

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Resuelve $\int x \cdot \arctg(x) dx$

b) [1,5 puntos] Despeja X de la ecuación matricial $X(CD)^{-1} = A + X(D^{-1}C^{-1} - B)$ y calcula $|X|$, siendo A, B, C y D matrices cuadradas que admiten inversa y que $|A|=|B|=1$ y $|C|=|D|=2$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Obtener el polinomio de grado dos con extremo absoluto en $x=3$, que corte al eje vertical en la ordenada $y=4$, y con recta tangente en $x=-2$ que forma un ángulo de $\frac{\pi}{4}$ radianes con el eje horizontal.

Ejercicio 3.- Sea $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 2 & 1 & a^2-1 \end{pmatrix}$.

a) [1,5 puntos] Calcular el rango de A en función del parámetro real a .

b) [1 punto] Decidir si la matriz tiene inversa para $a=1$ y, en caso afirmativo, calcularla.

Ejercicio 4.- Sea A una matriz cuadrada de orden 3 tal que $A^2=I$ (siendo I la matriz identidad de orden 3).

a) [1,5 puntos] Razonar que la matriz A tiene inversa y obtener dicha inversa.

b) [1 punto] Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$, calcula $|(A^4)^{-1}|$.

Opción B

Ejercicio 1.- Considera el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} \lambda x + y - z = -1 \\ \lambda x + \lambda z = \lambda \\ x + y - \lambda z = 0 \end{cases}$$

a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores de λ .

b) [1 punto] Resuelve el sistema para $\lambda = 0$.

Ejercicio 2.- Sean $A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

a) [1 punto] Estudia, según los valores de k , el rango de la matriz resultante de operar $AB^t + kI$, donde B^t es la matriz traspuesta de B e I es la matriz identidad de orden 3.

b) [1,5 puntos] Calcula la matriz X que verifica $AB^t X - X = 2B$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Dibuja el área encerrada por $f(x) = e^{-x}$ con su recta tangente en $x = 0$ y con la recta vertical $x = 4$. Calcula el área.

Ejercicio 4.- Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1+m & 1 \\ 1 & 1-m \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

b) [1 punto] ¿Para que valores de m el rango de A es 1?

c) [1,5 puntos] Para $m = 1$ calcula X que satisfice $A \cdot X - B = A \cdot B$.