MATEMATIKA DBH 4
MATEMATIKA TAILERRA

Izen Abizenak:_____
Taldea:_____ Data:_____

Ondorengo ariketak GeoGebrako CAS kalkulagailuaren bidez ebatzi beharko dituzue. Helburua tresna honetako komando desberdinak erabiltzen ikastea eta lortutako emaitzak behar bezala ulertzea eta interpretatzea da.

1. ARIKETA. Ondorengo polinomioa faktorizatu. Gainera, polinomioaren erro guztiak (errealak eta konplexuak badaude) eta maila adierazi beharko duzue CAS kalkulagailua erabiliz.

$P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 8x + 12$

Faktorizazioa:

$$P(x) = \text{Faktorizatu}\left(2x^3 - 3x^2 - 8x + 12\right)$$
$$= (x + 2)(x - 2)(2x - 3)$$

Erroak:

$$\text{Soluzioak}\left(2x^3 - 3x^2 - 8x + 12\right)$$
$$= \left\{-2, \frac{3}{2}, 2\right\}$$

Maila:

$$\text{Maila}\left(2x^3 - 3x^2 - 8x + 12\right)$$
$$= 3$$

2. ARIKETA. Integral zehaztua eta azalera. Emandako funtzioa:

$$\mathbf{f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 2}$$

Kalkulatu [−1, 3] tarteko azalera osoa (kontuan hartu funtzioa x ardatzaren gainetik eta azpitik egon daitekeela). Azaldu prozesua.

Zatiki gisa:

$$\int x^3 - 4\,x^2 + x + 2\,dx$$

$$\rightarrow \frac{1}{4}\,x^4 - \frac{4}{3}\,x^3 + \frac{1}{2}\,x^2 + 2\,x + c_1$$

$$\int_{-1}^{3} x^3 - 4\,x^2 + x + 2\,dx$$

$$= \frac{-16}{3}$$

Hamartar gisa:

$$\int_{-1}^{3} x^3 - 4\,x^2 + x + 2\,dx$$

$$\approx -5.333333333333$$

3. ARIKETA. Biderkadura eskalarra eta angelua. Emandako bektoreen arteko biderkadura eskalarra kalkulatu eta, ondoren, haien arteko angelua kalkulatu gradutan.

   - a = (2, −3, 1)
   - b = (−1, 4, 2)

Azaldu zer ondorio atera daitekeen biderkadura eskalarraren zeinuaren eta angeluen balioaren arteko erlaziotik.

$$\text{BiderkaduraEskalarra}((2,\ -3,\ 1),(-1,\ 4,\ 2))$$
$$\rightarrow\ \ \mathbf{-12}$$

Ondorioa:

Biderkadura eskalarra kalkulatzen denean:

- **Emaitza positiboa** bada → bektoreen arteko angelua **zorrotza** da (90º baino txikiagoa).
- **Emaitza zero** bada → bektoreak **perpendikularrak** dira (90º).
- **Emaitza negatiboa** bada → bektoreen arteko angelua **kamutsa** da (90º baino handiagoa).

Beraz, ariketa horretan emaitza negatiboa denez, bektoreen arteako **angelua kamutsa da**.

4. ARIKETA. Ekuazio-sistema. Ebatzi ondorengo ekuazio-sistema CAS kalkulagailua erabiliz eta azaldu emaitzaren esanahia:

$$\{x + 2y - z = 1$$

$$\{2x - y + 3z = 9$$

$$\{x + y + z = 6$$

Soluzioa:

$$ek1: x + 2y - z = 1$$
$$\rightarrow \quad ek1 : x + 2y - z = 1$$
$$ek2: 2x - y + 3z = 9$$
$$\rightarrow \quad ek2 : 2x - y + 3z = 9$$
$$ek3: x + y + z = 6$$
$$\rightarrow \quad ek3 : x + y + z = 6$$

Zatiki gisa:

$$\text{Ebatzi}(\{ek1, ek2, ek3\}, \{x, y, z\})$$
$$= \left\{\left\{x = \frac{1}{5}, y = \frac{11}{5}, z = \frac{18}{5}\right\}\right\}$$

Hamartar gisa:

$$\text{NEbatzi}(\{ek1, ek2, ek3\}, \{x, y, z\})$$
$$\approx \{ x = 0.2 \quad y = 2.2 \quad z = 3.6 \}$$

- Soluzio bakarra badu → sistema **bateragarria eta determinatua** da, eta badago puntu bakar bat (x, y, z) hiru planoen ebakidura adierazten duena.

- Soluziorik ez badu → sistema **bateraezina** da, planoek ez dutelako elkargunerik.

- Infinitu soluzio baditu → sistema **bateragarri, baina indeterminatua** da, planoek zuzen edo plano komun bat partekatzen dutelako.

Beraz, ariketa honetan, **Sistema bateragarria (baduelako soluzioa) eta determinatua (soluzio bakarra duelako)da**.

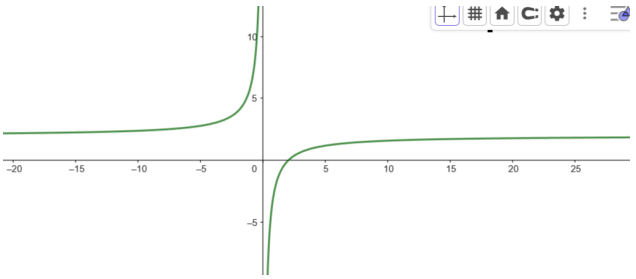
5. ARIKETA. Sinplifikazioa, ordezkapena eta baldintzak. Sinplifikatu adierazpena eta adierazi zein balioek ez duten zentzurik.

(6x² – 12x) / (3x²)

Ondoren, kalkulatu balioa x = 2 eta x = −1 direnean.

Sinplifikatu $\left(\frac{6x^2 - 12x}{3x^2}\right)$

$\rightarrow \quad 2 \cdot \frac{x - 2}{x}$



- **x=2 denean →**

Ordezkatu $\left(\frac{6x^2 - 12x}{3x^2}, x = 2\right)$

$= 0$

- **x=-1 denean →**

Ordezkatu $\left(\frac{6x^2 - 12x}{3x^2}, x = -1\right)$

$= 6$

CAS kalkulagailuan egindako ariketak:

M3-5. ZEREGINA_PaulDominguez