter år 2000.

- c:** Er dette tal højere eller lavere end tallet for årene frem mod år 2000?
- d:** Hvad bliver befolkningstallet i 2005, hvis
 - stigningen bliver på 1,7% om året?
 - udviklingen fortsætter uforandret?

Befolkningen i Udby Kommune		
Ny opgørelse viser store ændringer		
By/område	Indbyggertal i	
	1990	2000
Udby	6.953	8.647
Andebjerg	722	699
Gåsedal	253	202
Skrubberup	1.143	1.257
Sildested	816	1.002
Land-områder	416	651
I alt	10.303	12.458

Vækst-formlen; n er ukendt

I de fleste af opgaverne herunder (men ikke dem alle) skal du prøve at finde n.

29: Opsparing i Omegnsbanken (I)

Der indsættes 10.000 kr. på en konto.

Hvor lang tid går der inden beløbet (med renter) er vokset til 15.000 kr., hvis...

- a: ...pengene indsættes på en børneopsparing?
- b: ...pengene indsættes på en aktionærkonto?
- c: ...pengene indsættes på en anfordringskonto?

Omegnsbanken	
Rentesatser på indlån	
Anfordring	0,5% p.a.
Aktionærkonto.....	2,5% p.a.
Børneopsparing	4,0% p.a.
Rentesatser på udlån	
Billån.....	6,0% p.a.
Boliglån	9,0% p.a.
Kassekredit	12,0% p.a.

30: Opsparing i Omegnsbanken (II)

En glad bedstemor opretter en børneopsparing til sit nyfødte barnebarn. Hun indsætter straks 15.000 kr.

- a: Hvornår er beløbet fordoblet?
- b: Hvor meget hurtigere blev beløbet fordoblet, hvis renten i stedet var 6% p.a.?

31: Kassekredit

Du opretter en kassekredit og trækker straks 20.000 kr. Så glemmer du alt om kreditten, indtil du får et brev fra banken. I brevet står der, at dit træk nu er oppe på 50.000 kr.

- a: Hvor lang tid er der gået siden du oprettede din kassekredit?
Forestil dig, at du fortsat får lov at beholde kreditten uden at indbetale penge.
- b: Hvor mange år går der yderligere, inden dit træk når 100.000 kr.?

32: Skarvø

Oplysningerne til højre er fra år 2000.

- a: Hvornår vil indbyggertallet nå ned på 500, hvis udviklingen bliver som forventet?
- b: Hvornår vil indbyggertallet være halveret, hvis udviklingen bliver som forventet?
- c: Nogle folk tror imidlertid, at indbyggertallet vil være halveret allerede om 10 år.
Hvilken gennemsnitlig årlig vækstprocent regner de med?

På **Skarvø** er indbyggertallet gennem en årrække faldet. Der bor lige nu kun 684 mennesker på øen. Man forventer at tallet i gennemsnit vil falde med 4% om året de kommende år.

De fleste beboere er ældre mennesker, der falder fra, som årene går, og det er sjældent, at der flytter nye folk til øen.

Der bliver kun født få børn, og de unge, der rejser fra øen for at få uddanne sig, vender langt fra alle tilbage.

Bogstavregning

Indholdsfortegnelse

Indholdsfortegnelse	80
Formler	81
Reduktion	86
Ligninger	90
Ligninger som løsningsmetode i regneopgaver	95
Simulation	98
Opsamlingsopgaver	99

Hvis du selv vurderer, at du har helt styr på bogstavregning, så kan du starte med, at kikke på opsamlingsopgaverne. Kan du regne dem helt uden problemer, så kan du overveje, at springe videre til næste modul i opgavesamlingen.

Disse opgaver er lavet af Niels Jørgen Andreasen, VUC Århus. Arbejdet med opgaverne er afsluttet i sommeren 2001. Jeg vil meget gerne høre fra dig, hvis du opdager fejl i opgaverne eller på anden måde har kommentarer hertil.

Med venlig hilsen
Niels Jørgen Andreasen
niels.joergen.andreasen@vucaarhus.dk

Formler

○ **1:** Regn disse opgaver med formler:

a: Beregn:

$$y = 5 \cdot x + 2$$

$$\text{når: } x = 4$$

b: Beregn:

$$b = 15 - 2 \cdot a$$

$$\text{når: } a = 7$$

c: Beregn:

$$U = 6 \cdot V - 11$$

$$\text{når: } V = 3$$

○ **2:** Regn (nogle af) disse opgaver med formler:

a: Beregn:

$$d = 13 - 2b$$

$$\text{når: } b = 4$$

b: Beregn:

$$Z = 7Y + 12$$

$$\text{når: } Y = 4$$

c: Beregn:

$$q = 5p - 17$$

$$\text{når: } p = 6$$

d: Beregn:

$$y = \frac{32}{x} + 5$$

$$\text{når: } x = 16$$

e: Beregn:

$$u = \frac{12}{v} - 2$$

$$\text{når: } v = 4$$

f: Beregn:

$$b = \frac{a}{4} + 5$$

$$\text{når: } a = 24$$

⊙ **3:** Regn (nogle af) disse opgaver med formler:

a: Beregn:

$$z = 52 \cdot y - 117$$

$$\text{når: } y = 5$$

b: Beregn:

$$m = 2,5 - 2n$$

$$\text{når: } n = 0,8$$

c: Beregn:

$$y = \frac{x}{48} + 512$$

$$\text{når: } x = 816$$

d: Beregn:

$$u = \frac{8,8}{v} + 0,5$$

$$\text{når: } v = 1,6$$

e: Beregn:

$$J = 389 - 5k$$

$$\text{når: } k = 37$$

f: Beregn:

$$Y = 0,2 \cdot x + 0,12$$

$$\text{når: } x = 0,9$$

○ 4: Regn (nogle af) disse opgaver med formler:

a: Beregn:

$$C = 5 \cdot A + 12 : B$$

$$\text{når: } A = 3 \text{ og } B = 4$$

b: Beregn:

$$z = 25 - x + 4 \cdot y$$

$$\text{når: } x = 15 \text{ og } y = 6$$

c: Beregn:

$$w = 3u - 12 + 4v$$

$$\text{når: } u = 5 \text{ og } v = 6$$

d: Beregn:

$$L = \frac{28}{m} + \frac{30}{n}$$

$$\text{når: } m = 4 \text{ og } n = 5$$

⊖ 5: Sæt tal ind i (nogle af) disse bogstavudtryk:

a: Beregn:

$$a = 138 - 2 \cdot b + 17 \cdot c$$

$$\text{når: } b = 67 \text{ og } c = 16$$

b: Beregn:

$$z = 6,3 \cdot x - 4,2 \cdot y$$

$$\text{når: } x = 4,5 \text{ og } y = 3,8$$

c: Beregn:

$$c = \frac{a}{2,5} + 4,2 \cdot b$$

$$\text{når: } a = 9,5 \text{ og } b = 1,5$$

d: Beregn:

$$F = \frac{133}{g} + 22 \cdot h$$

$$\text{når: } g = 19 \text{ og } h = 7$$

⊖ 6: Regn (nogle af) disse opgaver med formler:

a: Beregn:

$$F = \frac{2,5 \cdot d \cdot e}{6}$$

$$\text{når: } d = 4 \text{ og } e = 3$$

b: Beregn:

$$S = 2,4p - 4,1r$$

$$\text{når: } p = 7 \text{ og } r = 2$$

c: Beregn:

$$U = \frac{S}{3} + 4,5T$$

$$\text{når: } S = 15 \text{ og } T = 2$$

d: Beregn:

$$z = 2x + 7y - 8$$

$$\text{når: } x = 4,5 \text{ og } y = 5$$

● 7: Regn (nogle af) disse opgaver med formler:

a: Beregn:

$$R = 5(p + q) - 3$$

$$\text{når: } p = 3 \text{ og } q = 4$$

c: Beregn:

$$b = \frac{5 + a}{2} - 3$$

$$\text{når: } a = 4$$

e: Beregn:

$$L = \frac{m - 2 \cdot n}{1,5} + m \cdot n$$

$$\text{når: } m = 9 \text{ og } n = 3$$

b: Beregn:

$$z = (x + y)(x - y)$$

$$\text{når: } x = 6,5 \text{ og } y = 2,5$$

d: Beregn:

$$z = \frac{x + y}{x - y}$$

$$\text{når: } x = 7 \text{ og } y = 3$$

f: Beregn:

$$U = (2,4 \cdot v + 1,6) : w$$

$$\text{når: } v = 3,5 \text{ og } w = 2,5$$

● 8: Regn (nogle af) disse opgaver med formler:

a: Beregn:

$$R = 5 \cdot p^2 + 4$$

$$\text{når: } p = 3$$

c: Beregn:

$$b = 2 \cdot \sqrt{a}$$

$$\text{b når: } a = 25$$

e: Beregn:

$$z = \frac{2x^2}{\sqrt{y}}$$

$$\text{når: } x = 2 \text{ og } y = 16$$

g: Beregn:

$$K = \frac{2\sqrt{j}}{3}$$

$$\text{når: } j = 5,9$$

Afrund til 1 decimal.

b: Beregn:

$$y = 0,5 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 10$$

$$\text{når: } x = 6$$

d: Beregn:

$$L = (m - n)^2 + \sqrt{m + n}$$

$$\text{når: } m = 7 \text{ og } n = 2$$

f: Beregn:

$$U = \frac{v^2 + 4}{w - 10} + 2 \cdot (w - v)$$

$$\text{når: } v = 6 \text{ og } w = 15$$

h: Beregn:

$$T = 7,3s^2 - 4,2s$$

$$\text{når: } s = 4,8$$

Afrund til 2 decimaler.

Inden for geometrien bruges formler til beregning af bl.a. omkreds(O) og areal (A).
Enhederne skal passe sammen. Sætter man meter-tal ind i en formel, får man omkredsen i meter (m) og arealet i kvadrater (m²).

○ **9:** Geometriske formler - rektangler

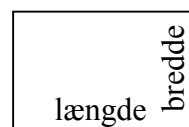
- a:** Beregn omkredsen af et rektangel med en længde på 8 m og en bredde på 6 m.
(Det svarer til gulvet i mange klasseværelser)
- b:** Beregn arealet af et rektangel på 8 m X 6 m.
- c:** Beregn arealet af et rektangel på 30 m X 25 m.
(Det svarer til en typisk byggegrund)
- d:** Beregn omkredsen af et rektangel på 30 m X 25 m.

Rektangel

$$O = 2 \cdot l + 2 \cdot b$$

og

$$A = l \cdot b$$



● **10:** Geometriske formler - cirkler

I cirkel-formler bruges tallet π (læses *pi*).
Det er et uendeligt decimaltal, som starter med 3,14...
Mange regnemaskiner har en π -knap.

- a:** Beregn omkredsen af en cirkel med en radius på 0,60 m. (Det svarer til et typisk rundt bord)
- b:** Beregn arealet af en cirkel med en radius på 0,60 m.
- c:** Beregn omkreds og areal af en cirkel med en radius på 1,20 m.

Cirkel

$$O = 2 \cdot \pi \cdot r$$

og

$$A = \pi \cdot r^2$$

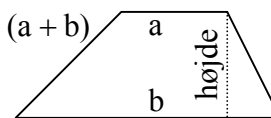


● **11:** Geometriske formler - trapezer

- a:** Beregn arealet af et trapez hvor de parallelle sider (kaldet a og b) er 10 m og 6 m og højden er 4 m.
- b:** Beregn arealet af et trapez hvor de parallelle sider er 7,50 m og 4,70 m og højden er 3,85 m.

Trapez

$$A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (a + b)$$



12: Taxa-priser

- a:** Hvad koster en tur på 5 km med Harrys Hyrevogne?
- b:** Du skal finde en formel for prisen på en tur med Harry.
P er prisen i kr. og L er turens længde i km.
Hvilke af disse skrivemåder kan bruges?
(Der er flere muligheder)

$$P = L + 40$$

$$P = 10 \cdot L + 40$$

$$P = L \cdot 40 + 10$$

$$P = 10 \cdot (L + 40)$$

$$P = 40 + 10 \cdot L$$

$$P = L \cdot 40 + 10$$

$$P = L \cdot 10 + 40$$

$$P = 40 + L \cdot 10$$

- c:** Hvad koster en tur på 5 km med Toves Taxa?
- d:** Skriv selv en formel for prisen på en tur med Toves Taxa.
(Du må gerne skrive formlen på flere måder.)

Harrys Hyrevogne

10 kr. pr. km

40 kr. i startgebyr

Toves Taxa

15 kr. pr. km

20 kr. i startgebyr

13: Bus-priser

- a:** Hvad koster en kontantbillet til 2 zoner?
(Du skal ikke regne - find blot tallet)
- b:** Du skal finde en formel for prisen på en kontantbillet.
P er prisen i kr. og Z er antal zoner.
Hvilken af disse formler kan bruges?
(Det er lidt drilsk - tænk dig godt om)

$$P = Z + 12$$

$$P = 3 \cdot Z + 12$$

$$P = 3 \cdot Z + 9$$

$$P = 3 \cdot (Z + 12)$$

- c:** Kan du selv skrive formlen på andre måder?
(Hvis ikke, så gå blot videre)
- d:** Hvad koster et 10-turs-kort til 4 zoner?
- e:** Skriv selv en formel for prisen på et 10-turs-kort.
Skriv evt. formlen på flere måder.
- f:** Hvad koster et månedskort til 6 zoner?
- g:** Skriv selv en formel for prisen på et månedskort.
Skriv evt. formlen på flere måder.

Prisliste for Andeby Amts Bustrafik			
Antal zoner	Kontantbillet	10-turs-kort	Månedskort
1	12	80	200
2	15	100	250
3	18	120	300
4	21	140	350
5	24	160	400
6	27	180	450

Reduktion

○ 14: Hvilke udtryk er ens?

a: $4x + 7x$

A: $3x$

b: $x + x + x + x + x$

B: $2x$

c: $9x - 6x - 2x$

C: $11x$

d: $5x - 4x + 3x - 2x + x$

D: $5x$

e: $8x - 5x - x$

E: x

○ 15: Reducer disse udtryk:

$5a + 3a$

$7 \cdot b - 2 \cdot b$

$2x + x$

$7y - y$

$c + c$

$8 \cdot u - 3 \cdot u - 2 \cdot u$

$4z + 2z + 3,5z$

$5a - 9a + 2a$

$1,5b + 2b - b$

⊙ 16: Hvilke udtryk er ens?

a: $8a + 7 - 5a + 3$

A: $3a + 2$

b: $a + 1 + a + 1 + a$

B: $a + 1$

c: $9a - 6 - 2a + 4$

C: $3a + 10$

d: $5a - 4a + 3 - 2$

D: $4a + 2$

e: $8 - 5a - 6 + 9a$

E: $7a - 2$

⊙ 17: Reducer disse udtryk:

$2a + 5 + 4a - 3$

$9b - 6b + 7 - b$

$3x + 8 + 5x - 7,5$

$4 + 2y + 12 - y - 8$

$4 + 2c - 3 + c - 2$

$2u - 3 - 7u + 5$

$z + 2 + 5,2z - 6$

$9 \cdot a + 7 - 6 \cdot a - 2 \cdot a$

$2b + 6 - 4b + 5b - 8$

18: Hvilke udtryk er ens?

- | | |
|---------------------------------------|-------------------------|
| a: $4x + 3y + 5x - y + 6$ | A: $x - 3y + 3$ |
| b: $6x + 2y + 4 - x + 7y - 9$ | B: $3x + 7y + 7$ |
| c: $3x - 5y - 2x + 3 + 2y$ | C: $x + 3y - 5$ |
| d: $9 + 4y - 2x + 3y - 2 + 5x$ | D: $9x + 2y + 6$ |
| e: $y - 3x - 5 - x + 2y + 5x$ | E: $5x + 9y - 5$ |

19: Reducer disse udtryk:

- | | | |
|---------------------------|------------------------|--------------------------------|
| $5a + 3b - 2a + b$ | $a + 7b - 2b + 3a - b$ | $4u + 2v + 1,5 + 2,3u + v + 1$ |
| $x + 7y + 4 + 2x - y$ | $c + 2d + 3 - 7d - 4$ | $2u - 3v - 8u + 5 + 4v$ |
| $u + 3v + 5 + 4u + v + 1$ | $9p - 6q + 2p - q - 5$ | $2a + 4b + c - b + 3a - 5c$ |

20: Reducer disse udtryk:

- | | | |
|---------------------------|-----------------------------|-----------------------------------|
| $150a + 37b + 271a - 49b$ | $78u - 216v + u + 121v$ | $5.247m + 7.215n - 3.967m + 456n$ |
| $0,7x + 1,2y + 2x - 0,5y$ | $4,2a + 7,3b + 0,9a - 2,8b$ | $0,75c + 3,15d + 1,75c - 0,05d$ |

21: Indsæt $a = 2$ og $b = 3$ i disse bogstavudtryk:

- | | |
|--|--|
| $6a + 7b - 11a + 6b + 7a - 8b + 2a - 3b$ | $a + 8b + 2a - 3b + 3a - b + 4a - 2b - 6a$ |
|--|--|

22: Reducer begge bogstavudtrykkene fra opgave 21.

23: Reducer disse udtryk:

- | | | |
|---------------------------------------|---|---|
| $\frac{1}{5}a + \frac{2}{5}a$ | $\frac{2}{9}x + \frac{3}{7}y + \frac{4}{9}x + \frac{2}{7}y$ | $\frac{1}{2}a + 4 + 2a + 3 - a$ |
| $\frac{1}{8}b + 7 + \frac{3}{8}b - 3$ | $\frac{1}{6}z + 5 + z + \frac{5}{6}z - 2$ | $\frac{1}{3}a + 5 + a + \frac{1}{2} + \frac{1}{6}a$ |

● 24: Hvilke udtryk er ens?

a: $a \cdot a \cdot a \cdot a$

A: a

b: $a + a + a + a$

B: $2a^3$

c: $a^2 + 2a^2$

C: $3a$

d: $2 \cdot 5a - 4a$

D: $4a$

e: $10a : 2 - 2a$

E: $6a$

f: $a \cdot a \cdot a + a \cdot a \cdot a$

F: $3a^2$

g: $\frac{6a}{3} - a$

G: a^4

● 25: Reducer disse udtryk:

$2 \cdot 3a + 5 + 4a - 3$

$3 + 4 \cdot 3b - 7b + 7 - 2b$

$4y + 5 \cdot 3x + 8 \cdot 2y - 7x$

$12x : 3 + 2 + 5x - 4 \cdot 2$

$4c^2 + 2c^2 - 3 - 2$

$7u^2 - 3 - 2u + 5u^2 + 6u - 2$

$z \cdot z + 2 + 5z^2 - 2 \cdot 3$

$9a \cdot a \cdot a + 7 - 6a \cdot a^2 - 2$

$\frac{8b}{4} + 6 + 4b - 8$

● 26: Hvilke udtryk er ens?

a: $6a + (5 - 2a) - 4$

A: $4a + 8$

b: $a + (3a + 2) + 6$

B: $4a + 6$

c: $9 + (6a - 3) - 2a$

C: $4a + 1$

● 27: Hvilke udtryk er ens?

a: $3(2a + 4b)$

A: $4a - 3b$

b: $(4a - 2b) \cdot 4$

B: $5a + b$

c: $(8a - 6b) : 2$

C: $6a + 12b$

d: $\frac{15a + 3b}{3}$

D: $16a - 8b$

- **28:** Reducer (nogle af) disse udtryk:

$$7a + (5 - a) - 8$$

$$10 + (5x - 9) - 2x$$

$$8y - 4z + (6z - 2y) - y$$

$$2(2a + 5) + 5a - 3$$

$$9b + 3(4 - 2b)$$

$$3(4x + 3y + 5) + 5x - 7y - 10$$

$$4(2y + 3) + (6y - 8) : 2$$

$$10d + 10(2c - 3d) + c$$

$$\frac{12u - 6}{3} + 5u + 4$$

- **29:** Hvilke udtryk er ens?

a: $8a - (5 + 2a) + 3$

A: $5a + 3$

b: $5a - (3a - 2) + 4$

B: $4a - 1$

c: $9 - 2(5 - 2a)$

C: $2a + 6$

d: $13a - 4(2a + 3) + 15$

D: $6a - 2$

- **30:** Reducer (nogle af) disse udtryk:

$$10x - (4 + 6x) + 7$$

$$7y - (4y - 3z) + 8z$$

$$11 - 2(4 - 3a) - a$$

$$12 - (2a + 3) + 5a$$

$$11u - 3(2u + 4) + 16$$

$$5c - 4(3d - 2c) + 14d$$

Ligninger

○ **31:** Løs disse ligninger. Du skal *gætte* resultatet.

a: $3 + x = 7$

b: $x - 5 = 4$

c: $11 = x + 8$

d: $7 = 13 - a$

e: $5 + x = 12$

f: $3 = x - 7$

g: $3 \cdot x = 15$

h: $5x = 20$

i: $24 = y \cdot 8$

j: $x : 3 = 6$

k: $12 : b = 3$

l: $4 = x : 8$

⊙ **32:** Løs (nogle af) disse ligninger.

a: $x + 57 = 99$

b: $x + 115 = 334$

c: $83 + a = 117$

d: $713 + x = 1.298$

e: $y - 47 = 78$

f: $x - 236 = 184$

g: $268 = x + 139$

h: $9.128 = x + 3.911$

i: $178 = x - 39$

j: $x + 1,6 = 8,2$

k: $y - 3,4 = 17,1$

l: $0,4 = x - 0,9$

● **33:** Løs (nogle af) disse ligninger. De er lidt drilske.

a: $94 - x = 47$

b: $542 - x = 227$

c: $3,4 - x = 1,7$

d: $415 = x - 121$

e: $65 = 91 - u$

f: $12,5 = 27,1 - v$

⊙ **34:** Løs (nogle af) disse ligninger.

a: $32 \cdot x = 448$

b: $29 \cdot x = 1.682$

c: $11x = 594$

d: $x \cdot 78 = 546$

e: $x \cdot 16 = 112$

f: $306 = 17 \cdot a$

g: $528 = 44b$

h: $4.692 = x \cdot 46$

i: $1.230 = x \cdot 82$

j: $4,8 \cdot x = 45,6$

k: $6,5y = 74,1$

l: $58,76 = x \cdot 5,2$

35: Løs (nogle af) disse ligninger.

a: $x : 8 = 17$

b: $x : 23 = 19$

c: $x : 3,5 = 4,8$

d: $\frac{a}{42} = 12$

e: $\frac{x}{1,2} = 7,5$

f: $115 = \frac{x}{6}$

g: $4 = x : 778$

h: $6,8 = y : 11,5$

i: $17,3 = x : 6,6$

36: Løs (nogle af) disse ligninger. De er lidt drilske.

a: $72 : x = 8$

b: $21 : a = 7,5$

c: $45 = 1.035 : x$

d: $\frac{48}{x} = 6$

e: $\frac{34}{x} = 8,5$

f: $12,4 = \frac{117,8}{b}$

37: Løs (nogle af) disse ligninger. Flere af resultaterne er negative tal.

a: $x + 19 = 12$

b: $2x = -14$

c: $x - 7 = -12$

d: $x - 3 = 18$

e: $-7 = x + 3$

f: $x : 2 = -6$

g: $5 + x = -12$

h: $3x = 21$

i: $x + 8 = -4$

38: Løs (nogle af) disse ligninger. Måske kan du gætte resultaterne af de første par stykker.

a: $\frac{2 \cdot x}{3} = 8$

b: $\frac{4 \cdot x}{5} = 12$

c: $\frac{3x}{7} = 24$

d: $45 = \frac{5 \cdot x}{8}$

e: $28 = \frac{x \cdot 4}{13}$

f: $\frac{7 \cdot x}{9} = 5,6$

39: Løs disse ligninger. Måske kan du gætte resultaterne.

a: $3 \cdot x + 5 = 11$

b: $2x - 5 = 9$

c: $18 = 2 \cdot x + 8$

d: $21 = 4x + 9$

e: $x : 3 + 2 = 7$

f: $8 = \frac{x}{4} + 5$

40: Løs (nogle af) disse ligninger.

a: $32 \cdot x + 19 = 403$

b: $12x - 56 = 832$

c: $119 = 5 \cdot x + 34$

d: $3,8x + 1,5 = 11$

e: $2,4 \cdot x - 7,1 = 20,5$

f: $29 = 3x - 5,5$

g: $222 = 44 \cdot x + 112$

h: $x : 3 + 12 = 90$

i: $x : 11 + 211 = 234$

j: $\frac{x}{4} + 58 = 170$

k: $8 = \frac{x}{5} - 19$

l: $14 + \frac{x}{7} = 25$

m: $4,7 + 2,5x = 9,2$

n: $0,8 + 3,2x = 5,6$

o: $12 = \frac{x}{3,4} + 5,2$

41: Løs (nogle af) disse ligninger. Måske kan du gætte resultaterne af de første par stykker.

a: $\frac{x+4}{2} = 6$

b: $\frac{11+x}{4} = 7$

c: $6 = \frac{2x+28}{8}$

d: $\frac{x+198}{5} = 85$

e: $\frac{4x+42}{8,5} = 12$

f: $3,5 = \frac{x+19,1}{6,4}$

42: Løs (nogle af) disse ligninger.

a: $6 \cdot x - 5 = 4 \cdot x + 1$

b: $8 \cdot x - 15 = 5 \cdot x + 6$

c: $7x - 22 = x + 8$

d: $7x - 51 = 2x - 6$

e: $2 \cdot x + 5 = 4 \cdot x - 11$

f: $9x + 15 = 14x - 3$

g: $5x - 1,5 = 3x + 10,9$

h: $7,2 \cdot x - 4,2 = 5,8 \cdot x + 2,1$

43: Løs (nogle af) disse ligninger. Flere af resultaterne er negative tal.

a: $3 \cdot x + 18 = 12$

b: $2x + 10 = 4$

c: $2x - 7 = -15$

d: $4x - 3 = x + 18$

e: $6 \cdot x - 7 = -19$

f: $2x + 5 = 3x + 9$

g: $\frac{x}{2} + 8 = 13$

h: $4 = \frac{x}{5} + 6$

i: $x : 5 + 8 = 2$

● 44: Løs (nogle af) disse ligninger.

a: $4 \cdot x - 10 + 2x = 4 \cdot x$

b: $6 + (x - 5) = 2 \cdot x - 7$

c: $7x - 3 = 4(x + 2) + 2x - 8$

d: $2 + 5(x - 4) - 2x = x + 6$

e: $16 - (2x - 3) = x - 8$

f: $2 \cdot 9 - 5(x - 2) - x = 4$

● 45: Løs (nogle af) disse ligninger. Afrund resultaterne til en decimal.

a: $15 \cdot x + 12 = 278$

b: $21x - 16 = 32$

c: $7x - 2 = 4x + 9$

d: $1,9x - 2,1 = 3,2x + 6,8$

● 46: Løs (nogle af) disse ligninger. Afrund resultaterne til to decimaler.

a: $68 \cdot x + 79 = 748$

b: $2,1x + 4,8 = 9,3$

c: $6,5x - 3 = 4,2x + 8$

d: $222x - 71 = 78x + 98$

● 47: Løs (nogle af) disse ligninger.

a: $x^2 = 9$

b: $x^2 = 25$

c: $x^2 = 64$

d: $x^2 = 169$

e: $x^2 = 38,44$

f: $x^2 = 0,25$

● 48: Løs (nogle af) disse ligninger.

a: $2 \cdot x^2 = 32$

b: $3 \cdot x^2 = 12$

c: $4 \cdot x^2 = 25$

d: $x^2 - 19 = 30$

e: $x^2 + 4 = 125$

f: $\frac{x^2}{3} = 12$

49: Løs (nogle af) disse ligninger.

a: $\sqrt{x} = 4$

b: $\sqrt{x} = 10$

c: $\sqrt{x} = 6$

d: $\sqrt{x} = 2$

e: $\sqrt{x} = 8$

f: $\sqrt{x} = 7$

50: Løs (nogle af) disse ligninger.

a: $2 \cdot \sqrt{x} = 10$

b: $4 \cdot \sqrt{x} = 12$

c: $8 \cdot \sqrt{x} = 8$

d: $\sqrt{x} - 3 = 4$

e: $\sqrt{x} + 4 = 16$

f: $\frac{\sqrt{x}}{3} = 2$

51: Brug denne formel

$$y = 5 \cdot x + 7$$

til...

a: ...at finde y når: $x = 4$

b: ...at finde x når: $y = 52$

52: Brug denne formel

$$m = 1,2 \cdot n - 7$$

til...

a: ...at finde m når: $n = 15$

b: ...at finde n når: $m = 23$

53: Brug denne formel

$$s = \frac{r}{12} + 17$$

til...

a: ...at finde s når: $r = 42$

b: ...at finde r når: $s = 30$

54: Brug denne formel

$$G = \frac{7 \cdot f}{9}$$

til...

a: ...at finde G når: $f = 16,2$

b: ...at finde f når: $G = 47,6$

55: Brug denne formel

$$R = \frac{P \cdot Q}{7,2}$$

til...

a: ...at finde R når: $P = 5,4$ og $Q = 2,4$

b: ...at finde P når: $R = 15$ og $Q = 9$

c: ...at finde Q når: $R = 35$ og $P = 16,8$

56: Brug denne formel

$$W = 2,5 \cdot U + 1,2 \cdot V$$

til...

a: ...at finde W når: $U = 4,2$ og $V = 6,5$

b: ...at finde U når: $W = 13,5$ og $V = 5$

c: ...at finde V når: $W = 6,3$ og $U = 1,8$

Ligninger som løsningsmetode i regneopgaver

Opgaverne i dette afsnit kan godt løses uden brug af ligninger, men du *skal* øve dig i at arbejde med ligninger.

- Ⓐ **57:** En far og en søn er tilsammen 42 år. Faderen er 5 gange så gammel som sønnen.
Du skal finde ud af, hvor gamle de er.
- a:** Hvilken af disse ligninger kan bruges, når sønnens alder kaldes x ?
- $$x + 5x = 42 \qquad 5x - x = 42$$
- b:** Løs den rigtige ligning og find personernes alder.
- Ⓑ **58:** En mor og en datter er tilsammen 48 år. Moderen er 3 gange så gammel som datteren.
Du skal finde ud af, hvor gamle de er.
- a:** Skriv en ligning som kan bruges, når datterens alder kaldes x .
- b:** Løs ligningen og find personernes alder.
- Ⓒ **59:** En far og en søn er tilsammen 52 år. Faderen er 24 år ældre en sønnen.
Du skal finde ud af, hvor gamle de er.
- a:** Hvilken af disse ligninger kan bruges, når sønnens alder kaldes x ?
- $$x + (x + 24) = 52 \qquad 52 - x = 24$$
- b:** Løs den rigtige ligning og find personernes alder.
- Ⓓ **60:** En mor og en datter er tilsammen 47 år. Datteren er 25 år yngre end moderen.
Du skal finde ud af, hvor gamle de er.
- a:** Hvilken af disse ligninger kan bruges, når moderens alder kaldes x ?
- $$25 + x = 47 \qquad x + (x - 25) = 47$$
- b:** Løs den rigtige ligning og find personernes alder.
- Ⓔ **61:** Anna og Britta skal dele 500 kr. således at Britta får 150 kr. mere end Anna.
Du skal finde ud af, hvor mange penge de skal have.
- a:** Skriv en ligning som kan bruges, når Anna får x kr.
- b:** Løs ligningen og fordel pengene.

- 62: Carlo og Danny skal dele 340 kr. således at Danny får 3 gange så meget som Carlo.
Du skal finde ud af, hvor mange penge de skal have.
- a: Skriv en ligning som kan bruges, når Carlo får x kr.
- b: Løs ligningen og fordel pengene.
- 63: Tre søskende er tilsammen 38 år. Den ældste er 5 år ældre end den mellemste, og den mellemste er 3 år ældre end den yngste.
Du skal finde ud af, hvor gamle de er.
- a: Hvilken af disse ligninger kan bruges, når den yngste er x år?
- $$x + 3x + 5x = 38 \qquad x + (x + 3) + (x + 3 + 5) = 38$$
- b: Løs den rigtige ligning og find personernes alder.
- 64: Erik, Frede og Gorm er tilsammen 200 år. Frede er 42 år ældre end Erik, og Gorm er 8 år ældre end Frede.
Du skal finde ud af, hvor gamle de er.
- a: Skriv en ligning som kan bruges, når Eriks alder kaldes x .
- b: Løs ligningen og find personernes alder.
- 65: Rita, Signe, Tine, Ulla og Vivi skal dele 600 kr.
Signe skal have det samme som Rita. Tine skal have halvt så meget som Rita.
Ulla skal have dobbelt så meget som Rita. Vivi skal have tre gange så meget som Rita.
Du skal finde ud af, hvor mange penge de skal have.
- a: Skriv en ligning som kan bruges, når Rita får x kr.
- b: Løs ligningen og fordel pengene.

66: Birgers Bageri

Olfert er sendt til bageren efter 2 rugbrød.

Han har 50 kr. med og kommer til at købe studenterbrød for de penge, som er til overs.

Du skal finde ud af, hvor mange studenterbrød han får.

a: Hvilken af disse ligninger kan bruges?

$$2 \cdot 15 + 5 \cdot x = 50 \quad 15 + x = 50 - 5$$

b: Løs den rigtige ligning og find antal studenterbrød.

Gerda er sendt til bageren efter 4 franskbrød.

Hun har 100 kr. med og kommer til at købe romkugler for de penge, som er til overs.

Du skal finde ud af, hvor mange romkugler hun får.

c: Skriv en ligning som kan bruges, når x er antal romkugler.

d: Løs ligningen og find antal romkugler.

Birgers bageri	
Rugbrød	15 kr.
Franskbrød	13 kr.
Studenterbrød	5 kr.
Romkugler	3 kr.

67: Taxa-priser

Du har været i byen, og du vil tage Hannes Hyrevogne hjem.

Du skal finde ud af, hvor langt du kan køre, når du har 98 kr. tilbage.

a: Hvilken af disse ligninger kan bruges, når x er antal km?

$$98 = 12 \cdot (x + 35) \quad 98 = 35 \cdot x + 12$$

$$98 = 12 \cdot x + 35 \quad 98 = 12 \cdot x - 35$$

b: Løs den rigtige ligning og find det antal km, som du kan køre (det er ikke et helt tal).

c: Skriv også en ligning, som kan bruges til at beregne, hvor langt man kan køre for 98 kr. med Thorkilds Taxa.

d: Løs ligningen og find det antal km, som man kan køre.

e: Løs også denne ligning:

$$15 \cdot x + 20 = 12 \cdot x + 35$$

f: Hvad tror du, at man beregner, når man løser ligningen ovenfor?

Hannes Hyrevogne	
12 kr. pr. km	
35 kr. i startgebyr	

Thorkilds Taxa	
15 kr. pr. km	
20 kr. i startgebyr	

Simulation

Simulation betyder at prøve sig frem.

Opgaverne på denne side kan godt løses på andre måder, men det er *svært*, og du *skal øve* dig i simulation.

68: Standselængde

- a: Vis v.h.a. formlen at standselængden for en bil, der kører 80 km/time, er cirka 50 m.
- b: Hvor hurtigt kører bilen, når standselængden er 25 m?
- c: Hvor hurtigt kører bilen, når standselængden er 100 m?

Standselængden for en bil kan beregnes med denne formel:

$$S = 0,004 \cdot H^2 + 0,3 \cdot H$$

S er standselængden målt i meter
H er hastigheden målt i km/time.

69: Udbetalt løn

Olfert tjener 15.000 kr. pr. måned.

Hans fradrag er 3.000 kr. og trækprocenten er 40.

- a: Vis v.h.a. formlen at han får udbetalt 10.200 kr.
- b: Hvad skal han tjene for at få udbetalt 10.500 kr.? Fradrag og trækprocent er uændret.

Gerda tjener 16.280 kr. pr. måned.

Hendes fradrag er 2.250 kr. og trækprocenten er 42.

- c: Vis v.h.a. formlen at hun får udbetalt 10.387 kr. (afrundet)
- d: Hvad skal hun tjene for at få udbetalt 10.700 kr.? Fradrag og trækprocent er uændret.

Udbetalt løn

Det beløb, som en person får udbetalt i løn, når skatten er trukket, kan beregnes med denne formel:

$$U = L - \frac{P \cdot (L - F)}{100}$$

U er den udbetalte løn

L er løn før skattetræk

P er trækprocent

F er fradrag

Eksempel

Kurt tjener 12.000 kr. før skat, og hans fradrag er 3.000 kr.

(begge tal er pr. måned)

Hans trækprocent er 40.

Hvor meget får han udbetalt?

$$U = 12.000 - \frac{40 \cdot (12.000 - 3.000)}{100}$$

$$U = 12.000 - \frac{40 \cdot 9.000}{100}$$

$$U = 12.000 - 3.600 = 8.400 \text{ kr.}$$

Opsamlingsopgaver

1: Regn disse opgaver med formler:

a: Beregn:

$$S = 27 - 2,5 \cdot T$$

$$\text{når: } T = 6$$

b: Beregn:

$$b = \frac{12 + 2 \cdot a}{5} + 9$$

$$\text{når: } a = 4$$

c: Beregn:

$$F = \frac{48}{g} + 4 \cdot h$$

$$\text{når: } g = 2,5 \text{ og } h = 3,2$$

d: Beregn:

$$z = (3,7 \cdot x + 14,9) : y$$

$$\text{når: } x = 4,1 \text{ og } y = 2,3$$

Afrund til 2 decimaler

2: Reducer disse udtryk:

$$4 \cdot a + 5 \cdot a - 2 \cdot a$$

$$2 \cdot 3a + 5 - a + 6 : 3$$

$$4(u + 2v) + 3v - u$$

$$2u - 6v + 5 + 4u + 2v - 1$$

$$12d : 4 + 6 - d - 4$$

$$\frac{6x + 8y}{2} + 5x - y$$

$$4r + 1,6s + 0,3 - 0,1r + 1,2s$$

$$\frac{10p}{2} - 2q + p + 3q \cdot 2$$

$$2a + 4 + (3a - 5) - 4a$$

$$8a + 5 - 2a + 7 - 9a$$

$$7 \cdot a \cdot 2 + 5 \cdot b \cdot 3 - 12 \cdot a - b$$

$$4a^2 + 7a + a \cdot a - 2a$$

3: Løs disse ligninger.

a: $4 \cdot x = 96$

b: $\frac{2 \cdot x}{5} = 26$

c: $2 \cdot (x + 5) = 24$

d: $178 + x = 341$

e: $4 \cdot x + 31 = 75$

f: $x^2 = 169$

g: $12,5 = x : 16$

h: $217 = x \cdot 9 - 35$

i: $\sqrt{x} = 9$

j: $5,2 - x = 2,8$

k: $7x - 12 = 3x + 46$

l: $x^2 + 10 = 35$

Bogstavregning - supplerende opgaver

Indholdsfortegnelse

Indholdsfortegnelse	99 a
Formler	99 b
Reduktion	99 c
Ligninger	99 f

Formler

1: Regn (nogle af) disse opgaver med formler:

a: Beregn:

$$R = 4 \cdot p^4 - 2,5 \cdot p^2$$

$$\text{når: } p = 3$$

b: Beregn:

$$y = 0,25 \cdot 3^x$$

$$\text{når: } x = 5$$

c: Beregn:

$$c = 4,1 \cdot d^e$$

$$\text{når: } d = 3,5 \text{ og } e = 3$$

d: Beregn:

$$b = 2,8 \cdot \sqrt[3]{a}$$

$$\text{når: } a = 98$$

e: Beregn:

$$r = 0,9 \cdot \sqrt[3]{q}$$

$$\text{når: } a = 5 \text{ og } q = 117$$

f: Beregn:

$$L = (4,8m - n)^3 + \sqrt{m + 0,4n}$$

$$\text{når: } m = 9,2 \text{ og } n = 12,7$$

g: Beregn:

$$z = \frac{0,2x^3}{\sqrt{8y}}$$

$$\text{når: } x = 2,4 \text{ og } y = 1,6$$

h: Beregn:

$$U = \frac{3,1 \cdot v^2 + 14,7}{5 \cdot \sqrt{w}}$$

$$\text{når: } v = 9,2 \text{ og } w = 158$$

i: Beregn:

$$A = \frac{B \cdot C}{(B+1,7) \cdot (C-3,9)}$$

$$\text{når: } B = 6,1 \text{ og } C = 9,3$$

j: Beregn:

$$D = \frac{1}{3,5 \cdot F + 2,2} - \frac{1}{2,7 \cdot F^2}$$

$$\text{når: } F = 5$$

k: Beregn:

$$K = 3 \cdot \sqrt[4]{j-17}$$

$$\text{når: } j = 189$$

l: Beregn:

$$T = 11,7(1-r)^s$$

$$\text{når: } r = 0,11 \text{ og } s = 8$$

m: Beregn:

$$T = 3 \cdot u^{-2} - 2 \cdot u^{-3}$$

$$\text{når: } u = 8$$

n: Beregn:

$$F = 2.704,8 \cdot G^{-H}$$

$$\text{når: } G = 6,5 \text{ og } H = 4$$

o: Beregn:

$$L = 0,8 \cdot M^{3,8} - 4,7 \cdot M^{0,7}$$

$$\text{når: } M = 6,7$$

p: Beregn:

$$B = 119 \cdot \sqrt[2,5]{A}$$

$$\text{når: } A = 106,5$$

Reduktion

2: Reducer disse udtryk:

$$7a - a + 5a$$

$$9b + 5 - 4b + 5b - 12$$

$$u - 2v + 5 + 4u + v + 1$$

$$398x - 144 - 102x + 54$$

$$\frac{1}{5}y + 4 + \frac{2}{5}y - 1$$

$$3,9a + 4,3b + 0,9a - 3,8b$$

$$4 \cdot 6a + 5 \cdot 2 + 8a - 12$$

$$21x : 3 + 2 + 5x - 4 \cdot 2$$

$$z \cdot z + 2z + 5z^2 - 3z + 7$$

$$12y - z + (6z - 2y) - 3z$$

$$7(2y + 3) + (9y - 15) : 3$$

$$\frac{24u - 16}{8} + 5u - 5$$

$$12 - (2a + 7) + 4a$$

$$27u - 3(2u + 5) + 14$$

$$9c - 3(4d - 2c) + 10d$$

3: Reducer disse udtryk:

$$\frac{2}{3}b - \frac{1}{2}b$$

$$\frac{1}{2}c - \frac{1}{4}c + 2c$$

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{x}$$

$$\frac{5}{6c} - \frac{5}{9c}$$

$$\frac{3x}{8} + \frac{x}{8}$$

$$\frac{a}{4} - \frac{a}{6}$$

$$\frac{3}{z} + \frac{3}{2z}$$

$$\frac{2}{a} - \frac{4}{3a} + \frac{3}{2a} - \frac{1}{6a}$$

4: Hvilke udtryk er ens?

a: $(2a + 4)(2a - 4)$

A: $4a^2 + 30a - 16$

b: $(2a + 4)(2a + 4)$

B: $4a^2 + 12a - 16$

c: $(2a - 4)(2a - 4)$

C: $4a^2 + 16a + 16$

d: $(4a - 4)(a + 4)$

D: $4a^2 - 16$

e: $(4a - 8)(a + 2)$

E: $4a^2 - 16a + 16$

f: $(8a - 4)(0,5a + 4)$

F: $4a^2 - 16$

5: Reducer disse udtryk:

$$(3x + 5)(3x - 5)$$

$$(3x + 5)(3x + 5)$$

$$(3x - 5)(3x - 5)$$

$$(2 + 4b)(3b - 6)$$

$$(15d + 12)(2d - 3)$$

$$(10z + 7)(6 - 3z)$$

$$(8y + 0,5)(6y + 10)$$

$$(12m + 6)(\frac{1}{3}m + 2)$$

6: Reducer (nogle af) disse udtryk:

$$(5a + 6)(2a - 3) + 4a + 8$$

$$9b^2 + (3b + 5)(2b - 1) - 5b + 2$$

$$(2a + 4)(3b - 4) - 5ab$$

$$2(y - 4) + (9y - 2)(y + 2) - y^2$$

$$\left(\frac{1}{2}x + 4\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3}(x - 1)$$

$$2xy + (x - 3)(1 - y) + y$$

$$(c - 4)(3c - 6) - 3(c^2 + 8)$$

$$(2x + 3y)(4x - y + 2) - 10xy$$

$$5(2a + 4)(a + 3)$$

$$(3,2a - 2,1)(4,6a + 2,9) + 5,12a$$

$$\frac{(2a + 1)(4a - 4) + a^2 + a + 1}{3}$$

$$4(3b - 2)(b + 5) - 2b^2$$

7: Hvilke udtryk er ens?

a: $2a^2 + 6ab$

A: $3(4a - b)$

b: $12a - 4b$

B: $2a(3b + 2)$

c: $12a - 3b$

C: $6(a + 2b)$

d: $6a + 8b$

D: $2a(a + 3b)$

e: $6ab + 4a$

E: $2(3a + 4b)$

f: $6a + 12b$

F: $4(3a - b)$

8: Sæt mest muligt uden for parentes i disse udtryk:

$$24p - 8q$$

$$10 \cdot x \cdot y + 20 \cdot x \cdot z$$

$$4 \cdot b^2 + 8 \cdot b \cdot c$$

$$12x^2 \cdot y \cdot z - 6x \cdot y \cdot z^2$$

$$3m + 15n$$

$$2ab + 6ac - 4ad$$

$$4b^2 - 4ab - 4bc$$

$$6a^2 + 6ab - 3a^3b$$

9: Hvilke udtryk er ens?

a: $\frac{2x^2 + 3x}{x}$

A: $2x$

b: $\frac{6xy + 4y}{2y}$

B: 3

c: $\frac{3x + 6}{x + 2}$

C: $2x + 3$

d: $\frac{2x^2 + 4x}{x + 2}$

D: $3x + 2$

10: Reducer disse udtryk:

$$\frac{6a^2 + 9a}{3a}$$

$$\frac{5xy + 3xz - 2x}{x}$$

$$\frac{6ab - 9b}{2a - 3}$$

$$\frac{2x + 5}{6x + 15}$$

$$\frac{12pq - 8q^2 - 4q}{4q}$$

$$\frac{18m^2 - 24mn}{6m}$$

$$\frac{10x^2 + 5xy}{2x + y} - 2x$$

$$\frac{18bc - 15c}{6b - 5} - 2c$$

11: Hvilke af disse udsagn er sande?

