

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea $f(x) = \ln(x^3 - 4x)$.

a) [1,5 puntos] Indicar los intervalos donde la función es creciente, donde la función es decreciente y calcular los extremos relativos (abscisas y valores correspondientes de las ordenadas).

b) [1 punto] Obtener la recta tangente a la función en $x=3$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] De todos los triángulos isósceles de perímetro igual a 1, obtener las dimensiones del triángulo de área máxima. Plantear un problema de optimización y explicar todos los pasos.

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Calcular la ecuación de la recta normal a $f(x) = e^{2-x}$ en $x=2$.

b) [1,5 puntos] Indica el valor de k para que la función sea continua en $x = \frac{1}{2}$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x}{2x-2} & \text{si } x \neq \frac{1}{2} \\ k & \text{si } x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Resuelve $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{2x^2 + 1}}{3x - 6}$.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Obtener a, b, c y d sabiendo que existe un extremo relativo en $(0, 1)$ y un punto de inflexión en $(1, -1)$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1) - 2 \operatorname{sen}(x) + x \cos(3x)}{x^2}$

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Obtener el dominio de $f(x) = \ln\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right)$

b) [1,5 puntos] Calcula las asíntotas horizontales de $f(x) = \frac{|x|}{\sqrt{x^2 + 9}}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Estudia y representa $f(x) = \frac{-1}{4-x^2}$. Calcular dominio, cortes con los ejes, simetría, asíntotas, monotonía, extremos relativos, curvatura, puntos de inflexión y dibujar la gráfica. Explica claramente cada paso y realiza todas las operaciones necesarias para el estudio. Dibujar la gráfica sin detallar los pasos del estudio no será calificado positivamente.
