BAHAN AJAR PROGRAM LINEAR

Disusun oleh : Choirul Uly Nucha (24030130023)

I. Program Linear Tidak Terbatas (Unbounded)

A. Pengertian Program Linear Tidak Terbatas

Program Linear Tidak Terbatas (Unbounded) adalah kondisi ketika nilai fungsi objektif (baik maksimum maupun minimum) dapat meningkat atau menurun tanpa batas karena tidak ada kendala yang menutup arah tersebut. Dengan kata lain, daerah penyelesaian (feasible region) terbuka ke arah fungsi objektif sehingga solusi optimal tidak memiliki nilai tertentu yang dapat ditetapkan.

Kondisi ini sering muncul ketika model tidak disusun dengan kendala yang cukup atau terdapat kesalahan dalam formulasi masalah.

B. Ciri dan Karakteristik Program Linear Tidak Terbatas

1. Daerah feasible terbuka pada arah nilai fungsi objektif meningkat.
2. Tidak terdapat titik optimum yang bersifat maksimum/minimum.
3. Dalam metode simpleks, unbounded muncul bila:
    - Koefisien pada kolom pivot positif, tetapi tidak ada rasio positif pada tabel simpleks.
4. Terjadi akibat kurangnya pembatasan pada variabel.
5. Grafik LP menunjukkan garis kendala tidak menutup daerah penyelesaian sehingga fungsi objektif dapat terus bergeser.

C. Contoh Kasus Program Linear Tidak Terbatas

Maksimumkan: $Z=5x+4y$ dengan kendala: $x-y\geq 2$, $2x-y\geq 2$,$x,y\geq 0$

Analisis:

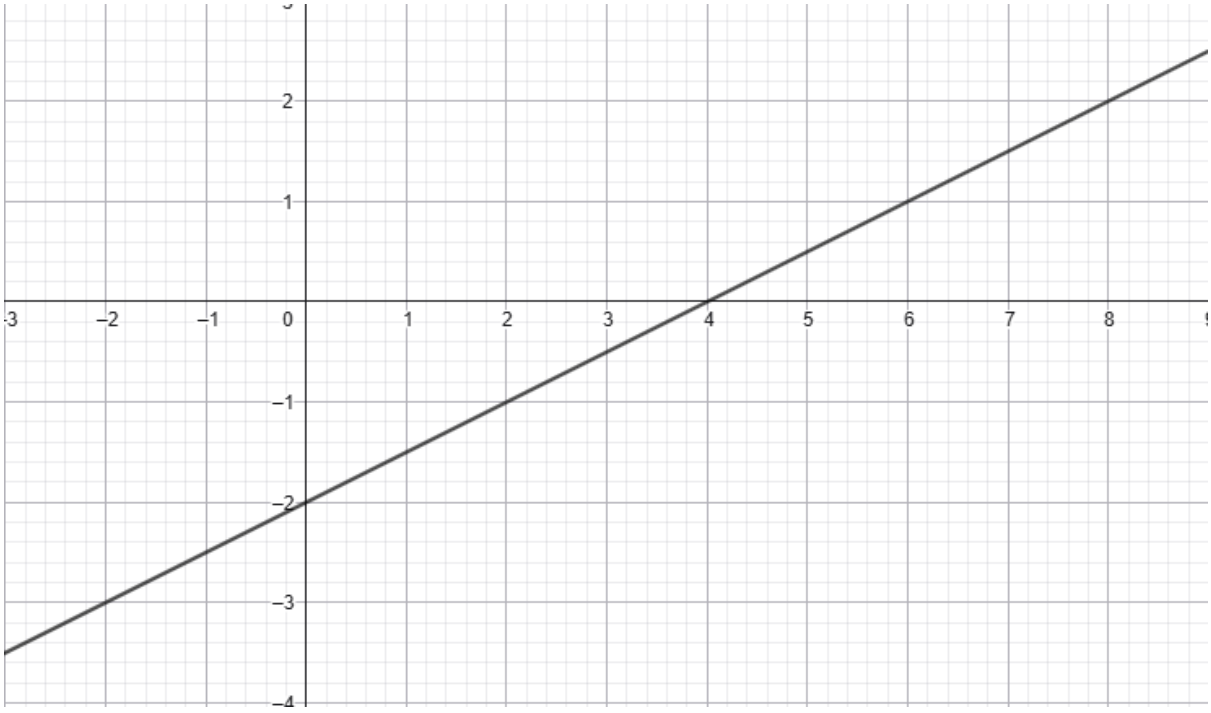
- Kendala $x-y\geq 2$, $2x-y\geq 2$ hanya membatasi bagian kiri bawah daerah penyelesaian.
- Tidak ada batasan atas untuk variabel x dan y.
- Jika $x\rightarrow\infty$, maka $Z=5x+4y$ juga dapat bertambah tanpa batas.