a: $(3b)^2 = 9b^2$

e: $\sqrt{a^6} = a^3$

i: $\sqrt{\frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2}$

b: $(3b)^2 = 3b^2$

f: $\sqrt{25b^2} = 5b$

j: $\sqrt{\frac{a^2}{4}} = \frac{a}{4}$

c: $(\sqrt{a})^2 = a$

g: $\sqrt{4b^2} = 4b$

k: $\sqrt{\frac{a^2}{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$

d: $\sqrt{b^2} = b$

h: $\sqrt{2b^2} = \sqrt{2}b$

12: Reducer disse udtryk:

$$a^3 \cdot a^6$$

$$a^3 \cdot b^2 \cdot a^4 \cdot b^6$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{a}$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$x^7 : x^4$$

$$x^2 \cdot y^3 \cdot 2 \cdot x^4 \cdot y \cdot x$$

$$(\sqrt{a})^2 \cdot \sqrt{b^2}$$

$$\sqrt{4b^2}$$

$$(3b)^2 \cdot b^2$$

$$z \cdot (2z)^3 \cdot 3$$

$$\sqrt{a^8}$$

$$(\sqrt{a})^8$$

$$5 \cdot (5q)^2 \cdot (2p)^2$$

$$x^5 \cdot y^6 : x : y^2$$

$$\sqrt{25 \cdot b^8}$$

$$\sqrt[3]{c^{12}}$$

$$\frac{m^9}{m^5}$$

$$\frac{p^5 \cdot q^4}{p^2 \cdot q}$$

$$\frac{\sqrt{x} \cdot x^3}{\sqrt{x} \cdot x}$$

$$\sqrt{\frac{b^4}{a^2}}$$

$$\frac{12 \cdot m^5}{(2m)^2}$$

$$\left(\frac{1}{2}a\right)^2 + \frac{3}{4}a^2$$

$$\frac{y}{\sqrt{y}}$$

$$\sqrt{\frac{a^2}{9}}$$

13: Reducer disse udtryk:

$$a^7 \cdot a^{-4}$$

$$b^5 \cdot c^6 \cdot b^{-3} \cdot c^{-2}$$

$$z^3 \cdot z^{-8}$$

$$x^3 \cdot y^4 \cdot x^{-5} \cdot y^{-7}$$

$$\frac{m^2}{m^9}$$

$$\frac{c^4}{c^3 \cdot c^2}$$

$$a^5 \cdot a^{-7} \cdot a^2$$

$$\frac{a^2 \cdot c^3}{c^2 \cdot a^3}$$

Ligninger**14:** Løs disse ligninger.

a: $12 \cdot x - 94 = 110$

b: $47 = x : 19 + 16$

c: $13x - 47 = 105 - 3x$

d: $6 = \frac{5x + 12}{8}$

e: $\frac{122 - x}{5} = 15$

f: $22 = \frac{374}{x}$

g: $3 + 6(x - 4) = 2x + 1$

h: $15 \cdot x^2 = 735$

i: $\sqrt{x} + 2 = 11$

j: $15 - 9x = 5 - x$

k: $1,5 + 5(x - 3) + 10x = 0$

l: $x^2 : 3,25 = 13$

m: $3,6 = \frac{\sqrt{x}}{1,5}$

n: $\frac{4x - 7,9}{3} = 8,3$

o: $52,5 = \frac{x^2}{2,1}$

15: Løs disse ligninger.

a: $\frac{3(x + 5)}{7} = 6$

b: $40 = \frac{8(4 + x)}{3}$

c: $\frac{7(x - 9)}{6} = 14$

d: $\frac{17 + x}{5} + 12 = 17$

e: $10 = \frac{5(4 + 3x)}{11}$

f: $16 + \frac{4x + 17}{9} = 21$

g: $44 = \frac{11(17 - x)}{3}$

h: $\frac{33 - x}{2} - 12 = 0$

i: $12 + \frac{48 - 9x}{7} = 15$

16: Løs disse ligninger - nogle af resultaterne er negative tal.

a: $\frac{3,2 \cdot (x + 4,4)}{8} = 2,6$

b: $9,75 = \frac{6,5 \cdot (3,3 + 3x)}{5,4}$

c: $\frac{3,36(x - 0,22)}{2,4} = 0,84$

d: $\frac{9,7 + x}{3,5} - 3,6 = 0$

e: $21,7 = 15,2 + \frac{3,2 + 4x}{2,4}$

f: $\frac{47,8 - x}{4,8} + 17,2 = 23,7$

g: $\frac{22 + 3x}{5} = 2$

h: $\frac{5,4 + x}{0,8} - 1,6 = 0,4$

i: $7 = \frac{1,75 \cdot (84 + 10x)}{8}$

17: Løs disse ligninger - skriv resultatet som en brøk.

a: $10x + 8 = 3x + 12$

b: $\frac{3(x + 4)}{2} = 7$

c: $\frac{6(x + 2)}{17} - 1 = 0$

18: Løs (nogle af) disse ligninger.

a: $\frac{5x}{3} = 6 + x$

b: $3 - 2x = \frac{2x}{5}$

c: $\frac{9x}{2} = 5 + 3x$

d: $\frac{2x}{5} - 2 = \frac{3x}{10}$

e: $\frac{3x}{4} + 6 = \frac{5x}{2} - x$

f: $\frac{2x}{3} + 2 = \frac{7x}{2} - 2x$

g: $\frac{3+x}{4} = \frac{6-x}{2}$

h: $\frac{14-5x}{3} + \frac{3x}{2} = \frac{3x+1}{2}$

i: $\frac{6x-7}{4} - \frac{x}{2} = \frac{13-2x}{3}$

j: $\frac{27}{x} = 6$

k: $2 = \frac{18}{5x}$

l: $\frac{34,5}{3x} - 5 = 0$

m: $\frac{3}{2x} + 2 = \frac{7}{2x}$

n: $\frac{11}{x} + 2,5 = \frac{33}{2x}$

o: $\frac{14}{2x} - 3 = \frac{7}{5x} + 1$

19: Løs disse ligninger.

a: $x^2 - 13,8 = 123,1$

b: $7 \cdot x^2 + 19 = 82$

c: $x^2 = 0,0001$

d: $2,5\sqrt{x} - 3 = 7$

e: $= 8\sqrt{x} + 9,6 = 60$

f: $\sqrt{x} = 0,01$

g: $\frac{3,75 \cdot x^2}{1,5} = 44,1$

h: $\frac{\sqrt{x}}{5} + 1,3 = 2$

i: $\frac{7,75 + x^2}{5} = 16$

j: $(x+2)^2 = 49$

k: $\sqrt{x+4} = 7$

l: $(x-5)^2 - 21 = 43$

m: $4(x-2)^2 = 169$

n: $\frac{\sqrt{x+84}}{11} = 2$

o: $\frac{9,8}{x^2} = 5$

20: Løs disse ligninger.

a: $x^3 = 343$

b: $x^5 = 143,5$

c: $8 \cdot x^4 = 40,5$

d: $\sqrt[6]{x} = 1,18$

e: $\sqrt[3]{x} = -6$

f: $5 \cdot \sqrt[3]{x} = 26,45$

g: $2 \cdot x^3 - 28 = 750$

h: $15 = 3,75 + 2,5 \cdot \sqrt[4]{x}$

i: $5 \cdot x^{11} + 21 = 1.100$

j: $\frac{1,5 \cdot x^3}{5} = 148$

k: $\frac{\sqrt[4]{x}}{7} + 1,6 = 2,1$

l: $\frac{x^5}{32} - 159 = 84$

m: $(x+4)^5 = 16.807$

n: $\sqrt[3]{x-7} = 5$

o: $(2,5-x)^6 + 4 = 7$

21: Brug denne formel

$$y = 5,2 \cdot x^2 + 17,3$$

til...

a: ...at finde y når: $x = 4,8$ **b:** ...at finde x når: $y = 92,4$ **22:** Brug denne formel

$$m = 3,2 \cdot \sqrt{n} - 7,5$$

til...

a: ...at finde m når: $n = 15,4$ **b:** ...at finde n når: $m = 13,1$ **23:** Brug denne formel

$$f = \frac{g^3}{9,8}$$

til...

a: ...at finde f når: $g = 2,7$ **b:** ...at finde g når: $f = 119,1$ **24:** Brug denne formel

$$p = \frac{\sqrt{q}}{0,85} + 22,1$$

til...

a: ...at finde p når: $q = 212$ **b:** ...at finde q når: $p = 34,2$ **25:** Brug denne formel

$$s = \frac{r^3}{12,7} + 19,1$$

til...

a: ...at finde s når: $r = 5,2$ **b:** ...at finde r når: $s = 50,9$ **26:** Brug denne formel

$$G = \frac{6,8 \cdot \sqrt[4]{f}}{9,1}$$

til...

a: ...at finde G når: $f = 146,2$ **b:** ...at finde f når: $G = 7,6$ **27:** Brug denne formel

$$R = P \cdot (Q + 2,5)^2$$

til...

a: ...at finde R når: $P = 5,4$ og $Q = 2,4$ **b:** ...at finde P når: $R = 195$ og $Q = 6,3$ **c:** ...at finde Q når: $R = 352$ og $P = 7,8$ **28:** Brug denne formel

$$W = U \cdot \sqrt{1,2 + V}$$

til...

a: ...at finde W når: $U = 4,2$ og $V = 6,5$ **b:** ...at finde U når: $W = 13,5$ og $V = 15,9$ **c:** ...at finde V når: $W = 6,4$ og $U = 1,8$ **29:** Brug denne formel

$$s = \frac{123}{r^2} + 17$$

til...

a: ...at finde s når: $r = 4,2$ **b:** ...at finde r når: $s = 27,8$ **30:** Brug denne formel

$$G = 1,9 \cdot f^5 + 66,8$$

til...

a: ...at finde G når: $f = 3,2$ **b:** ...at finde f når: $G = 876$

Funktioner og koordinatsystemer

Indholdsfortegnelse

Indholdsfortegnelse	100
Brug af grafer og koordinatsystemer	101
Lineære funktioner	107
Andre funktioner	114

Disse opgaver er lavet af Niels Jørgen Andreasen, VUC Århus.
Arbejdet med opgaverne er afsluttet i sommeren 2001.
Jeg vil meget gerne høre fra dig, hvis du opdager fejl i opgaverne
eller på anden måde har kommentarer hertil.

Med venlig hilsen
Niels Jørgen Andreasen
niels.joergen.andreasen@vucaarhus.dk

Brug af grafer og koordinatsystemer

○ 1: En butik sælger gulerødder til 4 kr. pr. kg.

a: Hvor meget koster 2 kg gulerødder?

b: Udfyld tabellen til herunder:

Antal kg gulerødder	0	1	2	3	4
Pris i kr.					

c: Tegn ud fra tallene i tabellen en graf i koordinat-systemet til højre.

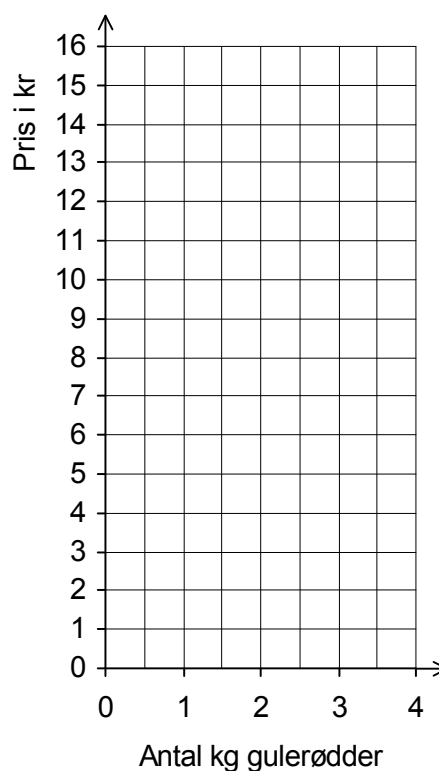
d: Hvad koster 2,5 kg gulerødder?
Marker dit svar i koordinat-systemet.

e: Hvor mange gulerødder kan man få for 6 kr?
Marker dit svar i koordinat-systemet.

Billige gulerødder

Kun 4 kr. pr. kg

- vej selv -



○ 2: En butik sælger vindruer til 10 kr. pr. kg.

a: Hvor meget koster 3 kg vindruer?

b: Udfyld tabellen til herunder:

Lækre italienske vindruer

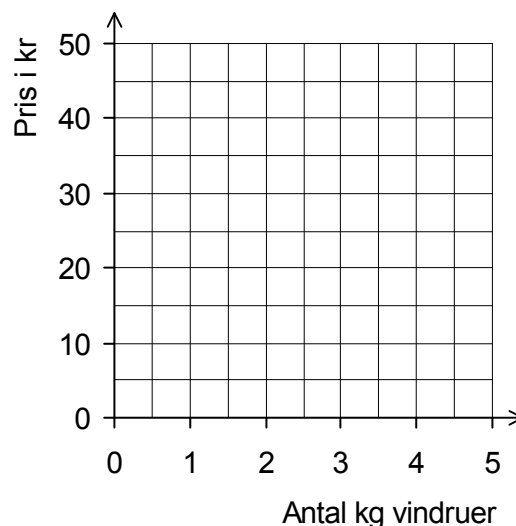
Kun 10 kr. pr. kg

Antal kg vindruer	0	1	2	3	4	5
Pris i kr.						

c: Tegn ud fra tallene i tabellen en graf i koordinatsystemet.

d: Hvad koster 3,5 kg vindruer?
Marker dit svar i koordinat-systemet.

e: Hvor mange vindruer kan man få for 15 kr?
Marker dit svar i koordinat-systemet.



● 3: En slagter sælger oksekød til 100 kr. pr. kg.

a: Hvor meget koster 4 kg oksekød?

b: Udfyld tabellen til herunder:

Ekstra mørkt oksekød

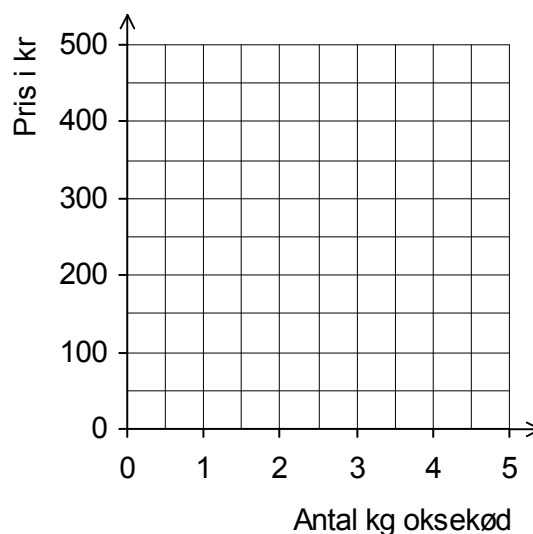
Kun 100 kr. pr. kg

Antal kg oksekød	0	1	2	3	4	5
Pris i kr.						

c: Tegn ud fra tallene i tabellen en graf i koordinatsystemet.

d: Hvad koster 1,5 kg oksekød?
Marker dit svar i koordinat-systemet.

e: Hvor meget oksekød kan man få for 450 kr?
Marker dit svar i koordinat-systemet.



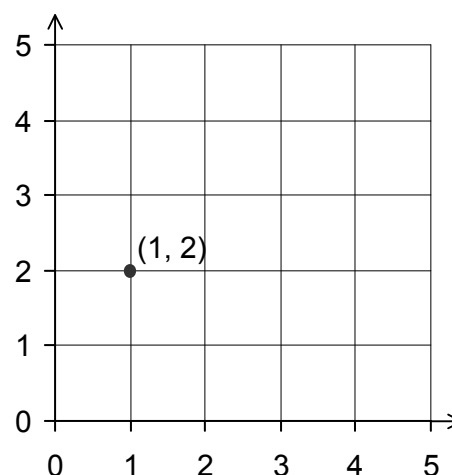
- **4:** I koordinat-systemet til højre er der markeret punktet $(1,2)$

a: Marker selv disse punkter:

$(0,4)$ $(3,1)$ $(4,4)$ $(5,2)$

- **5:** Tegn selv et koordinat-system, hvor begge tal-akser går til 10. Marker disse punkter:

$(0,0)$ $(1,8)$ $(4,2)$ $(6,7)$ $(9,1)$



- **6:** I koordinat-systemet til højre er tegnet en graf gennem de punkter, hvor x-koordinaten og y-koordinaten er ens.

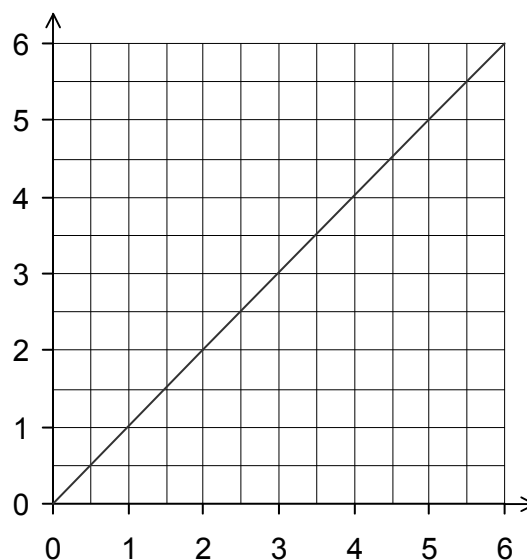
Grafen går gennem $(0,0)$, $(1,1)$, $(2,2)$ o.s.v.

Tegn selv:

a: En graf gennem alle de punkter hvor y-koordinaten er 2.

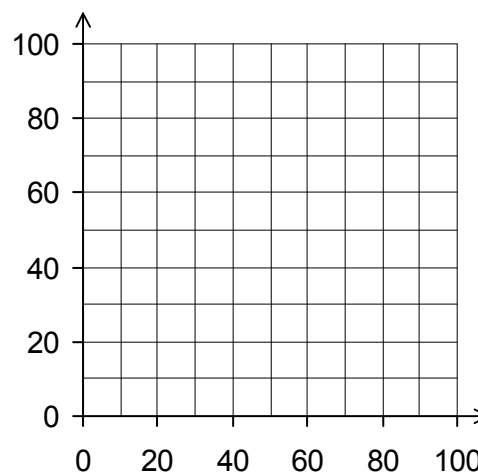
b: En graf gennem alle de punkter hvor x-koordinaten er halvt så stor som y-koordinaten. F.eks. $(2,4)$

c: En graf gennem alle de punkter hvor x-koordinaten er dobbelt så stor som y-koordinaten. F.eks. $(4,2)$



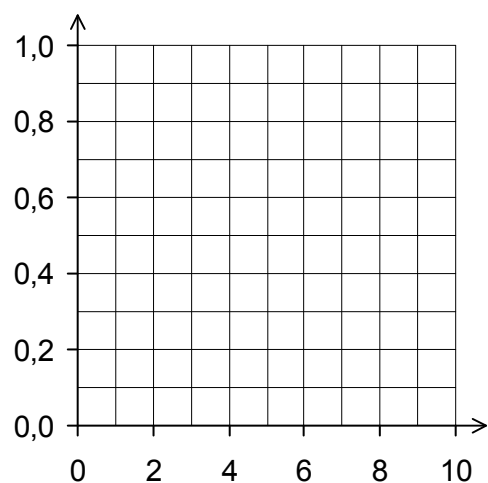
- **7:** I koordinat-systemet til højre skal du markere disse punkter:

$(20,20)$ $(30,70)$ $(50,10)$ $(90,70)$



- 8: I koordinat-systemet til højre skal du markere disse punkter:

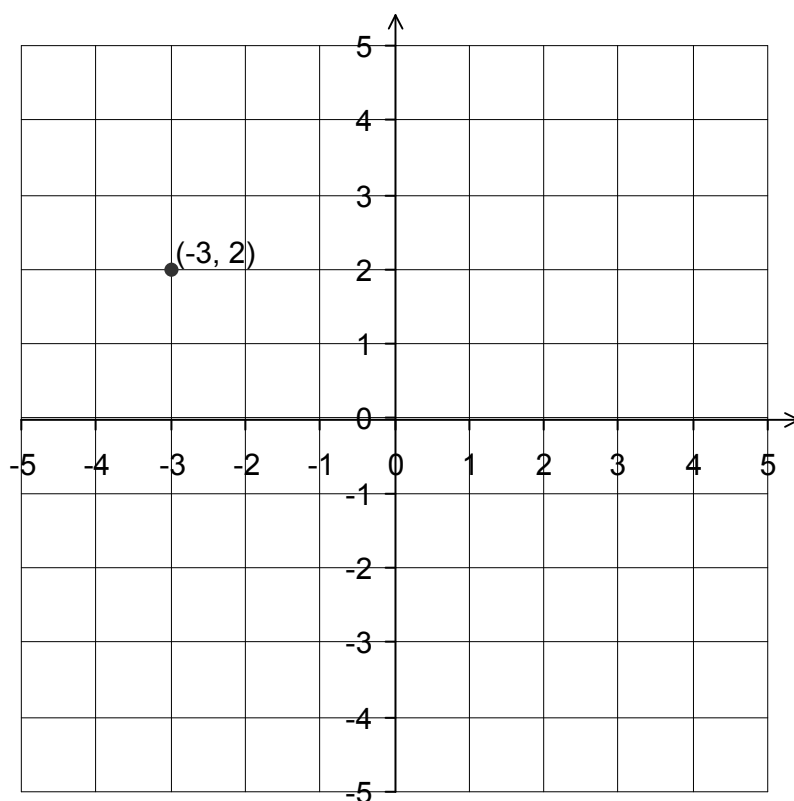
$(0 ; 0,6)$ $(3 ; 0,3)$ $(8 ; 1,0)$ $(9 ; 0,2)$



- 9: I koordinat-systemet herunder er markeret punktet $(-3,2)$.

Du skal selv markere disse punkter:

$(0,0)$ $(2,4)$ $(4,2)$ $(-2,4)$ $(-4,2)$ $(-2,-4)$ $(-4,-2)$ $(2,-4)$ $(4,-2)$



- 10: En tankstation sælger benzin til 8 kr. pr. liter.

a: Hvor meget koster 10 liter benzin?

b: Udfyld tabellen til herunder:

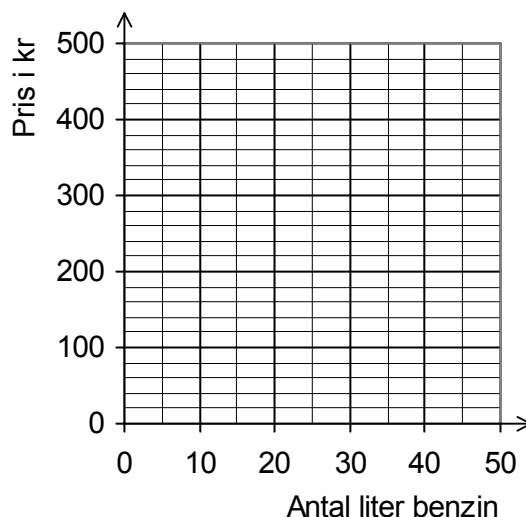
Antal liter benzin	0	10	20	30	40	50
Pris i kr.						

Byens billigste benzin
8 kr. pr. liter

c: Tegn ud fra tallene i tabellen en graf i koordinat-systemet.

d: Hvad koster 25 liter benzin?
Marker dit svar i koordinat-systemet.

e: Hvor meget benzin kan man få for 120 kr?
Marker dit svar i koordinat-systemet.



- 11: En slagter sælger pølser til 40 kr. pr. kg.

a: Hvor meget koster 4 kg pølser?

b: Udfyld tabellen til herunder:

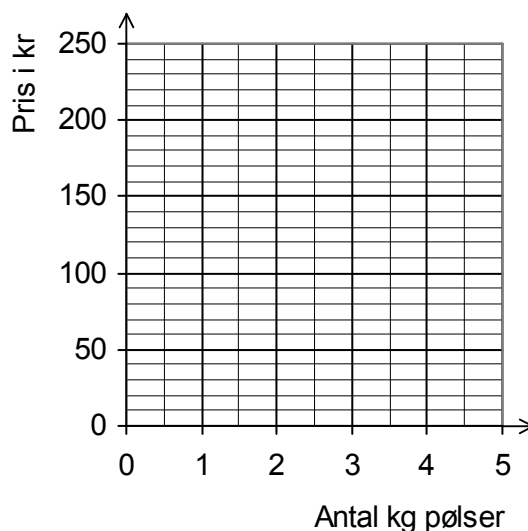
Antal kg pølser	0	1	2	3	4	5
Pris i kr.						

Pølser - med og uden farve
40 kr. pr. kg

c: Tegn ud fra tallene i tabellen en graf i koordinat-systemet.

d: Hvad koster 3,5 kg pølser?
Marker dit svar i koordinat-systemet.

e: Hvor mange pølser kan man få for 100 kr?
Marker dit svar i koordinat-systemet.



- 12: To bil-udlejnings-firmaer tager disse priser:

Kvik Biler

2 kr. pr. km

Fast afgift: 300 kr. pr. dag

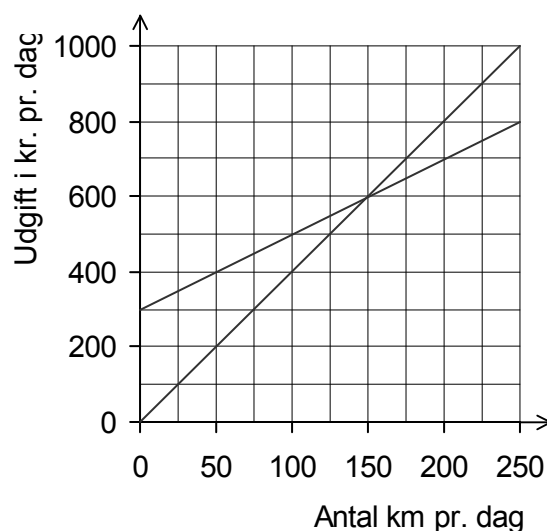
Auto Service

4 kr. pr. km

Ingen fast afgift

Begge firmaers priser er vist som grafer i et koordinat-system.

- a: Hvilken graf passer til Kvik Biler?
- b: Hvilken graf passer til Auto Service
- c: Hvor krydser graferne hinanden?
- d: Hvilket firma er billigst, hvis man skal køre 100 km på en dag?
- e: Hvilket firma er billigst, hvis man skal køre 200 km på en dag?



- 13: To bil-udlejnings-firmaer tager disse priser:

Ulriks Udlejning

3 kr. pr. km

Fast afgift: 200 kr. pr. dag

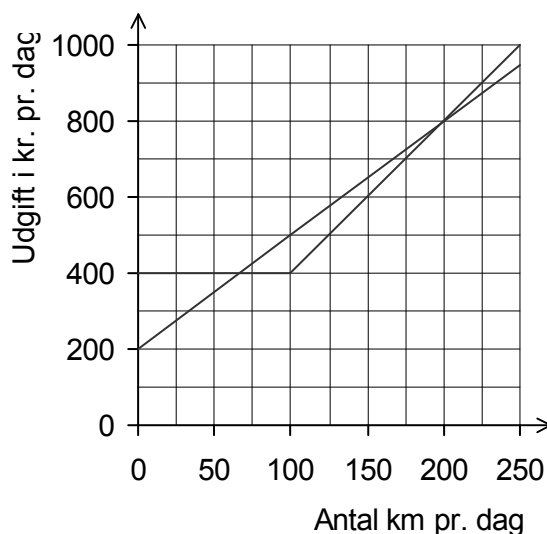
Birgers Biler

4 kr. pr. km

Der skal dog **mindst** betales for 100 km pr. dag

Begge firmaers priser er vist som grafer i et koordinat-system.

- a: Hvilken graf passer til Ulrik?
- b: Hvilken graf passer til Birger?
- c: Hvorfor ”knækker” den ene graf?
- d: Hvilket firma er billigst, hvis man skal køre 50 km på en dag?
- e: Hvilket firma er billigst, hvis man skal køre 100 km på en dag?
- f: Hvilket firma er billigst, hvis man skal køre 225 km på en dag?



Lineære funktioner

Nu skal du selv lave dine koordinatsystemer på mm-papir eller ternet papir.
I nogle af opgaverne står der, hvorledes du skal inddele dine akser.

- **14:** To taxa-firmaer tager de viste priser.

- a:** Hvad koster det at køre 3 km med Andeby Taxa?
b: Lav og udfyld en tabel, som denne:

Antal km	0	1	o.s.v.	10
Pris hos Andeby Taxa	10	12		

- c:** Tegn en graf for Andeby Taxa i et koordinatsystem.
På x-aksen er 1 cm = 1 km. På y-aksen er 1 cm = 2 kr.
d: Lav også en tabel og en graf for Gåserød Taxa
e: Opstil funktioner for begge firmaer.
x er antal km og y er prisen
f: Hvor krydser graferne hinanden?

Andeby Taxa

2 kr. pr. km
10 kr. i startgebyr

Gåserød Taxa

4 kr. pr. km
Intet startgebyr

- **15:** To taxa-firmaer tager de viste priser.

- a:** Hvad koster det at køre 4 km med Henry
b: Lav og udfyld en tabel, som denne:

Antal km	0	2	o.s.v.	10
Pris hos Henry	35	51		

- c:** Tegn en graf for Henry i et koordinatsystem.
På x-aksen er 1 cm = 1 km. På y-aksen er 1 cm = 10 kr.
d: Lav også en tabel og en graf for Toms Taxa
e: Opstil funktioner for begge firmaer.
x er antal km og y er prisen
f: Hvor krydser graferne hinanden?
g: Hvornår er det billigst at køre med Henry?
h: Hvornår er det billigst at køre med Tom?
i: Aflæs på grafen (cirka-tal):
- hvor mange km kan man køre med Henry for 100 kr?
- hvor mange km kan man køre med Tom for 100 kr?

Henrys Hyrevogne

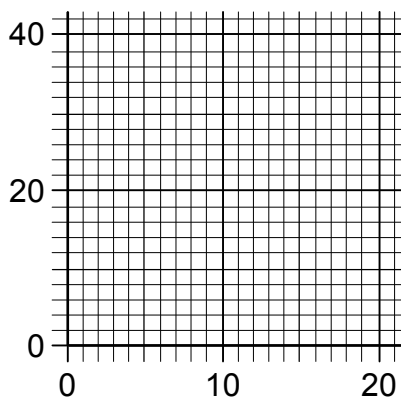
8 kr. pr. km
35 kr. i startgebyr

Toms Taxa

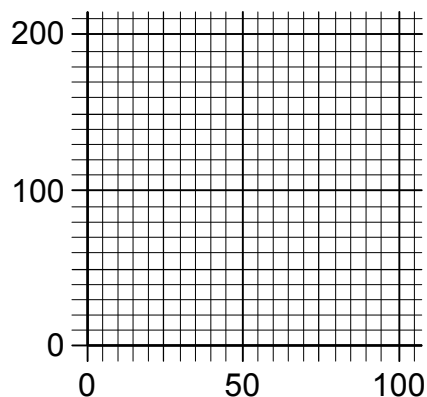
12 kr. pr. km
15 kr. i startgebyr

- 16: Herunder er vist et udsnit af 4 koordinatsystemer tegnet på ”forstørret” mm-papir. Bestem for hvert koordinatsystem og for begge tal-akser hvor langt der er mellem de tynde 1 mm-streger.

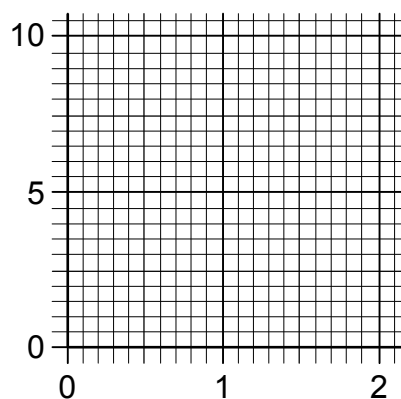
a:



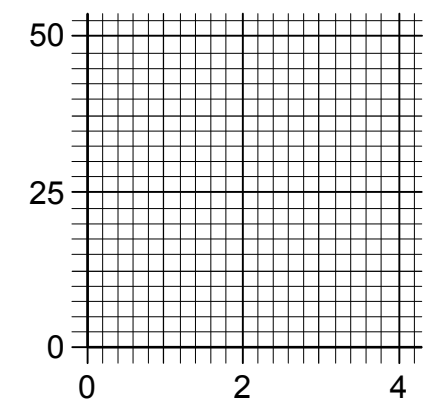
b:



c:



d:



- 17: Find de tabeller og de funktionsforskrifter, som passer sammen. Udfyld også de tomme pladser i tabellerne og tegn evt. graferne.

a:

x	0	1	2	3	4
y		-1	0	1	

A: $f(x) = 2 \cdot x + 4$

b:

x	0	1	2	3	4
y	1		2		

B: $g(x) = 0,5 \cdot x + 1$

c:

x	0	1	2	3	4
y	4		8		12

C: $h(x) = x - 2$

● **18:** Tre foto-firmaer tager de viste priser.

- a:** Hvad koster det at få lavet en film med 24 billeder hos Finn?
- b:** Lav en graf for Finns Foto i et koordinatsystem.
 1 cm = 2 billeder på x-aksen.
 1 cm = 5 kr. på y-aksen.
 Brug et helt A4-ark. Lav akserne **tæt** på kanterne
- c:** Lav også grafer for Byens Billeder og Foto Shoppen.
- d:** Hvor skærer graferne hinanden (cirka-tal)?
- e:** Opstil en funktion for hvert firma.
 x er antal billeder på en film og y er prisen.
- f:** Vurder hvor det er billigst at få lavet:
 - en film med 24 billeder.
 - en film med 36 billeder.
- g:** Hos hvilket af foto-firmaerne er prisen ligefrem proportional med antallet af billeder?

Finns Foto

2,25 kr. pr. billede
 35 kr. for fremkaldelse

Byens Billeder

3,50 kr. pr. billede
 Incl. fremkaldelse

Foto Shoppen

100 kr. pr. film
 Incl. fremkaldelse og
 uanset antal billeder

● **19:** To bil-udlejnings-firmaer tager de viste priser.

Du skal bruge en bil i en dag.

- a:** Hvad er prisen hos Vestergård, hvis du kører 100 km?
- b:** Hvad er prisen hos Hansen, hvis du kører 100 km?
- c:** Sammenlign priserne ved de to firmaer, når du kører 300 km på en dag.
- d:** Lav et koordinatsystem og tegn grafer for begge firmaer.
 På x-aksen er 1 cm = 20 km.
 På y-aksen er 1 cm = 100 kr.
- e:** Hvor krydser graferne hinanden?
- f:** Opstil funktioner for begge firmaer.
 x er antal km og y er prisen
- g:** Hos hvilket af firmaerne er prisen ligefrem proportional med antallet af kørte km?

Vestergård Biler

2,50 kr. pr. km
 Fast afgift: 300 kr. pr. dag

Hansen Auto-udlejning

4 kr. pr. km
 Ingen fast afgift

● **20:** Gæt hvilke funktionsforskrifter der hører til disse tabeller.

Udfyld også de tomme pladser og tegn evt. graferne.

a:

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	1	3	5		

b:

x	0	1	2	3	4
$g(x)$	-4	-1	2		

- 21: Tegn i et koordinatsystem graferne for disse funktioner:

$$f(x) = 3 \cdot x + 2$$

og

$$g(x) = 0,5 \cdot x + 7$$

Aflæs også koordinaterne til grafernes skæringspunkt.

- 22: Tegn i et koordinatsystem graferne for disse funktioner:

$$f(x) = x + 3$$

og

$$g(x) = 2 \cdot x$$

og

$$h(x) = 8$$

Aflæs også koordinaterne til grafernes skæringspunkt. (Der er tre forskellige skæringspunkter).

- 23: Tegn i et koordinatsystem graferne for disse funktioner:

$$f(x) = 2 \cdot x - 3$$

og

$$g(x) = 2 \cdot x + 1$$

og

$$h(x) = 2 \cdot x + 5$$

Skærer graferne hinanden?

- 24: Tegn i et koordinatsystem graferne for disse funktioner:

$$f(x) = 3 \cdot x + 2$$

og

$$g(x) = x + 2$$

og

$$h(x) = 0,5 \cdot x + 2$$

Hvorledes skærer graferne hinanden?

- 25: Tegn i et koordinatsystem graferne for disse funktioner:

$$f(x) = 3 \cdot x - 2$$

og

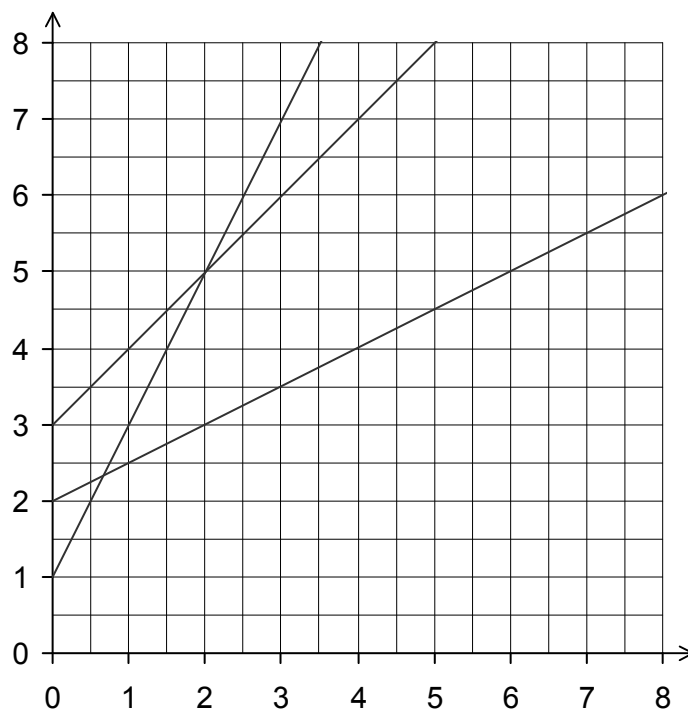
$$g(x) = x + 2$$

og

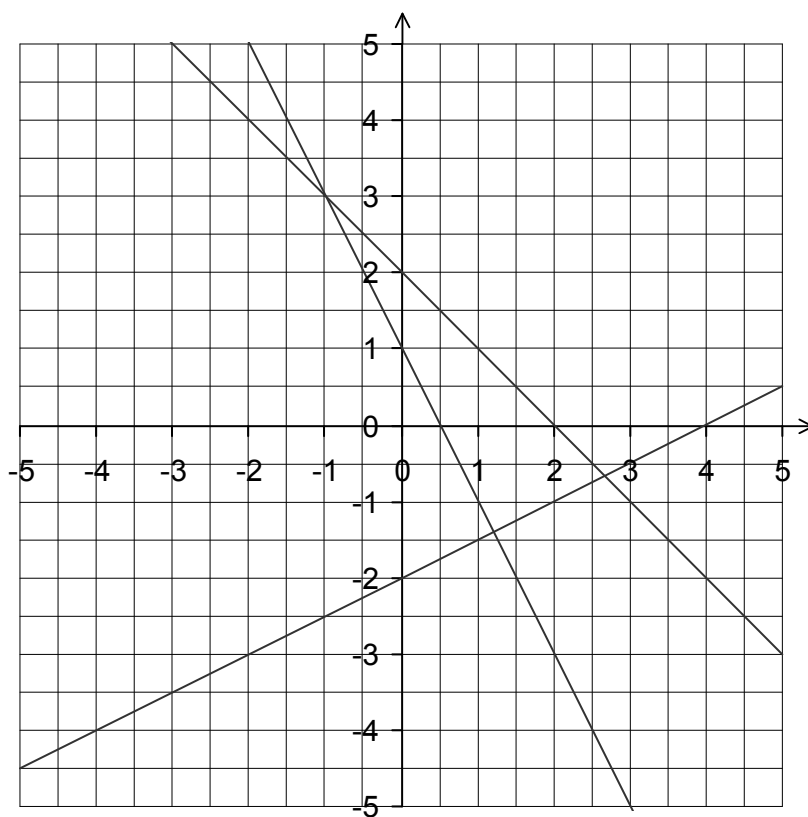
$$h(x) = -2 \cdot x + 8$$

Alle tre grafer skærer hinanden i samme punkt. Hvad hedder dette skæringspunkt?

- 26: Bestem funktionsforskrifterne for de grafer, som er tegnet i koordinatsystemet herunder:



- 27: Bestem funktionsforskrifterne for de grafer, som er tegnet i koordinatsystemet herunder:



28: To mobil-telefon-firmaer tager de viste priser.

- a: Sammenlign udgiften hos de to firmaer, hvis man ringer 1 time på en måned.
- b: Sammenlign udgiften hos de to firmaer, hvis man ringer 3 timer på en måned.
- c: Lav og udfyld en tabel, som denne:

Antal timer på en måned	0	1	2	3	4
Pris hos Mobi-Fix					

- d: Tegn en graf for Mobi-Fix i et koordinatsystem.
På x-aksen er 1 cm = 20 minutter.
På y-aksen er 1 cm = 20 kr.
- e: Lav også en tabel og en graf for Tele 10.
- f: Hvor krydser graferne hinanden?
- g: En kunde hos Tele 10 har på en måned ringet for 200 kr.?
Undersøg ved hjælp af grafen hvor mange minutter kunden har ringet.
- h: Hvor lang tid kan man ringe for 200 kr. hos Mobi-Fix?
- i: Hos hvilket af firmaerne er prisen ligefrem proportional med den tid, man har ringet?

Mobi-Fix

Ingen faste afgifter.
Du betaler **kun** for den tid du ringer.
Pris: 1,50 kr. pr. min.

Tele 10

Kun 75 øre pr. min.
Dertil kommer en beskeden fast afgift på 90 kr. pr. måned

29: En sælger kan vælge mellem de viste aflønnings former.

- a: En sælger er på aflønnings-form I. Han sælger for 100.000 kr. på en måned. Hvad bliver hans månedsløn?
- b: Lav og udfyld en tabel, som denne:

Salg pr. måned	0	50.000		300.000
Løn pr. måned ved aflønnings-form I				

- c: Tegn en graf for i et koordinatsystem.
På x-aksen er 1 cm = 20.000 kr.
På y-aksen er 1 cm = 2.000 kr.
- d: Lav også en tabel og en graf for aflønnings-form II
- e: Hvor krydser graferne hinanden?
- f: En sælger på aflønnings-form II tjener 18.000 kr. på en måned.
Hvor meget har han solgt for?
- g: Opstil funktioner for begge aflønnings-former.
x er salget pr. måned, og y er lønnen pr. måned

Aflønnings-form I

10% af salget

Aflønnings-form II

5% af salget
samt en grund-løn på 10.000 kr. pr. måned

I opgave 30 skal du tegne to grafer, som ”knækker”.

Graferne er sat sammen af flere lige stykker. Derfor skal du ikke opstille funktioner.

- **30:** To transport-firmaer tager de viste priser.

- a:** Hvad koster 5 km hos Gerts Gods?
- b:** Hvad koster 5 km hos Bents Biler?
- c:** Hvad koster 15 km hos Bents Biler?
- d:** Lav og udfyld en tabel som denne:

Antal km	0	5	10	15	20	25
Pris hos Gert						

- e:** Tegn en graf for Gert i et koordinatsystem.
På x-aksen er 1 cm = 2 km. På y-aksen er 1 cm = 50 kr.
- f:** Lav også en tabel og en graf for Bent.
- g:** Hvor krydser graferne hinanden (cirkatal)?
- h:** Hvornår er det billigst at bruge Gert?
- i:** Og hvornår er det billigst at bruge Bent?

Gerts Gods

25 kr. pr. km

Der skal dog mindst
betales for 10 km

Eks: 8 km vil koste:
 $25 \cdot 10 = 250$ kr.

Bents Biler

50 kr. i startgebyr

30 kr. pr. km for hver
af de første 10 km

12 kr. pr. km for det
antal km, som
overstiger 10 km

Eks: 13 km vil koste:
 $50 + 30 \cdot 10 + 12 \cdot 3 = 386$ kr.

Andre funktioner

Med ”andre funktioner” menes her andre funktioner end lineære funktioner.

- **31:** Find de tabeller og de funktionsforskrifter, som passer sammen.
Udfyld også de tomme pladser i tabellerne.

a:

x	0	1	2	3	4
y			0		12

A: $f(x) = x^2$

b:

x	0	1	2	3	4
y			4		16

B: $g(x) = \frac{24}{x}$

c:

x	0	1	2	3	4
y			12		6

C: $h(x) = 1,5 \cdot x^2 - 3 \cdot x$

- **32:** Tegn graferne for funktionerne fra opgave 31.
Du bestemmer selv, hvorledes du vil indrette dit koordinatsystem.

- **33:** Tegn graferne for disse funktioner.
Brug et stykke mm-papir, lav akserne tæt på kanten
og tegn så meget af graferne, som du kan få plads til.

$$f(x) = \frac{12}{x} + 4$$

og

$$g(x) = 5 \cdot \sqrt{x}$$

og

$$h(x) = \frac{x^3}{6}$$

Funktioner - supplerende opgaver

Indholdsfortegnelse

Indholdsfortegnelse	114a
Omvendt proportionalitet og hyperbler	114b
2.gradsfunktioner og parabler	114g
Ekspponentialfunktioner	114o
Ekspponentialfunktioner og lineære funktioner.....	114r
Andre funktioner og blandede opgaver.....	114t

Omvendt proportionalitet og hyperbler

1: Olferts høns

- a: Hvor bred bliver indhegningen, hvis den skal være 6 m lang?
- b: Hvor bred bliver indhegningen, hvis den skal være 8 m lang?
- c: Tegn og udfyld en tabel som denne:



Olfert skal lave en indhegning på 24 m^2 til sine høns.

Indhegningen skal være firkantet (rektangel eller kvadrat).

