

# Exploraciones. La Parábola

Duración: 5 horas

Elaborada por: María del Socorro Valero Cázarez  
Jaime Maya Chi

## Exploración 1

### 1. OBJETIVO:

Que el estudiante aplique, gráfica y simbólicamente, la definición de parábola obtenida en su práctica anterior para parábolas con foco sobre el eje X y directriz perpendicular al eje X.

La práctica incide sobre el desarrollo de las siguientes:

| COMPETENCIAS MATEMÁTICAS <sup>1</sup>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | COMPETENCIAS GENÉRICAS <sup>2</sup>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | HABILIDADES SOCIOEMOCIONALES <sup>3</sup>                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1. Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales.</p> <p>2. Propone, formula, define y resuelve diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques.</p> <p>3. Propone explicaciones de los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.</p> <p>4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático.</p> <p>8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.</p> | <p><b>Se expresa y se comunica</b></p> <p>4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.</li> <li>• Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para obtener información y expresar ideas.</li> </ul> <p><b>Piensa crítica y reflexivamente</b></p> <p>5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sintetiza evidencias obtenidas mediante la experimentación para producir conclusiones y formular nuevas preguntas.</li> <li>• Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.</li> </ul> <p>6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética.</li> </ul> <p><b>Aprende de forma autónoma</b></p> <p>7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana.</li> </ul> <p><b>Trabaja en forma colaborativa</b></p> <p>8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.</li> <li>• Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.</li> <li>• Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.</li> </ul> | <p><b>Colaboración y trabajo en equipo</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabaja en equipo de manera constructiva y ejerce un liderazgo participativo y responsable,</li> <li>• Propone alternativas para actuar y solucionar problemas.</li> <li>• Asume una actitud constructiva.</li> </ul> |

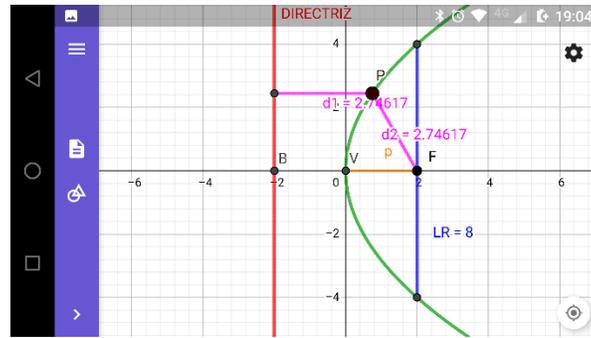
<sup>1</sup> <http://www.sep.gob.mx/work/sites/sep1/resources/LocalContent/111950/9/a486.htm>

<sup>2</sup> <sup>2</sup> [http://www.sems.gob.mx/aspnv/video/Diptico\\_Competicencias\\_altares.pdf](http://www.sems.gob.mx/aspnv/video/Diptico_Competicencias_altares.pdf)

<sup>3</sup> [https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/264246/Las\\_HSE\\_en\\_en\\_nuevo\\_modelo\\_educativo.pdf](https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/264246/Las_HSE_en_en_nuevo_modelo_educativo.pdf)