D. Latihan Soal

1. Maksimumkan: Z = 3x + 5y Dengan kendala:

x - 2y ≥ 4; x, y ≥ 0

Jawaban :



Kendala utama $x - 2y \geq 4 \rightarrow x \geq 2y + 4$

Artinya untuk setiap nilai y, nilai x harus minima 2y+4. karena y >= 0, maka

- Jika y=0, maka x ≥ 4
- Jika y=5, maka x ≥1

Daerah feasible berada di **sebelah kanan garis** x=2y+4

Fungsi objektif : $Z = 3x + 5y$

Jika kita ambil y besar, misal y=t.

Maka x minimal , $x = 2t + 4$

Kemudian subtitusi ke Z

$$Z = 3(2t + 4) + 5t = 11t + 12$$

Dan jika t adalah tak hingga maka $Z \rightarrow \infty$

2. Sebuah perusahaan ingin menentukan jumlah produksi dua jenis produk, yaitu Produk A dan Produk B. Keuntungan per unit untuk Produk A adalah Rp 6 dan Produk B adalah Rp 4. Perusahaan ingin memaksimalkan keuntungan**:**

Maksimumkan $z = 6x + 4y$

Dengan kendala

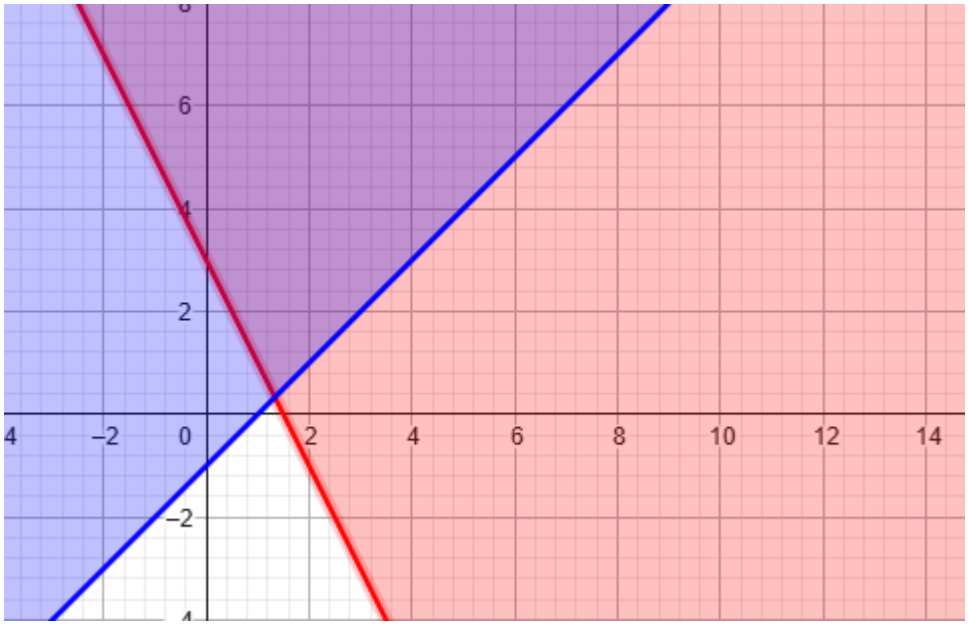
$$-x + y \geq -1$$

$2x + y \geq 3$

Jawaban :