Den ene side i meter (x)	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Den anden side i meter (y)											

- d: Tegn en graf ud fra tallene i tabellen.
1 cm = 1 m på begge tal-akser.
- e: Hvilken af disse funktioner passer til tabellen og grafen:
- $$y = 24 \cdot x \qquad y = \frac{24}{x} \qquad y = \frac{x}{24}$$
- f: Hvad bliver sidelængden, hvis indhegningen er kvadratisk?
Marker det sted på grafen, som svarer til en kvadratisk indhegning.
- g: Er x og y omvendt proportionale?
- h: Tegn evt. også en graf, der passer til en indhegning på 15 m^2 .

Graferne skal være bløde buer. Du må **ikke** tegne med lineal fra punkt til punkt.

2: Brian betaler tilbage

- a: Hvor meget skal Brian betale om måneden, hvis lånet skal betales tilbage på et år?
- b: Hvor meget skal Brian betale om måneden, hvis lånet skal betales tilbage på to år?
- c: Tegn og udfyld en tabel som denne:

Brian har lånt 15.000 kr. af sin mor. Lånet er rentefrit. Brian skal betale et fast afdrag hver måned.

Antal måneder (x)	6	12	18	24	30	36
Afdrag pr. måned (y)						

- d: Tegn en graf ud fra tallene i tabellen.
1 cm = 2 måneder på x-aksen. 1 cm = 200 kr. på y-aksen
- e: Opstil en funktion der passer til tabellen og grafen.
- f: Er x og y omvendt proportionale?
- g: Hvor lang tid tager det at betale lånet tilbage, hvis Brian betaler 750 kr. pr. måned?
Marker dit svar på grafen.

3: Inter-Netto

(I denne opgave skal du sætte en måned til 30 dage)

- a: Hvad er prisen pr. time, hvis man er koblet på nettet i en time om dagen?
- b: Hvad er prisen pr. time, hvis man er koblet på nettet i to timer om dagen?
- c: Hvad er prisen pr. time, hvis man er koblet på nettet i en halv time om dagen?
- d: Hvad er prisen pr. time, hvis man er koblet på nettet i 20 timer på en måned?
- e: Tegn og udfyld en tabel som denne:

INTER-NETTO
Din nye super billige internet-udbyder. Du kan være på nettet lige så længe du vil for kun 198 kr. pr. måned.

Timer pr. måned (x)	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Pris pr. time (y)									

- f: Tegn en graf ud fra tallene i tabellen.
1 cm = 5 timer på x-aksen. 1 cm = 1 kr. på y-aksen.
- g: Opstil en funktion der passer til tabellen og grafen.
- h: Hvad er prisen pr. time, hvis man er koblet på nettet i halvanden time om dagen?
Marker dit svar på grafen.
- i: Marker det sted på grafen, som svarer til en minut-pris på 10 øre.
Hvor mange timer skal man være koblet på, for at opnå denne minut-pris?

4: Antons køretur.

- a: Anton overvejer at cykle. Hvor lang tid tager turen, hvis han kører 20 km/time?
- b: Hvor lang tid tager turen, hvis han kører i bil med en gennemsnitsfart på 80 km/time?
- c: Tegn og udfyld en tabel som denne:

Anton bor i Udby.
Han skal besøge sin mor i Smalballe.
Turen er på 120 km.

Km/time (x)	20	30	40	50	60	o.s.v.	140	150
Antal timer (y)								

- d: Tegn en graf ud fra tallene i tabellen.
1 cm = 10 km/time på x-aksen. 3 cm = 1 time kr. på y-aksen (1 cm = 20 min).
(Hvis punkterne er svære at afsætte, kan du omregne dine y-værdier til timer og minutter)
- e: Begge disse funktioner kan passe til grafen. Forklar hvorledes:

$$y = \frac{120}{x}$$

$$y = \frac{120 \cdot 60}{x}$$

- 5: Tegn grafen for denne funktion: $y = \frac{4}{x}$. Start med at udfylde en tabel som denne:

x	-8	-4	-2	-1	-0,5	0,5	1	2	4	8
y										

Bemærk: Grafen består af to dele, som **ikke** hænger sammen.

Alle graferne fra opgave 5, 6 og 7 har symmetriakser. Kan du finde akserne?

- 6: Tegn graferne for disse funktioner:

$$y = \frac{1}{x}$$

$$y = \frac{2}{x}$$

$$y = \frac{8}{x}$$

Du må gerne bruge det samme koordinatsystem som du brugte i opgave 5.

- 7: Tegn graferne for (nogle af) disse funktioner:

$$y = \frac{-1}{x}$$

$$y = \frac{-2}{x}$$

$$y = \frac{-4}{x}$$

$$y = \frac{-8}{x}$$

- 8: To taxa-firmaer tager de viste priser.

- a: Hvad koster det at køre 4 km med Henry?
 b: Hvad bliver prisen pr. km, når man kører 4 km?
 c: Lav og udfyld en tabel, som denne:

Antal km (x)	2	3	o.s.v.	10
Pris pr. km hos Henry (y)	25,50			

Henrys Hyrevogne

8 kr. pr. km

35 kr. i startgebyr

Toms Taxa

12 kr. pr. km

15 kr. i startgebyr

- d: Tegn en graf for Henry i et koordinatsystem.
 På x-aksen er 1 cm = 1 km. På y-aksen er 1 cm = 2 kr.
 e: Hvilken af disse funktioner passer til tabellen og grafen:

$$y = \frac{8}{x} + 35$$

$$y = \frac{35}{x} + 8$$

$$y = \frac{x}{35} + 8$$

- f: Lav også en tabel og en graf for Toms Taxa
 g: Opstil en funktion for Toms Taxa.
 h: Er x og y omvendt proportionale (undersøg begge funktioner)?
 i: Hvor skærer graferne hinanden? ...og hvad betyder skæringspunktet?
 j: Forestil dig, at du kører en meget, meget, meget lang tur.
 - hvor lav kan prisen pr. km blive hos Henrys Hyrevogne?
 - hvor lav kan prisen pr. km blive hos Toms Taxa?

9: Tegn - i samme koordinatsystem - graferne for disse funktioner:

$$y = \frac{12}{x} + 2 \qquad y = \frac{6}{x} + 4$$

Undersøg også hvor graferne skærer hinanden.

10: Tegn - i samme koordinatsystem - graferne for disse funktioner:

$$y = \frac{20}{x} \qquad y = \frac{4}{x} + 4$$

Undersøg også hvor graferne skærer hinanden.

11: Tre Internet-firmaer tager de viste priser.

- a: Sammenlign udgifterne ved at bruge de tre firmaer for en person, der er koblet på nettet i 20 min. om dagen.
- b: Hvad koster det pr. måned at bruge Web World, hvis man i gennemsnit er koblet på nettet i en time om dagen? (regn med 30 dage i en måned)
- c: Hvad bliver prisen pr. time, når man bruger Web World en time om dagen?
- d: Lav og udfyld en tabel, som denne:

Antal timer pr. måned (x)	5	10	o.s.v.	60
Pris i kr. pr. time hos Web World (y)	26			

- e: Tegn ud fra tabellen en graf i et koordinatsystem. På x-aksen er 1 cm = 5 timer. På y-aksen er 1 cm = 2 kr.
- f: Lav også tabeller og grafer for Dag & Net og NET-OP. (en af graferne bliver **ikke** en hyperbel)
- g: Hvor skærer graferne hinanden?
- h: Opstil evt. funktioner for graferne.
- i: Vurder ud fra graferne:
 - hvilket firma skal man vælge, hvis man bruger Internettet i 40 min. om dagen?
 - hvilket firma skal man vælge, hvis man bruger Internettet i 2 timer om dagen?

Du kan også sammenligne Internet-priserne ved at tegne tre rette linier i et koordinatsystem, hvor x er antal timer pr. måned, og y er den samlede udgift pr. måned.

j: Tegn i et nyt koordinatsystem disse linier. En for hvert af firmaerne.

k: Sammenlign de ”nye” skæringspunkter med de ”gamle” skæringspunkter.

Web World

Kun **10 øre** pr. minut.
Dertil kommer en
beskeden fast afgift
på 100 kr. pr. måned.

Dag & Net

Ingen faste afgifter.
Du betaler **kun** for
den tid, du er koblet på.
Pris: 20 øre pr. minut.

NET-OP

For storforbrugere.
Du betaler altid
en fast afgift
på 399 kr. pr. måned.

12: Tegn - i forskellige koordinatsystemer - graferne for (nogle af) disse funktioner:

Bemærk at: - der er x-y-tabeller til de fleste af funktionerne.

- x-værdierne er ikke ens i alle tabeller (tænk over hvorfor).

- alle graferne skal ligne hinanden men dog være lidt forskellige.

a: $y = \frac{4}{x}$

x	-8	-4	-2	-1	-0,5	0,5	1	2	4	8
y										

b: $y = \frac{-4}{x}$

x	-8	-4	-2	-1	-0,5	0,5	1	2	4	8
y										

c: $y = \frac{4}{x} + 2$

x	-8	-4	-2	-1	-0,5	0,5	1	2	4	8
y										

d: $y = \frac{4}{x} - 2$

x	-8	-4	-2	-1	-0,5	0,5	1	2	4	8
y										

e: $y = \frac{4}{x-2}$

x	-6	-2	0	1	1,5	2,5	3	4	6	10
y										

f: $y = \frac{4}{x+2}$

x	-10	-6	-4	-3	-2,5	-1,5	-1	0	2	6
y										

g: $y = \frac{4}{x-2} + 2$

x	-6	-2	0	1	1,5	2,5	3	4	6	10
y										

h: Kan du - uden at beregne støttepunkter - tænke dig til, hvorledes graferne for disse funktioner vil se ud:

$$y = \frac{4}{x-2} - 2$$

$$y = \frac{4}{x+2} + 2$$

$$y = \frac{4}{x+2} - 2$$

2.gradsfunktioner og parabler

13: Fliser

Forestil dig at du lægger fliser. Fliserne er kvadratiske, og det område, som fliserne dækker, er også kvadratisk.

a: Hvor mange fliser skal du bruge i alt, hvis du lægger 4 fliser på hver led?

b: Hvor mange fliser er der på hver led, hvis der i alt er lagt 100 fliser?

c: Tegn og udfyld en tabel som denne:

Antal fliser på hver led (x)	0	1	2	3	4	5	o.s.v.
Antal fliser i alt (y)							

Det er lidt fjollet at regne med 0 fliser, men tallet er med for "systemets skyld"

d: Tegn i et koordinatsystem en graf ud fra tallene i tabellen.

Grafen skal være en blød bue.

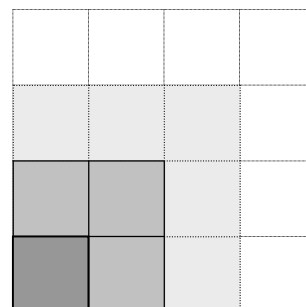
Bestem selv hvorledes du vil inddele dine akser.

e: Hvilken af disse funktioner passer til tabellen og grafen:

$$y = 2 \cdot x$$

$$y = x^2$$

$$y = \sqrt{x}$$



14: Fliser (fortsat)

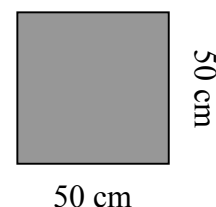
Fliserne er 50 cm på hvert led. Du skal stadig forestille dig, at du lægger fliserne på et kvadratisk område.

a: Hvad er arealet (i m²) af en flise?

a: Hvad er arealet af hele området, hvis der er lagt 3 fliser på hver led?

b: Tegn og udfyld en tabel som denne:

Antal fliser på hver led (x)	0	1	2	3	4	o.s.v.	10
Antal m ² med fliser (y)							



c: Tegn i et koordinatsystem en graf ud fra tallene i tabellen.

Bestem selv hvorledes du vil inddele dine akser.

d: Hvilken af disse funktioner passer til tabellen og grafen:

$$y = 4 \cdot x^2$$

$$y = 0,25 \cdot x^2$$

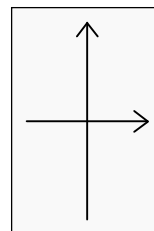
$$y = x^2 + 4$$

I opgaverne **15 - 17**, skal du fortsat tegne grafer.

Brug et helt stykke ternet papir eller mm-papir til hver opgave.

Placer dit koordinatsystem midt på papiret som vist.

Hvis nogle af støtte-punkterne falder uden for paret, skal du blot tegne så meget af grafen, som der er plads til.



15: Tegn - i samme koordinatsystem - graferne for disse funktioner:

$$y = x^2$$

$$y = x^2 + 3$$

$$y = x^2 - 5$$

Inden du tegner skal du - for hver funktion - lave og udfylde en x-y-tabel som denne:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y									

16: Tegn - i samme koordinatsystem - graferne for disse funktioner:

$$y = 2x^2$$

$$y = 2x^2 + 2$$

$$y = 2x^2 - 6$$

Start med at lave x-y-tabeller som i opgave **15**.

17: Tegn - i samme koordinatsystem - graferne for disse funktioner:

$$y = -x^2$$

$$y = -2x^2$$

$$y = -x^2 + 6$$

Start med at lave x-y-tabeller som i opgave **15** og **16**.

18: Hvilke funktioner hører sammen med hvilke sæt værdier af a, b og c?

	a	b	c
a: $y = 2x^2 - 4x + 2$	A: -1	0	-3
b: $y = x^2 + 2x$	B: 2	-4	2
c: $y = -x^2 - 3$	C: 0,5	1	-4
d: $y = 0,5x^2 + x - 4$	D: 1	2	0

Hvis en funktion kan skrives på formen:

$$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

kaldes funktionen en **2.gradsfunktion**.

Grafen er altid en symmetrisk bue, som kaldes en **parabel**.

Bemærk: b og c kan godt være 0.

a må ikke være 0 ($a \neq 0$).

19: Tegn - i samme koordinatsystem - graferne for (nogle af) funktionerne fra opgave **18**.

20: Skriv funktionsforskriften for en 2.gradsfunktion , ...

- a:** ... hvor $a = 1$, $b = -2$ og $c = -1$ **c:** ... hvor $a = -0,5$, $b = 0$ og $c = 3$
b: ... hvor $a = 2$, $b = 6$ og $c = -10$ **d:** ... hvor $a = -2,5$, $b = 0$ og $c = 0$
e: Tegn også graferne for (nogle af) de funktioner du lige har skrevet op.

21: Hvilke udsagn om 2.gradsfunktioner og parabler passer sammen?

- a:** a er et positivt tal. **A:** Parablen vender ”benene” nedad.
b: a er et negativt tal. **B:** Parablen vender ”benene” opad.
c: a er ”stort”
(uanset fortegn; altså ”langt fra” 0) **C:** Parablen er ”flad”.
(buer ikke så meget)
d: a er ”lille”
(uanset fortegn; altså ”tæt på” 0) **D:** Parablen er ”spids”.
(buer meget)

22: Bremselængde

Kik på teksten og tabellen til højre.

- a:** Hvilken af disse funktioner kan beskrive sammenhængen mellem hastighed (x) og bremselængde (y):

$$y = 0,1 \cdot x \quad y = 0,004 \cdot x^2 \quad y = \frac{10}{x}$$

- b:** Når du har fundet den rigtige funktion, skal du tegne en graf i et koordinatsystem. Start med at tegne og udfylde en tabel som denne:

x	0	25	50	o.s.v.	150
y					

Lav et koordinatsystem,
hvor 1 cm på x -aksen svarer til 10 km/time,
og 1 cm på y -aksen svarer til 10 m.

- c:** Aflæs på din graf (cirka-tal):
- bremselængden når hastigheden er 90 km/time.
- hastigheden når bremselængden er 50 m.

- d:** Kan du kontrol-beregne svarerne fra **c**?

Bremselængderne i tabellen er for kørsel i tør-vejr.

Hvis det regner kan bremselængderne godt være dobbelt så lange.

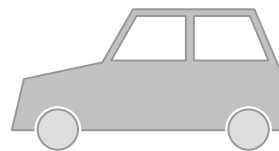
- e:** Tegn i samme koordinatsystem som før en graf for bremselængden i regn-vejr.

Bremselængde

Bremselængden for en bil vokser, når hastigheden vokser.

De helt præcise tal afhænger også af bilen, vejen og vejret, men her er nogle typiske tal:

Hastighed i km/time	Bremselængde i meter
25	2,5
50	10
100	40

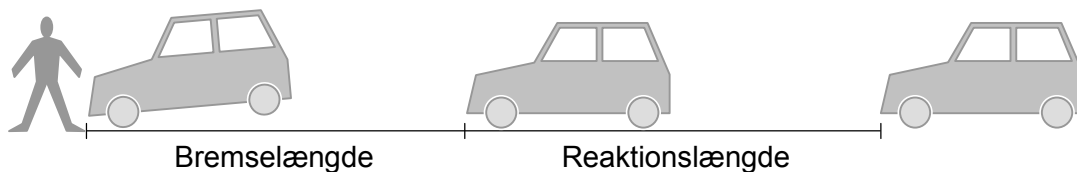


23: Standselængde

(Fortsættelse af opgaven med bremselængde)

Standselængden for en bil består af en reaktionslængde og en bremselængde.

Reaktionslængden er den strækning, som bilen når at køre, fra billisten ser en forhindring, til han/hun begynder at bremse. Reaktionslængden afhænger af hastighed og reaktionstid.



Disse reaktionslængder svarer til en reaktionstid på 1 sekund:

Hastighed i km/time:	25	50	75	o.s.v.
Reaktionslængde i meter:	7	14	21	

Du kan finde eksempler på bremselængder ved at kikke i opgave **22**.**a:** Tegn og udfyld en tabel som denne:

Hastighed i km/time (x)	0	25	50	o.s.v.	150
Reaktionslængde i meter					
Bremselængde i meter					
Standselængde i meter (y)					

b: Ved hvilken hastighed (cirka-tal) bliver bremselængden længere end reaktionslængden?**c:** Kontroller at standselængden kan beregnes ved denne funktion:

$$y = 0,004 \cdot x^2 + 0,28 \cdot x$$

d: Tegn i et koordinatsystem en graf for standselængden.

Brug et koordinatsystem, hvor 1 cm på x-aksen svarer til 10 km/time, og 1 cm på y-aksen svarer til 10 m.

e: Aflæs på din graf (cirka-tal):

- standselængden ved 30 km/time.
- standselængden ved 110 km/time.

f: Aflæs på din graf (cirka-tal):

- hastigheden når standselængden er 50 m.
- hastigheden når standselængden er 120 m.

g: Husk at reaktionslængderne i tabellen svarer til en reaktionstid på 1 sekund.

Indtegn i samme koordinatsystem en graf for standselængden for en billist med en reaktionstid på et halvt sekund.

h: Opstil en funktion for denne graf.

24: Kasteparabler

Forestil dig at du kaster en sten. Hvis du kan kaste med en fart på 20 m/s og i en vinkel på 45° , så vil stenen følge denne parabel:

$$y = -0,025x^2 + x$$

- a:** Tegn i et koordinatsystem en graf der svarer til stenens bane. Start med at tegne og udfylde en tabel som denne:

x	0	5	10	o.s.v.	40
y					

1 cm = 2 m på begge akser.

Brug evt. et stykke papir der "ligger ned".

- b:** Hvor højt kommer stenen op i luften?
c: Prøv at indsætte en x-værdi større end 40. Giver resultatet mening?
d: Indtegn også grafen for denne parabel:

$$y = -0,07x^2 + 2,1x$$

Parablen svarer til et kast med samme fart og i en vinkel på 65° .

- e:** Hvor langt og hvor højt når stenen ved dette kast?
f: Indtegn også grafen for denne parabel:

$$y = -0,015x^2 + 0,45x$$

Parablen svarer til et kast med samme fart og i en vinkel på 25° .

- g:** Hvor langt og hvor højt når stenen ved dette kast?

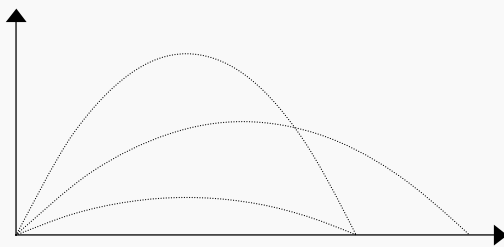
Kasteparabler

Hvis man kaster en sten (eller en anden genstand), vil stenen følge en bane, der (stort set) er en parabel-bue.

Hvis man kaster for stejlt opad, så kommer stenen højt op, men den når ikke så langt væk.

Hvis man kaster for fladt, kommer stenen heller ikke så langt væk.

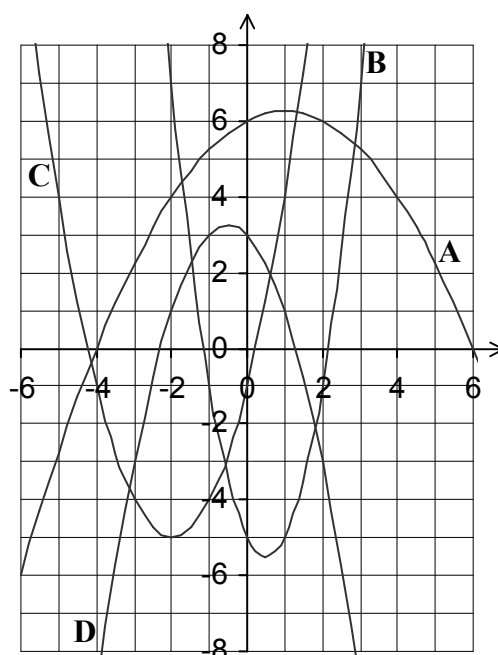
Det længste kast fås ved at kaste stenen i vinkel på 45° .

**25: I koordinatsystemet til højre er tegnet parabler med disse funktionsforskrifter:**

- a:** $y = 2x^2 - 2x - 5$
b: $y = -x^2 - x + 3$
c: $y = -0,25x^2 + 0,5x + 6$
d: $y = x^2 + 4x - 1$

Afgør hvilke funktionsforskrifter og hvilke parabler der passer sammen.

NB: Parablerne er nemmere at skelne fra hinanden, hvis du tegner dem op med forskellige farver.



26: Papir

Man kan beregne, hvor meget papir der er på rullen til højre, med denne funktion:

$$y = 1,57x^2 - 157$$

hvor x er radius målt i cm og y er papirets længde målt i meter.

- a:** Hvor meget papir er der på rullen, når radius er 40 cm?
- b:** Hvor meget papir er der på rullen, når den er helt fuld? (pas på enhederne).
- c:** Tegn i et koordinatsystem en graf, der viser hvor meget papir der er på rullen. Start med at tegne og udfylde en tabel som denne:

x	10	15	20	o.s.v.	50
y					

Lav et koordinatsystem,
hvor 1 cm på x-aksen svarer til 5 cm på rullen,
og 1 cm på y-aksen svarer til 200 m papir.

- d:** Aflæs (cirka-tal) på grafen, hvor tyk rullen er (radius), når halvdelen af papiret er brugt.
- e:** Kan du beregne tallet fra opgave **d**?
- f:** Hvad sker der, hvis man indsætter en x -værdi mindre end 10? (F.eks. $x = 5$ cm)
Giver denne beregning mening?

Nu skal du - for en stund - glemme alt om 2.gradsfunktioner og parabler.
Du skal blot tænke på papir-rullen, som den er beskrevet ovenfor til højre.

- g:** Hvad er omkredsen af det inderste lag papir?
- h:** Hvad er omkredsen af det yderste lag papir, når rullen er fuld?
- i:** Hvad er gennemsnits-omkredsen?
- j:** Hvor mange lag papir er der på rullen, når den er fuld?
- k:** Hvor meget papir er der i alt på rullen, når den er fuld?
(Brug dine svar fra **i** og **j**)
- l:** Sammenlign dine svar fra **b** og **k**.

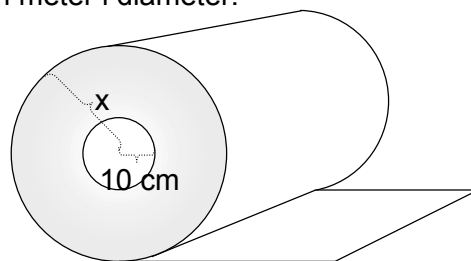
Skitsen herunder forestiller en stor rulle med papir, som bruges på et trykkeri.

Papiret er rullet på et rør med en radius på 10 cm.

Hele rullens radius kaldes x .

Papirets tykkelse svarer til 50 lag pr. cm.

Når rullen er ny (helt fuld) måler den en meter i diameter.



Når du laver opgaverne på denne side, skal du lægge mærke til, at parablerne i de enkelte opgaver **ligner hinanden**. Alle parablerne i opgaver **27** ligner hinanden, alle parablerne i opgave **28** ligner hinanden o.s.v.

27: Tegn - i samme koordinatsystem - graferne for disse funktioner:

$$y = 2x^2 - 4x - 6$$

$$y = 2x^2 + 8x + 6$$

$$y = -2x^2 + 12x - 10$$

Inden du tegner skal du - for hver funktion - finde x-koordinaten til parablens top-punkt. Derefter skal du udfylde en x-y-tabel, hvor toppunktet er i midten.

				x_{top}			
x							
y							

Sådan finder du toppunktet:

$$x_{\text{top}} = \frac{-b}{2 \cdot a}$$

Vurder selv hvor ”brede” du behøver at lave dine tabeller.

Når du har tegnet parablerne, skal du finde deres nul-punkter (skæringspunkter med x-aksen)

28: Tegn - i samme koordinatsystem - graferne for disse funktioner:

$$y = x^2 + 2x - 3$$

$$y = x^2 + 6x + 8$$

$$y = -x^2 + 8x - 7$$

Start med at finde x-koordinaten til parablens top-punkt (ligesom i sidste opgave). Find også nul-punkterne.

29: Tegn - i samme koordinatsystem - graferne for disse funktioner:

$$y = 3x^2 - 6x - 9$$

$$y = -3x^2 - 6x$$

Start med at finde x-koordinaten til parablens top-punkt (ligesom i sidste opgave). Find også nul-punkterne.

30: Tegn - i samme koordinatsystem - graferne for disse funktioner:

$$y = 0,5x^2 + 2x - 2,5$$

$$y = 0,5x^2 - 4x + 7$$

$$y = -0,5x^2 + x + 4$$

Start med at finde x-koordinaten til parablens top-punkt (ligesom i sidste opgave). Find også nul-punkterne.

31: Tegn - gerne i samme koordinatsystem - graferne for disse funktioner:

$$y = x^2 + 2x + 1$$

$$y = x^2 - 4x + 5$$

$$y = -2x^2 + 4x - 3$$

$$y = 0,5x^2 - 2x + 2$$

$$y = -3x^2 + 12x - 9$$

Når du tegner parablerne, skal du lægge mærke til, hvor mange nul-punkter de har.

32: Til højre er beskrevet hvorledes man ud fra funktionsforskriften

$$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

kan undersøge, hvor mange nul-punkter en parabel har.

Kontroller at metoden passer på de parabler, som du tegnede i opgave **31**.

Antal nul-punkter for en parabel:

Beregn: $D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

Hvis:

$D > 0$ har parablen to nul-punkter

$D = 0$ har parablen et nul-punkt

$D < 0$ har parablen ingen nul-punkter

33: Til højre er beskrevet hvorledes man kan beregne nul-punkter for parabler.

Kontroller at metoden passer på (nogle af) de parabler, som du har tegnet i de foregående opgaver.

Beregning af nul-punkter for en parabel:

Hvis en parabel har to nul-punkter, kan de beregnes således:

$$x_{\text{nul}} = \frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a} \quad \text{og} \quad x_{\text{nul}} = \frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a}$$

Hvis en parabel kun har et nul-punkt, er nul-punkt og top-punkt ens.

Det beregnes således:

$$x_{\text{nul}} = \frac{-b}{2 \cdot a}$$

34: Tegn - gerne i samme koordinatsystem - graferne for disse funktioner:

$$y = 2x^2 + 6x + 2,5$$

$$y = -x^2 + 5x + 6$$

$$y = 0,5x^2 - 2x - 4$$

$$y = x^2 - 7x + 6$$

Prøv om du både kan aflæse og beregne parablernes nul-punkter.

Eksponentialfunktioner

35: Lønstigning

I tabellen herunder er vist Kurts timeløn i år og de næste to år.

a: Vis hvorledes tallene er beregnet.

b: Tegn hele tabellen og udfyld den.

Hop evt. nogle af x-værdierne over.

(Det er helt urealistisk at regne med en fast lønstigning i 15 år, men find tallene alligevel).

Antal år (x)	0	1	2	3		15
Timeløn i kr. (y)	80,00	84,00	88,20			

c: Tegn ud fra tallene en graf i et koordinatsystem, hvor 1 cm på x-aksen svarer til 1 år, og 1 cm på y-aksen svarer til 10 kr. (Grafen er ikke en ret linie - den buer en lille smule)

d: Hvilken af disse funktioner kan beskrive sammenhængen mellem x og y:

$$y = 4 \cdot x + 80$$

$$y = 80 \cdot 1,50^x$$

$$y = 80 \cdot 1,05^x$$

Nu skal du regne på Olferts løn.

e: Lav en tabel og en graf for Olferts løn 15 år frem.

f: Hvilken af disse funktioner kan beskrive Olferts løn:

$$y = 2,40 \cdot x + 120$$

$$y = 120 \cdot 1,20^x$$

$$y = 120 \cdot 1,02^x$$

g: Hvor mange år skal der gå, før Kurt og Olfert tjener det samme?

Kurt arbejder på Udby Marmeladefabrik.
Han tjener 80 kr. i timen.
Han bliver lovet en lønstigning på 5% hvert år de kommende år.

Olfert arbejder på Udby Margarinefabrik.
Han tjener 120 kr. i timen.
Han bliver lovet en lønstigning på 2% hvert år de kommende år.

36: Lønstigning (fortsat)

Forestil dig, at Kurt og Olferts lønninger fortsat stiger med de samme procenttal hvert år.

a: Tegn og udfyld en tabel som vist herunder:

Antal år	0	10	20	30	40	50
Kurts timeløn	80,00					
Olferts timeløn	120,00					

b: Lav ud fra tallene i tabellen to grafer i et koordinatsystem.

1 cm = 5 år på x-aksen og 1 cm = 50 kr. på y-aksen.

c: Hvor længe varer det, inden Kurt når en timeløn på 200 kr. i timen?

d: Og hvor længe varer det, inden Olfert når en timeløn på 200 kr. i timen?

e: Hvor mange år går der før Kurt tjener 500 kr. i timen?

37: Fadøl

Kurt og Olfert drikker fadøl på "Den Gyldne Giraf".

For at spare penge drikker de øllet langsomt.

Kurt køber en stor fadøl.

Hver time drikker han halvdelen (50%) af det øl, som er tilbage i glasset.

- a:** Hvor meget øl har Kurt tilbage efter en time?
b: Hvor meget øl har Kurt tilbage efter to timer?
c: Tegn og udfyld en tabel som denne:

Den Gyldne Giraf	
Stor Fadøl	
500 ml.....	35 kr.
Lille Fadøl	
200 ml.....	18 kr.
- en Fad gør glad -	

Antal timer (x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Øl (ml) i Kurts glas (y)	500		125								

- d:** Tegn ud fra tallene en graf i et koordinatsystem, hvor 1 cm på x-aksen svarer til 1 time, og 1 cm på y-aksen svarer til 20 ml øl.
e: Hvilken af disse funktioner kan beskrive sammenhængen mellem x og y:

$$y = 500 - 250 \cdot x \quad y = 500 \cdot 0,50^x \quad y = \frac{500}{x}$$

Olfert køber en lille fadøl.

Hver time drikker han en fjerdedel (25%) af det øl, som er tilbage i glasset.

- f:** Hvor meget øl har Olfert tilbage efter en time?
g: Lav også en tabel og en graf for Olfert.
h: Hvilken af disse funktioner passer på Olferts øl:

$$y = 200 - 50 \cdot x \quad y = 200 \cdot 0,25^x \quad y = 200 \cdot 0,75^x$$

- i:** Aflæs på graferne hvornår der er lige meget øl i Kurts og Olferts glas?

38: Biler

- a:** Hvor meget er en ny Renaulti dyrere end en ny Skoyota?
 Giv både et svar i kr. og et svar i procent.
 Begge biler taber 20% i værdi om året.

- b:** Tegn og udfyld - for begge biler - en tabel som denne:

Udby Auto	
Fabriksnye modeller	
Skoyota	150.000
Renaudi	225.000

Alder i år (x)	0	1	2		10
Værdi i kr. (y)					

- c:** Tegn grafer i et koordinatsystem. (x-aksen: 1 cm = 1 år; y-akse: 1 cm = 10.000 kr.)
d: Opstil funktioner for begge biler.
e: Hvor meget er en 10 år gammel Renaulti mere værd end en 10 år gammel Skoyota?
 Giv både et svar i kr. og et svar i procent.

39: Tegn - for $x \geq 0$ og i samme koordinatsystem - graferne for disse funktioner:

$$f(x) = 4 \cdot 1,2^x$$

$$g(x) = 8 \cdot 1,1^x$$

$$h(x) = 4 \cdot 1,1^x$$

Aflæs også skæringspunktet (cirka-tal) mellem f og g.

40: Tegn - for $x \geq 0$ og i samme koordinatsystem - graferne for disse funktioner:

$$f(x) = 20 \cdot 0,8^x$$

$$g(x) = 10 \cdot 0,9^x$$

Aflæs også grafernes skæringspunkt (cirka-tal).

41: Flere i arbejde

a: Kontroller at der er blevet 15% flere ansatte på Udby Margarinefabrik på et år.

Hvis stigningen fortsætter kan antallet af ansatte på Udby Margarinefabrik beregnes med denne funktion:

$$y = 47 \cdot 1,15^x$$

x er antal år, og y er antal ansatte.

b: Lav en tabel og en graf der viser antal medarbejdere 10 år frem.

c: Lav også en funktion, en tabel og en graf for antal ansatte på Udby Marmeladefabrik.
(gå ud fra, at der fortsat sker en stigning på 20% om året)

d: Hvornår vil der være flest medarbejdere på Udby Marmeladefabrik?

Flere i arbejde i Udby

På Udby Margarinefabrik er der nu ansat 54 medarbejdere. Sidste år var der kun 47 ansatte, så der er sket en stigning på 15% på et år.

På Udby Marmeladefabrik er der nu ansat 48 medarbejdere. Sidste år var der kun 40 ansatte, så der er sket en stigning på 20% på et år.

42: Hvad passer sammen?

a: $y = 25 \cdot 1,02^x$

A: En startværdi på 2,5 og et fald på 2% (fx om året).

b: $y = 2,5 \cdot 0,98^x$

B: En startværdi på 25 og en stigning på 0,2% (fx om året).

c: $y = 25 \cdot 1,2^x$

C: En startværdi på 25 og en stigning på 2 % (fx om året).

d: $y = 2,5 \cdot 0,8^x$

D: En startværdi på 25 og en stigning på 20 % (fx om året).

e: $y = 25 \cdot 1,002^x$

E: En startværdi på 2,5 og et fald på 20% (fx om året).

43: Tegn evt. grafer for nogle af de funktioner, som er nævnt i opgave 42.

Eksponentialfunktioner og lineære funktioner

44: Indbyggertallet i Gedebjerg

Tallene i teksten til højre er fra år 2000.

- a: Hvor mange indbyggere vil der være i år 2002, hvis model 1 passer?
- b: Hvor mange indbyggere vil der være i år 2001, hvis model 2 passer?
- c: Hvor mange indbyggere vil der være i år 2002, hvis model 2 passer?
- d: Tegn og udfyld en tabel som den viste:

Indbyggertallet vokser voldsomt i landsbyen Gedebjerg. Der bor lige nu 800 mennesker i byen, og man har to modeller til beregning af befolkningen de kommende år.

Model 1: Indbyggertallet vokser med 50 personer om året.

Model 2: Indbyggertallet vokser med 5% om året.

År (efter 2000)	0	1	2		10
Indbyggertal efter model 1	800				
Indbyggertal efter model 2	800				

- e: Tegn i samme koordinatsystem grafer for begge modeller
(x-aksen: 1 cm = 1 år; y-akse: 1 cm = 100 personer)
Graferne ligger tæt på hinanden. Brug evt. to forskellige farver.
- f: Hvilken af disse funktioner passer til model 1 (x er antal år, og y er indbyggertallet)?
 $y = 50 \cdot x + 800$ $y = 800 \cdot 1,50^x$ $y = 800 \cdot 1,05^x$
- g: Hvilken af disse funktioner passer til model 2?
 $y = 50 \cdot x + 800$ $y = 800 \cdot 1,50^x$ $y = 800 \cdot 1,05^x$
- h: Beregn også v.h.a. begge modeller indbyggertallene for årene 2015, 2025 og 2050.
- i: Afsæt tallene for år 2015 i koordinatsystemet og forlæng graferne.
- j: Hvor skærer graferne hinanden?

45: Trafikale problemer

En prognose siger, at antallet af biler på ringvejen vil vokse med 8% om året. En anden prognose regner med en stigning på 250 biler om året.

- a: Lav ud fra prognoserne tabeller og grafer der viser trafikken de kommende 10 år?
- b: Undersøg for begge modeller hvornår trafikken vil være fordoblet.
- c: Hvor skærer graferne hinanden?
- d: Opstil funktioner for begge modeller (x er antal år, og y er antal biler i døgnet)

Trafikale problemer

Trafikken på Udby Ringvej stiger støt. Der er ofte kødannelse, og der kører ca. 2.500 biler i døgnet. Amtets vejvæsen oplyser, at der først kan blive tale om at udvide vejen, når trafikken er fordoblet.

46: Afskrivning af pakke-maskine

- a: Find maskinens værdi om et år, hvis den nedskrives med 20% om året.
- b: Find maskinens værdi om et år, hvis den nedskrives med 50.000 kr. om året?
- c: Find maskinens værdi om tre år, hvis den nedskrives med 20% om året.
- d: Find maskinens værdi om tre år, hvis den nedskrives med 50.000 kr. om året?
- e: Tegn og udfyld en tabel som den viste:

Udby Margarinefabrik har Købt en **ny pakke-maskine** til 500.000 kr. Investeringer i den størrelse skal **afskrives** over en årrække, og direktør Regner Skab oplyser, at man kan vælge imellem at:

- nedskrive værdien med 20% om året
- nedskrive værdien med 50.000 kr. om året

Maskinens alder i år	0	1	2		10
Maskinens værdi ved afskrivning: med 20% om året	500.000				
med 50.000 kr. om året	500.000				

- f: Tegn i samme koordinatsystem grafer for begge afskrivningsmodeller.
(x-aksen: 1 cm = 1 år; y-akse: 1 cm = 20.000 kr.)

- g: Hvor skærer graferne hinanden?

- h: Hvornår er værdien halveret ved hver af afskrivningsmetoderne?

- i: Hvilken af disse funktioner passer til afskrivning med 20% om året?

$$y = 500.000 - 100.000 \cdot x \quad y = 500.000 \cdot 0,80^x \quad y = -100.000 \cdot x + 500.000$$

- j: Hvilke af disse funktioner passer til afskrivning med 20.000 kr. om året?

$$y = 500.000 - 50.000 \cdot x \quad y = 500.000 \cdot 0,90^x \quad y = -50.000 \cdot x + 500.000$$

Forestil dig at man vælger afskrivning med 20% om året.

- k: Hvor mange år går der, før maskinens værdi er nede på 100.000 kr?

- l: Hvor mange år går der, før maskinens værdi er nede på 0 kr?

47: Tegn - for $x \geq 0$ og i samme koordinatsystem - graferne for disse funktioner:

$$f(x) = 1,5 \cdot x + 5 \quad g(x) = 5 \cdot 1,2^x$$

Aflæs også grafernes skæringspunkt (cirka-tal).

48: Tegn - for $x \geq 0$ og i samme koordinatsystem - graferne for disse funktioner:

$$f(x) = -0,8 \cdot x + 12 \quad g(x) = 12 \cdot 0,85^x$$

Aflæs også grafernes skæringspunkt (cirka-tal).

Andre funktioner og blandede opgaver

49: Tegn - for $x \geq 0$ og i samme koordinatsystem - graferne for disse funktioner:

$$f(x) = 2 \cdot \sqrt{x}$$

$$g(x) = 25 - 1,5 \cdot x$$

$$h(x) = \frac{x^{1,5}}{2,5}$$

Aflæs også skæringspunkterne (cirka-tal) mellem graferne.

50: Vinglas

Tegning til højre viser et kegleformet vinglas.

Rumfanget af en kegle kan findes med denne formel:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

a: Vis at glasset kan rumme ca. 150 ml, når det er fyldt.

Husk at $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$ (milliliter).

Når glasset er delvist fyldt, kan indholdet beregnes med denne funktion:

$$y = 0,207 \cdot x^3$$

hvor x er "vinstanden" i cm og y er rumfanget i ml.

b: Hvor meget vin er der i glasset, når $x = 6$ cm?

c: Tegn og udfyld en tabel som den viste:

Højde i cm (x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Vin i ml (y)										

d: Tegn ud fra tallene i tabellen en graf i et koordinatsystem.

1 cm = 1 cm på x -aksen og 1 cm = 10 ml på y -aksen.

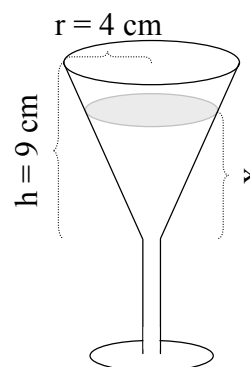
e: Undersøg v.h.a. grafen:

- hvor højt står vinen, når glasset rummer 100 ml?
- hvor højt står vinen, når glasset rummer 50 ml?
- hvor højt står vinen, når glasset er halvt fyldt?

f: Overvej hvorledes du kunne have beregnet svarene fra **e**.

g: Vurder om disse påstande er rigtige:

- når man fordobler x , bliver y 8-doblet.
- når man 3-dobler x , bliver y 27-doblet?
- ...og hvis "ja" hvorfor?



51: Spand

Tegning til højre viser en spand med form som en keglestub.

Rumfanget af en keglestub kan findes med denne formel:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot (R^2 + r^2 + R \cdot r)$$

a: Vis at spanden kan rumme ca. 20 liter, når den er fyldt.

Husk at 1 liter = 1.000 cm³ = 1.000 milliliter.

Når spanden er delvist fyldt, kan indholdet beregnes med denne funktion:

$$y = 0,00769 \cdot x^3 + 3,23 \cdot x^2 + 452 \cdot x$$

hvor x er "vandstanden" i cm og y er rumfanget i liter.

b: Hvor meget vand er der i spanden, når x = 20 cm?

c: Tegn og udfyld en tabel som den viste:

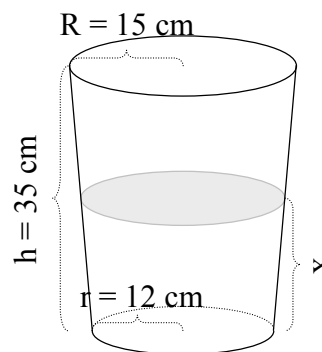
Højde i cm (x)	0	5	10	15	20	25	30	35
Vand i ml (y)								

d: Tegn ud fra tallene i tabellen en graf i et koordinatsystem.

1 cm (på papiret) = 2 cm (på spanden) på x-aksen og 1 cm = 1 liter = 1.000 ml på y-aksen.

OBS: Grafen kan godt ligne en ret linie, men den buer lidt.

e: Hvor højt står vandet, når spanden er halvt fyldt?



52: Tegn - for x > 0 og i samme koordinatsystem - graferne for disse funktioner:

$$f(x) = \frac{12}{x^2}$$

$$g(x) = \frac{12}{x}$$

$$h(x) = \frac{12}{\sqrt{x}}$$

x må ikke være 0, men prøv at komme så tæt på x = 0 som muligt, når du tegner.

Find også grafernes skæringspunkter.

53: Tegn - i samme koordinatsystem - graferne for disse funktioner:

$$f(x) = 5 \cdot 1,2^x$$

$$g(x) = 2 \cdot 1,4^x$$

Aflæs også grafernes skæringspunkt (cirka-tal).

I opgave 48 og 49 skal du også medtage negative x-værdier.

54: Tegn - i samme koordinatsystem - graferne for disse funktioner:

$$f(x) = \sqrt{x^2}$$

$$g(x) = \sqrt{x^2 + 25}$$

Overvej om graferne kan skære hinanden.

NB: Disse funktioner er lidt spøjse - tænk dig godt om når du regner og tegner!

55: Olferts høns

(fortsættelse af opgave 1)

a: Hvor bred bliver indhegningen, hvis den skal være 6 m lang?**b:** Hvad bliver omkredsen, hvis indhegningen er 6 m lang?**c:** Tegn og udfyld en tabel som denne:Olfert skal lave en indhegning på 24 m² til sine høns.

Indhegningen skal være firkantet (rektangel eller kvadrat).

Den ene side i meter (x)	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Den anden side i meter $\left(\frac{24}{x}\right)$											
Omkreds i meter (y)											

d: Tegn en graf der viser sammenhængen mellem x og y.

1 cm = 1 m på x-aksen og 1 cm = 2 m på y-aksen.

(Når du tegner grafen, skal du ikke bruge tallene i den midterste række).

Sammenhængen mellem x og y kan beskrives med denne funktion: $y = 2 \cdot x + 2 \cdot \frac{24}{x}$ **e:** Prøv af forklare hvorledes funktionen er bygget op.**f:** Hvilken sidelængde (x-værdi), giver den mindste omkreds (y-værdi)?

Geometri

Indholdsfortegnelse

Indholdsfortegnelse	115
Omregning af længdemål	116
Omkreds og areal af rektangler og kvadrater	117
Omkreds og areal af andre figurer	121
Arbejdstegninger og sammensatte figurer	125
Symmetrier og flytninger	127
Konstruktion af geometriske figurer	131
Målestoksforhold	132
Rumfang og overfladeareal af kasser	135
Rumfang af andre figurer	139
Omregning mellem vægt- areal- og rumfangsenheder	143
Massefylde	145
Sidelængder i retvinklede trekanter (Pythagoras' sætning)	147
Regne baglæns	149

Til geometri-opgaverne hører også en **oversigt** over, hvorledes man regner om mellem forskellige **måle-enheder**. F.eks. fra meter til centimeter eller fra liter til deciliter.