## 2. PROCEDIMIENTO

1. Descarga y abre el archivo **parabola1.ggb** en tu computadora, tu Tablet o tu celular.

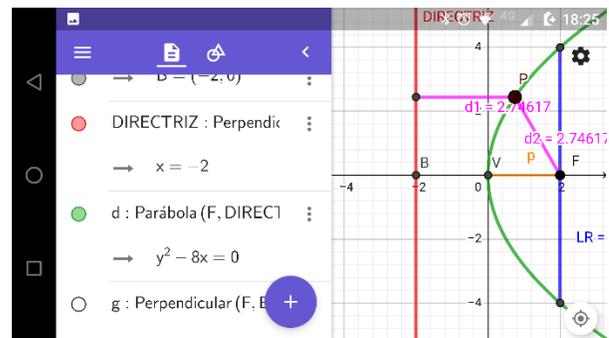
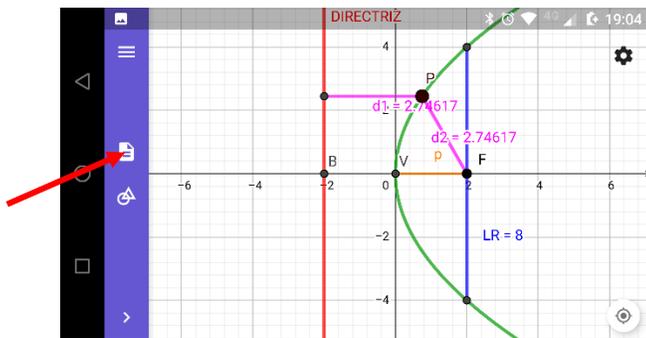


2. ¿Cómo se llama el punto **F**? \_\_\_\_\_

3. ¿Cómo se llama la recta perpendicular al eje X que pasa por el punto **B**? \_\_\_\_\_

4. ¿Cuál es el nombre del segmento perpendicular al eje X que pasa por el punto **F**? \_\_\_\_\_

Para contestar las preguntas siguientes, pulsa primero el ícono de la calculadora para tener a la vista las definiciones de cada uno de los elementos geométricos presentes en la construcción. En lo sucesivo, a la sección de la izquierda le llamaremos **vista algebraica** y a la sección de la derecha le llamaremos **vista gráfica**.



5. Desplaza el punto **P** que se encuentra sobre la parábola, hacia arriba y hacia abajo. ¿Cómo son las longitudes de los dos segmentos **d1** y **d2** respectivamente, para cualquier posición del punto **P**? \_\_\_\_\_

6. Escribe la ecuación de la parábola copiándola de la **vista algebraica**. Ahora, escríbela con el formato  **$y^2 = 4px$**

7. Para cinco distintas posiciones del punto **P(x, y)** sustituye sus coordenadas en la expresión del punto anterior y verifica que se cumpla la igualdad de los valores de la tercera y cuarta columna. Comprueba tus resultados con los que te proporciona GeoGebra en la **vista algebraica**. Consúltalos con tus compañeros. **NOTA:** **p** se denomina **distancia focal**

| x | y | $y^2$ | $4px$ |
|---|---|-------|-------|
|   |   |       |       |
|   |   |       |       |
|   |   |       |       |

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

8. Usando tu dispositivo electrónico, ubica el foco **F** en cada una de las posiciones indicadas en la tabla siguiente y llena cada una de las celdas tomando la información de la pantalla de tu dispositivo.

| Ubicación del foco F | Ubicación de la directriz | Ubicación del vértice | Distancia focal, p | Ecuación de la parábola $y^2 - 4px = 0$ | Ecuación de la parábola $y^2 = 4px$ | La parábola abre hacia ... |
|----------------------|---------------------------|-----------------------|--------------------|-----------------------------------------|-------------------------------------|----------------------------|
| F(3,0)               | x =                       | V( , )                |                    |                                         |                                     |                            |
| F(-3,0)              | x =                       | V( , )                |                    |                                         |                                     |                            |
| F(4, 0)              | x =                       | V( , )                |                    |                                         |                                     |                            |
| F(-4, 0)             | x =                       | V( , )                |                    |                                         |                                     |                            |
| F(-9/2, 0)           | x =                       | V( , )                |                    |                                         |                                     |                            |

9. Ahora, desplaza la ubicación del foco **F** y de la directriz que pasa por el punto **B**. Nuevamente desplaza el punto **P** como lo hiciste en el punto anterior. ¿Cómo son las longitudes de los dos segmentos, **d1** y **d2** respectivamente? \_\_\_\_\_

10. Ubica el foco **F** y la directriz en cada una de las posiciones indicadas en la tabla siguiente y llena cada una de las celdas tomando la información de tu pantalla.

