1. Értelmezési tartomány

Mivel $20^m > 0$ minden valós m esetén, így a jobb oldalnak is pozitívnak kell lennie ($m^{27} > 0$). Mivel a kitevő páratlan, az egyenletnek csak a pozitív valós számok halmazán van megoldása:

$$m > 0$$

2. Logaritmizálás és átrendezés

Vegyük mindkét oldal természetes alapú logaritmusát ($\ln$), majd rendezzük az ismeretleneket az egyik oldalra:

$$\ln(20^m) = \ln(m^{27})$$

$$m \cdot \ln(20) = 27 \cdot \ln(m)$$

$$\frac{\ln(m)}{m} = \frac{\ln(20)}{27}$$

3. Függvényelemzés (Megoldások száma)

Vizsgáljuk az $f(m) = \frac{\ln(m)}{m}$ függvényt! A függvény deriváltja:

$$f'(m) = \frac{1 - \ln(m)}{m^2}$$

- A derivált ott nulla, ahol $1 - \ln(m) = 0$, azaz a globális maximum helye: $m = e \approx 2,718$.

- A maximum értéke: $f(e) = \frac{1}{e} \approx 0,3679$.
- Az egyenlet jobb oldala egy konstans: $\frac{\ln(20)}{27} \approx 0,1110$.

Mivel $0 < 0,1110 < 0,3679$, az $y = 0,1110$ vízszintes egyenes **pontosan két pontban** metszi az $f(m)$ függvényt (egyet az $m < e$, egyet pedig az $m > e$ tartományban).

4. Egzakt megoldás a Lambert W-függvénnyel

Az egyenlet átalakítható a produktum-logaritmus definíciójához megfelelő alakra:

$$\left(-m \cdot \frac{\ln(20)}{27}\right) \cdot e^{-m \cdot \frac{\ln(20)}{27}} = -\frac{\ln(20)}{27}$$

A Lambert W-függvény két valós ága (W_0 és W_{-1}) megadja a pontos zárt alakú megoldásokat:

- **Első megoldás (W_0 főág):**

$$m_1 = -\frac{27}{\ln(20)} W_0\left(-\frac{\ln(20)}{27}\right) \approx 1,1341$$

- **Második megoldás (W_{-1} alsó ág):**

$$m_2 = -\frac{27}{\ln(20)} W_{-1}\left(-\frac{\ln(20)}{27}\right) \approx 30,9293$$