Disse opgaver er lavet af Niels Jørgen Andreasen, VUC Århus.

Arbejdet med opgaverne er afsluttet i sommeren 2001.

Jeg vil meget gerne høre fra dig, hvis du opdager fejl i opgaverne eller på anden måde har kommentarer hertil.

Med venlig hilsen

Niels Jørgen Andreasen

niels.joergen.andreasen@vucaarhus.dk

Omregning af længdemål

- **1:** Udfyld de tomme pladser i tabellerne.
Overvej selv hvor mange decimaler, det er rimeligt at tage med.

Centimeter og meter	
300 cm	m
cm	1,52 m
cm	0,78 m
5 cm	m

Meter og kilometer	
4.000 m	km
m	1,250 km
m	0,8 km
90 m	km

Husk at:

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

$$1 \text{ km} = 1.000 \text{ m}$$

Millimeter og centimeter	
25 mm	cm
mm	12,8 cm
2 mm	cm

Centimeter og decimeter	
52 cm	dm
cm	2,6 dm
8 cm	dm

Decimeter og meter	
44 dm	m
dm	1,20 m
6 dm	m

mm	cm	dm	m
mm	9 cm	dm	m
mm	cm	8,5 dm	m
6 mm	cm	dm	m
mm	cm	dm	14,51 m

Husk at:

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$$

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$$

- ⊙ **2:** Omregn (nogle af) målene...

a: ...til m:

560 cm 19,8 km 250 mm 4,4 dm 0,855 km 78,5 cm

b: ...til dm:

2 m 23 cm 19 mm 16,5 cm 550 cm 2,47 m

c: ...til cm:

7 m 14,5 dm 337 mm 0,04 m 15,19 m 876 mm

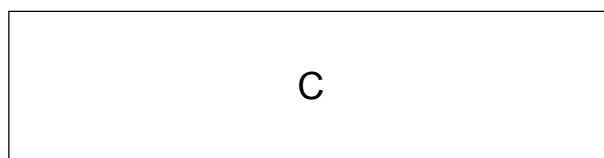
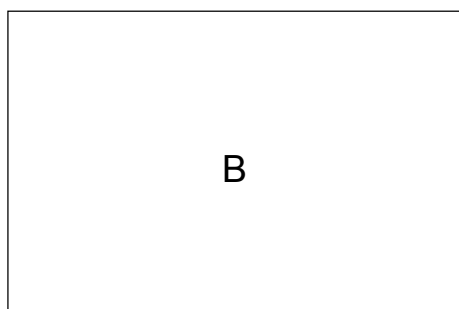
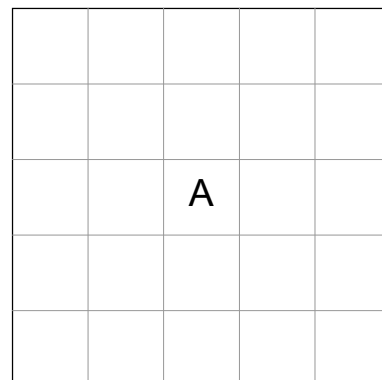
d: ...til mm:

1 m 2,4 dm 16 cm 6,6 cm 0,8 cm 0,941 m

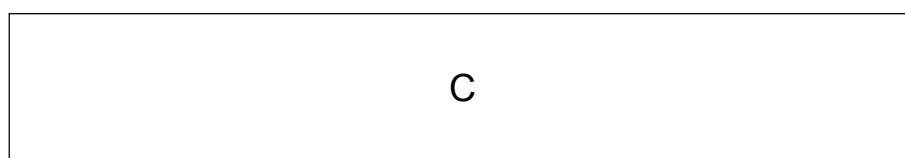
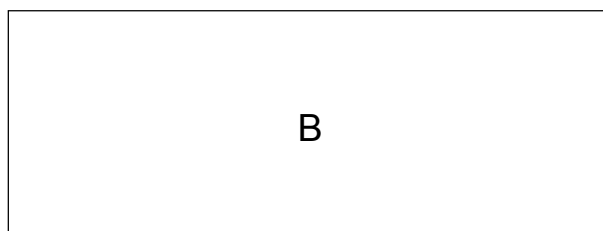
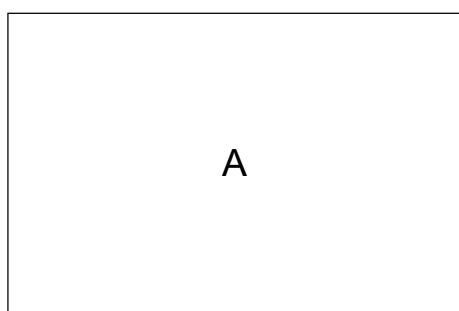
Omkreds og areal af rektangler og kvadrater

○ **3:** Firkant A er opdelt cm^2 -tern.

- a:** Opdel også de andre firkanter i cm^2 -tern.
- b:** Find omkredsen af hver firkant.
- c:** Find arealet af hver firkant ved at tælle tern.
- d:** Find også arealerne ved at gange længde og bredde.
Kan du få de samme tal som før?



○ **4:** Mål først siderne på disse firkanter. Bagefter skal du beregne omkreds og areal af hver firkant. Du skal regne i cm og cm^2 .



○ **5:** Nu skal du arbejde med firkanterne herunder.

a: Mål sidelængderne.

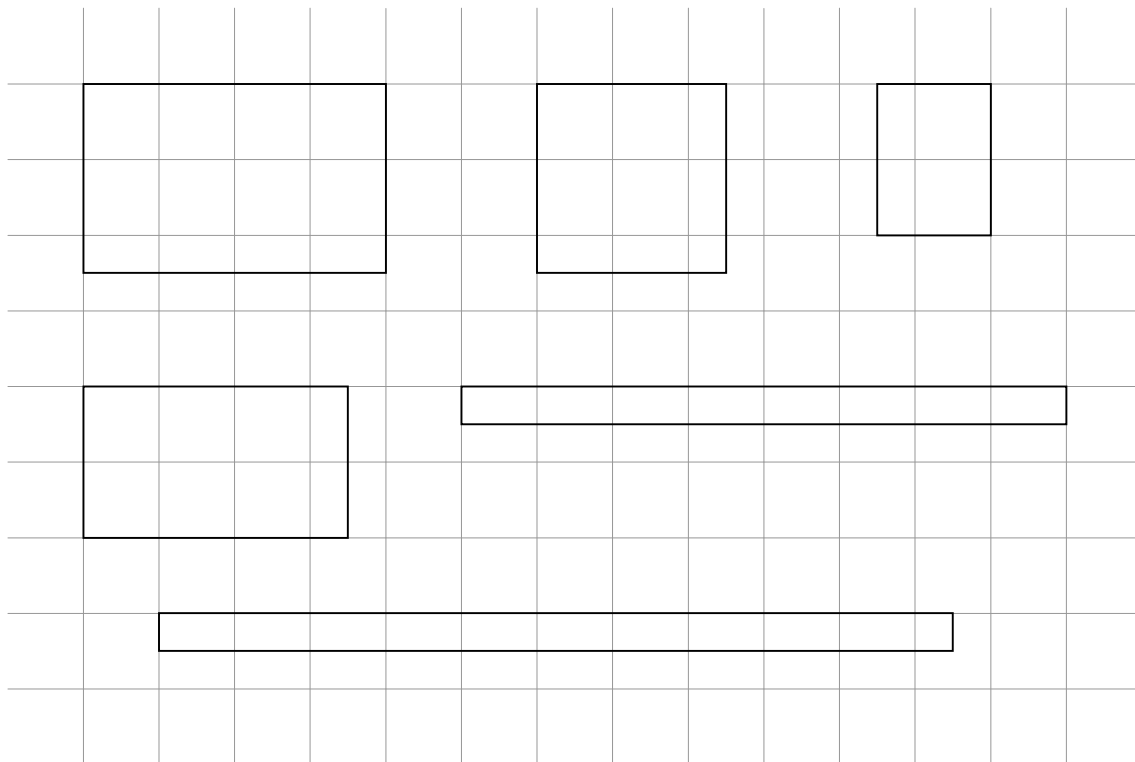
b: Beregn arealet af hver firkant.

c: Kontroller tallene ved at tælle cm^2 -tern.

Husk at:

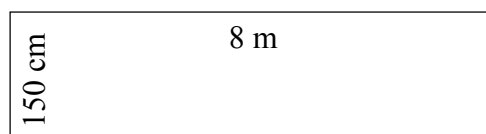
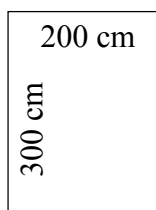
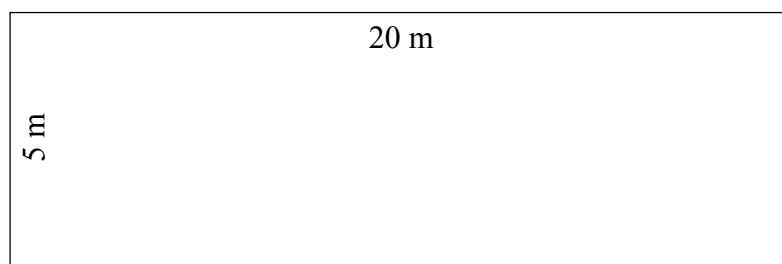
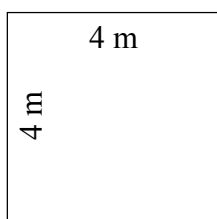
$$- \frac{1}{2} \text{ cm}^2 = 0,5 \text{ cm}^2$$

$$- \frac{1}{4} \text{ cm}^2 = 0,25 \text{ cm}^2$$

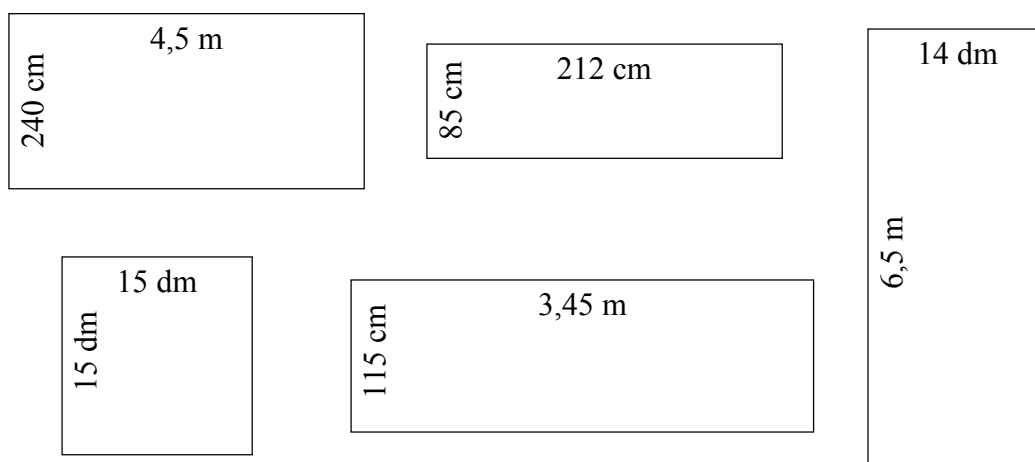


○ **6:** Beregn omkreds og areal af disse firkanter.

Omkreds skal være i m. Areal skal være i m^2 .



- 7: Beregn omkreds og areal af hver af firkanterne herunder.
Omkreds skal være i m. Areal skal være i m^2 .



- 8: Nu skal du arbejde med firkanterne herunder.
- Mål sidelængderne.
 - Beregn omkreds og areal af hver firkant.
Du skal regne i mm og mm^2 .



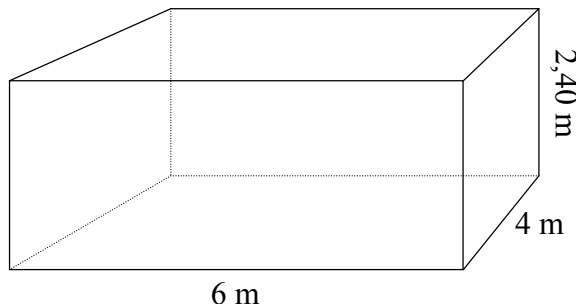
- 9: Find igen omkreds og areal af firkanterne ovenfor - dem fra opgave 8.
Men nu skal du regne i cm og cm^2 .

- 10: Nu skal du måle og regne på et A4-ark. F.eks. dette ark papir.
- Find omkreds og areal af papiret. Du skal regne i cm og cm^2 .
 - Find igen omkreds og areal af papiret. Men nu skal du regne i dm og dm^2 .

- 11: Tegn selv:

- Et kvadrat med arealet 16 cm^2 .
- Et rektangel med arealet 8 cm^2 .
- Mindst 2 forskellige rektangler med arealet 12 cm^2 .

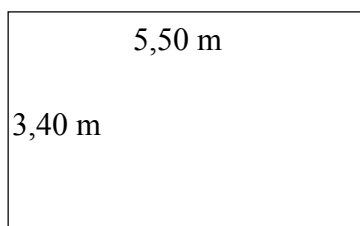
- 12: Skitsen herunder viser et rum, som er 6 m langt, 4 m bredt og 2,40 m højt. Rummet skal males og der skal lægges gulvtæppe. Du skal **ikke** tænke på døre og vinduer.



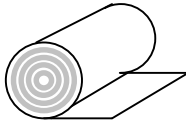
- Find arealet af gulvet.
- Hvad vil det koste at lægge nyt gulvtæppe? (fra Udby Byggemarked)
- Hvor meget loftsmaling skal der bruges?
- Hvor meget loftsmaling må man købe?
- Hvad vil loftsmalingen koste?
- Find arealet af de 4 vægge.
- Hvor meget vægmaling skal der bruges?
- Hvor meget vægmaling må man købe?
- Hvad vil vægmalingen mindst koste?
- Hvor meget vil det koste at købe nye fodlister?

Udby Byggemarked	
Gulvtæpper	
- flere slags, pr. m ²	98 kr.
Loftsmaling (1 liter rækker til 8 m ²)	
- spand m. 2 liter	49 kr.
- spand m. 5 liter	99 kr.
Vægmaling (1 liter rækker til 8 m ²)	
- spand m. 2 liter	69 kr.
- spand m. 5 liter	129 kr.
- spand m. 10 liter	199 kr.
Fodlister	
- pr. m	29 kr.

- 13: Skitsen viser et gulv, hvor der skal lægges nyt gulvtæppe.



- Find arealet af gulvet.
- Hvad vil tæppet koste hos Toms Tæpper? (tænk dig godt om!)
- Hvad vil tæppet koste hos Tæppelageret?

Toms Tæpper	
Gulvtæppe, pr. m ²	119 kr.
	Sælges kun i fuld bredde (4 m)

Tæppelageret	
Gulvtæppe, pr. m ²	139 kr.
Vi skærer tæppet til, og du betaler kun for det, du bruger.	

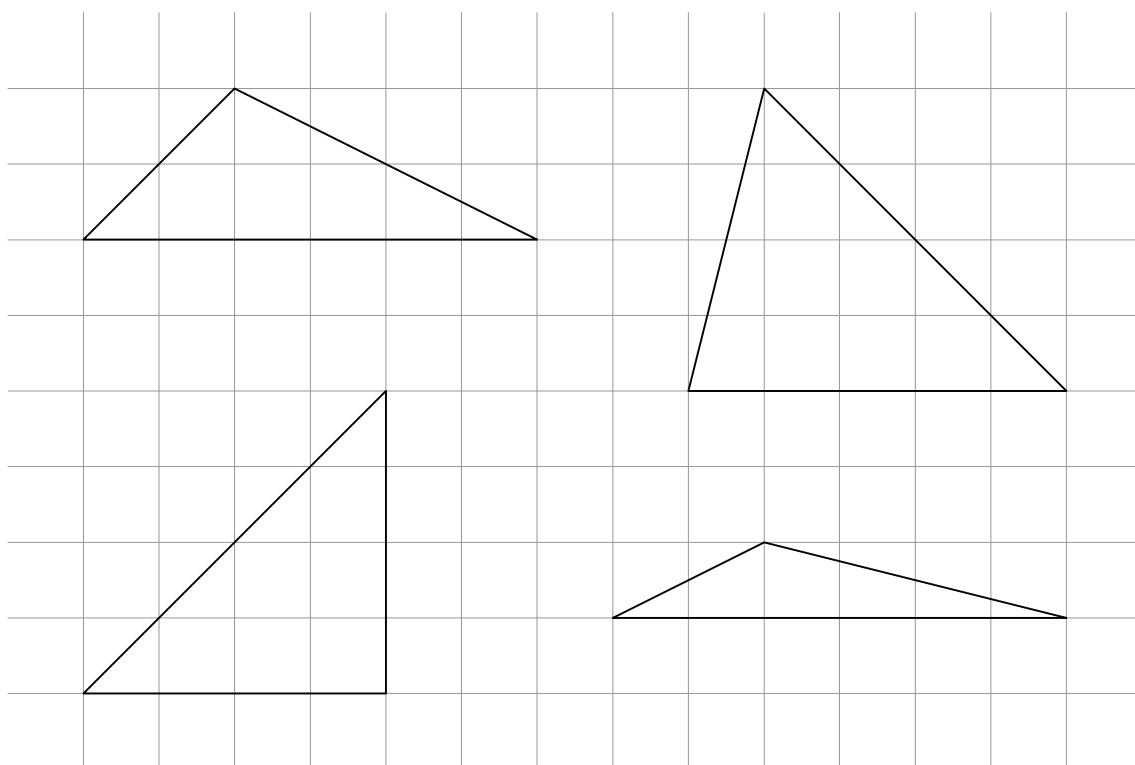
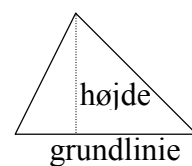
Omkreds og areal af andre figurer

○ **14:** Herunder er 4 trekanter.

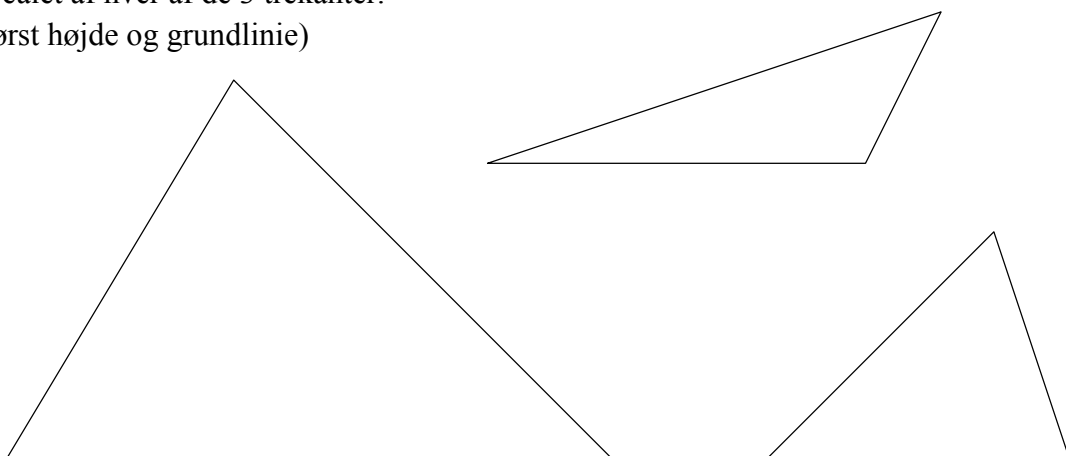
- a: Mål højde og grundlinie på trekanterne.
- b: Beregn arealet af hver trekant.
(Du skal kun finde areal - ikke omkreds)
- c: Prøv at kontrollere arealerne ved at tælle cm^2 -tern.

Husk at:

$$A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot g$$



● **15:** Find arealet af hver af de 3 trekanter.
(Mål først højde og grundlinie)



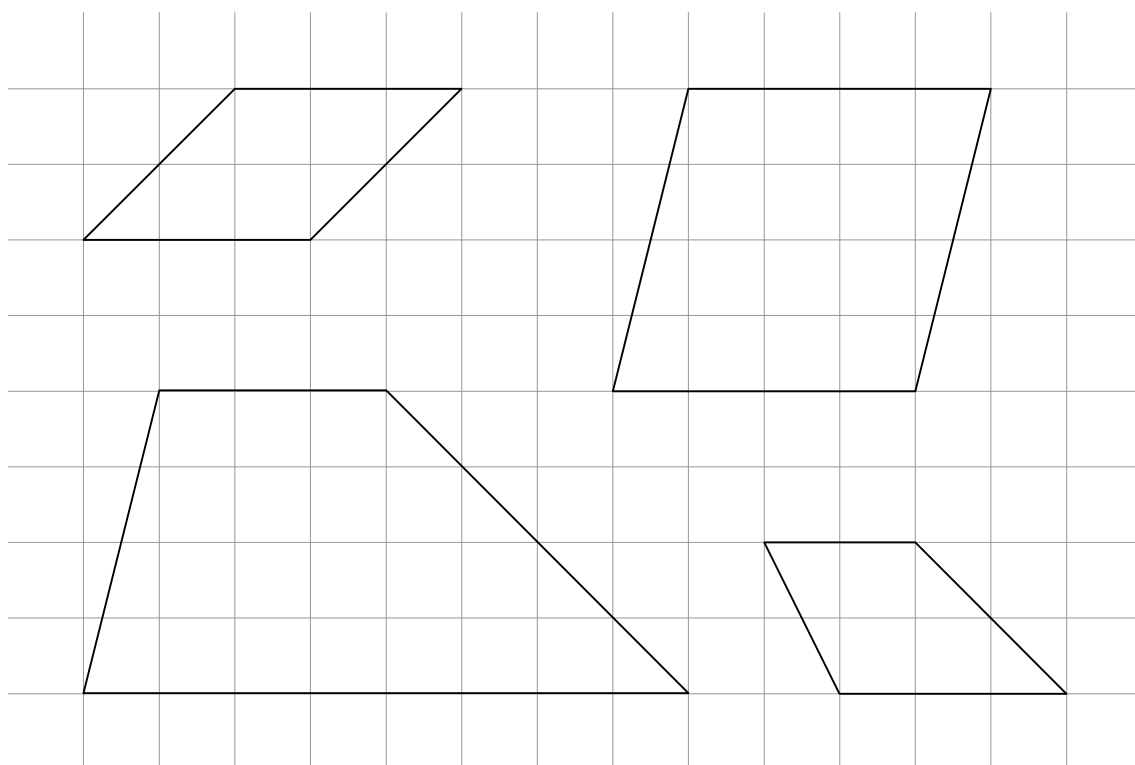
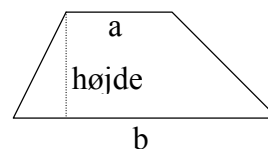
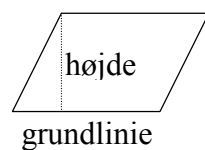
- **16:** Herunder er 2 parallelogrammer og 2 trapezer.
- a:** Mål højde og grundlinie på parallelogrammerne.
 - b:** Beregn arealerne af parallelogrammerne.
 - c:** Mål højden og de parallelle sider på trapezerne.
 - d:** Beregn arealerne af trapezerne.
 - e:** Prøv at kontrollere arealerne ved at tælle cm^2 -tern.

Husk at:

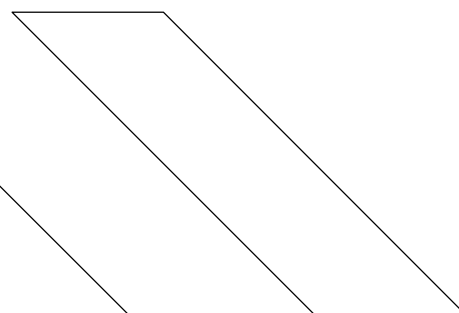
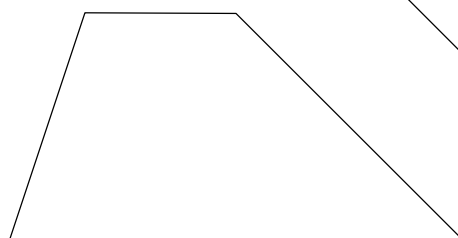
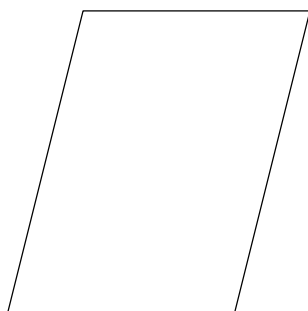
$$A = h \cdot g$$

og

$$A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (a + b)$$



- **17:** Find arealet af disse figurer.
(Start med at tage mål)



18: Herunder er 4 cirkler.

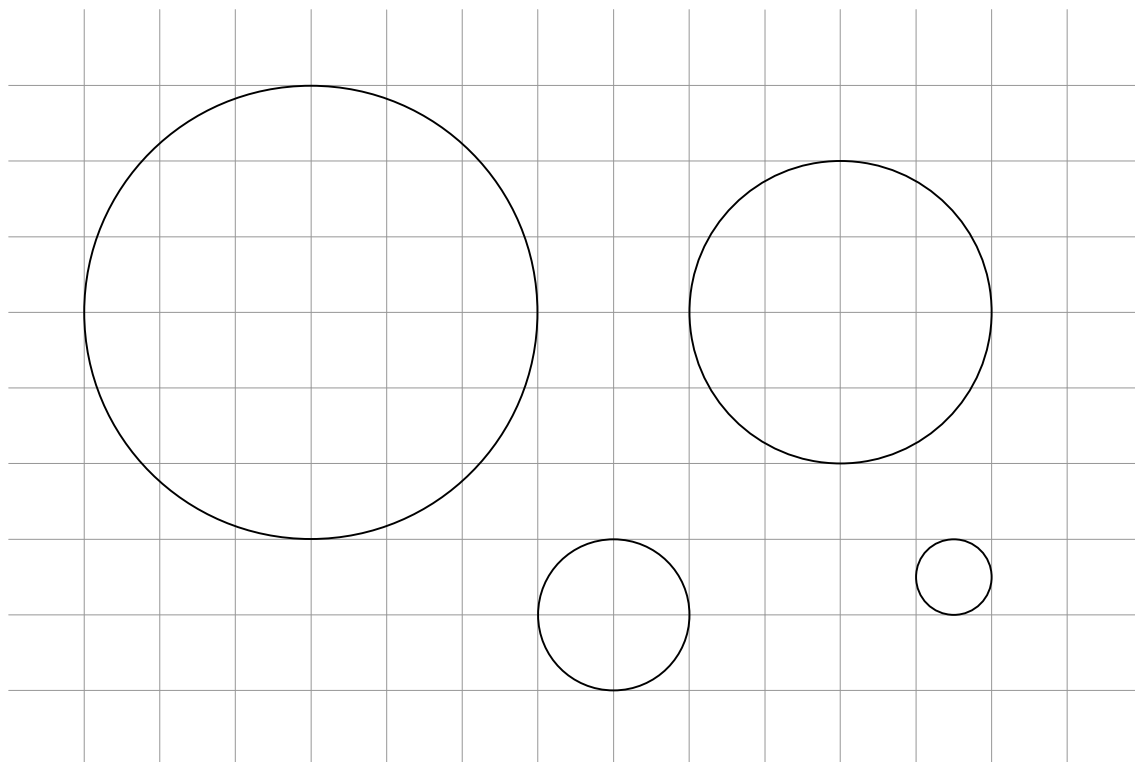
- a: Mål radius og diameter på cirklerne.
- b: Beregn omkredsen af hver cirkel.
- c: Beregn arealet af hver cirkel.
- d: Du kan **ikke** kontrollere arealerne præcist ved at tælle cm^2 -tern, men vurder alligevel om tallene er rimelige.

Husk at:

$$O = 2 \cdot \pi \cdot r$$

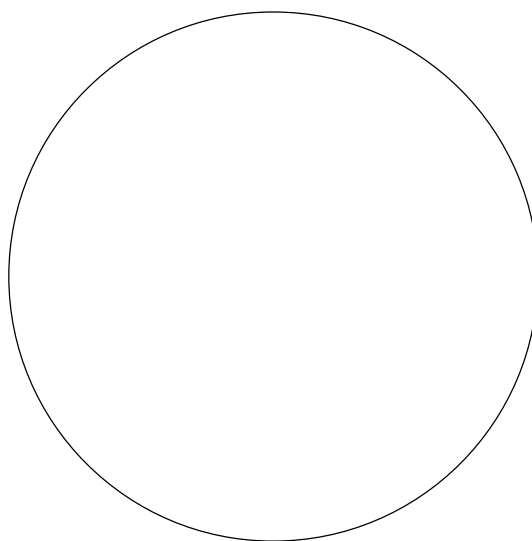
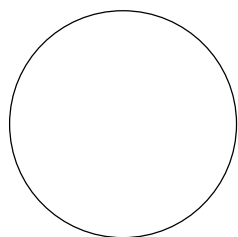
og

$$A = \pi \cdot r^2$$

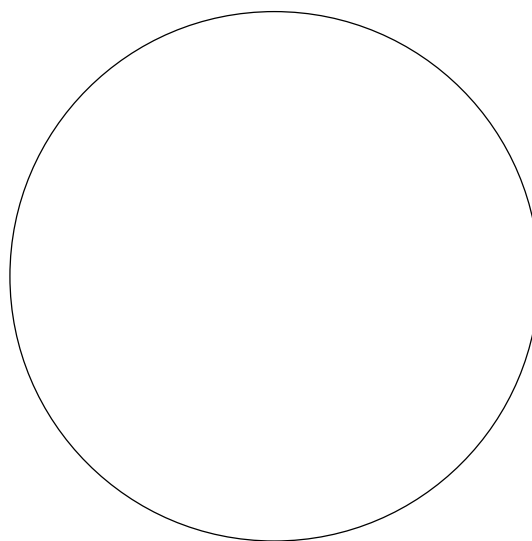
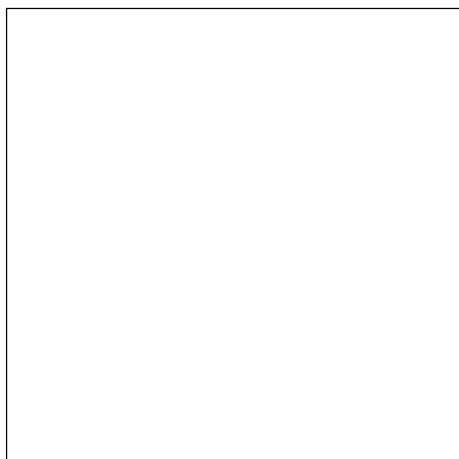


19: Her er 2 cirkler.

- a: Mål først diameter og radius.
(Det er svært at måle helt præcist)
- b: Beregn omkredsen af hver cirkel.
- c: Beregn arealet af hver cirkel.

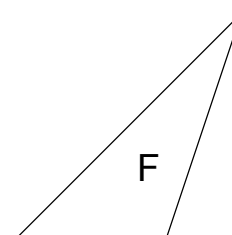
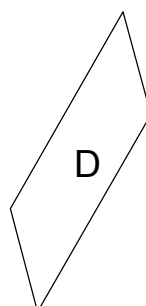
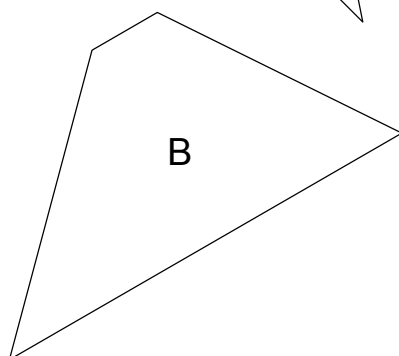
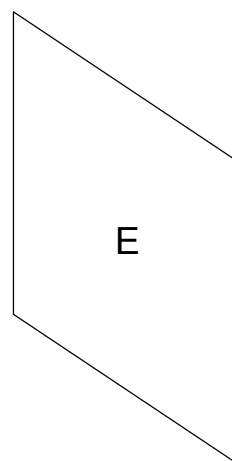
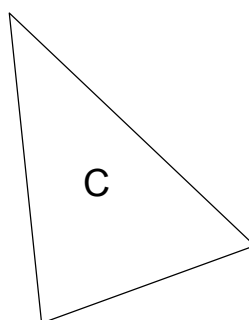
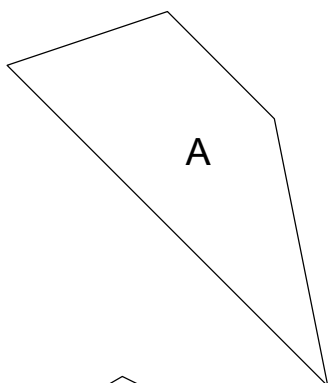


- 20: Sammenlign kvadratet og cirklen.
- a: Hvilken figur har størst omkreds?
- b: Hvilken figur har størst areal?



- 21: Tegn selv et kvadrat med sidelængden 5 cm og en cirkel med radius 3 cm.
Sammenlign figurernes omkreds og areal.

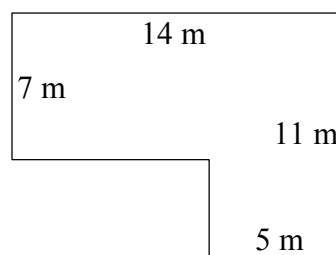
- 22: Find arealet af disse figurer.
Start med at tage de nødvendige mål.



Arbejdstegninger og sammensatte figurer

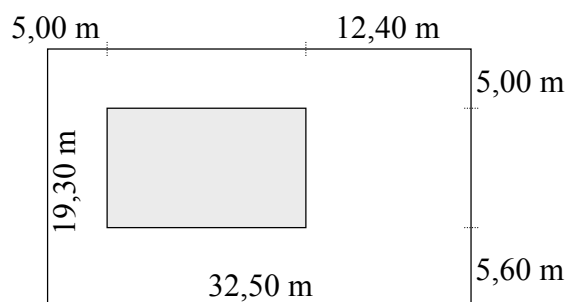
- 23: Til højre er en skitse af et hus.

- a: Hvad er husets areal?
b: Hvad er husets omkreds?



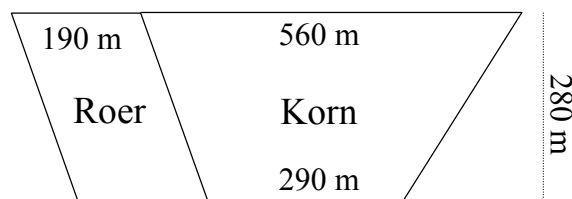
- 24: Til højre er en skitse af et hus på en grund.

- a: Hvad er husets længde og bredde?
(Skriv dine tal på skitsen)
b: Hvad er husets areal?
c: Hvad er hele grundens areal?
d: Hvor meget af grunden er ikke bebygget?



- 25: Til højre er en skitse af 2 marker.

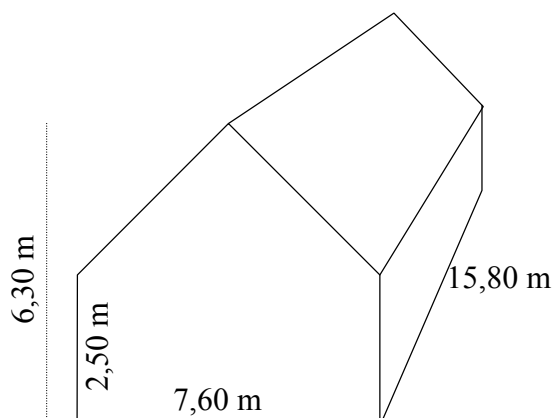
- a: Hvad er arealet af marken med roer?
b: Hvad er arealet af marken med korn?
En hektar er 10.000 m^2 .
c: Hvor mange hektar (helt tal) er markerne i alt?



- 26: Til højre er en skitse af et hus.

Væggene skal males - både sidevægge og gavle.
Du skal **ikke** tænke på døre og vinduer.

- a: Hvad er arealet af en sidevæg?
b: Hvad er arealet af en gavl?
c: Hvor stort et areal skal der i alt males?
d: Hvor meget maling skal der bruges?
e: Hvor meget koster malingen?

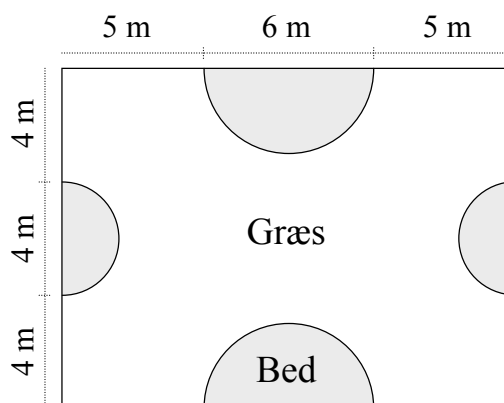


Malermesterens murlaling

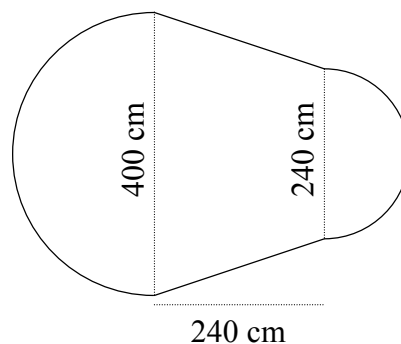
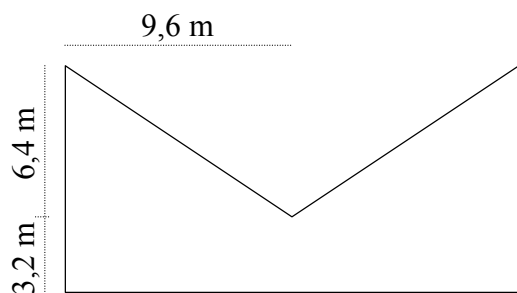
10 liter, nu kun **398 kr.**

Rækkeevne: Cirka 8 m^2 pr. liter

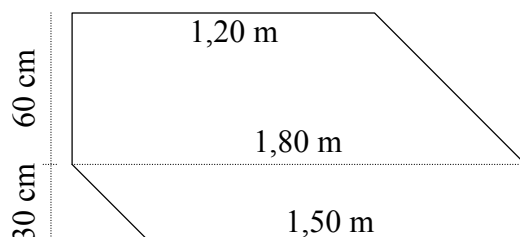
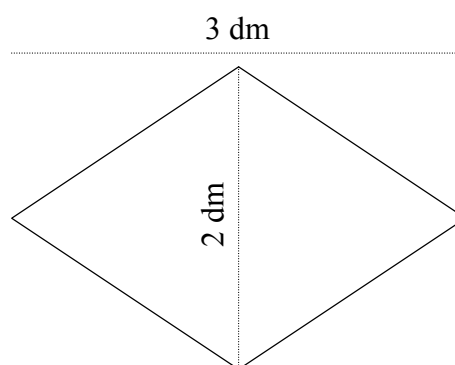
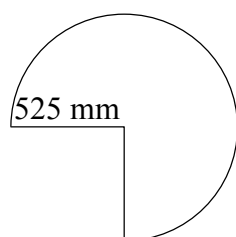
- 27: Til højre er en skitse af en have.
 Det er en græsplæne med 4 halvrunde bede.
- Find omkredsen af hele haven.
 - Find arealet af hele haven.
 - Find arealet af et det øverste bed.
 - Find arealet af alle 4 bede.
 - Find arealet af græsplænen.
 - Hvor langt er der rundt langs kanten af græsplænen.



- 28: Find arealerne af disse figurer. Resultaterne skal være i m^2 .

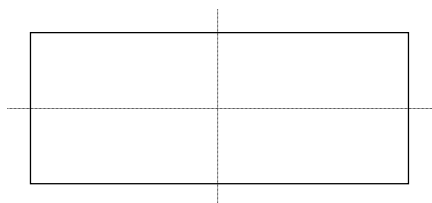


- 29: Find arealerne af disse figurer. Resultaterne skal være i cm^2 .

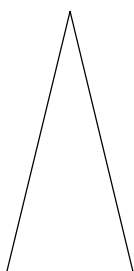


Symmetrier og flytninger

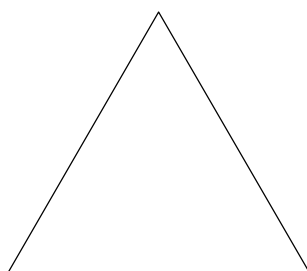
- **30:** Et rektangel har 2 symmetri-akser. De er indtegnet på rektanglet til venstre.
Indtegn selv symmetriakserne på rektanglet til højre



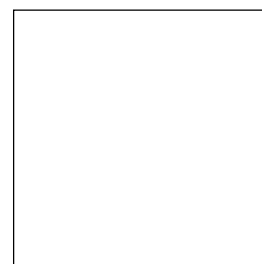
- **31:** Hvor mange symmetri-akser har figurene herunder?
Tegn (nogle af) akserne og sæt krydser i skemaet.



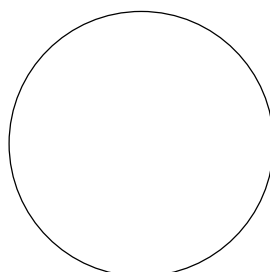
Ligebenet trekant



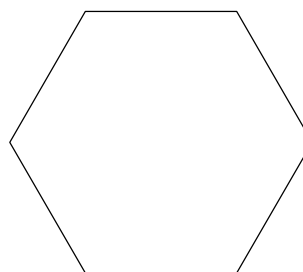
Ligesidet trekant



Kvadrat



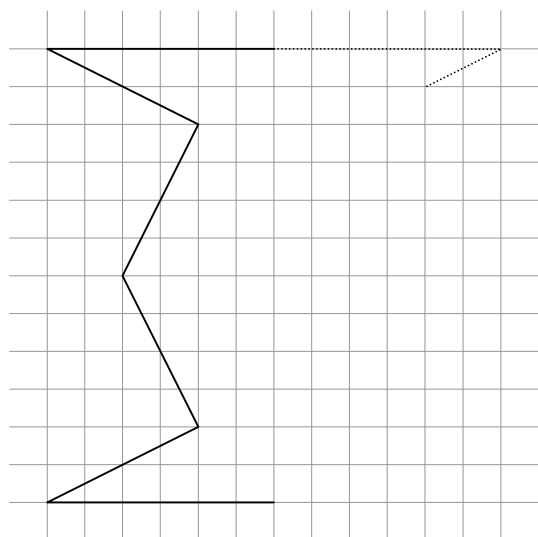
Cirkel



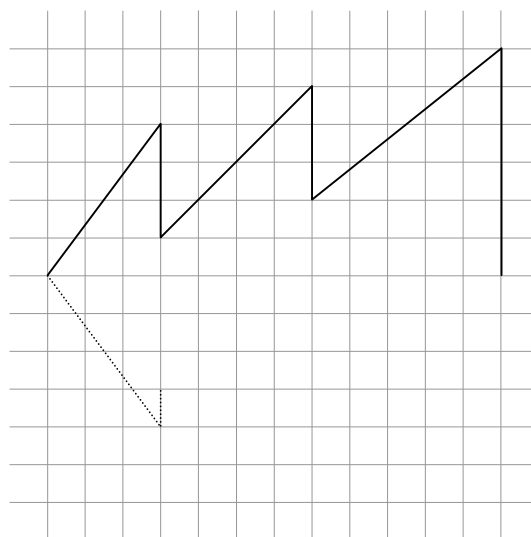
Ligesidet sekskant

Antal symmetriakser	1	2	3	4	6	Uendeligt mange
Ligebenet trekant						
Rektangel		X				
Ligesidet trekant						
Kvadrat						
Ligesidet sekskant						
Cirkel						

- 32: Herunder er tegnet venstre halvdel af en symmetrisk figur.
Højre halvdel er påbegyndt.
Gør figuren færdig.

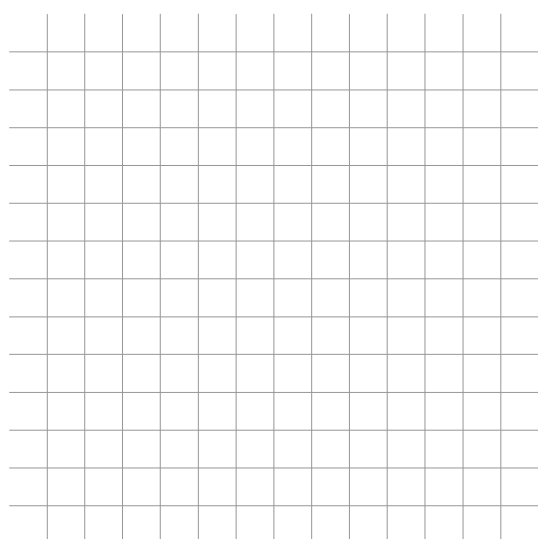


- 33: Herunder er tegnet øverste halvdel af en symmetrisk figur.
Nederste halvdel er påbegyndt.
Gør figuren færdig.

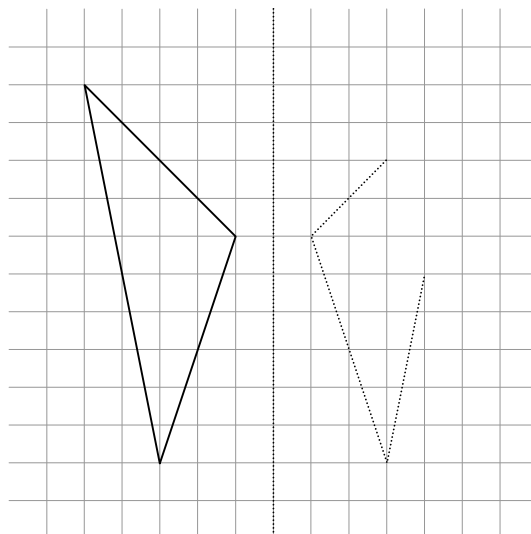


- 34: Kik på de 2 figurer, som du netop har tegnet færdig.
Hvor mange symmetriakser har figuren til venstre?
Hvor mange symmetriakser har figuren til højre?

