

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Determinar a y b para que la función sea continua en $x=1$ y su gráfica pase por el origen de coordenadas.

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - ax + b & \text{si } x < 1 \\ \frac{\ln(x) - 1}{2x + 1 - e^{2x}} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Demuestra que la ecuación $x^3 + x^2 + x - 1 = 0$ tiene al menos una solución real. Además, obtener esta solución con precisión de una cifra decimal.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \cos(x-1)}{[\ln(x)]^2}$

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} x+k & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{e^{x^2}-1}{x^2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$.

Calcula k para que la función sea continua en $x=0$.

b) [1 punto] Determinar, de manera razonada, el dominio de $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4} - x$

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Estudia la continuidad de la función $f(x) = \frac{x^5 - x^8}{1 - x^6}$ y clasifica los tipos de discontinuidad.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] De todos los rectángulos de diagonal igual a 1 metro, halla las dimensiones del rectángulo de área máxima. Calcula también el valor de este área máxima.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\sin x)}{(\pi - 2x)^2}$

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Determina el dominio y las asíntotas de $f(x) = \frac{e^x}{x^3 - 1}$

b) [1 punto] ¿Para qué valor de b la función es continua en todo $\mathbb{R}$?

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - x + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ x - b & \text{si } x > 0 \end{cases}$$