| Ubicación del foco F | Ubicación de la directriz | Ubicación del vértice | Distancia focal, p | Ecuación de la parábola $y^2 - 4px = 0$ | Ecuación de la parábola $y^2 = 4px$ | La parábola abre hacia ... |
|----------------------|---------------------------|-----------------------|--------------------|-----------------------------------------|-------------------------------------|----------------------------|
|                      | x = -5                    |                       |                    |                                         |                                     |                            |
|                      | x = 3                     |                       |                    |                                         |                                     |                            |
|                      | x = -2.5                  |                       |                    |                                         |                                     |                            |
|                      | x = 5                     |                       |                    |                                         |                                     |                            |
|                      | x = 13/2                  |                       |                    |                                         |                                     |                            |

Comprueba algebraicamente que las expresiones de las columnas 5 y 6 sean iguales

### 3. BATERÍA DE EJERCICIOS

Lee cuidadosamente los siguientes enunciados y resuélvelos correctamente

- Hallar la ecuación de la parábola de directriz  $x = -6$  y vértice  $V(0, 0)$
- Grafica la parábola cuya ecuación es  $y^2 = -12x$ . Determina las coordenadas de su foco, la ecuación de su directriz, y la longitud de su lado recto.
- Hallar la ecuación de la parábola que se ajusta a los datos siguientes:  $V(0, 0)$ ,  $F(-3/4, 0)$ . Grafícala, determina la longitud de su lado recto y la ecuación de su directriz.
- $V(0, 0)$ ,  $F(-5/2, 0)$ . Grafícala y determina su ecuación, la longitud de su lado recto y la ecuación de su directriz.
- ¿Pertenece el punto  $P(2, 4)$  a la parábola  $y^2 - 4x = 0$ ? Grafícala y demuestra tu respuesta algebraicamente.
- Escribe las coordenadas del foco y el vértice de la parábola  $6y^2 - 12x = 0$  y la ecuación de su directriz. Grafícala y calcula la longitud de su lado recto.
- Una parábola con eje horizontal y con vértice en el origen, pasa por el punto  $A(-2, 4)$ . Construye su gráfica y determina su ecuación, las coordenadas de su foco, la ecuación de su directriz y la longitud de su lado recto.
- Una parábola con eje horizontal y con vértice en el origen, pasa por el punto  $A(3, 9)$ . Construye su gráfica y determina su ecuación, las coordenadas de su foco, la ecuación de su directriz y la longitud de su lado recto.
- Una parábola con eje horizontal y con vértice en el origen, pasa por el punto  $A(-5/2, 25/4)$ . Construye su gráfica y determina su ecuación, las coordenadas de su foco, la ecuación de su directriz y la longitud de su lado recto.
- Escribir la ecuación de la parábola con foco en  $F(5,0)$  y cuya vértice está en  $V(0, 0)$ . Grafícala.

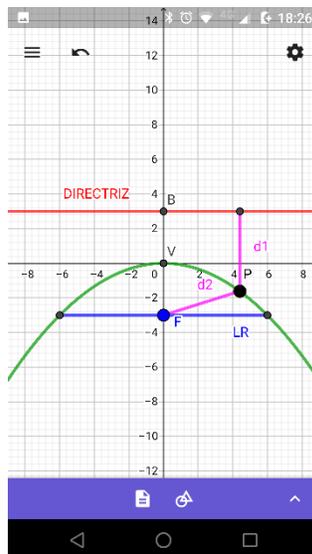
## Exploración 2

### 1. OBJETIVO:

Que el estudiante aplique, gráfica y simbólicamente, la definición de parábola obtenida en su práctica anterior para parábolas con foco sobre el eje Y y directriz perpendicular al eje Y.

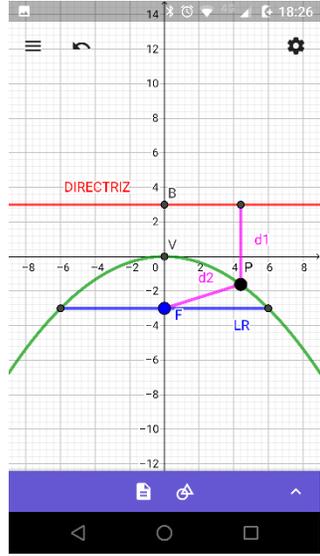
### 2. PROCEDIMIENTO

- Descarga y abre el archivo **parabola2.ggb** en tu computadora, tu Tablet o tu celular.