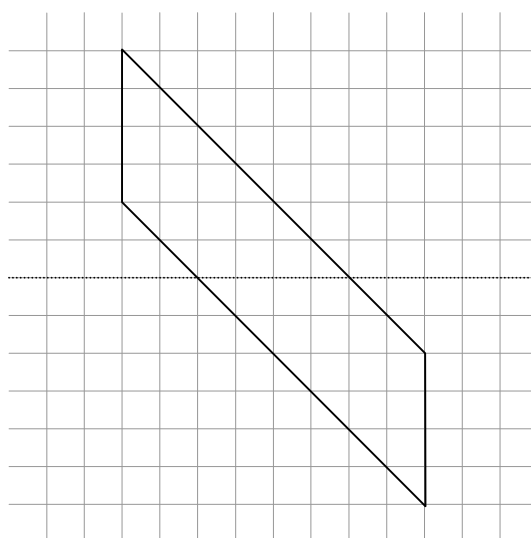
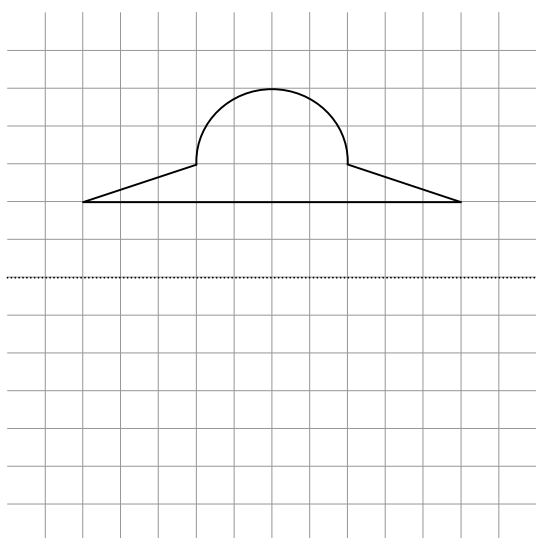
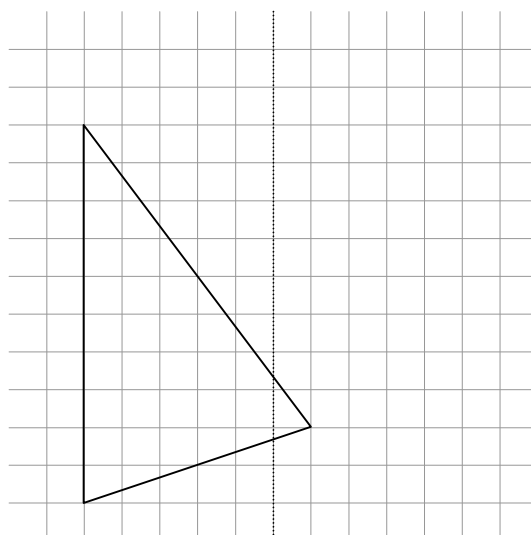
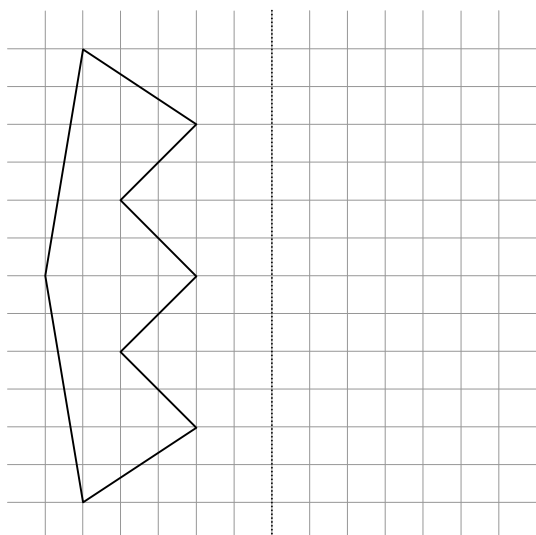
- 35: Tegn selv en figur med 2 symmetriakser. 36: Tegn selv en figur med 1 symmetriakse.



- 37: Den lodrette linie på tegningen til højre er en spejlingsakse. Der er påbegyndt et spejlbillede af trekanten. Tegn spejlbilledet færdigt.

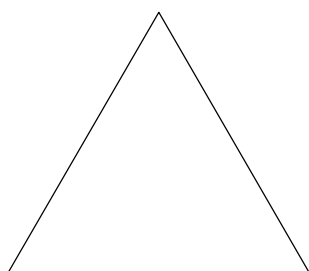
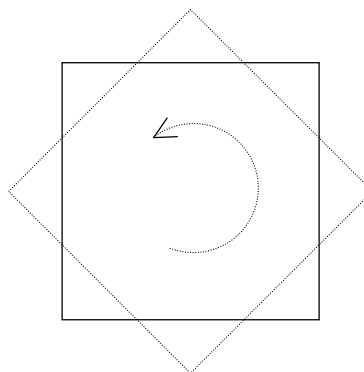


- 38: Lav spejlbilleder af figurene på de 4 tegningerne herunder. Læg mærke til at nogle af spejlingsakserne er vandrette.

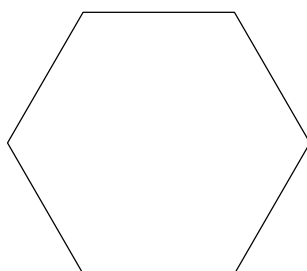


- 39: Hvis man drejer et kvadrat $\frac{1}{4}$ omgang (90°), så vil kvadratet dække sig selv.
Man kan også dreje kvadratet $\frac{1}{2}$ omgang (180°), $\frac{3}{4}$ omgang (270°) eller en hel omgang (360°).

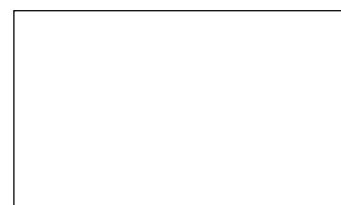
Hvor mange grader skal man dreje de 3 figurer herunder, for at de kan dække sig selv?



En ligesidet trekant



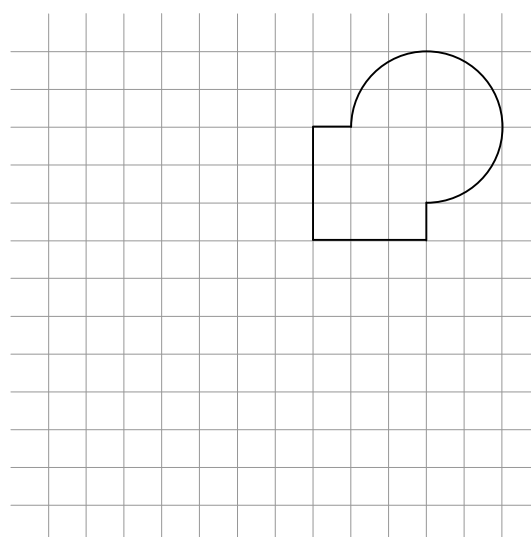
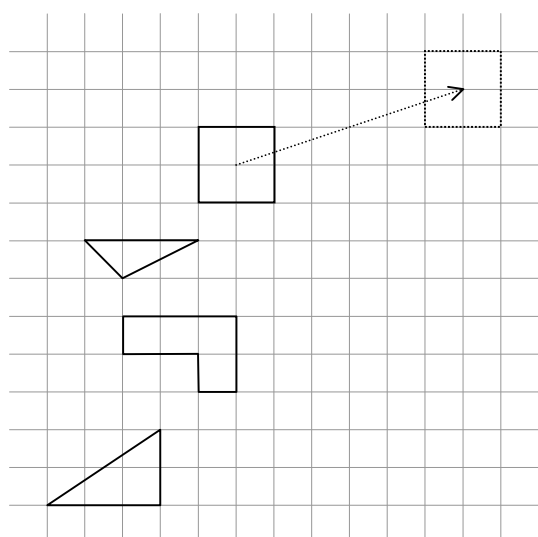
En ligesidet sekskant



Et rektangel

- 40: Alle figurerne skal skubbes 6 tern til højre og 2 tern op. Det kaldes parallelforskydning.

- 41: Figuren skal parallelforskydes 5 tern til venstre og 7 tern ned.



Konstruktion af geometriske figurer

○ 42: Tegn disse figurer:

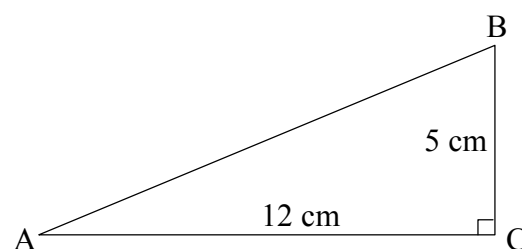
- a: Et kvadrat med sidelængden 3,5 cm.
- b: En cirkel med radius 4,3 cm.
- c: Et rektangel med sidelængderne 3,6 cm og 9,4 cm.
- d: En cirkel med diameter 7,4 cm.

⊙ 43: Tegn disse figurer:

- a: En trekant med grundlinie på 9,6 cm og højde på 5,2 cm. (Der er mange muligheder)
- b: En ligesidet trekant med sidelængden 8 cm.
- c: Mindst 2 forskellige ligebenede trekanter.

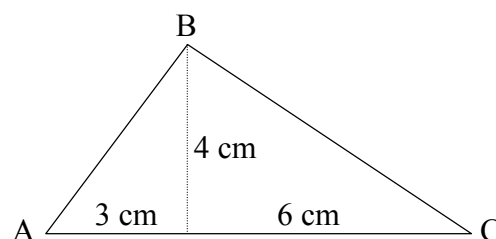
⊙ 44: Til højre er en skitse af en trekant ABC.

- a: Tegn trekanten med de angivne mål.
- b: Mål længden AB.
- c: Mål vinkel A og vinkel B.
- d: Hvor mange grader er vinklerne tilsammen?



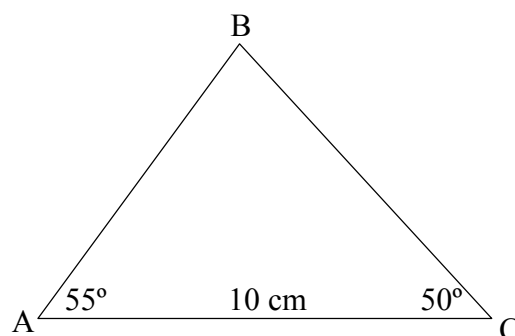
⊙ 45: Til højre er en skitse af en trekant ABC.

- a: Tegn trekanten med de angivne mål.
- b: Mål længderne AB og BC.
- c: Mål de 3 vinkler.
- d: Hvor mange grader er vinklerne tilsammen?



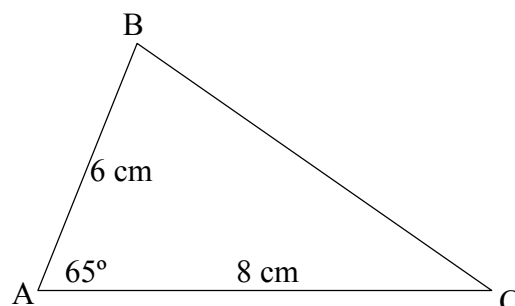
⊙ 46: Til højre er en skitse af en trekant ABC.

- a: Tegn trekanten med de angivne mål.
- b: Mål længderne AB og BC.
- c: Mål vinkel C.
- d: Hvor mange grader er vinklerne tilsammen?



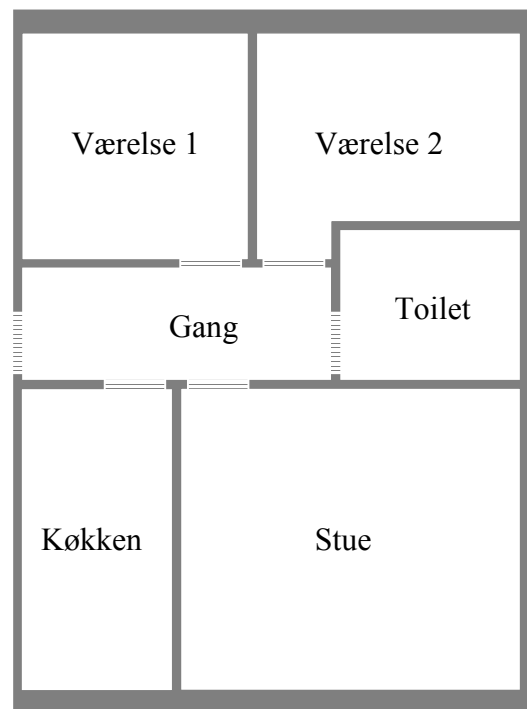
⊙ 47: Til højre er en skitse af en trekant ABC.

- a: Tegn trekanten med de angivne mål.
- b: Mål længden BC.
- c: Mål vinkel B og vinkel C.
- d: Hvor mange grader er vinklerne tilsammen?

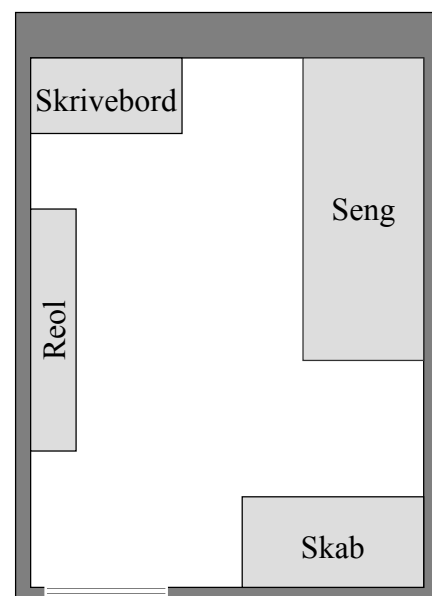


Målestoksforhold

- **48:** Til højre er en tegning af en lejlighed i målestoksforhold 1:100.
- Find lejlighedens længde og bredde (udvendige mål).
 - Find lejlighedens areal (incl. vægge).
 - Find stuens længde og bredde (indvendige mål).
 - Find stuens areal.
 - Sammenlign arealet af de to værelser.
 - Hvad er det samlede areal af alle rum (ekskl. vægge).
 - Hvor mange m^2 udgør væggene?

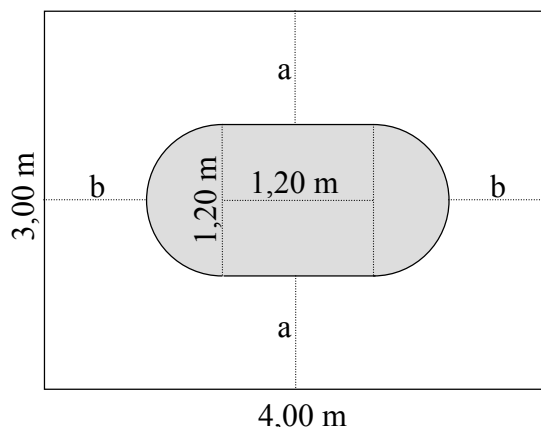


- **49:** Til højre er en tegning af et værelse i målestoksforhold 1:50.
- Find værelset længde og bredde (indvendige mål).
 - Find værelsets areal.
 - Hvor langt er der mellem skab og seng?
 - Hvor bred er sengen?
 - Find sengens areal.
 - Find arealet af de øvrige møbler.
 - Hvad er det frie gulvareal?
 - Tegn værelset i målestoksforhold 1:100. Du behøver **ikke** tegne møblerne med.
 - Tegn også værelset i målestoksforhold 1:25. Stadig uden møbler.



- 50: Til højre er en skitse af et bord i et rum. Bordet står **midt** i rummet.

- a: Hvad er afstandene a og b ?
(Du skal **ikke** måle - du skal regne)
- b: Lav en tegning af rum og bord i målestoksforhold 1:25.
- c: Find også bordets omkreds og areal.

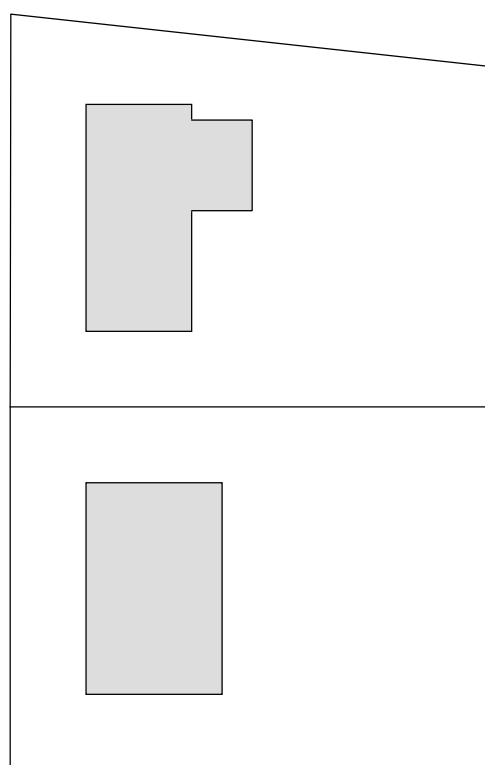


- 51: Til højre er en tegning af to grunde med huse i målestoksforhold 1:500.

- a: Find længde og bredde på den nederste grund.
- b: Find arealet af den nederste grund.
- c: Find arealet af det nederste hus.
- d: Find arealet af den øverste grund.
- e: Find arealet af det øverste hus.

Nu skal du selv tegne i målestoksforhold 1:200.

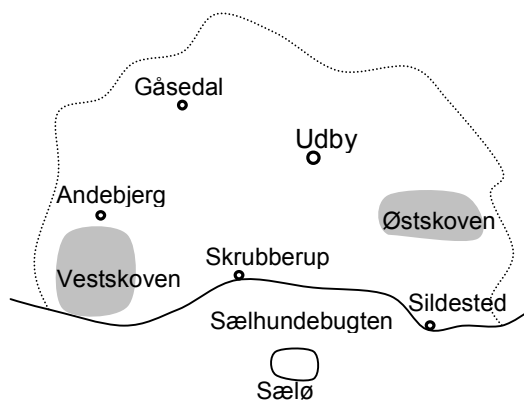
- f: Undersøg om hele tegningen til højre kan være på et A4-ark (et papir som dette)
- g: Tegn begge huse i målestoksforhold 1:200. Du behøver ikke at tegne grundene.
- h: Tegn et af husene i målestoksforhold 1:100.



- 52: Til højre er et kort over Udby Kommune tegnet i målestoksforhold 1:200.000.

- a: Hvor langt er der fra Andebjerg til Udby?
- b: Hvor langt er der fra Gåsedal til Sildested, når man rejser gennem Udby?
- c: Hvor langt ligger Sælø fra kysten?
- d: Hvor langt er der fra kommunens vestligste punkt (venstre) til det østligste punkt (højre)?

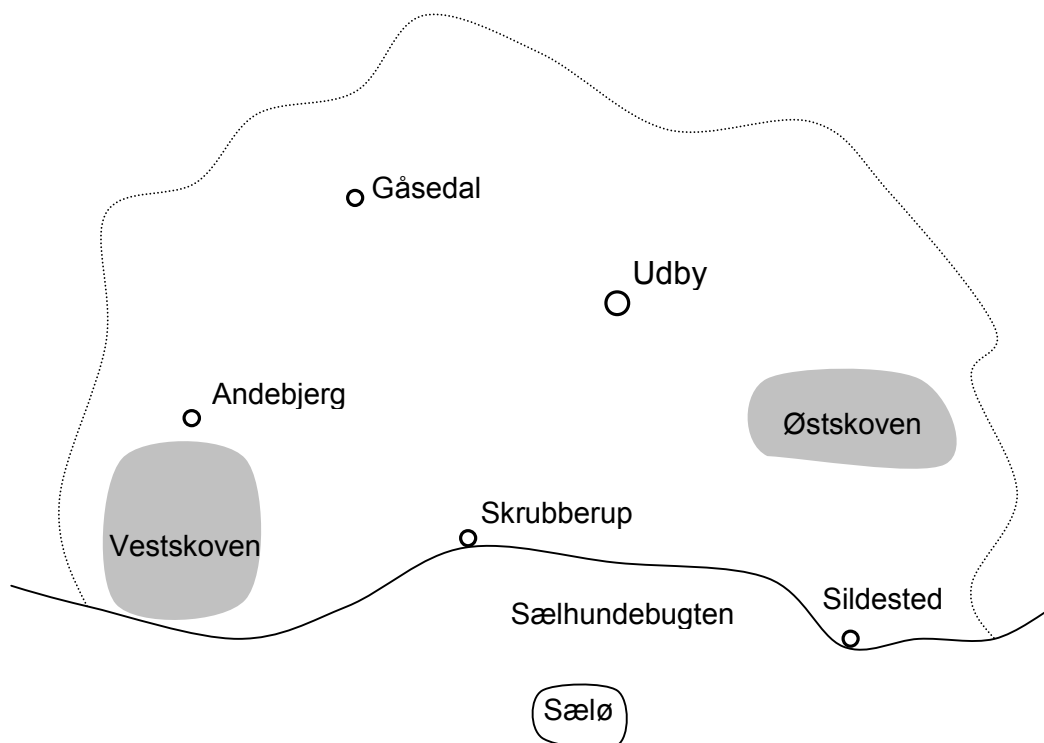
Opgaven fortsættes på næste side



● **52:** (fortsat) Her er det samme kort som før, men denne gang i målestoksforhold 1:100.000

- e:** Dette kort er nemmere at måle på så kontroller dine resultater fra før.
- f:** Hvor lang er kommunens kyststrækning? Du skal ikke medregne kysten på Sælø.
- g:** Giv et bud på hele kommunens areal. Tallet bliver usikkert men prøv alligevel.

- h:** Forestil dig, at du skal tegne et kort over Udby Kommune i målestoksforhold 1:50.000. Kan kortet være på et A4-ark (et papir som dette)? Du må gerne dreje papiret.



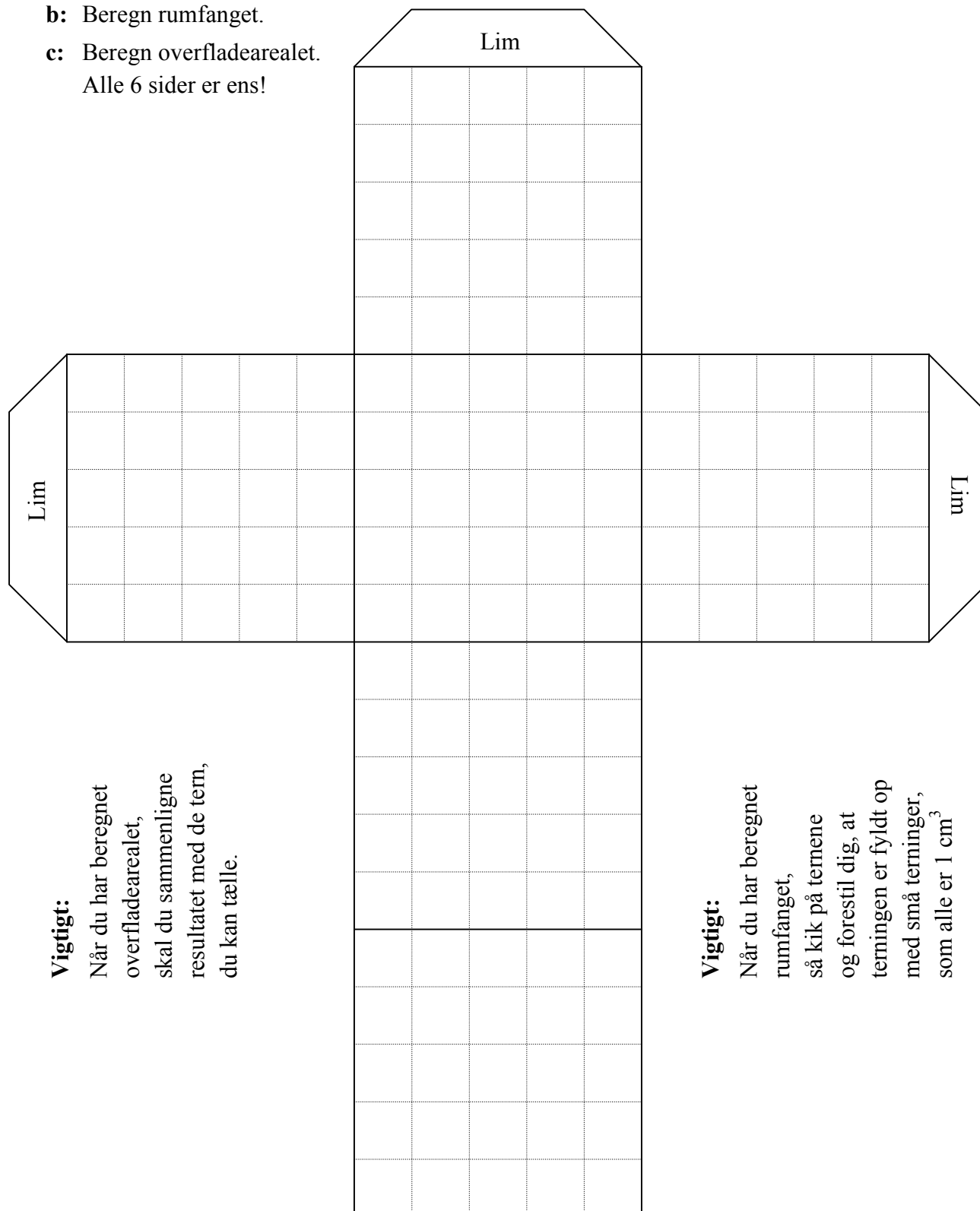
● **53:** Udfyld (nogle af) de tomme pladser i tabellen. Læg godt mærke til enhederne.

Målestoksforhold	Afstand på kort eller tegning	Afstand i virkeligheden
1 : 10.000	27 mm	m
1 : 12.500	16 cm	km
1 : 40	mm	364 cm
1 : 500.000	cm	58 km
	12,5 cm	25 km
	9,6 cm	4,8 km
	5,4 cm	270 cm

Rumfang og overfladeareal af kasser

○ **54:** Figuren herunder er en udfoldning af en terning. En terning er en helt regelmæssig kasse.

- Klip terningen ud, fold den og lim den sammen. (Lav først en ekstra kopi af siden).
- Beregn rumfanget.
- Beregn overfladearealet.
Alle 6 sider er ens!



Vigtigt:

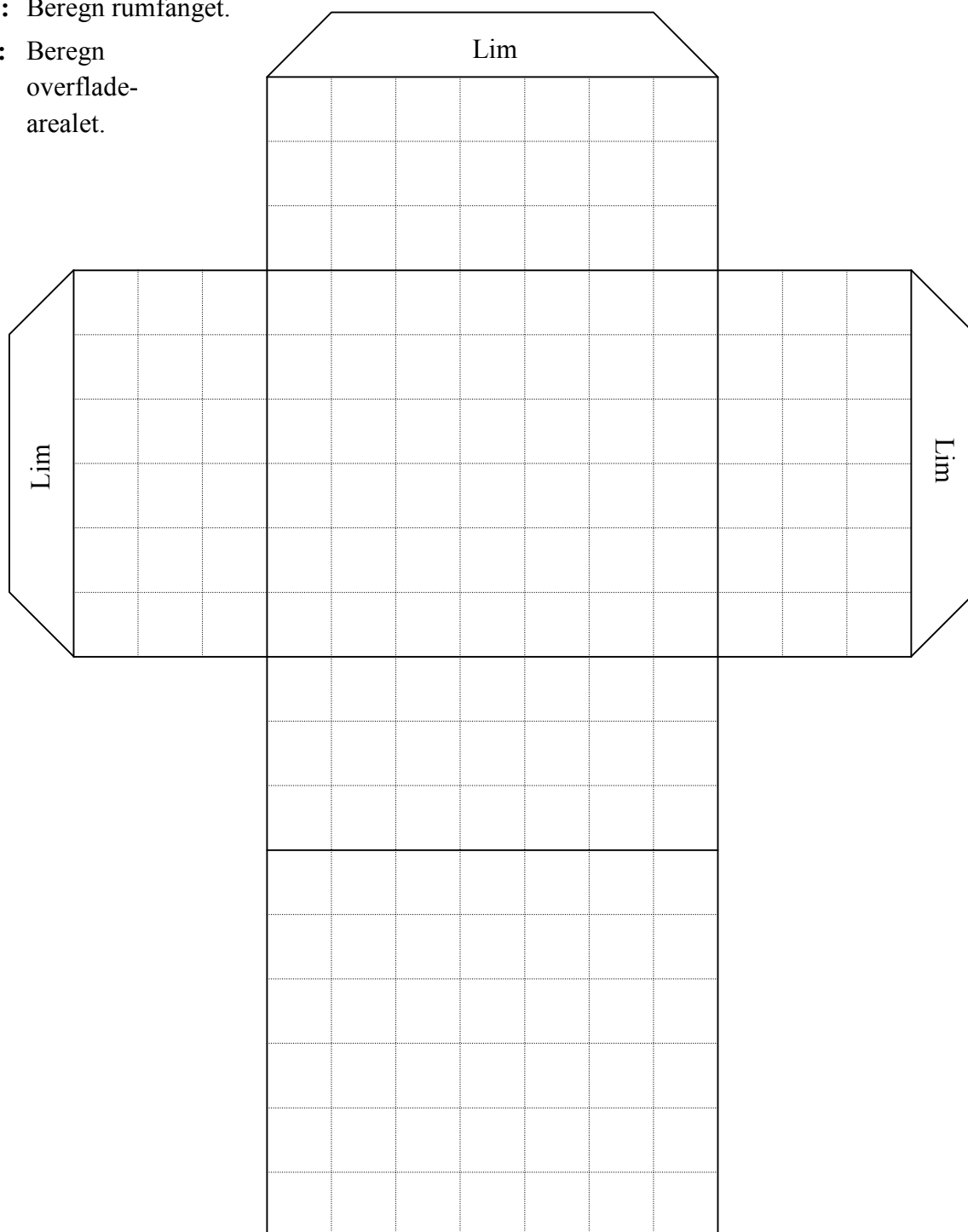
Når du har beregnet overfladearealet, skal du sammenligne resultatet med de tern, du kan tælle.

Vigtigt:

Når du har beregnet rumfanget, så kik på ternene og forestil dig, at terningen er fyldt op med små terninger, som alle er 1 cm^3

55: Figuren herunder er en udfoldning af en kasse.

- a: Klip kassen ud, fold den og lim den sammen. (Lav først en ekstra kopi af siden).
- b: Beregn rumfanget.
- c: Beregn overfladearealet.

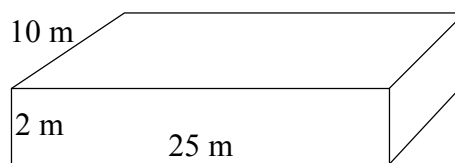


56: Nu skal du sammenligne kassen på denne side med terningen fra sidste side.

- a: Hvor stor forskel er der på rumfanget.
- b: Hvor stor forskel er der på overfladearealet?

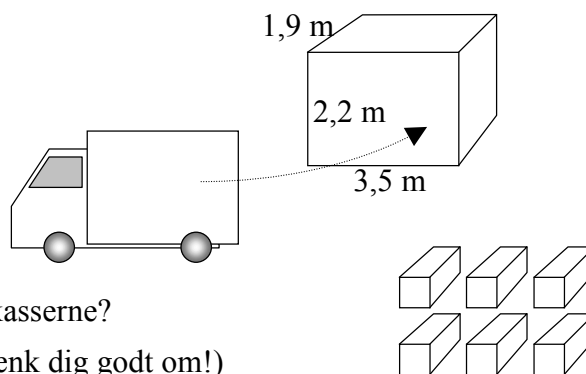
○ **57:** Til højre er en skitse af et svømmebassin.

- a:** Hvor mange m^3 vand kan der være i bassinet, når det er fyldt helt op?
- b:** Hvor mange m^3 vand er der i bassinet, hvis vandoverfladen er 10 cm under bassinkanten?
- c:** Find arealet af bunden og de fire sider. (Tilsammen)
- Bunden og de fire sider skal beklædes med fliser, som måler 10 cm x 10 cm.
- d:** Hvor mange fliser skal der bruges pr. m^2 ?
- e:** Hvor mange fliser skal der bruges i alt?



● **58:** Ladet på en lille lukket lastbil har de mål, som er vist på skitsen.

- a:** Hvor mange m^3 kan ladet rumme?
- Bilen bliver læsset med 6 store kasser, der alle måler 1,8 m x 0,9 m x 0,9 m.
- b:** Find rumfanget af en af kasserne.
- c:** Hvor mange m^3 luft er der på ladet uden om kasserne?
- d:** Kan der være mere end 6 kasser på ladet? (Tænk dig godt om!)



● **59:** Pap-æsker

- a:** Find rumfanget af den mindste æske.
- b:** Find rumfanget af den mellemste æske.
- c:** Find rumfanget af den største æske.
- d:** Hvor mange Mini-æsker kan der være i en Midi-æske?
- e:** Hvor mange Midi-æsker kan der være i en Maxi-æske?
- f:** Hvor mange Mini-æsker kan der være i en Maxi-æske?
- g:** Sammenlign overfladearealet af æskerne. (De har låg)
- h:** Lav evt. selv en eller flere af æskerne. Hvis du vil lave en Maxi, så bed om et stykke A3-papir.

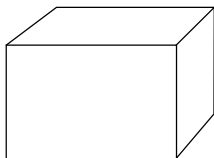
Små sjove pap-æsker

Æskerne er terningeformede

Model	Kant-længde
Mini	3 cm
Midi	6 cm
Maxi	9 cm

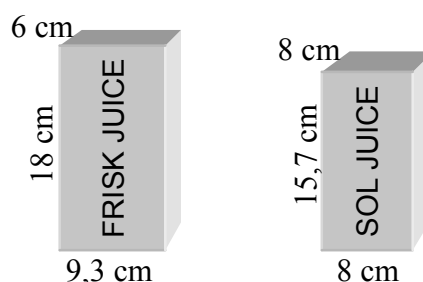
60: Akvarier

- a: Hvor mange liter vand kan der være i et Nordsø-akvarium?
- b: Hvor meget kan der være i et Ocean-akvarium? Glastykkelsen er 5 mm. Der er ikke låg på akvarierne.
- c: Find de udvendige mål på et Nordsø-akvarium.
- d: Find hele rumfanget af et Nordsø-akvarium (med glas - brug de udvendige mål).
- e: Hvor meget glas (rumfang) er der brugt til at lave et Nordsø-akvarium?
- f: Hvor meget glas (rumfang) er der brugt til at lave et Ocean-akvarium?

Didriks Dyrehandel	
Flotte fisk - alt i akvarier	
I denne uge: Tilbud på gode begynder- akvarier	Model Nordsø Længde: 60 cm Bredde: 30 cm Højde: 40 cm Kun: 198 kr.
	Model Ocean Længde: 68 cm Bredde: 32 cm Højde: 46 cm Kun: 248 kr.
De nævnte mål er indvendige mål.	

61: Juice-kartoner

- a: Hvor meget juice kan der være i et Frisk Juice-karton?
- b: Hvor meget juice kan der være i et Sol Juice-karton?
- c: Er det rimeligt at sige, at begge kartonner kan rumme 1 liter?
- d: Sammenlign evt. overfladearealet af kartonerne.
- e: Et firma vil lave et juice-karton, som kan rumme 0,5 liter (= 500 ml = 500 cm³). Lav mindst et forslag til hvilke mål kartonet kan have. Der er mange muligheder!
- f: Firmaet vil også lave et juice-karton, som kan rumme 0,2 liter (= 200 ml = 200 cm³). Lav mindst et forslag til hvilke mål dette karton kan have.



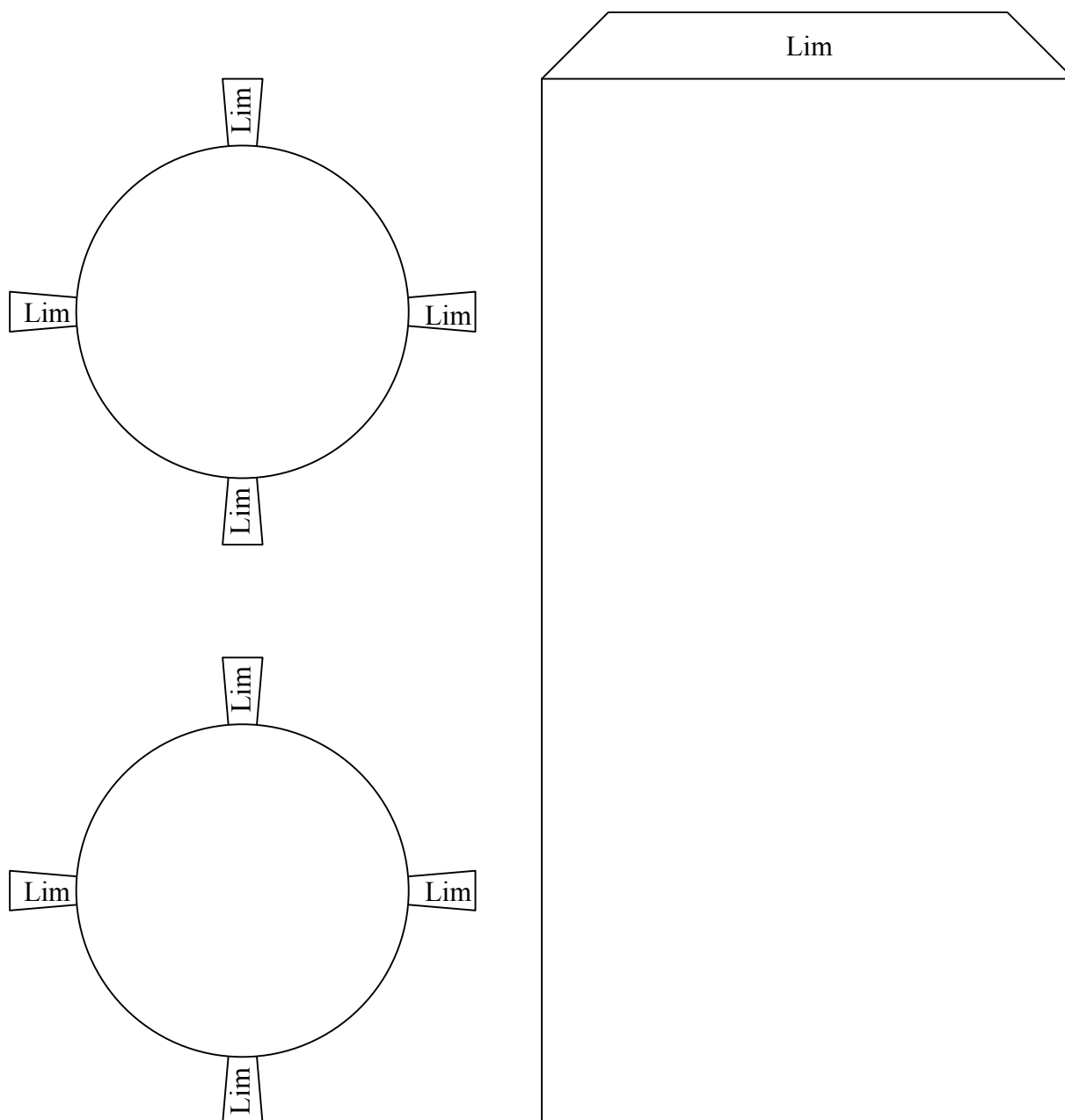
62: Udfyld (nogle af) de tomme pladser i tabellen. Vær opmærksom på enhederne.

Længde	Bredde	Højde	Rumfang
3,35 m	125 cm	198 cm	m ³
68 mm	55 mm	9 mm	cm ³
3,2 cm	12 mm	2,1 cm	ml
1,45 m	0,92 m	58 cm	liter
220 cm	94 cm	23 cm	m ³
38 cm	240 mm	1,08 m	dm ³

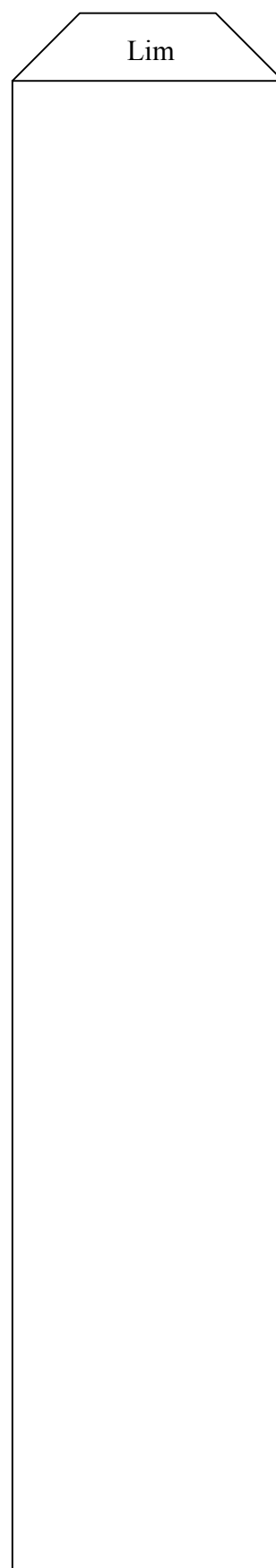
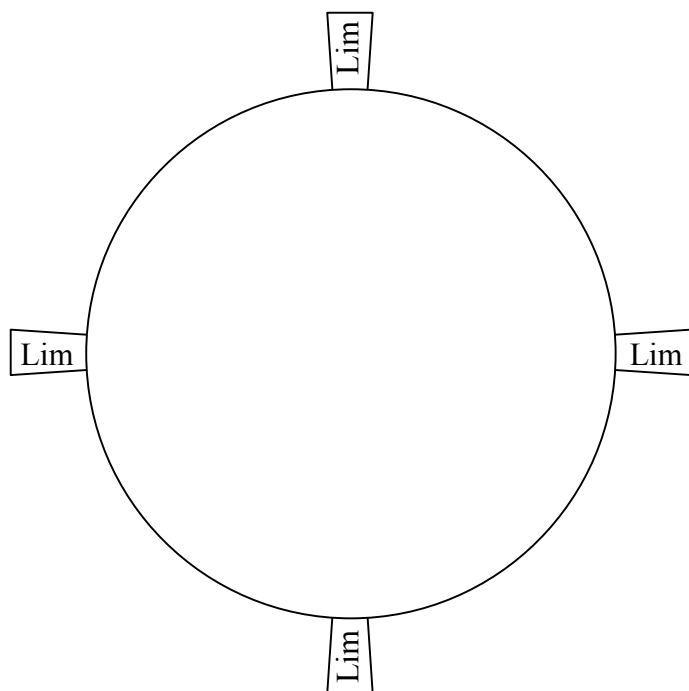
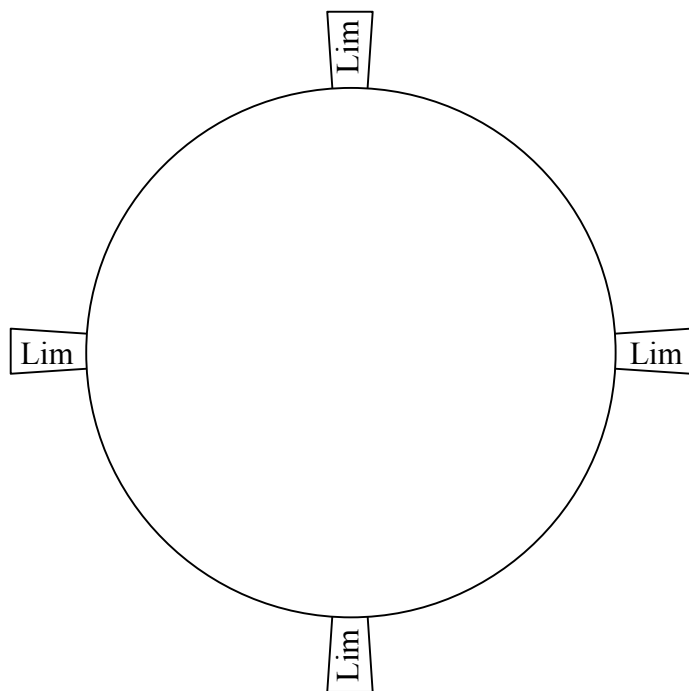
Rumfang af andre figurer

63: Figurerne herunder er en udfoldning af en cylinder.

- a: Klip firkanten ud, og lim den sammen til et rør. (Lav først en ekstra kopi af siden).
- b: Klip cirklerne ud (pas på ikke at ødelægge lim-”flapperne”) og lim dem på som top og bund. (Det er svært at få et helt pænt resultat)
- c: Mål højde og diameter og beregn radius.
- d: Beregn rumfanget af cylinderen.
- e: Beregn også overfladearealet.

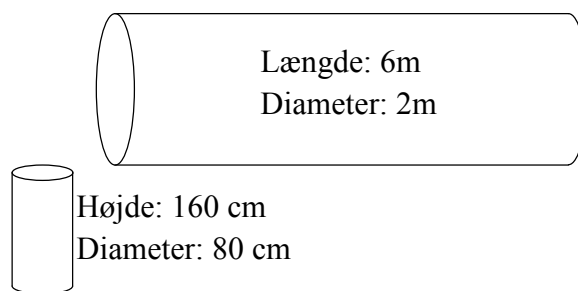


- 64: Figurene herunder er en udfoldning af endnu en cylinder.
- a: Lav en ekstra kopi, klip delene ud og lim dem sammen.
 - b: Sammenlign rumfang og overfladeareal med cylinderen fra før.



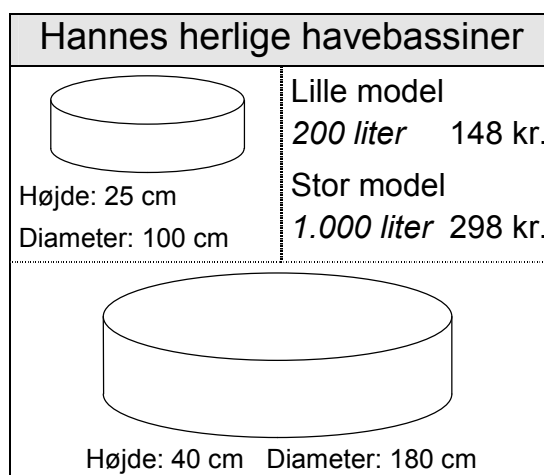
- 65: Til højre er vist en stor olietank og en olietønde. Begge dele er cylinderformede.

- a: Hvor mange m^3 olie kan der være i tanken?
 b: Hvor meget olie kan der være i tønden?
 Prøv at beregne tallet i både m^3 og liter.
 c: Olien fra tanken skal hældes på tønder.
 Hvor mange tønder skal der bruges?