Kita rubah kendala menjadi

- $y \geq x - 1$
- $y \geq 3 - 2x$
- $x, y \geq 0$



Jadi daerah feasible adalah himpunan titik (x,y) yang berada **di atas** kedua garis $y = x - 1$ dan $y = 3 - 2x$ dan berada di kuadran pertama

Ambil titik pada garis y=x−1 (salah satu batas feasible). Untuk xxx yang memenuhi juga kendala kedua (cek di bawah), substitusi:

$$y = x - 1 \rightarrow Z = 6x + 4(x - 1) = 10x - 4$$

Kendala kedua untuk titik ini

$$2x + y = 2x + (x - 1) = 3x - 1 \geq 3$$

Jadi seluruh segmen pada garis y=x−1 dengan x≥4/3 adalah feasible, dan pada segmen itu

$$Z = 10x - 4 \rightarrow \propto \; ketika \; x \rightarrow \propto$$

3. sebuah perusahaan jasa desain menerima dua jenis proyek, yaitu Proyek A dan Proyek B. Keuntungan yang diperoleh adalah Rp 7 juta untuk setiap Proyek A dan Rp 5 juta untuk setiap Proyek B.

Perusahaan ingin menentukan berapa banyak Proyek A (x) dan Proyek B (y) yang harus diterima untuk memaksimalkan total keuntungan.
Namun, perusahaan memiliki ketentuan operasional berikut:

1. Setiap kali perusahaan menerima Proyek A, jumlah Proyek B yang diterima harus minimal sebanyak jumlah Proyek A dikurangi 1.
   (Jumlah proyek B tidak boleh kurang daripada x−1x - 1x−1).
2. Waktu pengerjaan total harus minimal 3 unit waktu, dengan ketentuan:
   - Proyek A memerlukan 2 unit waktu,
   - Proyek B memerlukan 1 unit waktu.

Jawaban:

