

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. **a) [1 punto]** Calcula A^{-1} **b) [0,5 puntos]** Calcula $|A^{-1}|$

c) [0,5 puntos] $|((5A)^{-1})|$ **b) [0,5 puntos]** $|A^{2013}|$

Ejercicio 2.- Dos objetos A y B se mueven en el plano de dos dimensiones. El objeto A parte del punto (0,0) y el objeto B parte del punto (250,0). Las unidades de las coordenadas se miden en kilómetros.

El objeto A se mueve verticalmente por el eje OY desde su punto de inicio hasta el punto (0, 375/2), con velocidad de 30 km/h. Simultáneamente, el objeto B se desplaza por el eje OX desde su punto de inicio hasta el origen de coordenadas, con velocidad de 40 km/h.

a) [1 punto] Obtener la distancia $f(t)$ entre los objetos A y B durante el desplazamiento, en función del tiempo t en horas desde que comenzaron a desplazarse. Ayuda: la velocidad se calcula como espacio dividido por el tiempo.

b) [1,5 puntos] Obtener los valores del tiempo para los que la distancia entre los objetos A y B sea máxima y mínima durante el movimiento. Calcular también dichas distancias máximas y mínimas.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Hallar el rango de A según los valores de a .

Ejercicio 4.- Sea el sistema $\begin{cases} 2x + y + az = -1 \\ -x + ay - z = 2 \\ 2ax - 2y + a^2z = 2 \end{cases}$

a) [1 punto] Discute las soluciones del siguiente sistema según los valores del parámetro a .

b) [1,5 puntos] Resolverlo cuando sea compatible determinado.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Sea M una matriz cuadrada que cumple $|M|=-1$ y $|(-2)M|=8$. ¿Cuál es el orden de la matriz cuadrada? Justifica tu respuesta.

b) [1,5 puntos] Sea A una matriz cuadrada de orden 2 tal que $|A|=7$. ¿Cuál es el valor de $|A^2|$ y de $|2A|$? Justifica tu respuesta.

Ejercicio 2.- Sea la función $f(x)=x \cdot e^{-x^2}$

a) [1 punto] Obtener los extremos relativos y la monotonía.

b) [1 punto] Obtener los puntos de inflexión y la curvatura.

c) [0,5 puntos] Obtener los extremos absolutos en el intervalo $[0,5]$.

Ejercicio 3.- Sea $A = \begin{pmatrix} a & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$.

a) [1 punto] ¿Para qué valores de a existe la inversa de A ?

b) [1,5 puntos] Hallar el valor de a para que se cumpla $A^{-1} = \frac{1}{4}A$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Calcula el valor de a para que la siguiente matriz sea ortogonal (es decir, la inversa de la matriz coincida con la traspuesta).

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-2}{\sqrt{6}} \\ a & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$$