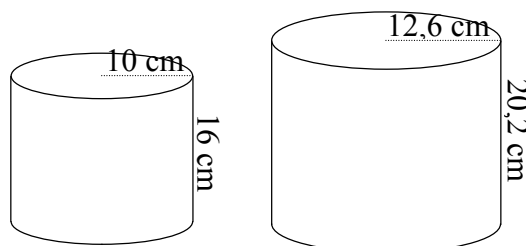
- 66: Havebassiner

- a: Kontroller om der kan være 200 liter i det lille havebassin.
 b: Kontroller om der kan være 1.000 liter i det store havebassin.
 c: Et firma vil lave et havebassin, som kan rumme cirka 500 liter.
 Lav mindst et forslag til hvilke mål bassinet kan have. Der er mange muligheder!
 d: Firmaet vil også lave et havebassin, som kan rumme cirka 2.000 liter.
 Lav mindst et forslag til hvilke mål bassinet kan have. Der er mange muligheder!



- 67: Til højre er vist 2 spande med maling.

- a: Hvor meget maling kan der være i den lille spand?
 b: Hvor meget maling kan der være i den store spand?
 c: Find evt. overfladearealet af (en af) spandende.



- 68: Udfyld (nogle af) de tomme pladser i tabellen. Alle beholdere er cylindre.

Højde	Diameter	Radius	Rumfang
2,25 m	125 cm	cm	m^3
62 mm	44 mm	mm	cm^3
8,0 cm	mm	35 mm	ml

69: Udby Badeland - Bassin I

- a: Beregn grundarealet af bassin I.
 b: Hvor mange m^3 vand kan der være i bassin I?
 c: Find det samlede indvendige areal af bassin I.
 Altså bund og sider

70: Udby Badeland - Bassin II

- a: Beregn grundarealet af bassin II.
 b: Hvor mange m^3 vand kan der være i bassin II?
 c: Find det samlede indvendige areal af bassin II.
 Altså bund og sider.

71: Udby Badeland - Bassin III

- a: Beregn grundarealet af bassin III
 b: Hvor mange m^3 vand kan der være i bassin III?

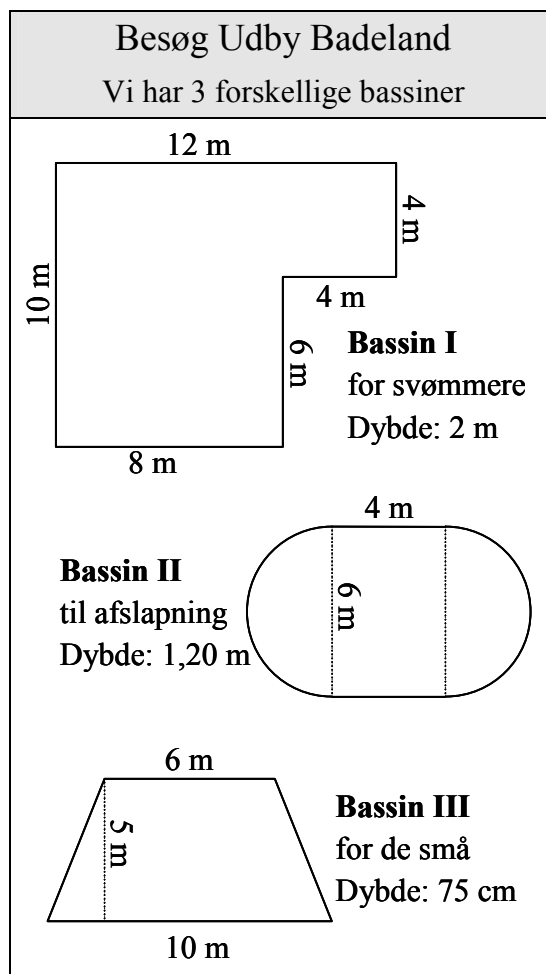
72: Find rumfanget af de 3 bassiner i Udby Badeland målt i liter.

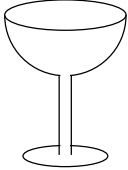
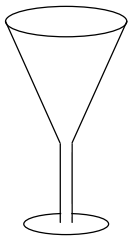
73: Elefantens Glasbutik sælger 2 serier drikkeglas.
 Kugleglassene har form som halvkugler.
 Kegleglassene har form som kegler,
 hvor diameter og højde er ens.

- a: Beregn rumfanget af et kugleglas størrelse I.
 b: Beregn rumfanget af et kegleglas størrelse I.
 c: Beregn rumfanget af (nogle af) de øvrige glas.

74: Find rumfanget af kegleformede glas med disse mål:

- a: Radius: 3,5 cm Højde: 8 cm
 b: Radius: 4,0 cm Højde: 9 cm



Elefantens Glasbutik		
	Kugleglas	Kegleglas
Størrelse		
I	Diameter: 4,6 cm	Diameter: 4,6 cm Højde: 4,6 cm
II	Diameter: 5,8 cm	Diameter: 5,8 cm Højde: 5,8 cm
III	Diameter: 7,3 cm	Diameter: 7,3 cm Højde: 7,3 cm
IV	Diameter: 8,3 cm	Diameter: 8,3 cm Højde: 8,3 cm

Omregning mellem vægt- areal- og rumfangsenheder

75: Vægtenheder

For at kunne regne opgaverne i det næste afsnit om massefylde er det vigtigt, at du har styr på vægtenhederne gram (g), kilo (kg) og tons (t). Udfyld de tomme pladser i tabellerne.

Gram og kilo	
2.000 g	kg
g	1,375 kg
g	0,8 kg
210 g	kg
5 g	kg

Kilo og tons	
6.000 kg	t
kg	2,5 t
kg	0,4 t
795 kg	t
90 kg	t

1 kg = 1.000 g
1 tons = 1.000 kg

76: Arealenheder

Når man omregner mellem arealenhederne, skal man gange eller dividere med 100, når man rykker en plads til venstre eller højre i systemet. Udfyld de tomme pladser i tabellen (dog ikke de farvede felter):

mm ²	cm ²	dm ²	m ²
300 mm ²	cm ²	dm ²	
mm ²	90 cm ²	dm ²	m ²
	cm ²	4 dm ²	m ²
	cm ²	dm ²	2,5 m ²

1 cm² = 100 mm²
1 dm² = 100 dm²
1 m² = 100 dm²

77: Rumfangsenheder (mm³, cm³, dm³ og m³)

Når man omregner mellem meter-rumfangsenheder (mm³, cm³, dm³ og m³), skal man gange eller dividere med 1000, når man rykker en plads til venstre eller højre i systemet. Udfyld de tomme pladser i tabellen (dog ikke de farvede felter):

mm ³	cm ³	dm ³	m ³
4.000 mm ³	cm ³	dm ³	
mm ³	500 cm ³	dm ³	
	cm ³	450 dm ³	m ³
	cm ³	dm ³	1,2 m ³

1 cm³ = 1.000 mm³
1 dm³ = 1.000 dm³
1 m³ = 1.000 dm³

○ **78:** Rumfangsenheder (liter)

Når man omregner mellem liter-enhederne (milliliter, centiliter, deciliter og liter), skal man gange eller dividere med 10, når man rykker en plads til venstre eller højre i systemet.

Udfyld de tomme pladser i tabellen:

ml	cl	dl	l
ml	cl	5 dl	1
ml	cl	dl	2,5 l
ml	45 cl	dl	1
250 ml	cl	dl	1
ml	cl	dl	8,5 l
9 ml	cl	dl	1

$$1 \text{ cl} = 10 \text{ ml}$$

$$1 \text{ dl} = 10 \text{ cl}$$

$$1 \text{ l} = 10 \text{ dl}$$

● **79:** Nogle af opgaverne herunder er svære eller drilske men prøv!

Omregn (nogle af) målene...

a: ...til m^3 :

5.600 liter 198 dm^3 250 liter 1.600 dm^3

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ liter}$$

b: ...til liter:

45 dm^3 0,5 m^3 3 m^3 400 cm^3

$$1 \text{ m}^3 = 1.000 \text{ dm}^3 = 1.000 \text{ liter}$$

c: ...til dm^3 :

2 liter 2,3 m^3 190 ml 2.500 cm^3

$$1 \text{ liter} = 1.000 \text{ ml} = 1.000 \text{ cm}^3$$

d: ...til ml:

7 liter 14,5 cm^3 0,5 dm^3 250 cm^3

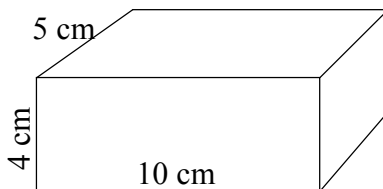
e: ...til cm^3 :

1 ml 2,4 ml 1,6 liter 0,6 dm^3

Massefylde

- 80: Her er vist en lille klods.

Den er cirka på størrelse med en pakke smør.



- a: Find først rumfanget af klodsen.

Hvor meget vejer klodsen, hvis den er lavet af...

- b: ...kork? e: ...bly? h: ...aluminium?
c: ...træ? f: ...guld? i: ...platin?
d: ...jern? g: ...sølv?

Eksempler på massefylde

Kork	0,2 g/cm ³
Træ	0,6 g/cm ³
Alkohol	0,8 g/cm ³
Vand	1,0 g/cm ³
Aluminium	2,6 g/cm ³
Jern	7,8 g/cm ³
Bly	11,3 g/cm ³
Sølv	10,5 g/cm ³
Guld	19,3 g/cm ³
Platin	20,6 g/cm ³

- 81: Find vægten af...

- a: ...100 cm³ kork c: ...0,4 cm³ guld e: ...750 cm³ aluminium
b: ...5 cm³ sølv d: ...400 cm³ bly f: ...0,2 cm³ platin

- 82: Sand har en massefylde på 1,2 tons pr. m³, og sten har en massefylde på 2,1 tons pr. m³.
a: Hvor mange m³ sand må Luffe køre med?
b: Hvor mange m³ sten må Luffe køre med?

Luffes Lastbiler

Vi må køre med 9 tons.
Det er skam en hel del.

- 83: Karls klodser

- a: Find rumfanget af en klods.
Find tallet i både dm³ og cm³.
b: Find betons massefylde målt i kg pr. dm³.
c: Find også betons massefylde målt i g pr. cm³.
d: Find massefylden for de øvrige materialer, som er nævnt.
Karls kæmpeklodser måler 50 cm x 30 cm x 18 cm.
e: Find rumfanget af en kæmpeklods
f: Hvor meget vejer en kæmpeklods lavet af beton?
g: Hvor meget vejer en kæmpeklods lavet af flamingo?

Karls Klodser

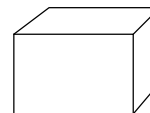
- et fleksibelt produkt -

Klodserne måler

25 cm x 15 cm x 9 cm

og fås i

mange materialer



Materiale	Vægt pr. stk.
Beton	8,1 kg
Letbeton	5,4 kg
Hårdt træ	2,7 kg
Flamingo	0,5 kg

- 84: En flaske snaps rummer 750 ml. Heraf er 340 ml alkohol. Resten er stort set vand.

a: Hvor mange gram alkohol er der i flasken?

(Se tabellen på forrige side og husk at $1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$)

b: Hvor meget vejer snapsen i flasken i alt?

c: Hvad er snapsens massefylde?

- 85: Tabellen viser vægt og størrelse på en række pakninger med fødevarer.

Alle pakningerne er (næsten) kasseformede.

Beregn (nogle af) de manglende rumfang og massefylde og skriv dem ind i tabellen.

Vare	Vægt	Størrelse	Rumfang	Massefylde
Hvedemel	2 kg	20 cm × 13 cm × 8,5 cm		
Sukker	2 kg	20 cm × 11 cm × 8 cm		
Ris	500 g	12,5 cm × 6 cm × 6 cm		
Rugbrød	1.400 g	27 cm × 9 cm × 9 cm		
Franskbrød	600 g	27 cm × 9 cm × 9 cm		
Havregryn	1 kg	21 cm × 12,5 cm × 7,5 cm		

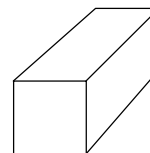
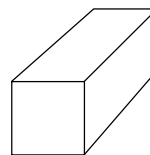
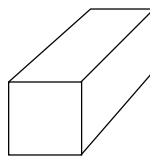
- 86: I denne opgave skal du bruge massefylde-tabellen på forrige side.

Find rumfanget af...

a: ...en aluminiumsstang, der vejer 200 g.

b: ...en jernstang, der vejer 600 g.

c: ...en guldbarre, der vejer 1,5 kg.

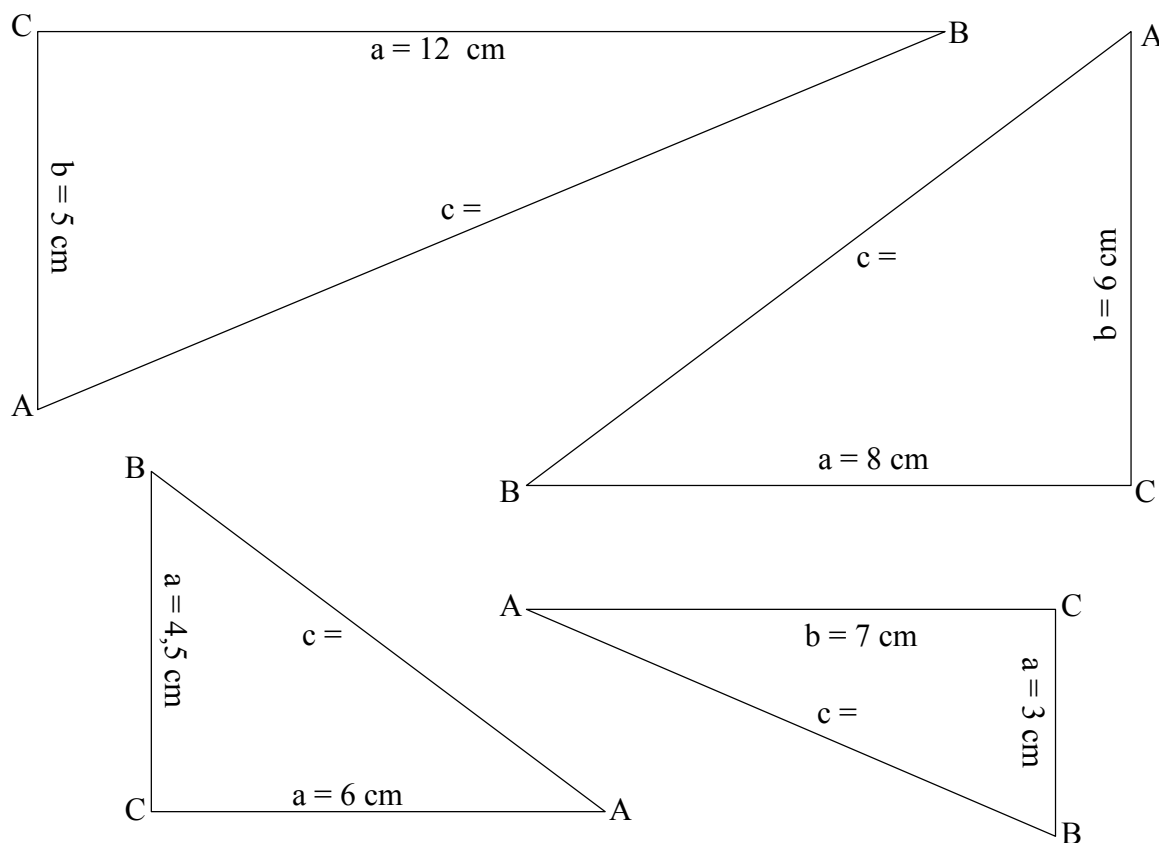


- 87: Udfyld (nogle af) de tomme pladser i tabellen. Vær opmærksom på enhederne.

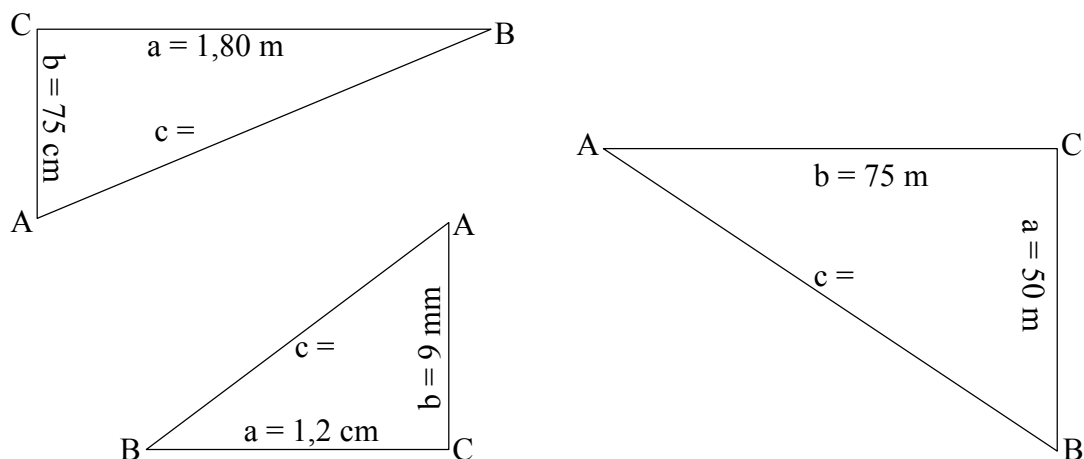
Rumfang	Massefylde	Vægt
10 m ³	2,5 tons pr. m ³	tons
12 cm ³	gram pr. cm ³	45 gram
liter	1,25 kg pr. liter	5,0 liter
1,3 m ³	0,6 tons pr. m ³	kg
0,9 dm ³	kg pr. dm ³	450 gram
ml	0,4 gram pr. ml	20 gram

Sidelængder i retvinklede trekanter (Pythagoras' sætning)

- 88: Beregn (nogle af) de manglende sidelængder i de 4 retvinklede trekanter herunder. Trekkanterne er tegnet i naturlig størrelse, så du kan måle om du har regnet rigtigt.

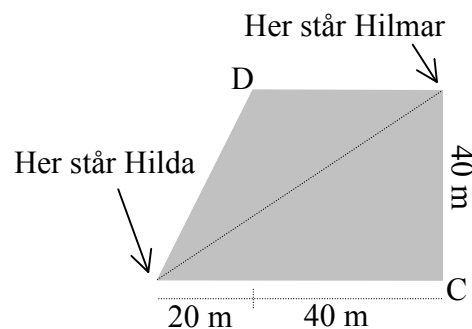


- 89: Beregn (nogle af) de manglende sidelængder i de retvinklede trekanter herunder.



- 90: Hilmar og Hilda står i hver sit hjørne af en græsplæne. Græsset må ikke betrædes. Hilmar vil gerne hen til Hulda.

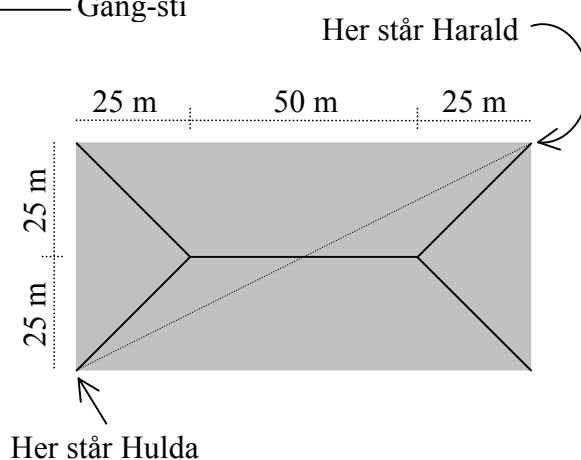
- a: Find den korteste afstand mellem Hilmar og Hilda (stiplet linie).
 b: Hvor langt skal Hilmar gå, hvis han går udenom via punkt C.
 c: Hvor langt skal Hilmar gå, hvis han går udenom via punkt D.



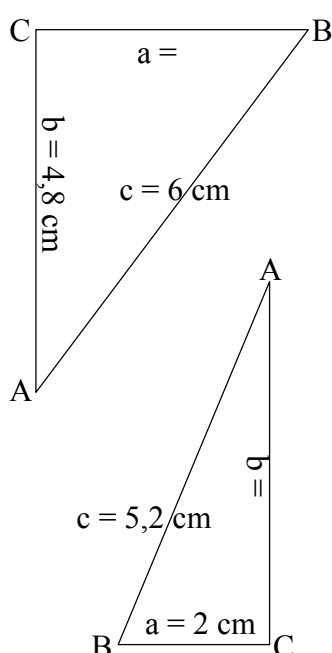
Græs

Gang-sti

- 91: Harald og Hulda står i hver sit hjørne af en park. Man må kun gå på stierne. Harald vil gerne hen til Hulda.
- a: Find den korteste afstand mellem Harald og Hulda (stiplet linie).
 b: Hvor meget længere skal Harald gå, hvis han følger stierne?

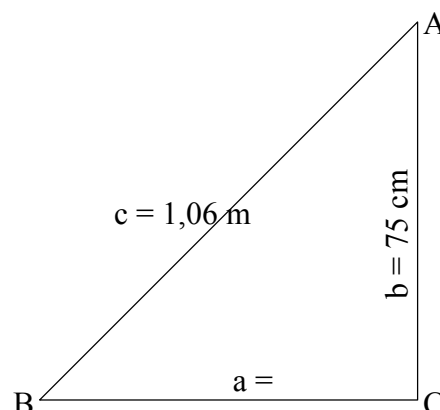
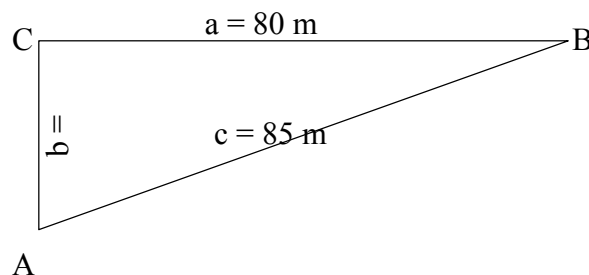


- 92: Beregn (nogle af) de manglende sidelængder i de retvinklede trekanter herunder.



Bemærk:

De 2 trekanter til venstre er tegnet i naturlig størrelse, så du kan måle, om du har regnet rigtigt.

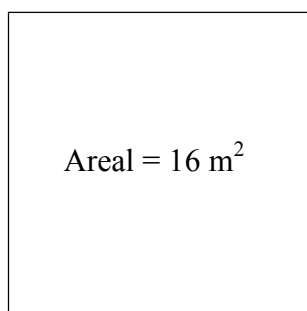
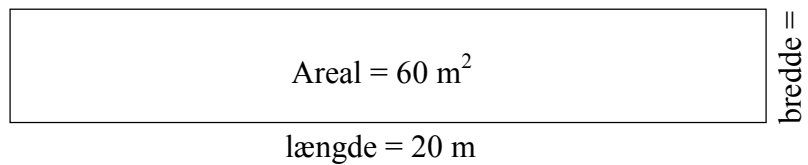
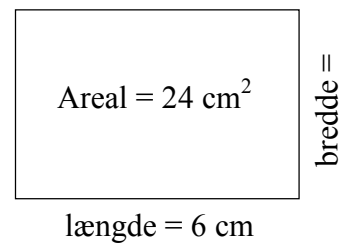
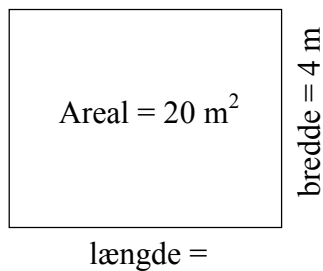


Regne baglæns

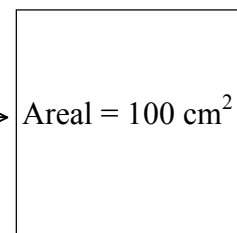
- **93:** Beregn (nogle af) de manglende sidelængder i firkanterne.

Læg mærke til enhederne.

Du skal ikke måle på firkanterne.



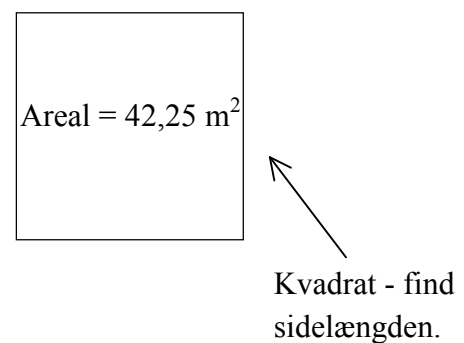
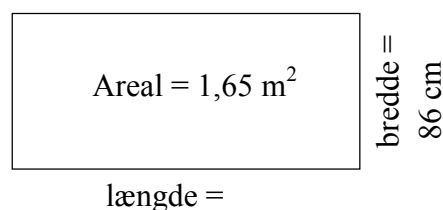
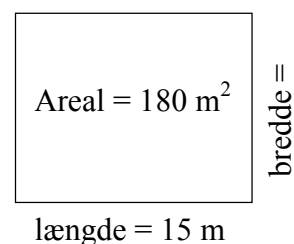
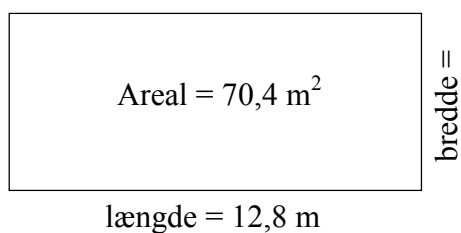
← Disse firkanter er kvadrater.
Du skal finde sidelængden. →



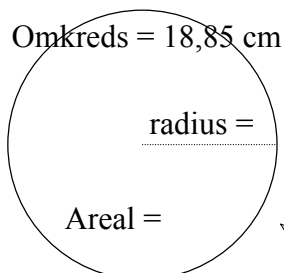
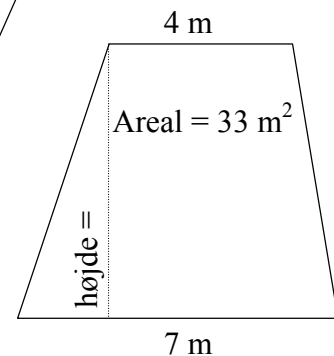
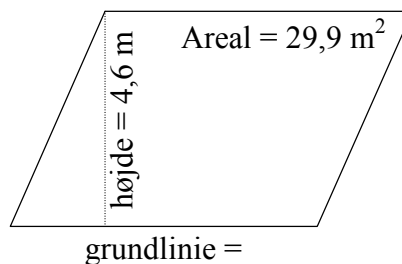
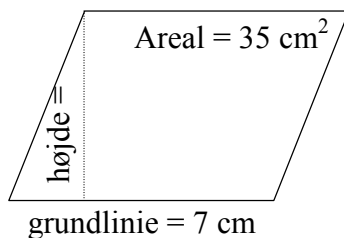
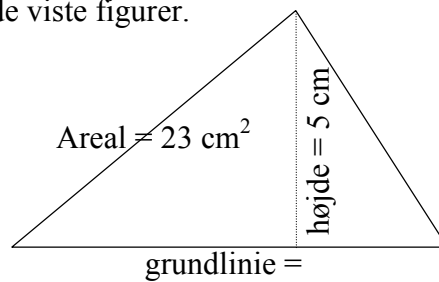
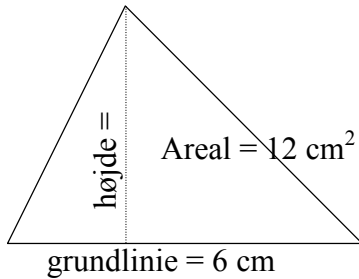
- **94:** Beregn (nogle af) de manglende sidelængder i firkanterne.

Læg mærke til enhederne.

Du skal ikke måle på firkanterne.

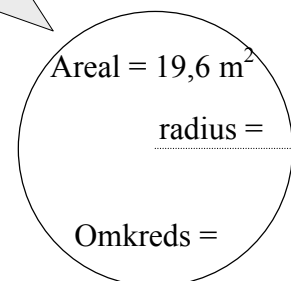


- 95: Beregn (nogle af) de manglende længdemål i de viste figurer.
Læg mærke til enhederne.
Du skal ikke måle på figurerne.



Når man kender omkredsen, kan man finde radius. Derefter kan man evt. finde arealet.

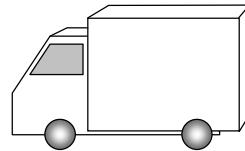
Når man kender arealet, kan man finde radius. Derefter kan man evt. finde omkredsen.



- 96: Udfyld (nogle af) de tomme pladser i tabellen. Alle figurerne er cirkler.
Læg mærke til enhederne.

Radius	Diameter	Omkreds	Areal
2,00 m	m	m	m^2
cm	3,0 cm	cm	cm^2
mm	mm	25,0 mm	mm^2
m	m	m	133 m^2
cm	cm	5,34 m	m^2
mm	cm	cm	$9,0 \text{ cm}^2$

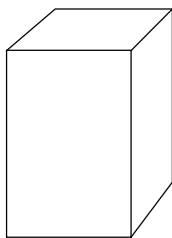
- 97: Last-rummet på en lille lastbil kan rumme 20 m^3
 Last-rummet er 2 m bredt og 2,5 m højt.
 Hvor langt er lastrummet?



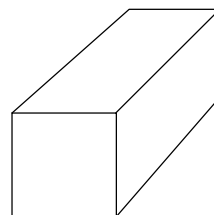
- 98: Carls Containere
 a: Hvor høj er den høje model?
 b: Hvor høj er den lave model?

Carls Containere	
Affalds-containere udlejes	
Containerne er 6,50 m lange og 2,40 m brede.	
Vælg mellem:	
- en høj model, der kan rumme 35 m^3	
- en lav model, der kan rumme 22 m^3	

- 99: Herunder er vist nogle kasseformede beholdere.
 Beregn (nogle af) de manglende mål.
 Læg mærke til måleenhederne.

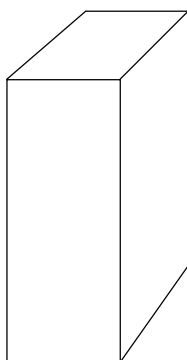


Længde	5,0 cm
Bredde	cm
Højde	7,5 cm
Rumfang	150 cm^3

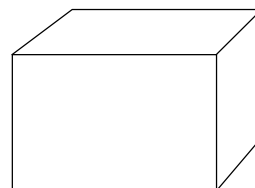


Længde	dm
Bredde	3 dm
Højde	3 dm
Rumfang	72 liter

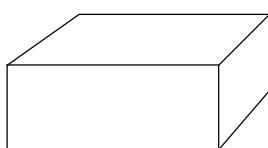
Når du regner, skal du forestille dig beholderne.
 Sammenlign dem med noget du kender.
 En papkasse, en tændstikæske.....



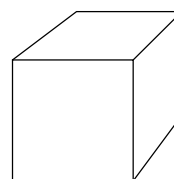
Længde	25 cm
Bredde	cm
Højde	40 cm
Rumfang	15 liter



Længde	354 cm
Bredde	198 cm
Højde	cm
Rumfang	$15,8 \text{ m}^3$

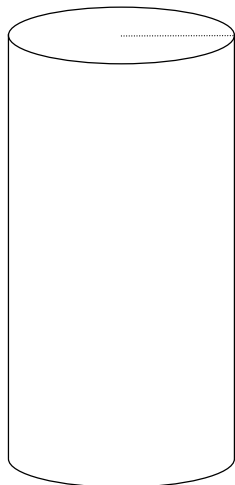


Længde	65 mm
Bredde	40 mm
Højde	mm
Rumfang	52 cm^3

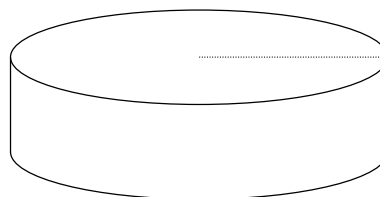


Rumfang	125 cm^3
Beholderen er terninge-formet. Find kantlængden.	

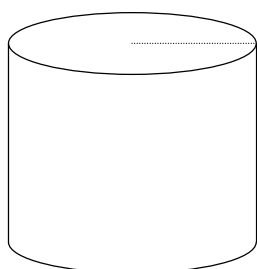
- **100:** Herunder er vist nogle cylinderformede beholdere.
 Beregn (nogle af) de manglende mål.
 Læg mærke til måleenhederne.



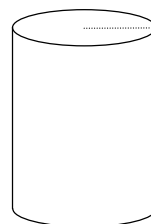
En stor korn-silo	
Radius	3 m
Diameter	m
Højde	m
Rumfang	283 m ³



Et bade-bassin	
Radius	m
Diameter	2,40 m
Højde	m
Rumfang	2.500 liter

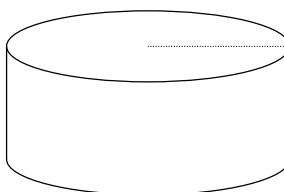


En spand maling	
Radius	12,5 cm
Diameter	cm
Højde	cm
Rumfang	10 liter

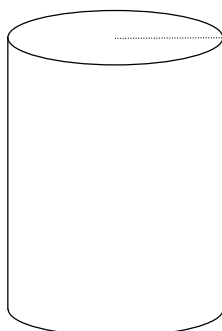


Et dåse sodavand	
Radius	3,0 cm
Diameter	cm
Højde	cm
Rumfang	250 ml

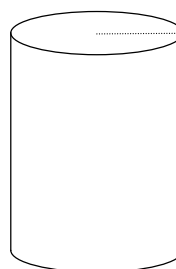
I de 4 øverste opgaver skal du finde højden.
 I de 3 nederste opgaver skal du finde radius.
 De nederste er de sværeste.



En opvaskebalje	
Radius	cm
Diameter	cm
Højde	15 cm
Rumfang	12,5 liter



En stor olie-tank	
Radius	m
Diameter	m
Højde	4,00 m
Rumfang	30 m ³



En dåse øl	
Radius	m
Diameter	m
Højde	9,2 cm
Rumfang	333 ml

Geometri - supplerende opgaver

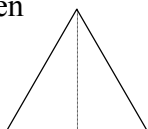
1: Bordkompagniet

De viste borde er (bortset fra det runde) regulære polygoner (mangekanter).

I en polygon med n sider er vinkelsummen:

$$(n - 2) \cdot 180^\circ$$

- Find vinkelsummen i hver polygon.
- Find størrelsen af den enkelte vinkel i hver af polygonerne.
- Find diameteren af det runde bord.
- I hvilket målestoksforhold er bordene tegnet til højre.
- Tegn selv på mm-papir (nogle af) bordene i målestoksforholdet 1:10.
- Beregn først højden i den ligesidede trekant.
Find derefter arealet af det trekantede bord.



Der findes nogle (lidt spøjse) areal-formler for regulære tre-, seks- og otte-kanter:

Trekant: $A = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot s^2$

Sekskant: $A = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot s^2$

Ottekant: $A = 2 \cdot (1 + \sqrt{2}) \cdot s^2$

hvor s er sidelængden i alle formlerne.

- Kontroller først arealet af trekanten med den øverste formel.
Find derefter arealerne af de seks- og otte-kantede borde.
 - Sammenlign bordarealet pr. person ved de forskellige borde.
- Alle bordpladerne er 26 mm tykke og lavet af træ med en massefylde på $0,85 \text{ g pr. cm}^3$.
- Beregn vægten af (nogle af) bordpladerne.

Bordkompagniet	
Moderne borde til moderne mennesker	
Tre- og seks-kantede borde	
Model Hexagona Sidelængde 60 cm	Begge borde har plads til 6 personer
Model Triangula Sidelængde 120 cm	
Otte-kantede og runde borde	
Begge borde har plads til 8 personer	Model Octagona Sidelængde 60 cm
	Model Circula Omkreds 480 cm

2: Affaldskompagniet

Firmaet sælger de viste affaldsbeholdere.

Model A har form som en keglestub.

Model B har form som en pyramidestub.

a: Vurder om disse udsagn er rigtige:

- Model A rummer ca. $\frac{1}{4}$ kubikmeter.
- Model B rummer ca. $\frac{2}{3}$ kubikmeter.

b: Find de præcise rumfang af begge affaldsbeholdere målt i liter.

Firmaet laver også en "Model C"

Modellen har form som en keglestub, men er noget større end Model A.

Diameter foroven er 82 cm, diameter forneden er 68 cm og højden er 112 cm.

c: Find rumfanget af Model C.

Giv svaret i både m^3 og liter.

Firmaet laver også en "Model D"

Modellen har form som en pyramidestub, hvor både top og bund er kvadrater.

Sidelængden foroven er 110 cm.

Sidelængden forneden er 85 cm. Højden er 105 cm.

d: Find rumfanget af Model D. Giv svaret i både m^3 og liter.

Affaldsspande fra Affaldskompagniet**Model A**

Diameter top: 65 cm

Diameter bund: 55 cm

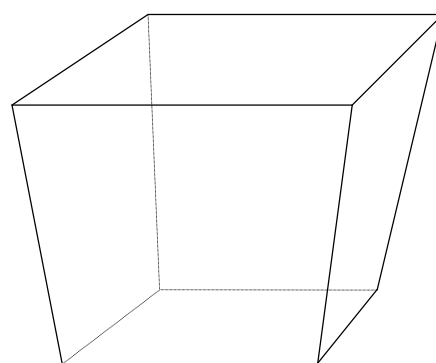
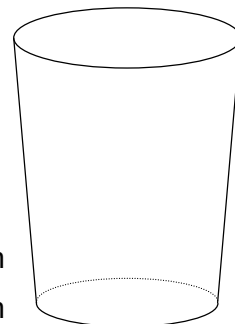
Højde: 90 cm

Model B

Mål top: 120 cm x 80 cm

Mål bund: 90 cm x 60 cm

Højde: 90 cm

**3: ABC-skålen**

a: Vis at en ABC-skål med en radius på 6,2 cm kan rumme ca. 0,5 liter.

b: Vis at en ABC-skål med en radius på 12,4 cm kan rumme ca. 4 liter.

c: Find diameteren i en ABC-skål der kan rumme 1 liter.

d: Find radius i en ABC-skål der kan rumme 2 liter.

e: Forestil dig en kæmpe-ABC-skål der kan rumme $\frac{1}{2}$ kubikmeter.

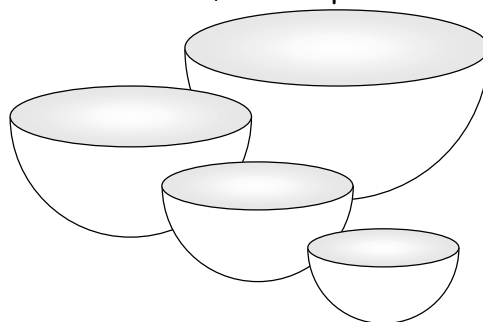
Hvad er radius i skålen?

f: Undersøg om disse udsagn er rigtige (brug tallene for 0,5-liter-skålen og 4-liter-skålen):

- når man fordobler radius, så fire-dobler man overfladearealet.
- når man fordobler radius, så otte-dobler man rumfanget.

ABC-skålen - et velformet produkt

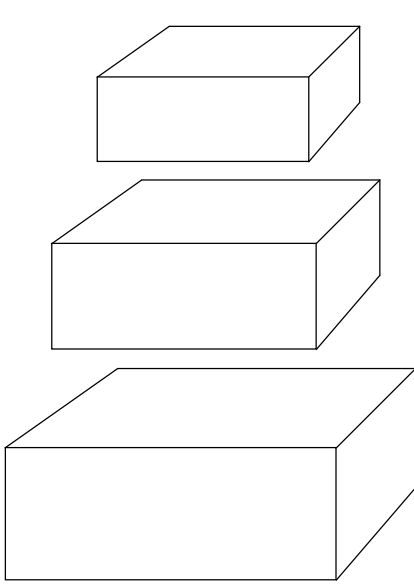
Vores berømte ABC-skåle fås i mange størrelser fra 0,5 liter op til 4 liter.



Alle skålene er halvkugleformede og udført i de absolut bedste materialer.

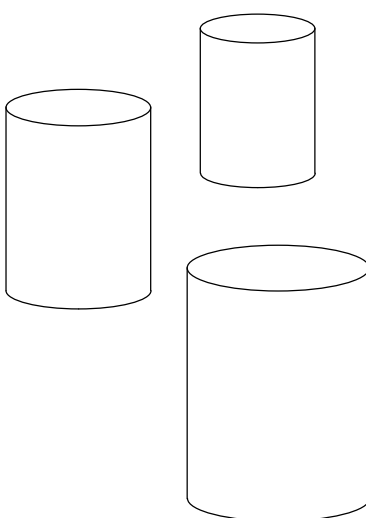
4: Kuffertkompagniet

- a: Find rumfanget af hver af de tre forskellige kufferter (regn i liter).
- b: Find også overfladearealet af hver af de tre forskellige kufferter (regn i dm^2).
- c: Vis ud fra resultaterne ovenfor at disse udsagn er rigtige:
- når man forøger længdemålene med 25%, så vokser overfladearealet med over 50%.
 - når man forøger længdemålene med 25%, så bliver rumfanget næsten fordoblet.
- d: Vis med et par eksempler, som du selv finder på, at udsagnene også gælder for andre figurer.
- e: Vis med eksempler at disse udsagn er rigtige:
- hvis man vil fordoble rumfanget, skal man forøge alle længdemål med 26%
 - hvis man vil fordoble overfladearealet, skal man forøge alle længdemål med godt 41 %.
- f: Prøv (det er **svært!!**) at give en forklaring på, hvorfor de forskellige udsagn er rigtige?

Kuffertkompagniet			
Den, der bærer godt, rejser godt			
Mini	64 cm x 40 cm x 16 cm	198 kr.	
Midi	80 cm x 50 cm x 20 cm	248 kr.	
Maxi	100 cm x 62,5 cm x 25 cm	298 kr.	
Køb alle tre på en gang for kun		698 kr.	

5: Dåsekompagniet

- a: Kontroller, at en "Lille" dåse kan rumme ca. 1 dl.
- b: Hvor høj er en "Mellem" dåse?
- c: Hvad er radius i en "Stor" dåse?
- De mål, der er vist til højre, er indvendige mål. Dåserne er lavet af metal med en tykkelse på ca. $\frac{1}{2}$ mm og en massefylde på $2,8 \text{ g pr. cm}^3$
- d: Find rumfang og vægt af det metal der bruges til en "Lille" dåse.
- e: Hvor mange dåser ("Lille") kan man fremstille af:
- en kubikmeter metal?
 - et ton metal?

De dejligste dåser fra Dåsekompagniet	
Lille Radius 24,1 mm Højde 54,8 mm Rumfang 1 dl	
Mellem Radius 30,4 mm Højde cm Rumfang 2 dl	
Stor Radius mm Højde 87,0 mm Rumfang 4 dl	

6: Drikkeglas

Alle glassene har form som keglestubbe.

Målene er indvendige mål.

- a:** Er det rigtigt at "Sodavand" rummer 25 cl?
b: Hvor mange cl rummer "Øl"?
c: Hvor høj er "Det store"?
d: Lav et selv forslag til mål på et mindre glas der kan rumme ca. 15 cl.
e: Lav et selv forslag til mål på et stort glas (meget stort) der kan rumme ca. 75 cl.

Drikkeglas til enhver drik		
Sodavand - rummer 25 cl		
Radius foroven	2,5 cm	
Radius forneden	3,5 cm	
Højde	8,8 cm	
Øl - rummer cl		
Radius foroven	2,7 cm	
Radius forneden	3,8 cm	
Højde	9,8 cm	
Det store - rummer 50 cl		
Radius foroven	3,2 cm	
Radius forneden	4,4 cm	
Højde	cm	

7: Oles olietanke

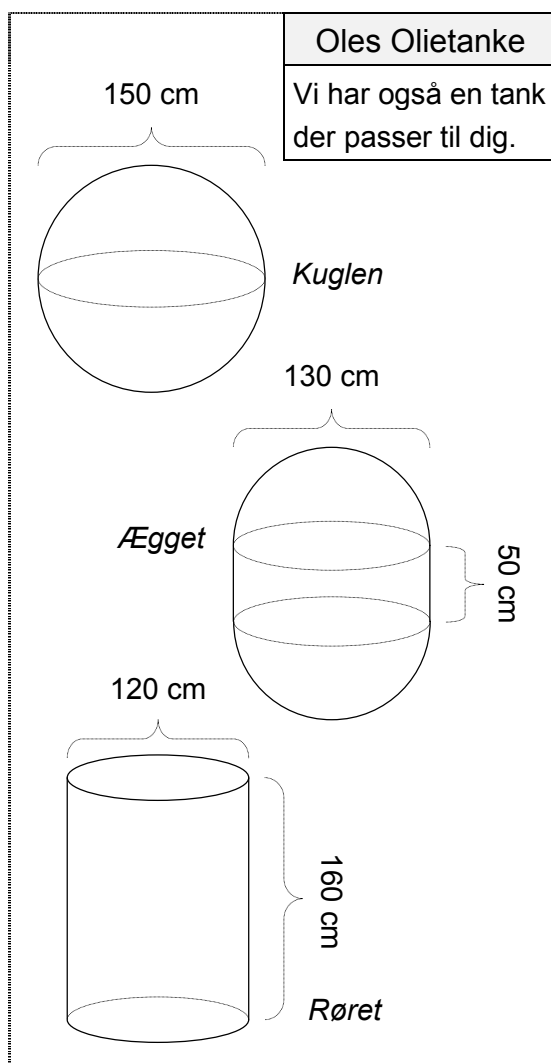
- a:** Find rumfanget af hver af de viste olietanke ("Ægget" er sammensat af to halvkugler og et cylinder-formet rør).

Alle målene er indvendige mål. Alle tankene er lavet af materiale med en tykkelse på 6 cm.

- b:** Find det udvendige rumfang af hver af tankene?
c: Til hvilken tank er der brugt mindst materiale sammenlignet med, hvor meget tanken kan rumme?
d: Tegn på mm-papir tværsnit af de tre tanke i målestoksforholdet 1:20 (husk "skallen").

Firmaet laver også en "Kæmpkugle", der kan rumme 3.500 liter. Den er lavet af samme slags materiale som de viste tanke.

- e:** Find den indvendige radius af "Kæmpkuglen"
f: Hvor meget materiale skal der bruges til at fremstille "Kæmpkuglen"?
g: Kæmpkuglen rummer ca. dobbelt så meget som "Kuglen".
 Er materialeforbruget også dobbelt så stort?



