

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 1 hora

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Una función tiene tres raíces en el intervalo  $[-4, 2]$  y toma valores de igual signo en los extremos de ese intervalo. ¿Contradice esto al Teorema de Bolzano? Razona detalladamente y dibuja la gráfica de una función que justifique tu respuesta.

**Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos]** Determinar  $a$  y  $b$  para que la función sea continua en  $x=1$  y su gráfica pase por el punto  $(2, 0)$ .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(x)-1}{2x+1-e^{2x}} & \text{si } 0 < x < 1 \\ 2x^2 - ax + b & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

**b) [1 punto]** Calcula  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 5x + 4} - x)$

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Determina  $a$  para que se cumpla  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2 + a}{x - a} - \frac{x^2 - a}{x + a} \right) = 6$

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Obtener el dominio de  $f(x) = \ln\left(2 - \frac{1}{x}\right)$

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Utiliza el Teorema de Bolzano para demostrar que la función  $f(x) = 2 + 2x - e^x$  corta al eje  $OX$  en el intervalo  $[-1, 1]$ . Obtener el punto de corte con una precisión de una cifra decimal.

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Calcula  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{\sqrt{x-2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2-4}} \right)$

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Manolo pregunta: “¿La parábola  $y = x^2$  es la función inversa de la raíz cuadrada  $y = \sqrt{x}$ ?”. Antonio responde: “Sí”. Isabel responde: “No”. María responde: “Depende”.

¿Quién tiene razón? Justifica tu respuesta de manera razonada.

**Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos]** Analiza la continuidad de la función en  $x = 0$ .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2^x - 1}{x} & \text{si } x < 0 \\ \frac{\cos(x)}{x^2 + 1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

**b) [1 punto]** Estudia la continuidad de la función  $f(x) = \frac{x^5 - x^8}{1 - x^6}$  y clasifica los tipos de discontinuidades.