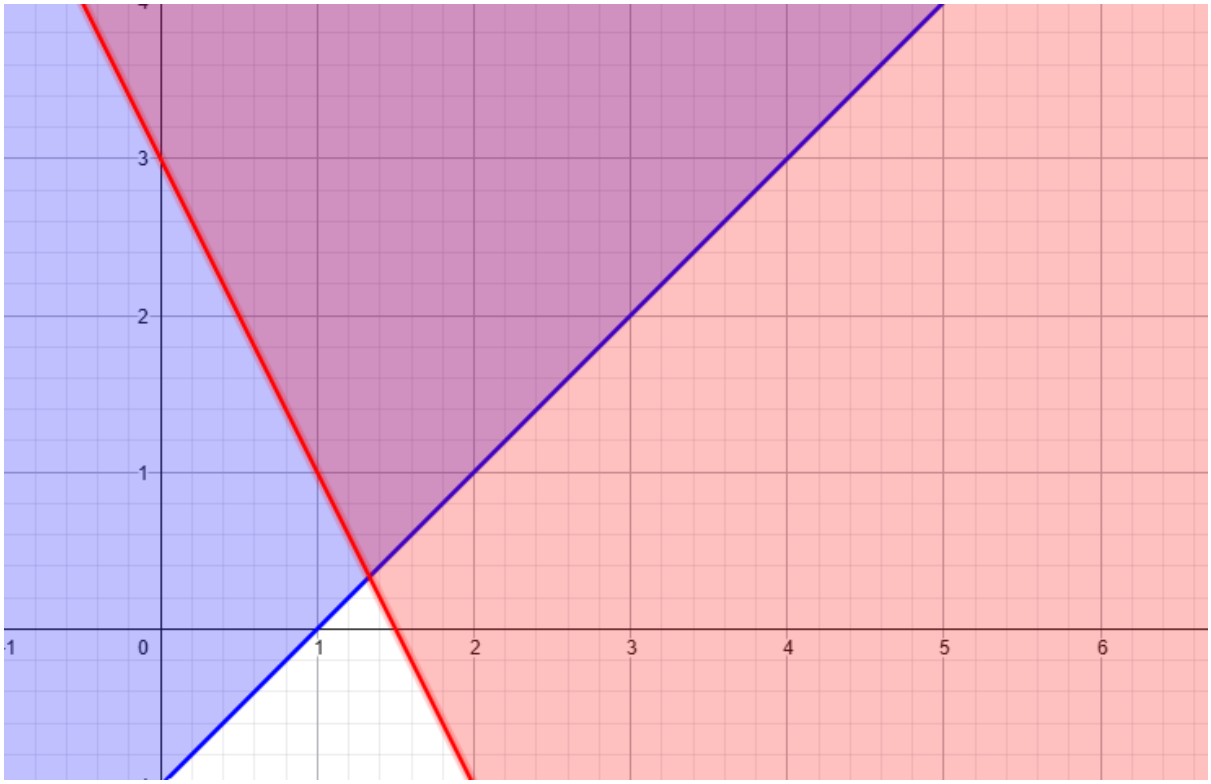
x= banyak proyek A

y= banyak proyek B

maksimalkan $Z = 7x + 5y$

kendala :

- $y \geq x - 1$
- $2x + y \geq 3$
- $x, y \geq 0$



jika x diperbesar, maka y dapat dipilih sebagai y=x−1agar tetap memenuhi semua kendala.
Substitusi ke fungsi tujuan:

$$Z = 7x + 5(x - 1) = 12x - 5$$

Ketika $x \rightarrow \propto, maka\ Z \rightarrow \propto$

II. MASALAH TRANSPORTASI MAKSIMUM

A. Pengertian Masalah Transportasi Maksimum

Masalah transportasi maksimum merupakan model optimasi yang digunakan untuk memaksimalkan keuntungan, nilai, atau manfaat dari distribusi barang antara beberapa sumber (supply) ke beberapa tujuan (demand). Berbeda dari masalah transportasi standar yang meminimalkan biaya, model maksimum menggunakan matriks nilai/keuntungan.

Masalah ini banyak digunakan dalam:

- distribusi produk dengan nilai jual berbeda,
- pengalokasian sumber daya untuk keuntungan maksimal,
- perencanaan logistik yang berorientasi profit.

B. Ciri dan Karakteristik Masalah Transportasi Maksimum

1. Terdapat beberapa **sumber** dengan supply tertentu.
2. Terdapat beberapa **tujuan** dengan demand tertentu.
3. Setiap rute memiliki **nilai keuntungan per unit**, bukan biaya.
4. Model bertujuan memaksimalkan total keuntungan.
5. Jika total supply dan demand tidak sama, dilakukan **penyeimbangan** dengan dummy.
6. Solusi awal dapat dicari dengan:
    - Metode North West Corner (modifikasi untuk maksimum),
    - Metode VAM Maksimum (Vogel's Approximation Method),
    - Metode nilai terbesar.
7. Optimalitas diuji menggunakan metode **MODI** atau **Stepping Stone**.

C. Contoh Kasus Masalah Transportasi Maksimum

Tabel keuntungan per unit (Rp):

Sumber	T1	T2	T3	Supply
S1	8	6	7	40
S2	5	9	4	30
S3	6	5	8	20

Demand: T1 = 30, T2 = 25, T3 = 35

D. Latihan Soal

Sebuah perusahaan logistik ingin memaksimalkan keuntungan dari pengiriman barang dari 2 gudang ke 3 kota tujuan. Setiap gudang memiliki kapasitas (stok barang) tertentu, dan setiap kota memiliki permintaan maksimum tertentu.
Keuntungan per unit barang berbeda-beda untuk setiap rute.

	D1	D2	D3	Persediaan
O1	6	8	5	40
O2	7	4	6	60
Permintaan	30	50	20	100

Jawab :

Fungsi tujuan $Z = 6x11 + 8x12 + 5x13 + 7x21 + 4x22 + 6x23$

Buat tabel optimalnya terlebih dahulu

	D1	D2	D3	Persediaan
O1	6	8 40	5	40
O2	7 30	4 10	6 20	60
Permintaan	30	50	20	100

Menghitng keuntungan maksimal

$$Z = 8.40 + 7.0 + 4.10 + 6.20 = 320 + 210 + 40 + 120 = 690$$