Statistik

Indholdsfortegnelse

Indholdsfortegnelse	153
Aflæsning af tabeller og diagrammer.....	154
Middelværdi med mere	159
Hyppighed og frekvens	160
Fremstilling af diagrammer.....	161
Grupperede observationer	164

Disse opgaver er lavet af Niels Jørgen Andreasen, VUC Århus.
Arbejdet med opgaverne er afsluttet i sommeren 2001.
Jeg vil meget gerne høre fra dig, hvis du opdager fejl i opgaverne
eller på anden måde har kommentarer hertil.

Med venlig hilsen
Niels Jørgen Andreasen
niels.joergen.andreasen@vucaarhus.dk

Aflæsning af tabeller og diagrammer

- **1:** Tabellen herunder viser, hvor mange børn der er blevet født i Udby.

Årstal	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Antal nyfødte børn	76	68	85	87	89	90	88	75	72	81	89

- a:** Hvilket år blev der født flest børn?
- b:** Hvilket år blev der født færrest børn?
- c:** Hvornår er der sket den største stigning i fødselstallet?
(Fra et år til det næste)
- d:** Hvornår er der sket det største fald i fødselstallet?
(Fra et år til det næste)
- e:** Hvor mange børn blev der i alt født i perioden?
- f:** Hvor mange børn blev der i gennemsnit født om året?

- **2:** Tabellen herunder viser indbyggertallet i Gåsedal.

Årstal	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Indbyggere	253	258	261	255	227	218	209	201	192	197	202

- a:** Hvor meget er indbyggertallet i alt faldet fra 1990 til 2000?
- b:** Hvilket år var der flest indbyggere?
- c:** Hvilket år var der færrest indbyggere?
- d:** Hvor meget faldt indbyggertallet i perioden 1992 til 1998?
- e:** Hvornår er der sket det største fald?
(Fra et år til det næste)

3: Tabellen viser billetsalget i Udby Biograf

- a: Udfyld de tomme *I alt*-pladser.
- b: I hvilken måned er der solgt flest børnebilletter?
- c: I hvilken måned er der solgt flest voksenbilletter?
- d: I hvilken måned er der solgt flest billetter i alt?
- e: Hvor mange billetter er der i alt solgt i de 3 måneder?

Billetter i Udby Bio		
Måned	Børn	Voksne
Januar	312	699
Februar	247	725
Marts	299	716
I alt		

4: Tabellen til højre viser, hvor hurtigt bilerne kører på Udby Ringvej.

Hastighedsgrænsen er 80 km/t

- a: Hvor mange procent af bilerne overholder hastighedsgrænsen?
- b: Hvor mange procent af bilerne overholder ikke hastighedsgrænsen?
- c: Hvor mange procent af bilerne kører over 100 km/t?
- d: Hvad giver procent-tallene tilsammen?og hvorfor?

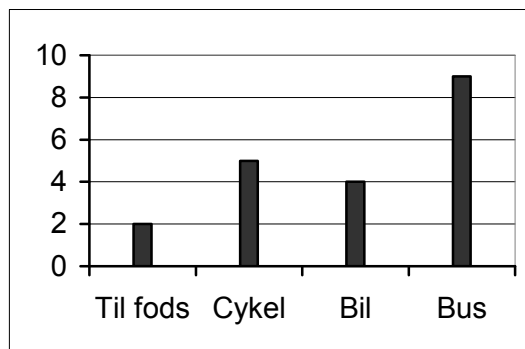
Udby Ringvej	
Hastighed	Biler
- 70	12%
71 - 80	44%
81 - 90	27%
91 - 100	10%
101 - 110	5%
110 -	2%

5: Tabellen til højre beskriver kursisterne på VUC Udby.

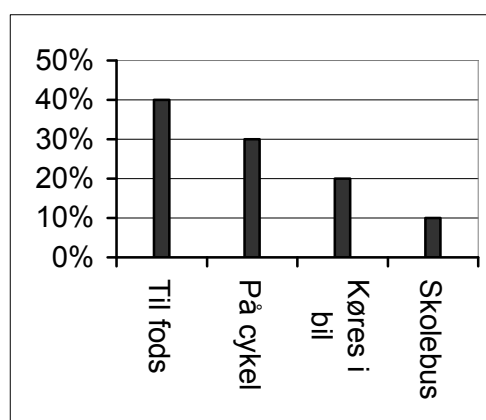
- a: Hvor mange kvinder er der i alt?
- b: Hvor mange af kursister er under 30 år?
- c: I hvilken af de 3 aldersgrupper er der flest kursister?
- d: Udfyld alle de tomme *I alt*-pladser.
- e: Hvor mange af mændene er under 45 år?
- f: Hvor mange af kursister er fyldt 30 år?

Kursister på VUC Udby			
Alder	Kvinder	Mænd	I alt
18 - 29	71	56	
30 - 44	63	47	
45 -	82	41	
I alt			

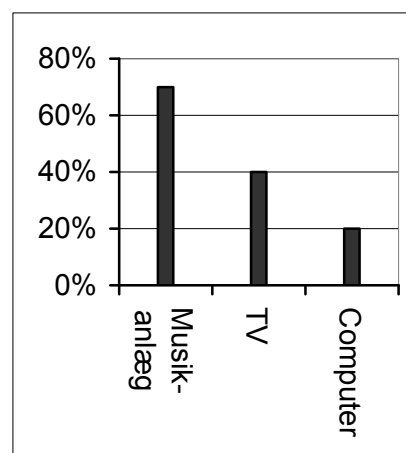
- **6:** Diagrammet til højre viser, hvordan kursisterne på et VUC-hold kommer til og fra VUC.
- a:** Hvilken transportform er mest brugt?
 - b:** Hvilken transportform er mindst brugt?
 - c:** Hvor mange kører i bil?
 - d:** Hvor mange kører på cykel?
 - e:** Hvor mange kursister er der i alt på holdet?



- **7:** Børnene på en skole er blevet spurgt om, hvordan de oftest kommer til og fra skole. Diagrammet viser svarerne
- a:** Hvilken transportform er mest brugt?
 - b:** Hvor mange procent kører på cykel?
 - c:** Hvilken transportform er mindst brugt?
 - d:** Hvad giver procent-tallene tilsammen?
....og hvorfor?



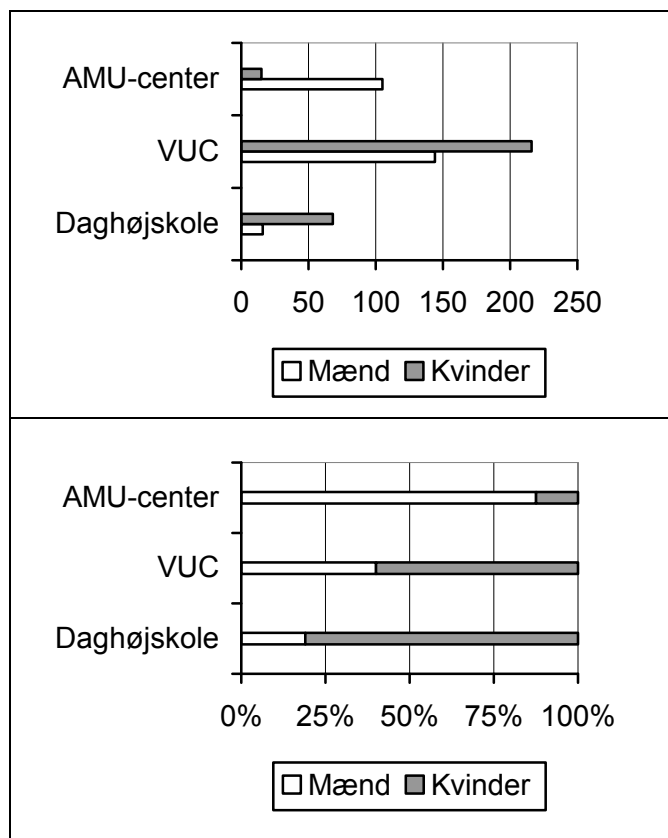
- **8:** En gruppe børn er blevet spurgt om, hvilke ting de har på deres værelser. Diagrammet viser nogle af svarerne.
- a:** Hvor mange procent havde computer?
 - b:** Hvor mange procent havde musik-anlæg?
 - c:** Hvad giver procent-tallene tilsammen?
 - d:** Hvorfor er det samlede procent-tal over 100?



- 9: Diagrammerne til højre fortæller begge noget om kursisterne på 3 skoler i Udby. Du kan ikke aflæse præcist på diagrammerne.

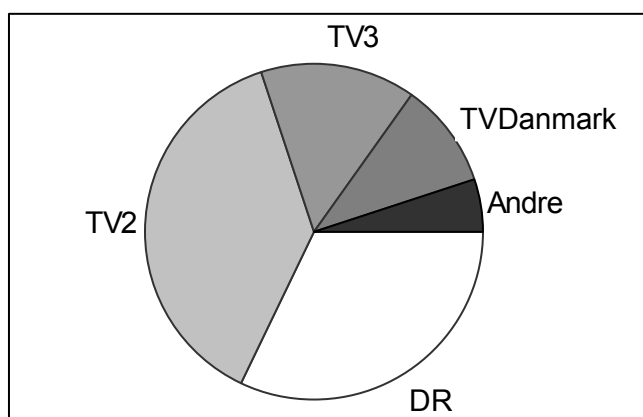
Du skal svare med cirka-tal.

- Hvor mange mænd er der på VUC?
- Hvor mange procent af kursisterne på VUC er mænd?
- Hvor mange mænd er der på AMU-centeret?
- Hvor mange procent af kursisterne på AMU-centeret er mænd?
- Hvor mange kursister er der i alt på hver af de 3 skoler?
- Sammenlign de 2 diagrammer. Prøv at nævne nogle fordele og ulemper ved dem begge.



- 10: Diagrammet viser, hvilke TV-stationer seerne i Danmark så på et bestemt tidspunkt.

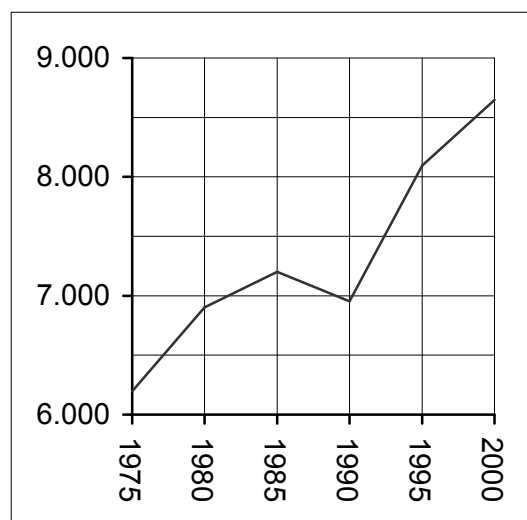
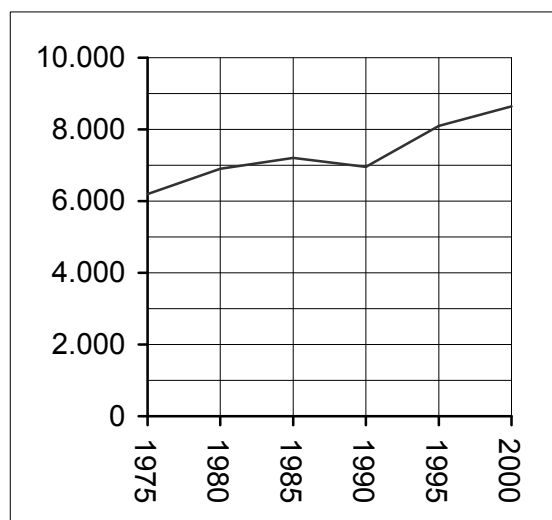
- Hvilken TV-station havde flest seere?
- Hvilken TV-station havde næst-flest seere?
- Vurder om disse påstande er rigtige:
 - DR havde cirka $\frac{1}{3}$ af seerne.
 - TV2 og TV3 havde tilsammen lidt over $\frac{1}{2}$ af seerne.
 - TV3 og TVDanmark havde tilsammen cirka $\frac{1}{4}$ af seerne.



- 11: Kik på cirkeldiagrammet med TV-stationerne.
- Mål hvor mange grader TV-stationernes "lagkagestykker" udgør.
 - Beregn hvor mange procent af seerne TV-stationerne har.

- 12: Diagrammerne herunder viser begge indbyggertallet i Udby over en årrække. Du kan ikke aflæse præcist på diagrammerne. Du skal svare med cirka-tal.

- a: Hvor mange år dækker diagrammerne?
- b: Hvad var indbyggertallet i 1975?
- c: Hvad var indbyggertallet i 2000?
- d: Hvor meget er indbyggertallet vokset fra 1975 til 2000?
- e: I hvilken 5-års-periode er indbyggertallet faldet?
- f: Hvor stort var dette fald?
- g: I hvilken 5-års-periode er indbyggertallet vokset mest?
- h: Hvor stor var denne stigning?
- i: Sammenlign de to diagrammer.
Nævn nogle fordele og ulemper ved begge diagrammer.



Middelværdi med mere

- **13:** Tabellen til højre viser, hvor mange pølser en flok børn spiste til en fødselsdag.

- a:** Hvor mange børn var der?
b: Hvor mange pølser spiste de tilsammen?
c: Hvor mange spiste de i gennemsnit?
d: Find størsteværdi, mindsteværdi og variationsbredde.
e: Find typetallet.
f: Sammenlign gennemsnitstallet for pigerne og gennemsnitstallet for drengene.

Aske	5	Emma	2	Nana	1
Anna	2	Jesper	4	Mikkel	4
Emil	4	Julie	3	Troels	5

- **14:** Tabellen til højre viser alderen for deltagerne på et VUC-hold.

- a:** Hvor mange kursister er der på holdet?
b: Hvor gamle er kursisterne tilsammen?
c: Find gennemsnitsalderen.
d: Find størsteværdi, mindsteværdi og variationsbredde.
e: Er der et typetal?

Anders	27	Kirsten	28	Naja	25
Britta	32	Lene	29	Ole	27
Erik	26	Lone	36	Poul	38
Ida	33	Mona	41	Stine	36

- **15:** Tabellen til højre viser alderen for deltagerne på et VUC-hold.

- a:** Hvor mange kursister er der på holdet?
b: Hvor gamle er kursisterne tilsammen?
c: Find gennemsnitsalderen.
d: Find størsteværdi, mindsteværdi og variationsbredde.
e: Er der et typetal?
f: Sammenlign dine resultater med resultaterne i opgaven overfor.
 Ligner de to hold hinanden aldermæssigt?

Bent	53	Jan	19	Martin	18
Carla	58	Jane	19	Ritta	19
Else	40	Lise	22	Said	18
Hassan	18	Mads	19	Vera	64
Ib	38	Marie	20	Yrsa	48

- **16:** Tabellen til højre viser måneds-lønningerne for to grupper af personer.
 Sammenlign lønningerne for gruppe 1 og gruppe 2.

Gruppe 1		Gruppe 2	
15.917	31.522	18.617	20.436
17.216	13.591	19.249	18.002

Hyppighed og frekvens

- **17:** Tabellen til højre viser, hvor mange sygedage kursisterne på et VUC-hold har haft på en måned.

Berit	0	Karlo	2	Olfert	5
Dorit	0	Kent	2	Oliver	4
Frede	5	Martin	3	Svend	3
Iben	3	Nina	1	Ulla	2

- a: Hvor mange kursister har slet ikke været syge?
 b: Hvor mange kursisterne har været syge i højst 2 dage?
 c: Hvor mange kursister har været syge i mere end 3 dage?
 d: Lav en hyppighedstabel over antal sygedage.

- **18:** En gruppe personer er blevet spurgt om, hvor mange kopper kaffe de plejer at drikke på en dag. Svarene er vist til højre.

Hvor mange kopper kaffe plejer du at drikke om dagen?

Så mange

5	0	3	6	4	0	0	1	2	5
4	3	3	4	2	3	4	5	0	0

- a: Hvor mange personer er blevet spurgt?
 b: Hvor mange kopper kaffe drikke de tilsammen på en dag?
 c: Hvor mange personer drikker ikke kaffe?
 d: Hvor mange procent af personerne drikker ikke kaffe?
 e: Lav en tabel med hyppighed og frekvens.
 f: Hvor mange procent af personerne drikker over 3 kopper kaffe om dagen?
 g: Hvor mange kopper kaffe drikke personerne i gennemsnit?

- **19:** Nogle VUC-kursister er blevet spurgt om de har børn? Svarene er vist til højre.

Hvor mange børn har du?

Så mange

1	2	2	2	3	3	5
1	2	0	0	0	0	2
1	1	0	1	0	0	3
0	1	1	0	4	2	0
0	2	2	0	1	1	3

- a: Hvor mange kursister er blevet spurgt?
 b: Hvor mange af kursisterne har ikke børn?
 c: Hvor mange af kursisterne har børn?
 d: Lav en tabel med hyppighed og frekvens.
 e: Hvor mange procent af kursisterne har børn?
 f: Hvor mange procent af kursisterne har mere end 2 børn?
 g: Hvor mange procent af kursisterne har højst 1 barn?
 h: Hvor mange børn har kursisterne i gennemsnit?

Fremstilling af diagrammer

- **20:** Tabellen herunder viser, temperaturen målt i grader hver anden time over et døgn.

Klokken	0 ⁰⁰	2 ⁰⁰	4 ⁰⁰	6 ⁰⁰	8 ⁰⁰	10 ⁰⁰	12 ⁰⁰	14 ⁰⁰	16 ⁰⁰	18 ⁰⁰	20 ⁰⁰	22 ⁰⁰	24 ⁰⁰
Temperatur	4	2	1	3	6	8	10	13	11	9	7	5	3

Tegn en kurve ud fra tallene i tabellen. Vælg disse enheder:

På x-aksen er 1 cm = 2 timer.

På y-aksen er 1 cm = 1 grad.

- ⊙ **21:** Tabellen herunder viser, hvor mange folk der har arbejdet på Udby Margarinefabrik.

Årstal	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Antal ansatte på Udby Margarinefabrik	16	21	29	34	45	41	35	39	43	48	55

Tegn en kurve ud fra tallene i tabellen. Brug evt. mm-papir og vælg disse enheder:

På x-aksen er 1 cm = 1 år.

På y-aksen er 1 cm = 10 personer.

- **22:** Tabellen herunder viser, hvor mange indbyggere der har været i Sildested.

Årstal	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000
Antal indbyggere i Sildested	802	751	718	782	816	919	1.002

a: Tegn en kurve ud fra tallene i tabellen. Brug evt. mm-papir og vælg disse enheder:

På x-aksen er 2 cm = 5 år (start ved 1970).

På y-aksen er 1 cm = 100 personer (start ved 0).

b: Tegn endnu en kurve ud fra tallene i tabellen. Nu skal du vælge disse enheder:

På x-aksen er 1 cm = 5 år (start ved 1970).

På y-aksen er 1 cm = 50 personer (start ved 500).

c: Hvilken af de to kurver synes du giver det bedste billede?

- ⊙ **23:** Hvis du har brug for mere træning i at tegne kurver, kan du kikke tilbage til opgave 1 og 2 og tegne kurver ud fra tallene i disse opgaver.

○ 24: Gåsedal Pensionistforening

- a: Hvor mange personer deltog i aktivitetsdagen?
 b: Lav et pindediagram, der viser hvor mange personer, der deltog i de forskellige ting på aktivitetsdagen.

Gåsedal Pensionistforening har haft aktivitetsdag. Deltagerne kunne vælge mellem tre forskellige ting. 7 personer var på sejltur, 9 personer var på skovtur, og 5 personer legede med byens dagplejebørn.

● 25: Andebjerg Skole

- a: Hvor mange børn går der i alt på skolen?
 b: Hvor mange børn er der i gennemsnit i hver klasse?
 c: Lav et pindediagram der viser antallet af børn i de forskellige klasser.
 Brug evt. mm-papir.

Den lille skole i Andebjerg, hvor børnene kan gå indtil 5. klasse, **skal måske lukkes**. Kommunen synes, at der er for få børn i de mindste klasser. Børnetallene er vist herunder

0. klasse	9	3. klasse	15
1. klasse	11	4. klasse	14
2. klasse	13	5. klasse	17

● 26: Kursister på VUC Udby

- a: Hvor mange af kursisterne har mere end 2 fag?
 b: Tallene i teksten til højre kan virke lidt uoverskuelige - sæt den pænt op i en tabel.
 c: Lav et pindediagram, der viser antallet af kursister med de forskellige antal fag.
 Brug evt. mm-papir.
 d: Hvor mange fag har kursisterne i gennemsnit?

Der går for tiden **362 kursister på VUC Udby**, men der er stor forskel på, hvor mange fag de enkelte kursisterne har. 48 kursister har kun 1 fag, 77 har 2 fag, 103 har 3 fag, 94 har 4 fag, 32 har 5 fag og 8 kursister har 6 fag.

● 27: Idrætsdag på Sildested Skole (I)

Lav et pindediagram der viser, hvor mange børn der deltog i de forskellige aktiviteter.
 Diagrammet skal vise tallene målt i procent.

219 børn deltog i **idrætsdagen på Sildested Skole**. Børnene kunne vælge mellem at løbe, cykle eller svømme. Der var 96 børn, som løb, 70 børn, som cyklede, og 53 børn, som svømmede.

● 28: Idrætsdag på Sildested Skole (II)

Lav et cirkeldiagram der viser, hvor mange børn der deltog i de forskellige ting.

● **29:** Danskernes pengeforbrug (I)

- a:** Hvor stor en del af vores penge bruger vi i alt på mad- og drikkevarer og tøj og sko?
- b:** Lav et pindediagram der viser, hvordan vi typisk bruger vores penge.
Brug evt. mm-papir

Danskernes pengeforbrug	
En typisk dansker bruger sine penge som vist herunder	
Boligudgifter	38%
Mad- og drikkevarer	20%
Tøj og sko	6%
Ferie og fritid	9%
Transport, telefon m.v.	16%
Andre udgifter	11%

● **30:** Danskernes pengeforbrug (II)

Lav et cirkeldiagram der viser, hvordan vi typisk bruger vores penge.

● **31:** Indbyggere i Udby Kommune.

Tabellen til højre viser, hvor indbyggerne i Udby Kommune bor.
Lav et cirkeldiagram ud fra tallene.
Du må gerne skrive procent-tal på diagrammet.

By/område	Indbyggere
Udby	8.647
Andebjerg	699
Gåsedal	202
Skrubberup	1.257
Sildested	1.002
Land-områder	651
I alt	12.458

● **32:** Hvis du har brug for mere træning i at lave diagrammer, kan du kikke tilbage til opgave **17**, **18** og **19** og lave diagrammer ud fra tallene i disse opgaver.
Tallene egner sig bedst til pindediagrammer.

● **33:** Hvis du har mod på, at lave mere komplicerede diagrammer, kan du kikke tilbage til opgave **3** og **5** og lave diagrammer ud fra tabellerne i disse opgaver.
Tænk grundigt over hvorledes man kan laves diagrammerne. De behøver ikke at ligne dem, du har tegnet i de tidligere opgaver

Grupperede observationer

- 34: En klasse med store skolebørn er blevet spurgt om, hvor mange timer om ugen de bruger på fritidsjob. Svarerne er vist til højre.

a: Hvor mange børn er der?

b: Hvor mange af børnene arbejder under 5 timer?

c: Hvor mange af børnene arbejder mindst 15 timer?

d: Udfyld hyppigheds- og frekvenstabellen herunder.

Allan	12	Henrik	18	Majken	1	Palle	8
Anton	8	Hugo	11	Marie	2	Steen	5
Berit	3	Ida	8	Mona	4	Stine	2
Chr.	0	Lasse	9	Nanna	15	Tine	0
Danny	6	Line	6	Niels	17	Troels	13

Hvor mange timer arbejder du om ugen?

Så mange

Antal timer	0 - 4	5 - 9	10 - 14	15 - 19	I alt
Hyppighed					
Frekvens					

e: Lav et diagram ud fra frekvenstillene?

f: Hvor mange timer arbejder børnene i gennemsnit om ugen?

- 35: Medarbejderne på en virksomhed er blevet spurgt om deres månedsløn. Svarerne er vist til højre.

a: Hvor mange medarbejdere er der?

b: Hvor mange af medarbejderne tjener under 15.000 kr. om måneden?

c: Hvor mange af medarbejderne tjener over 25.000 kr. om måneden?

d: Udfyld hyppigheds- og frekvenstabellen.

Hvor mange kroner tjener du om måneden?

Så mange

12.700	17.250	19.500
28.300	10.950	14.300
17.550	16.450	26.400
13.200	22.500	20.950
23.900	18.200	15.000

Månedsløn i kr.	Hyppighed	Frekvens
[10.000 ; 15.000[		
[15.000 ; 20.000[		
[20.000 ; 25.000[		
[25.000 ; 30.000[		
I alt		

e: Hvor mange procent af medarbejderne tjener mindst 20.000 kr. om måneden?

f: Lav et søjlediagram - også kaldet et histogram - ud fra frekvenstillene.

- **36:** Tabellen til højre viser befolkningens aldersfordeling i Udby Kommune.

- a:** Udfyld de tomme pladser i procent-kolonnen.
- b:** Hvor mange procent af indbyggerne er under 20 år?
- c:** Hvor mange procent af indbyggerne er fyldt 70 år?
- d:** Hvor mange procent af indbyggerne er i aldersgruppen 30 - 59 år?
- e:** Hvor mange personer er der i aldersgruppen 30 - 34 år?
Du kan ikke svare præcist men kom med et bud på et cirka-tal.
- f:** Lav et søjlediagram - også kaldet et histogram - ud fra procent-tallene.

Alder	Antal personer	Antal procent
0 - 9	1.595	
10 - 19	1.345	
20 - 29	1.719	
30 - 39	1.918	
40 - 49	1.732	
50 - 59	1.694	
60 - 69	1.109	
70 - 79	847	
80 - 89	424	
90 - 99	69	
100 - 109	6	
I alt	12.458	

Når du laver diagrammet, skal du tænke på at:

- intervallet 0 - 9 svarer til $[0 ; 10[$
- intervallet 10 - 19 svarer til $[10 ; 20[$
- o.s.v.....

Man er f.eks. 9 år helt indtil dagen før sin 10-års fødselsdag.

- **37:** Hvis du har brug for mere træning i at arbejde med grupperede observationer, kan du kikke tilbage til opgave **14** og **15**.

Begge opgaver omhandler aldersfordelinger på VUC-hold.

Lav tabeller med hyppighed og frekvens samt diagrammer ud fra tallene i opgaverne.

Du bestemmer selv, hvilke aldersintervaller du bruger.

Hvis du vil lave søjlediagrammer (histogrammer), skal dine aldersintervaller være lige brede.

Statistik - supplerende opgaver

Indholdsfortegnelse

Indholdsfortegnelse	165 a
Middelværdi for grupperede observationer	165 b
Summeret frekvens og sumkurver	165 c
Indekstal	165 h

Middelværdi for grupperede observationer

1: Fritidsjobs

- a: Hvor mange mennesker deltog i undersøgelsen?
- b: Find et cirkatal for den gennemsnitlige timeløn. Tallene i tabellen er upræcise. Hvor skal man fx placere en person, der tjener præcis 40 kr. i timen?
- c: Giv et eller flere forslag til hvorledes man kan skrive løn-intervallerne med firkantede parenteser.
- d: Giv et eller flere forslag til hvorledes man kan skrive løn-intervallerne med "mindre end"- og "større end"-tegn. (Det er svært)

Fritidsjobs

Der er stor forskel på, hvad unge kan tjene ved at have et fritidsjob. Et rundspørge blandt unge i Udby gav dette resultat

Timeløn i kr.	Antal svar
20 - 30	5
30 - 40	12
40 - 50	18
50 - 60	11
60 - 70	7

2: Transporttid

- a: Hvor mange mennesker deltog i undersøgelsen?
- b: Hvor mange personer bruger under 10 min?
- c: Hvor mange personer bruger en time eller mere?
- d: Hvor mange personer bruger under en halv time? (Du kan ikke svare præcist, men prøv at komme med et kvalificeret gæt)
- e: Find et cirkatal for den gennemsnitlige transporttid.
- f: En person bruger præcis 20 min. I hvilket minut-interval hører personen til?
- g: Kan du skrive intervallerne med "mindre end"- og "større end"-tegn? (Det er svært. Du skal starte sådan: $0 < x < 10$)

Transporttid

På Udby Margarinefabrik har man undersøgt hvor lang tid medarbejderne bruger på at komme på arbejde.

Antal minutter	Antal svar
]0 ; 10[	8
[10 ; 20[	10
[20 ; 40[	22
[40 ; 60[	9
[60 ; 90[	3
[90 ; 120]	2

- 3: Giv ud fra teksten til højre et bud på, hvor mange gange folk i Udby i gennemsnit var i kirke det pågældende år. Start evt. med at opstille en tabel.

Sidste år var der 60 gudstjenester i Udby Kirke, men der er stor forskel på, hvor ofte folk i sognet deltog. 35% var slet ikke i kirke, 45% var i kirke 1-5 gange, 12% var i kirke 6-10 gange. Der er kun 5% som var i kirke 11-30 gange, og 3% der var i kirke 31-60 gange.

Summeret frekvens og sumkurver

4: TV-forbrug

- a: Hvor mange personer svarede på spørgsmålet?
- b: Hvor mange af personerne så højst TV i cirka 2 timer pr. dag?
- c: Lav ud fra tabellen til højre en ny tabel med frekvens og summeret frekvens.
- d: Tegn et histogram ud fra frekvens-tallene.
- e: Tegn en sumkurve ud fra de summerede frekvenser.
- f: Aflæs et cirka-tal for medianen.
- g: Beregn et cirka-tal for det gennemsnitlige TV-forbrug.
- h: Sammenlign median og gennemsnit.

Undersøgelse af TV-forbrug

En gruppe personer er blevet spurgt efter, hvor mange timer de ser TV på en uge.

Antal timer	Antal svar
[0 ; 5[	5
[5 ; 10[	15
[10 ; 15[	21
[15 ; 20[	14
[20 ; 25[	11
[25 ; 30[	5
[30 ; 35[	2

5: Alkohol-undersøgelse

- a: Hvor mange personer svarede på spørgsmålet?
- b: Hvor mange af personerne drak højst cirka 2 genstande pr. dag?
- c: Lav ud fra tabellen til højre en ny tabel med frekvens og summeret frekvens.
- d: Tegn en sumkurve ud fra de summerede frekvenser.
- e: Aflæs et cirka-tal for medianen.
- f: Beregn et cirka-tal for det gennemsnitlige alkohol-forbrug.
- g: Sammenlign median og gennemsnit.

Alkohol-undersøgelse

En gruppe personer er blevet spurgt efter, hvor meget alkohol (antal genstande) de typisk drikker på en uge.

Antal genstande	Antal svar
[0 ; 5[	15
[5 ; 15[	29
[15 ; 30[	12
[30 ; 50[	8
[50 ; 75[	2

6: De to opgaver ovenfor ligner hinanden meget, men der er en forskel.

I den øverste opgave skal du både lave et histogram og en sumkurve.

I den nederste opgave skal du kun lave en sumkurve.

- a: Kan du forklare hvorfor det vil være svært at tegne et fornuftigt histogram ud fra tallene i den nederste opgave?
- b: Hvad kunne du gøre, hvis du alligevel, skulle tegne et histogram? (det er svært!)

7: Udby Idrætsforening

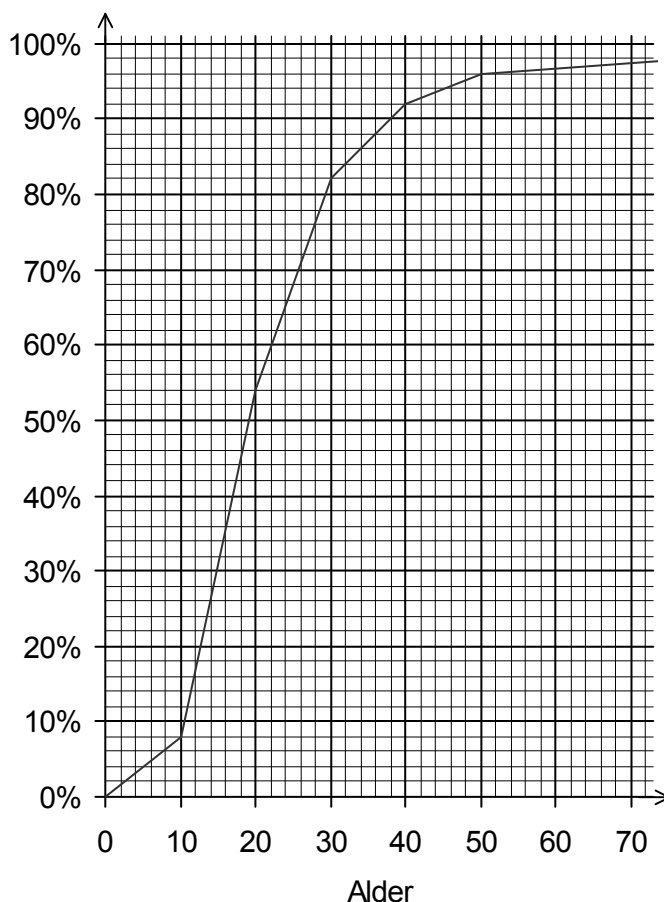
Sumkurven viser aldersfordelingen for idrætsforeningens medlemmer.

Du skal aflæse en række tal fra kurven.

Nogle tal kan du finde meget præcist.

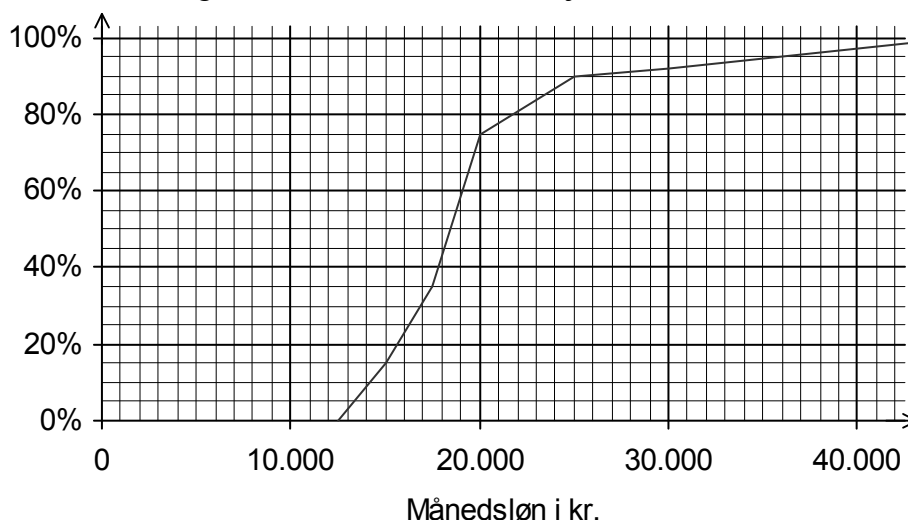
Andre bliver cirka-tal.

- a:** Hvor mange procent er under 10 år?
- b:** Hvor mange procent er fyldt 40 år?
- c:** Hvor mange procent er under 18 år?
- d:** Hvor mange procent er fyldt 25 år?
- e:** Hvor mange procent er i aldersgruppen fra 30 til 40 år?
- f:** Hvor mange procent er i aldersgruppen fra 15 til 25 år?
- g:** Aflæs medianen.
- h:** Under hvilken alder er de yngste 30% af medlemmerne?
- i:** Over hvilken alder er de ældste 30% af medlemmerne?

**8: Lønfordeling**

Sumkurven herunder viser lønfordelingen på en arbejdsplads med mange ansatte.

- a:** Aflæs medianen.
- b:** Hvor mange procent tjener over 20.000 kr. om måneden?
- c:** Hvad er den øvre løngrænse for de 20%, der er lavest lønnet?
- d:** Hvad er den nedre løngrænse for de 20%, der er højest lønnet?



9: Løn og flødeboller

- a:** Find gennemsnitslønnen for kvinderne på Udby Flødebollefabrik.
- b:** Find gennemsnitslønnen for mændene på Udby Flødebollefabrik.
- c:** Find gennemsnitslønnen for alle ansatte på Udby Flødebollefabrik.

Udby Flødebollefabrik har 5 ansatte.
Der er 2 kvinder, som får 14.554 kr. og 17.736 kr. om måneden.
Der er 3 mænd, som får 13.111 kr., 18.422 kr. og 21.312 kr. om måneden.

Resten af spørgsmålene drejer sig om lønningerne på Flødebollekompagniet.

- d:** Udfyld tabellen nederst på siden.
- e:** Tegn - i samme koordinatsystem - sumkurver for både kvindernes og mændenes lønninger. Brug et helt A4-ark, der ligger ned.
x-akse: 1 cm = 1.000 kr. - start ved 10.000 kr.
y-akse: 1 cm = 10%
- f:** Aflæs de to medianer på sumkurverne.
- g:** Find et cirka-tal for både kvindernes og mændenes gennemsnitsløn.
- h:** Hvor mange procent (cirka-tal) af de samlede lønninger går til de kvindelige ansatte?
- i:** Hvor mange procent af de ansatte er kvinder?

Flødebollekompagniet har 180 ansatte.
Den seneste lønstatistik ser således ud:

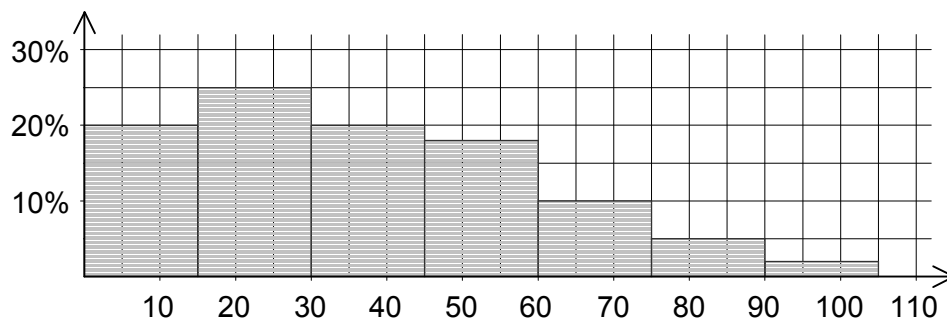
Månedsløn i kr.	Kvinder	Mænd
[12.500 ; 15.000[	24	7
[15.000 ; 17.500[	48	11
[17.500 ; 20.000[	22	16
[20.000 ; 25.000[	16	17
[25.000 ; 30.000[	6	7
[30.000 ; 40.000[	2	4

Månedsløn i kr.	Kvinder		Mænd		I alt	
	Frekvens	Sum. fr.	Frekvens	Sum. fr.	Frekvens	Sum. fr.
[12.500 ; 15.000[						
[15.000 ; 17.500[						
[17.500 ; 20.000[						
[20.000 ; 25.000[						
[25.000 ; 30.000[						
[30.000 ; 40.000[						
I alt						

- j:** Kan du forklare, hvorledes man kan se på sumkurverne, at kvindernes løn er lavere end mændenes?
- k:** Kan du forklare, hvorfor gennemsnits-tallene er større end median-tallene?

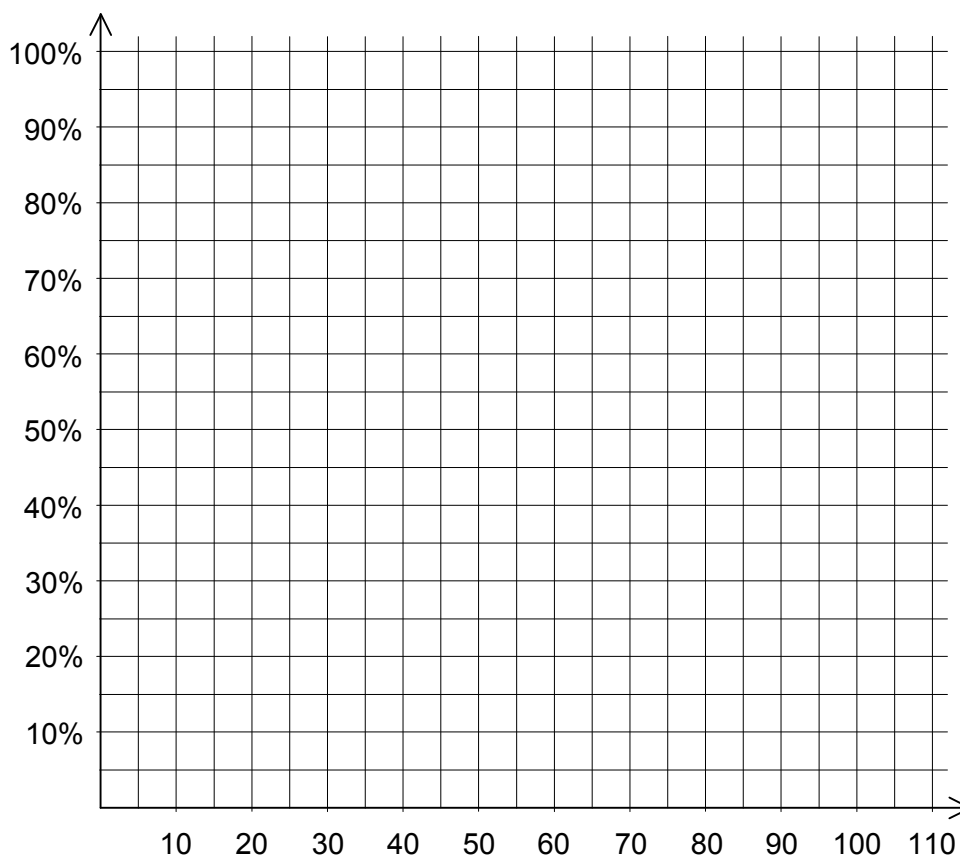
10: Histogram → tabel → sumkurve

Histogrammet viser befolkningens aldersfordeling i et område af en by.



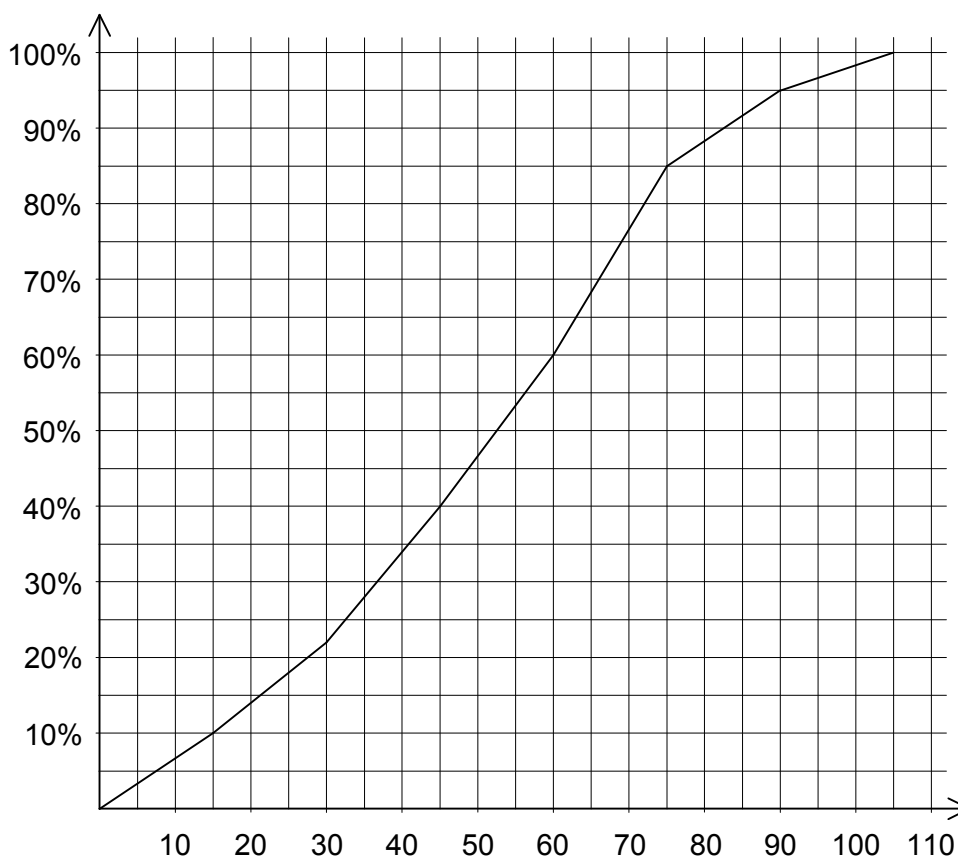
- a:** Aflæs frekvenserne (cirka-tal) for de forskellige aldersintervaller og skriv tallene ind i tabellen til højre.
- b:** Udregn de summerede frekvenser og skriv tallene ind i tabellen til højre.
- c:** Tegn ud fra tallene i tabellen en sumkurve i koordinatsystemet herunder.
- d:** Aflæs (cirka-tal) medianen.
- e:** Find evt. et cirka-tal for gennemsnitsalderen.

Alder	Frekvens	Sum. Fre.
[0 ; 15[		
[15 ; 30[		
[30 ; 45[		
[45 ; 60[		
[60 ; 75[		
[75 ; 90[		
[90 ; 105[		



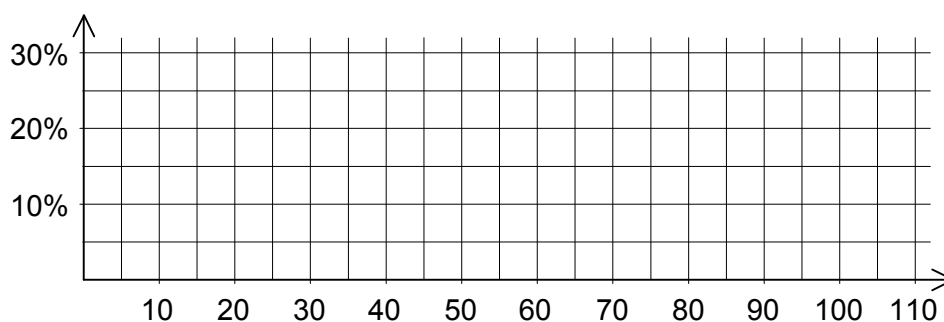
11: Sumkurve → tabel → histogram

Sumkurven viser befolkningens aldersfordeling i et område af en by.



- a:** Aflæs de summerede frekvenserne (cirka-tal) for de forskellige aldersintervaller og skriv tallene ind i tabellen til højre.
- b:** Udregn de frekvenserne og skriv tallene ind i tabellen til højre.
- c:** Tegn ud fra tallene i tabellen et histogram i koordinatsystemet herunder.
- d:** Sammenlign aldersfordelingen i denne opgave med aldersfordelingen i sidste opgave. Brug evt. median og/eller gennemsnitsalder.

Alder	Frekvens	Sum. Fre.
[0 ; 15[		
[15 ; 30[		
[30 ; 45[		
[45 ; 60[		
[60 ; 75[		
[75 ; 90[		
[90 ; 105[		



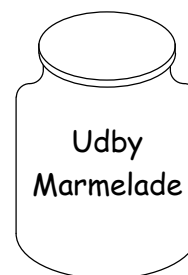
Indekstal

12: Tabellen viser udviklingen i prisen på et glas marmelade fra Udby Marmeladefabrik.

År	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Pris	9,95	10,25	10,45	10,95	11,25	11,75	12,35	12,95	13,95	14,45	14,95

- a: Lav en indekstabel over prisudviklingen.
Brug 1990 som basisår.
- b: Hvor sker den største stigning målt i kr.?
- c: Hvor sker den største stigning målt i procentpoint?
- d: Hvor mange procentpoint stiger prisen fra 1998 til 1999?
- e: Hvor mange procent stiger prisen fra 1998 til 1999?
- f: Lav en ny indekstabel, hvor du bruger 1995 som basisår

Udby Marmelade
gør alle mennesker glade.



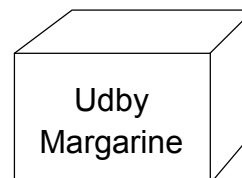
13: Tabellen viser udviklingen i prisen på en pakke margarine fra Udby Margarinefabrik.

År	1980	1982	1984	1986	1988	1990	1992	1994	1996	1998	2000
Pris	4,45	5,25	5,75	6,25	6,95	7,45	7,75	7,95	7,45	8,45	8,95

- a: Lav en indekstabel over prisudviklingen.
Brug 1980 som basisår.
- b: Hvor sker den største stigning målt i kr.?
- c: Hvor sker den største stigning målt i procentpoint?
- Herunder er vist en tabel over forbrugerprisindekset:

År	1980	1982	1984	1986	1988	1990	1992	1994	1996	1998	2000
Pris	100,0	123,0	139,8	151,7	165,0	177,4	185,5	191,6	199,7	207,9	219,3

- d: Sammenlign margarineprisen med forbrugerprisindekset.
- e: Hvad havde en pakke margarine kostet i 1990, hvis prisudviklingen havde fulgt forbrugerprisindekset?
- f: Hvad havde en pakke margarine kostet i 2000, hvis prisudviklingen havde fulgt forbrugerprisindekset?
- g: Undersøg inden for hvilken periode, der er den største prisstigning på margarinen målt i procent.
- h: Sammenlign prisudviklingen på margarine med prisudviklingen på marmelade (ovenfor).
Du kan naturligvis kun sammenligne årene fra 1990 og fremefter.



14: Tabellen viser lønudviklingen for en timelønnet margarinepakker og en månedslønnet kontorassistent på Udby Margarinefabrik.

År	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Timeløn	77,45	79,25	83,55	87,95	90,75	94,35	97,85	101,25
Månedsløn	17.115	18.356	18.915	19.428	20.292	20.478	20.815	21.094

- a:** Lav en tilsvarende indekstabel, hvor du bruger 1994 som basisår.
b: Hvad viser indekstallene om lønudviklingen?
c: Tegn i et koordinatsystem, grafer der viser udviklingen i indekstallene.
d: Sammenlign løn-tallene i denne opgave med tallene for margarineprisen fra forrige opgave. Hvad er vokset mest?

15: Tabellen til højre viser udviklingen i befolkningstallet i de forskellige byer i Udby Kommune over en årrække. Nedenunder er der begyndt på en tilsvarende tabel med indekstal.

	1975	1980	1985	1990	1995	2000
Udby	6.196	6.902	7.201	6.953	8.095	8.647
Andebjerg	719	758	746	722	704	699
Gåsedal	304	275	284	253	237	202
Skrubberup	898	954	1.057	1.143	1.195	1.257
Sildested	659	737	778	816	897	1.002
Land-områder	707	544	498	416	525	651
I alt	9.483	10.170	10.564	10.303	11.653	12.458

- a:** Udfyld de tomme pladser i indekstabelen.
b: Hvor meget er befolkningstallet i Udby vokset fra 1995 til 2000 målt i:
 - procentpoint?
 - procent?
c: Hvor meget er befolkningstallet i Gåsedal faldet fra 1990 til 1995 målt i:
 - procentpoint?
 - procent?
d: Tegn i et koordinatsystem grafer, der viser udviklingen i indekstallene for de forskellige byer og områder.

	1975	1980	1985	1990	1995	2000
Udby	100		116		131	
Andebjerg	100		104	100		97
Gåsedal	100	90			78	
Skrubberup	100		118	127		140
Sildested	100	112			136	152
Land-områder	100	77	70			92
I alt	100					131

- 16:** Tabellen viser udviklingen i det samlede forbrug af øl, vin og stærk spiritus i Danmark. Tallene er opgivet i mio. liter.

	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000
Øl	281	343	481	610	638	642	636	628	532
Vin	14	19	29	58	72	106	110	144	165
Spirit	7	11	14	21	19	21	17	14	15

- a: Lav en indekstabel ud fra tallene.
 b: Hvad viser indekstallene om udviklingen i forbruget?
 c: Inden for hvilken periode er der sket den største stigning i vinforbruget målt i procentpoint?
 d: Inden for hvilken periode er der sket den største stigning i vinforbruget målt i procent?

- 17:** Tabellerne viser udviklingen i antallet af kursister på VUC Udby. Indekstabellen er komplet, med der mangler nogle af tallene i den øverste tabel.

	Antal kursister på VUC Udby fordelt på køn					
	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Mænd	128	139		144	132	
Kvinder		186	209	216		176

- a: Beregn de manglende kursist-tal og skriv dem ind i tabellen.
 b: I hvilket år har der været forholdsvis flest mænd?
 c: I hvilket år har der været forholdsvis flest kvinder?
 d: Lav selv tabeller (både med almindelige tal og indekstal) for det samlede antal kursister.

	Antal kursister på VUC Udby (indekstal)					
	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Mænd	100,0	108,6	123,4	112,5	103,1	93,0
Kvinder	100,0	93,9	105,6	109,1	98,0	88,9

- 18:** Den øverste af tabellerne viser udviklingen i huslejen i Udby Kommunes ældreboliger. Der mangler dog nogle tal. Den nederste tabel viser forbrugerprisindekset.

Husleje pr. måned i Udby Ældreboliger					
1995	1996	1997	1998	1999	2000
2.195	2.265	2.325			

- a: Sammenlign udviklingen i huslejen med udviklingen i forbrugerprisindekset.

I årene efter 1997 er huslejen blevet reguleret i takt med udviklingen i forbrugerprisindekset.

- b: Beregn de manglende huslejer.

Forbrugerprisindeks (1980 = 100)					
1995	1996	1997	1998	1999	2000
195,6	199,7	204,1	207,9	213,0	219,3

Sandsynlighed og kombinatorik

Indholdsfortegnelse

Indholdsfortegnelse	166
Simpel sandsynlighed.....	167
Kombinatorik	169
Sandsynlighed ved hjælp af kombinatorik.....	172

Disse opgaver er lavet af Niels Jørgen Andreasen, VUC Århus.
Arbejdet med opgaverne er afsluttet i sommeren 2001.
Jeg vil meget gerne høre fra dig, hvis du opdager fejl i opgaverne
eller på anden måde har kommentarer hertil.

Med venlig hilsen
Niels Jørgen Andreasen
niels.joergen.andreasen@vucaarhus.dk

Simpel sandsynlighed

- **1:** Du kaster med en almindelig mønt, som kan vise plat eller krone.

Hvad er sandsynligheden for at...

a: ...få plat?

b: ...få krone?

- **2:** Du kaster med en almindelig terning. Hvad er sandsynligheden for at...

a: ...slå en 6'er?

b: ...slå et lige tal?

c: ...slå en 1'er?

d: ...slå mindst en 5'er?

e: ...slå højst en 4'er?

- **3:** Spillekort

Du trækker nogle tilfældige kort fra et spil.

Hver gang du har trukket et kort, lægger du kortet tilbage og blander inden du trækker næste kort.

Hvad er sandsynligheden for at trække...

a: ...en ruder?

b: ...en klør eller en hjerter?

c: ...et sort kort?

d: ...et es?

e: ...et billedkort?

f: ...klør konge?

g: ...en rød knægt?

h: ...hjerter 4?

Et spil kort består af 52 kort fordelt på 13 hjerter, 13 ruder, 13 klør og 13 spar.

Inden for hver af de fire slags er der:

- ni kort med numrene 2, 3, 4...9, 10
- tre billedkort (knægt, dame og konge)
- et es

Alle hjerter og ruder er røde.

Alle spar og klør er sorte.

- **4:** Lodsedler

Begge slags lodsedler koster 10 kr. pr. stk.

Alle lodsedler bliver solgt.

Hvad er sandsynligheden for...

a: ...at vinde en cykel, hvis man køber en lodseddel fra idrætsklubben.

b: ...at vinde en cykel, hvis man køber en lodseddel fra spejderne.

c: Sammenlign sandsynlighederne for at vinde en CD.

d: Hvor vil du helst købe en lodseddel. Begrund dit svar.

Spejderne sælger 5.000 lodsedler

Du kan vinde:

2 cykler, værdi pr. stk. 3.000 kr.

4 discman, værdi pr. stk. 500 kr.

100 CD'er, værdi pr. stk. 100 kr.

Idrætsklubben sælger 2.000 lodsedler

Du kan vinde:

1 cykel, værdi 3.000 kr.

40 CD'er, værdi pr. stk. 100 kr.

5: Kugler

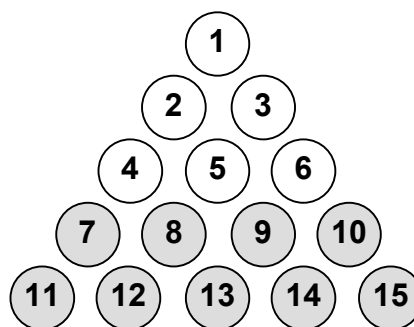
Kuglerne til højre er i en mørk pose.

Du trækker nogle tilfældige kugler.

Hver gang du har trukket en kugle, lægger du kuglen tilbage i posen og ryster posen, inden du trækker den næste kugle.

Find sandsynligheden for at trække...

- a: ...kugle nr. 15
- b: ...en lys kugle
- c: ...en mørk kugle
- d: ...en kugle med et lige tal
- e: ...en kugle med et ulige tal
- f: ...en kugle med et en-cifret tal (1-9)
- g: ...en kugle med et to-cifret tal (10-15)
- h: ...en kugle med et tal fra 4-tabellen
- i: ...en mørk kugle med et tal fra 3-tabellen

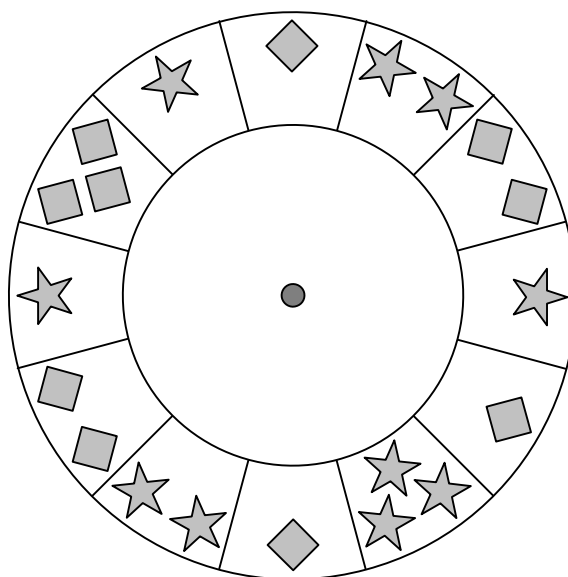


6: Lykkehjul

Du drejer lykkehjulet til højre.

Find sandsynligheden for at lande på...

- a: ...et felt med 3 stjerner
- b: ...et felt med stjerner
- c: ...et felt med 2 eller 3 stjerner
- d: ...et felt med 2 firkanter
- e: ...et felt med 1 firkant
- f: ...et felt med 3 figurer (stjerner eller firkanter)
- g: ...et felt med mindst 2 figurer
- h: ...et felt med præcis 1 figur
- i: ...et felt med 1 eller 2 figurer



7: Breve

- a: Hvad er sandsynligheden for, at et brev er fremme dagen efter, at det er afsendt?
- b: Hvad er sandsynligheden for, at et brev ikke er fremme dagen efter, at det er afsendt?
- c: Hvad er sandsynligheden for, at et brev er mere end 2 dage undervejs?

Ved en undersøgelse af postvæsenet blev der afsendt 250 breve.

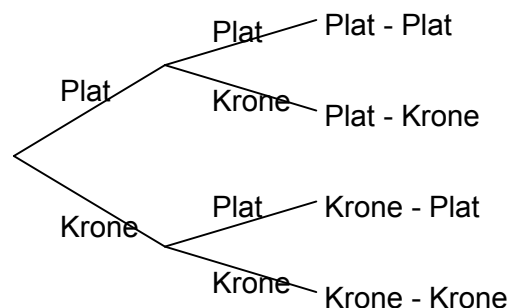
- 198 breve var fremme dagen efter
- 44 breve var fremme 2 dage efter
- 8 breve var først fremme mere end 2 dage efter, at de var afsendt

Kombinatorik

8: Møntkast

Både tælletræet og skemaet til højre viser kombinationsmulighederne ved kast med 2 mønter.

- a:** Kik grundigt på både tælletræ og skema.
Det er vigtigt at du forstår dem.
- b:** Hvor mange kombinationsmuligheder er der?
- c:** Kan man kende forskel på alle kombinationsmulighederne, hvis mønterne er ens, og de kastes på samme tid?
- d:** Lav selv et tælletræ for kast med 3 mønter.
- e:** Hvilke af disse regneudtryk passer til tælletræet for 3 mønter?
 $2 + 2 + 2 = 6$ $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$ $3 \cdot 3 = 3^2 = 9$
- f:** Lav også et tælletræ og et regneudtryk for kast med 4 mønter
- g:** Kan man lave skemaer for kast med 3 eller 4 mønter?

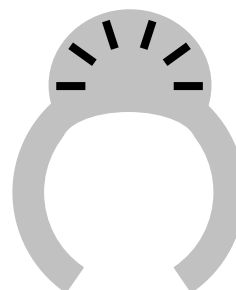


	Plat	Krone
Plat	P-P	P-K
Krone	K-P	K-K

9: Cykellås (I)

En cykellås har 6 knapper, som alle enten kan trykkes ind, springes over eller trækkes ud.

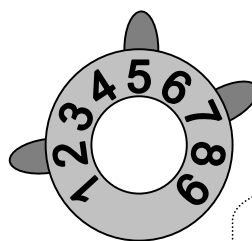
- a:** Hvor mange kombinationsmuligheder er der?
- b:** Er der nogle af kombinationsmulighederne, som vil være dårlige at bruge i praksis?
- c:** Hvor mange flere kombinationsmuligheder vil der være på en lås med 8 knapper?



10: Cykellås (II)

En cykellås har 3 knapper, som alle kan drejes således, at de står ud for et af tallene mellem 1 og 9.

- a:** Hvor mange kombinationsmuligheder er der?
- b:** Hvor mange flere kombinationsmuligheder vil der være, hvis tallet 0 også var med?



Tegningen er ikke så god. Knapperne er bag hinanden, så der kan godt være flere knapper ud for det samme tal.

11: Tipskupon

Der findes tipskuponer med både 12 og 13 kampe.

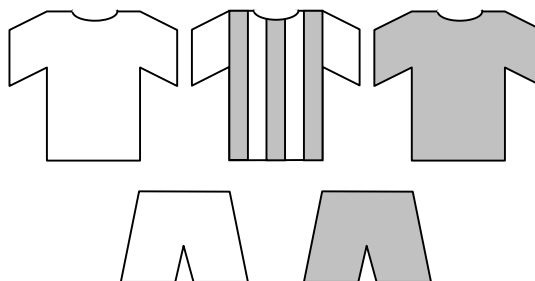
- a: På hvor mange måder kan man udfylde en række på en tipskupon med 12 kampe?
- b: På hvor mange måder kan man udfylde en række på en tipskupon med 13 kampe?
- c: Hvor mange kampe skal der være på kuponen, hvis der skal være mindst 10 mio. kombinationsmuligheder?
Prøv dig frem.

1		
	X	
		2
1		
~~~~~		
		2
	X	

### 12: Sportstøj

Et fodboldhold har 2 slags bukser og 3 slags trøjer.

- a: På hvor mange måder kan bukser og trøjer kombineres?
- b: Vis kombinationsmulighederne med et tælletræ.
- c: Vis også kombinationsmulighederne i et skema.
- d: Hvor mange kombinationsmuligheder er der, hvis et hold kan vælge mellem 2 slags strømper, 2 slags bukser og 4 slags trøjer?



### 13: Roberts Restaurant

- a: Hvor mange forskellige 3 retters menuer kan man sammensætte?
- b: Hvor mange forskellige 2 retters menuer kan man sammensætte, hvis man vælger en forret og en hovedret?
- c: Hvor mange forskellige 2 retters menuer kan man sammensætte, hvis man vælger en hovedret og en dessert?
- d: Hvor mange forskellige 2 retters menuer kan man i alt sammensætte?
- e: Hvor mange forskellige menuer (2 eller 3 retters) kan man i alt sammensætte?

Roberts Rolige Restaurant	
Sammensæt din egen 3 retters menu for kun	<b>119 kr.</b>
Du kan frit vælge mellem:	
3 forskellige forretter	
5 forskellige hovedretter	
4 forskellige desserter	
Eller sammensæt en 2 retters menu for kun	<b>99 kr.</b>
Menuen kan bestå af:	
- enten en forret og en hovedret	
- eller en hovedret og en dessert	

● **14:** Nummerplader

Danske nummerplader har 2 bogstaver og 5 tal.

Bogstaverne Q, W, Æ, Ø og Å bruges ikke.

Det første tal må ikke være et 0

**a:** Hvad er der galt med de ikke tilladte eksempler?

**b:** Hvor mange kombinationsmuligheder er der?  
(tallet bliver meget stort)

**c:** Hvor mange kombinationer vil der være,  
hvis nummerpladerne i stedet for havde  
3 bogstaver og 4 tal?  
(der gælder de samme begrænsninger som før)

Der findes også særlige "ønske-nummerplader".

Disse har mindst 2 tegn og højst 7 tegn.

Alle bogstaver og tal er tilladt.

**d:** Hvor mange kombinationer er der?  
(Tallet bliver voldsomt stort, så det er muligt,  
at din regnemaskine ikke kan vise tallet,  
men tænk over hvad du vil gøre)

Eksempler på tilladte nummerplader:

PZ 10.101

BB 92.204

Eksempler på ikke tilladte nummerplader:

DÅ 35.967

VP 02.598

Eksempler på ønske-nummerplader:

06

KONEBIL

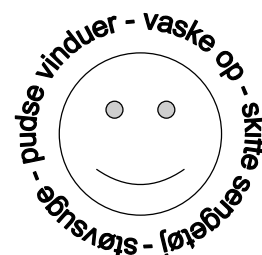
123ABC

○ **15:** Olga har haft en hård men spændende dag på VUC.

Nu er hun kommet hjem og skal nå at støvsuge,

pudse vinduer, vaske op og skifte sengetøj.

Hvor mange rækkefølger kan hun gøre de 4 ting i?

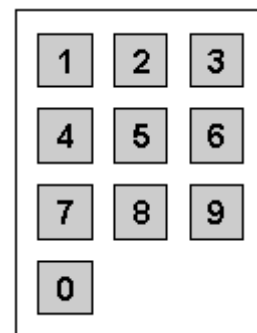


○ **16:** For at bruge et dankort skal man indtaste en 4-cifret pin-kode.

Det samme ciffer må gerne bruges flere gange.

**a:** Hvor mange kombinationsmuligheder er der?

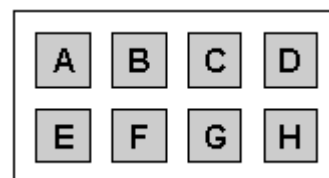
**b:** Hvor mange muligheder vil der være,  
hvis man kun må bruge hvert ciffer en gang?



○ **17:** For at slå en alarm fra skal man indtaste en kode på 5 bogstaver ud af 8.

**a:** Hvor mange kombinationsmuligheder er der,  
hvis man kun må bruge hvert bogstav en gang?

**b:** Hvor mange kombinationsmuligheder er der,  
hvis man må bruge hvert bogstav flere gange?



## Sandsynlighed ved hjælp af kombinatorik

### 18: Tipning

Du udfylder en række på en almindelig tipskupon med 13 kampe.

**a:** På hvor mange måder kan rækken udfyldes?

Se evt. opgave 11.

**b:** Hvad er sandsynligheden for, at få 13 rigtige, når rækken udfyldes tilfældigt?

Tænk på en tipskupon med kun 12 kampe.

**c:** Hvad er sandsynligheden for at få 12 rigtige?

### 19: Møntkast

Du kaster to mønter, som begge kan vise plat eller krone.

**a:** Hvad er sandsynligheden for at begge mønter viser plat?

Se evt. opgave 8.

**b:** Hvad er sandsynligheden for at mønterne viser noget forskelligt?

Nu kaster du med tre ens mønter.

**c:** Hvad er sandsynligheden for, at alle tre mønter viser det samme?

Og nu kaster du med fire ens mønter.

**d:** Hvad er sandsynligheden for, at alle fire mønter viser plat?

### 20: Kast med to terninger (I).

De mulige udfald er vist på skemaet til højre.

**a:** Hvor mange mulige udfald er der?

**b:** Sæt et kryds ved de udfald som svarer til, at man slår to ens. F.eks. *to 3'ere* eller *to 5'ere*.  
Hvor mange udfald er der?

**c:** Hvad er sandsynligheden for at slå to ens, når man kaster med to terninger?

**d:** Hvad er sandsynligheden for at slå *to 6'ere*?

**e:** I et terningspil, som kaldes "Meyer", er det bedste slag *en 1'er og en 2'er*.

Hvad er sandsynligheden for dette slag?

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

### 21: Kast med to terninger (II).

De mulige udfald er vist på skemaet ovenfor.

**a:** Hvad er sandsynligheden for at slå *to 6'ere*?

**b:** Hvad er sandsynligheden for at slå *præcis en 6'er*?

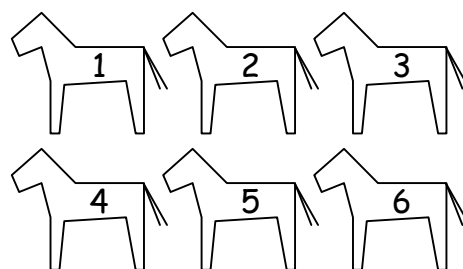
**c:** Hvad er sandsynligheden for *ingen 6'ere* at få?

**d:** Læg sandsynlighederne fra **a**, **b** og **c** sammen.  
Hvad får man - og hvorfor?

● **22:** Hestevæddeløb

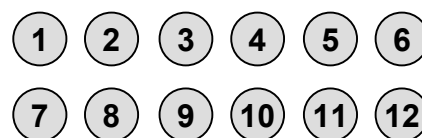
Ved et hestevæddeløb kan man gætte på, hvilken hest der vinder, og hvilken hest der bliver nr. 2. Det kaldes 1-2-spil, og man skal gætte begge heste rigtigt for at vinde.

- a:** Hvad er sandsynligheden for at gætte rigtigt, når der er 6 heste med i løbet?
- b:** Hvad er sandsynligheden for at gætte rigtigt, hvis der er 15 heste med i løbet?

● **23:** I Udby Pensionistklub spilles et spil, der minder om lotto.

Der udtrækkes 2 kugler ud af 12 kugler.

- a:** Hvad er sandsynligheden for at gætte begge numre rigtigt?
- b:** Hvad bliver sandsynligheden for at gætte rigtigt, hvis der er 20 kugler at vælge imellem? (der skal stadig udtrækkes 2 kugler)



## Rente, lån og opsparing - supplerende opgaver

### Indholdsfortegnelse

Indholdsfortegnelse .....	174
Simpel rente og sammensat rente.....	175
Serielån.....	176
Annuitetslån .....	177
Opsparing .....	182

## Simpel rente og sammensat rente

### 1: Ebberød Bank (I)

Du skal gå ud fra, at der er 365 rentedage i et år,  
og at alle de nævnte perioder er inden for samme år.  
Find renterne når...

- a: ...der står 4.500 kr. på en anfordringskonto i 12 dage.
- b: ...der står 147.000 kr. på en guldkonto i 228 dage.
- c: ...der står 91.316 kr. på en sølvkonto i 4 dage.
- d: ...der står 12.490 kr. på en konto med  
3 mdr. opsigelse i 149 dage.

Ebberød Bank	
Rentesatser på indlån	
Anfordring.....	0,5% p.a.
3 mdr. opsigelse.....	1,5% p.a.
Sølvkonto .....	2,5% p.a.
Guldkonto.....	4,0% p.a.
Alle konti har helårlig rentetilskrivning	
Bemærk: For at opnå de nævnte høje rentesatser skal der mindst indsættes:	
- 20.000 kr. på en sølvkonto	
- 50.000 kr. på en guldkonto	

### 2: Ebberød Bank (II)

Regn med 365 rentedage i et år og find renterne når...

- a: ...der står 22.000 kr. på en sølvkonto i fra 12/6 til 29/6.
- b: ...der står 4.316 kr. på en anfordringskonto i fra 6/4 til 18/6.
- c: ...der står 60.000 kr. på en guldkonto i fra 31/10 til 15/1 året efter.  
(gå ud fra at der er rentetilskrivning 31/12)

### 3: Olga Olsen - en lettere senil ældre dame - solgte for 6 år siden sit hus.

Overskuddet var 500.000 kr., som hendes bankrådgiver i Ebberød Bank  
hjalp hende med at placere på en anfordringskonto.

- a: Hvor meget står der nu på kontoen?  
(regn med at pengene har stået i 6 hele kalenderår og brug sammensat rentesregning)
- b: Hvad havde Olga fået i rente, hvis pengene var blevet placeret på en guldkonto?
- c: Hvor meget har Olga mistet i rente ved at vælge anfordringskontoen?

### 4: Forestil dig, at du optager et lån på 10.000 kr.

Lånet optages til nytår, og alle pengene betales  
tilbage på en gang med renter efter præcis 3 år.

- a: Beregn det beløb, som du skal betale tilbage,  
hos hver af de långiverne, der er nævnt i  
sammenligningen til højre.
- b: Find den årlige nominelle rente hos Frisk.
- c: Find den årlige nominelle rente hos Kapitalbutikken.

Sammenligning af rentesatser på lån og kredit	
Omegnsbanken.....	16% pr. år
Renten tilskrives en gang årligt	
Frisk Finansiering .....	15% pr. år
Renten tilskrives hvert kvartal	
Kapitalbutikken.....	15% pr. år
Renten tilskrives hver måned	

## Serielån

**5:** Benny låner 15.000 kr. Lånet er et serielån over 3 år med en årlige rente på 10%. Han skal betale *en* ydelse om året.

**a:** Beregn det årlige afdrag.

**b:** Udfyld de tomme pladser i amortiseringstabellen herunder.

Termin	Rente	Afdrag	Ydelse	Restgæld
0				15.000,00
1			6.500,00	
2	1.000,00			
3				0,00

I de første opgaver er der helårlige terminer.

I virkeligheden betaler man ofte hver måned.

**c:** Hvor meget betaler Benny i alt på de 3 år? .....og hvor meget udgør renterne?

**d:** Lav en eller flere grafiske afbildninger af lånets afvikling.

**6:** Gurli låner 40.000 kr. Lånet er et serielån over 4 år med en årlige rente på 15%.

**a:** Find det årlige afdrag.

**b:** Udfyld de tomme pladser i amortiseringstabellen herunder.

Termin	Rente	Afdrag	Ydelse	Restgæld
0				40.000,00
1				
2				
3				
4				

**c:** Hvor meget betaler Gurli i alt på de 4 år? .....og hvor meget udgør renterne?

**d:** Lav en eller flere grafiske afbildninger af lånets afvikling.

**7:** Et lån på 200.000 kr. afvikles som et serielån over 10 år med en årlig rente på 8%.

**a:** Beregn det årlige afdrag.

**b:** Beregn det første års rente.

**c:** Hvad er restgælden efter den 9. termin (den næstsidste)?

**d:** Beregn det sidste års rente.

**e:** Kan du beregne den samlede rente (betalt over alle 10 år) ud fra de tal, som du har?

## Annuitetslån

**8:** Oluf låner 25.000 kr. Lånet er et annuitetslån, med en årlige rente på 10%. Han skal betale *en* ydelse om året. Ydelsen er på 10.000 kr.

**a:** Udfyld de tomme pladser i amortiseringstabellen herunder.

Termin	Rente	Afdrag	Ydelse	Restgæld
0				25.000,00
1	2.500,00	7.500,00	10.000,00	17.500,00
2			10.000,00	
3			10.000,00	

Oluf skylder stadig et lille beløb efter 3 år

**b:** Hvor meget skylder Oluf efter 3 år?

Hvis Oluf lige præcis skal kunne betale sin gæld på 3 år, skal ydelsen sættes lidt op.

**c:** Vis - brug ydelsesformlen - at ydelsen skal være 10.052,87 kr.

**d:** Udfyld de tomme pladser i denne amortiseringstabel.

Termin	Rente	Afdrag	Ydelse	Restgæld
0				25.000,00
1	2.500,00		10.052,87	
2			10.052,87	
3			10.052,87	

**e:** Hvor meget betaler Oluf i alt på de 3 år? .....og hvor meget udgør renterne?

**f:** Lav en eller flere grafiske afbildninger af lånets afvikling.

**9:** Gertrud låner 20.000 kr. Lånet er et annuitetslån over 4 år med en årlige rente på 15%.

**a:** Find den årlige ydelse - brug ydelsesformlen.

**b:** Udfyld de tomme pladser i amortiseringstabellen herunder.

Termin	Rente	Afdrag	Ydelse	Restgæld
0				20.000,00
1	3.000,00			
2				
3				
4				

**c:** Hvor meget betaler Gertrud i alt på de 4 år? .....og hvor meget udgør renterne?

**d:** Lav en eller flere grafiske afbildninger af lånets afvikling.

**10: Kurt køber bil.**

Kurt køber en brugt bil til 68.000 kr.

Han kan lægge en udbetaling på 25%. Resten lånes.

- a:** Hvor stor er udbetalingen?
- b:** Hvor stort bliver lånet?  
Oprettelsesgebyret lægges oven i lånet.
- Kurt får lånet over 5 år til den vejledende rentesats.
- c:** Find den årlige ydelse (regn med *en* årlig ydelse).
- d:** Hvor meget betaler Kurt i alt tilbage?

Udby og Omegns Bank	
Rentesatser på udlån	
Billån.....	6,0% p.a.
Boliglån .....	9,0% p.a.
Forbrugslån .....	12,0% p.a.
Rentesatserne er vejledende.	
Oprettelsesgebyr:	
1% af lånet. Dog mindst 500 kr.	

**11: Olfert køber også bil.**

Olfert køber en brugt bil til 49.000 kr.

Fordi han ingen udbetaling har, forlanger banken en rente på 8,0% p.a. for et lån over 5 år.

- a:** Hvor stort bliver lånet med oprettelsesgebyr?
- b:** Find den årlige ydelse (regn med en årlig ydelse).
- c:** Hvor meget betaler Olfert i alt tilbage?

Selv om renten er oplyst pr. år (p.a.), betaler man sjældent en årlig ydelse. Man betaler et beløb hver måned.

De præcise beregninger er indviklede, men man får udmærkede cirka-tal, ved at regne med en årlig ydelse.

**12: Flere lån**

Du tager et lån på 150.000 kr. i banken over 10 år.

Sammenlign den årlige ydelse på et boliglån og et forbrugslån.

Regn med de vejledende rentesatser.

**13: Larsen Lån**

- a:** Kontroller v.h.a. ydelsesformlen nogle af ydelserne på Larsen Lån.
- b:** Hvor meget kommer man i alt til at betale tilbage, hvis man låner 8.000 kr. over 48 mdr.? ....og hvor meget udgør renterne?
- c:** Hvad koster det at låne 5.000 over 24 mdr.? Du skal låne 15.000 kr. over 6 år.
- d:** Sammenlign udgifterne ved et Larsen Lån og et forbrugslån i Banken. Ved banklånet skal du bruge den vejledende rentesats og regne med en årlig ydelse. Husk oprettelsesgebyr.

Med et Larsen Lån						
kan du købe alt det, du ikke har råd til.						
Ydelse pr. måned		Antal måneder				
		12	24	36	48	60
Lånebeløb i kr.	2.000	183	100	72	59	51
	4.000	367	200	145	117	102
	6.000	550	300	217	176	152
	8.000	733	399	289	235	203
	10.000	917	499	362	294	254
Rente: 1,5% pr. måned - Ingen gebyrer						

**14: Oluf og Gertrud køber hus.****a:** Hvor stort bliver realkreditlånet?**b:** Hvor stort bliver banklånet?

Forestil dig at de tager realkreditlånet over 20 år.

**c:** Beregn den årlige ydelse på realkreditlånet.**d:** Det er næsten umuligt at lave hele amortiseringstabellen i hånden, men udfyld de første rækker i tabellen herunder.

Termin	Rente	Afdrag	Ydelse	Restgæld
0				
1				
2				

**e:** Hvor meget kommer Oluf og Gertrud i alt til at betale over de 20 år?  
...og hvor meget udgør renterne?

Forestil dig nu, at de tager realkreditlånet over 30 år.

**f:** Beregn den årlige ydelse på realkreditlånet.**g:** Udfyld de første rækker i amortiseringstabellen herunder.

Termin	Rente	Afdrag	Ydelse	Restgæld
0				
1				
2				

**h:** Hvor meget kommer Oluf og Gertrud i alt til at betale over de 30 år?  
...og hvor meget udgør renterne?

Nu skal du også regne på banklånet.

**i:** Beregn den årlige ydelse på banklånet?**j:** Hvor meget udgør renterne af denne ydelse?**k:** Hvad bliver den samlede årlige startydelse (begge lån), hvis Oluf og Gertrud vælger et realkreditlån over 20 år?**l:** Hvad bliver den samlede årlige startydelse (begge lån), hvis Oluf og Gertrud vælger et realkreditlån over 30 år?**m:** Sammenlign de årlige ydelser det første år, når man indregner skattebesparelsen (dette kaldes nettoydelse).

Oluf og Gertrud køber et hus til 895.000 kr. De kan få et realkreditlån på 80% af prisen. Resten af pengene låner de i banken.

De kan vælge mellem to realkreditlån:

- et lån over 30 år til en rente på 7% p.a.
- et lån over 20 år til en rente på 6% p.a.

Banklånet er over 15 år. Renten er 9% p.a.

Rigtige realkreditlån er indviklede. Man betaler hver måned eller hvert kvartal, man betaler gebyrer, og der er ofte et såkaldt kurstab. Men man får et godt billede af lånets afvikling ved at regne med en årlig ydelse og se bort fra gebyrer og kurstab.

Når man betaler renter, får man et skattefradrag. Det betyder, at man skal betale mindre i skat. Skattebesparelsen er på ca. 30% af renterne.

**15: Fix og Fidus**

- a:** Kontroller v.h.a. ydelsesformlen nogle af ydelserne hos Fix Finans.
- b:** Prøv også at kontrollere et par ydelser hos Fidus Finans - det er svært!
- Man kan også låne andre beløb end dem, som er nævnt i tabellerne.
- c:** Find den månedlige ydelse, hvis man låner 7.000 kr. over 30 måneder hos Fix Finans.

Fix Finans - vi fixer dig et lån - og vi ta'r slet ingen gebyrer -						
Ydelse pr. måned		Antal måneder				
		12	24	36	48	60
Lånebeløb i kr.	2.000	189	106	78	65	58
	4.000	378	211	157	130	115
	6.000	567	317	235	196	173
	8.000	756	423	314	261	230
	10.000	946	529	392	326	288
Rente: 2% pr. måned						

**16: Med Fix og Fidus hos El-Kolossen**

Du vil købe en Ida symaskine og låne pengene over 12 måneder.

- a:** Hvor (Fix eller Fidus) er det billigst at låne pengene?
- b:** Hvor meget kommer man i alt til at betale tilbage hos Fix Finans? ...og hvor meget udgør renterne?
- c:** Hvor meget kommer man i alt til at betale tilbage hos Fidus Finans?

Du vil købe en WX computer og låne pengene over 48 måneder.

- d:** Sammenlign omkostningerne hos Fix Finans og Fidus Finans.

Du skal låne penge til både en Vaks vaskemaskine og en Vaks tørretumbler.

- e:** Hvor er det billigst at låne pengene, hvis du kan betale tilbage hurtigt?
- f:** Hvor er det billigst at låne pengene, hvis du vil betale tilbage langsomt?

Du vil købe et Colora TV og låne pengene over 24 måneder.

- g:** Hvad bliver den månedlige ydelse hos Fix Finans?
- h:** Hvad bliver den månedlige ydelse hos Fidus Finans?

Lån hos Fidus Finans - en fed fidus - renten er kun 1% pr. måned -						
Ydelse pr. måned		Antal måneder				
		12	24	36	48	60
Lånebeløb i kr.	2.000	238	138	105	88	78
	4.000	416	232	171	141	123
	6.000	594	326	238	194	167
	8.000	771	420	304	246	212
	10.000	949	515	370	299	256
Oprettelsesgebyr: 400 kr. (tillægges lånet)						
Adm.-gebyr: 25 kr. pr. md. (tillægges ydelsen)						

EL-KOLOSSSEN - kolossalt billigt	
Colora Video Kun ..... 1.499 kr.	Ida Symaskine Kun ..... 1.999 kr.
Colora TV Kun ..... 2.499 kr.	Vaks Vaskemaskine Kun ..... 4.999 kr.
WX Computer Kun ..... 9.999 kr.	Vaks Tørretumbler Kun ..... 2.999 kr.

**17: Fix Finans (fortsættelse af opgave 15 og 16)**

Tabellen herunder viser sammenhængen mellem lånebeløb og den månedlige ydelse, hvis man låner penge hos Fix Finans og betaler tilbage over 12 måneder.

Renten er 2% pr. måned.

Lånebeløb i kr. (x)	2.000	4.000	6.000	8.000	10.000
Månedlig ydelse i kr. (y)	189	378	567	756	946

- a:** Sammenlign tallene i tabellen med tallene fra sidste side.
- b:** Tegn ud fra tallene en graf i et koordinatsystem.  
1 cm = 1.000 kr. på x-aksen og 1 cm = 100 kr. på y-aksen.
- c:** Undersøg ud fra grafen:  
- hvor meget skal man betale pr. måned, hvis man låner 5.000 kr.?  
- hvor meget kan man låne, hvis man vil betale 650 kr. pr. måned?
- d:** Undersøg hvilken af disse funktioner, der kan beskrive tabellen og grafen:  
 $y = 0,9456 \cdot x$                        $y = 10,58 \cdot x$                        $y = 0,09456 \cdot x$
- e:** Brug den rigtige funktion til at finde den månedlige ydelse på et lån på 15.000 kr.  
(Forlæng evt. din graf.)
- f:** Integn også grafer for lån over 24 mdr., 36 mdr., 48 mdr., og 60 mdr.  
Brug tallene fra sidste side. Tegn alle graferne i samme koordinatsystem.
- g:** Opstil funktioner for (nogle af) de grafer, som du lige har tegnet.

I opgaverne herunder skal du bruge **gældsformlen** og nogle af oplysninger fra de forrige sider.

**18: Udby og Omegns Bank**

Regn med de vejledende rentesatser.

- a:** Hvor stort et billån kan man få, hvis man kan betale 12.000 kr. om året i 3 år?
- b:** Hvor stort et billån kan man få, hvis man kan betale 30.000 kr. om året i 6 år?
- c:** Hvor stort et boliglån kan man få, hvis man kan betale 18.000 kr. om året i 12 år?
- d:** Hvor stort et forbrugslån kan man få, hvis man kan betale 6.000 kr. om året i 2 år?

Bemærk: De tal som du har beregnet ovenfor er nok lån incl. oprettelsesgebyr.  
Kan du finde ud af at trække gebyrerne fra? Det er lidt drilsk!

**19: Fix Finans**

Hvor stort et lån kan man få hos Fix Finans, hvis man kan betale...

- a:** ...200 kr. om måneden i 60 mdr.?
- b:** ...1.000 kr. om måneden i 2 år?

**20: Realkreditlån**

- a:** Hvor stort et lån (7% over 30 år) kan man få, hvis man kan betale 48.000 kr. om året?
- b:** Hvor stort et lån (6% over 20 år) kan man få, hvis man kan betale 36.000 kr. om året?

## Opsparing

**21:** Anton indbetaler hvert år til nytår 10.000 kr. på en opsparingskonto.

Kontoen giver en rente på 5% p.a. Renten tilskrives til nytår.

**a:** Udfyld de tomme pladser i tabellen herunder.

Indbetaling	Rente	Indsat	Opsparing
1	0,00	10.000,00	10.000,00
2	500,00	10.000,00	20.500,00
3			
4			43.101,25
5			

**b:** Hvor meget står der på kontoen efter 5 indbetalinger (kik i tabellen)?

**c:** Hvor stor en del af beløbet er renter?

**d:** Kan du også beregne tallet fra opgave **b** v.h.a. opsparingsformlen?

**e:** Hvor mange penge vil der stå på kontoen efter 10 indbetalinger?

**f:** Hvor meget kan Anton hæve fra kontoen ved slutningen af det 10. år?  
Der foretages ikke en 11. indbetaling - se evt. forklaring.

Den 1. indbetaling sker i starten af det 1. år.

Den 2. indbetaling sker i starten af det 2. år o.s.v.

Hvis du f.eks. indbetaler penge i 5 år, lader pengene stå til slutningen af det 5. år .....

**22:** Agnes indbetaler hvert år til nytår 8.000 kr. på en opsparingskonto.

Kontoen giver en rente på 4% p.a. Renten tilskrives til nytår.

**a:** Udfyld de tomme pladser i denne tabel.

Indbetaling	Rente	Indsat	Opsparing
1	0,00	8.000,00	8.000,00
2	320,00	8.000,00	
3			
4			

**b:** Hvor mange penge vil der stå på kontoen efter 10 indbetalinger?

**c:** Hvor stor en del af dette beløb er renter?

....og hæver pengene (uden at foretage en 6. indbetaling), så skal du selv lægge renterne for det sidste år til.

Du kan ikke direkte beregne det hævede beløb med opsparingsformlen.

**23:** Det er helt urealistisk at spare op i så lang tid, men beregn alligevel...

**a:** ...hvor mange penge vil Anton (opg. **21**) have efter 100 indbetalinger?

**b:** ...hvor mange penge vil Agnes (opg. **22**) have efter 100 indbetalinger?

**c:** Beregn i begge tilfælde hvor stor en del af pengene der er renter.

**24:** Du indbetaler 6.000 kr. på en konto hvert år til nytår.  
Hvor meget vil der stå på kontoen efter 5 indbetalinger, hvis....

- a:** ...det er en anfordringskonto?
- b:** ...det er en konto med 3 mdr. opsigelse?
- c:** ...det er en aktionærkonto?  
(gå ud fra, at du har de nødvendige aktier)

**25:** Der indbetales årligt 12.000 kr. på en aktionærkonto.  
Beløbet indbetales hvert år i 8 år ved årets start.

- a:** Hvor mange penge står der på kontoen efter den sidste indbetaling?

Pengene står til slutningen af det 8. år, hvorefter de hæves. Der laves ikke en 9. indbetaling.

- b:** Hvor mange penge kan der hæves?

**26:** Hvor mange penge ender der med at stå på en børneopsparing, hvis...

- a:** ...der indsættes det maksimale beløb hvert år i 18 år?
- b:** ...der indsættes 1.200 kr. hvert år i 14 år?
- c:** Beregn i begge tilfælde hvor stor en del af pengene der er renter.

## 27: Studielån

En studielån optages typisk over en årrække.

Man låner langsomt flere og flere penge, og der tilskrives renter på samme måde som ved en opsparing.

- a:** Hvor meget får Knud udbetalt i studielån, mens han er under uddannelse?
- b:** Hvor stor er hans gæld da uddannelsen er slut?  
Gå ud fra, at han får udbetalt penge en gang om året og ved årets begyndelse.

Når uddannelsen er slut stiger renten til 5% p.a.

Man behøver ikke at betale tilbage det første år efter at uddannelsen er slut, men der tilskrives naturligvis renter. Derefter afvikles gælden som et annuitetslån.

- c:** Find den årlige ydelse, hvis annuitetslånet afvikles over 9 år (sammenlign med det udbetalte lånebeløb).

## Udby og Omegns Bank

### Rentesatser på indlån

Anfordring.....0,5% p.a.

3 mdr. opsigelse.....1,5% p.a.

Aktionærkonto^(*) .....2,5% p.a.

Børneopsparing^(**) .....4,0% p.a.

^(*) Du skal have aktier for mindst 5.000 kr. (pålydende værdi)

^(**) Du kan højst indsætte 3.000 kr. pr. år.

I virkeligheden laver man sjældent *en* indbetaling om året. Man indbetaler et beløb hver måned.

De præcise beregninger er mere indviklede, men man får udmærkede cirka-tal, ved at regne med en årlig indbetaling.

Knud går først 4 år på VUC og derefter 5 år på seminarium.

Han tager hvert år et studielån på 20.000 kr. Renten er 4% p.a.