2. ¿Cómo se llama el punto **F**? \_\_\_\_\_
3. ¿Cómo se llama el segmento perpendicular al eje X que pasa por el punto **B**? \_\_\_\_\_
4. ¿Cuál es el nombre del segmento de recta azul que pasa por el punto **F**? \_\_\_\_\_

Para contestar las preguntas siguientes, pulsa primero el ícono de la calculadora para tener a la vista las definiciones de cada uno de los elementos geométricos presentes en la construcción.



5. Desplaza el punto **P** que se encuentra sobre la parábola a lo largo de ella. ¿Cómo son las longitudes de los dos segmentos rosas, para cualquiera posición del punto **P**? \_\_\_\_\_
6. Escribe la ecuación de la parábola copiándola de la información desplegada en la **vista algebraica**. Ahora, escríbela con el formato  $x^2 = 4py$  \_\_\_\_\_
7. Para cinco distintas posiciones del punto  $P(x, y)$  sustituye sus coordenadas en la expresión del punto anterior y verifica que se cumpla la igualdad  $x^2 = 4py$ . Comprueba tus resultados con los que te proporciona **GeoGebra** en la VISTA ALGEBRAICA. **NOTA:** **p** es la **distancia focal**

| X | Y | $x^2$ | $4py$ |
|---|---|-------|-------|
|   |   |       |       |
|   |   |       |       |
|   |   |       |       |
|   |   |       |       |
|   |   |       |       |

8. Usando tu dispositivo electrónico, ubica el foco **F** en cada una de las posiciones indicadas en la tabla siguiente y llena cada una de las celdas tomando la información de tu pantalla.

| Ubicación del foco F | Ubicación de la directriz | Ubicación del vértice | Distancia focal, p | Ecuación de la parábola $x^2 - 4py = 0$ | Ecuación de la parábola $x^2 = 4py$ | ¿Hacia dónde abre? |
|----------------------|---------------------------|-----------------------|--------------------|-----------------------------------------|-------------------------------------|--------------------|
| F(0, 3)              | x =                       |                       |                    |                                         |                                     |                    |
| F(0, -3)             | x =                       |                       |                    |                                         |                                     |                    |
| F(0, 4)              | x =                       |                       |                    |                                         |                                     |                    |
| F(0, -4)             | x =                       |                       |                    |                                         |                                     |                    |
| F(0, -9/2)           | x =                       |                       |                    |                                         |                                     |                    |

### 3. BATERÍA DE EJERCICIOS

En cada uno de los ejercicios siguientes, construye la gráfica correspondiente

- Hallar la ecuación de la parábola de foco en F(0, 4) y vértice en V(0, 0). Determina la ecuación de su directriz y la longitud de su lado recto LR.
- Gráfica la parábola cuya ecuación es  $x^2 = -12y$ . Escribe las coordenadas del foco F, la ecuación de su directriz y la longitud de su lado recto LR
- Hallar la ecuación de la parábola que se ajusta a los datos siguientes: V (0, 0), F(0, -5)
- V(0, 0) y F(0, -3/2) . Determina su ecuación.
- ¿Pertenece el punto P(2, 4) a la parábola  $x^2 - 4y = 0$ ? Demuestra tu respuesta algebraicamente
- $6x^2 - 18y = 0$
- Una parábola con eje vertical y con vértice en el origen, pasa por el punto A(4,-2). Determinar su ecuación.
- Escribir la ecuación de la parábola con foco en F(0,5) y vértice V(0, 0) .
- Una parábola de directriz  $y = 2$  y LR = 20. Obtener su ecuación
- Una parábola de foco (0, -2) y LR = 16. Obtener su ecuación

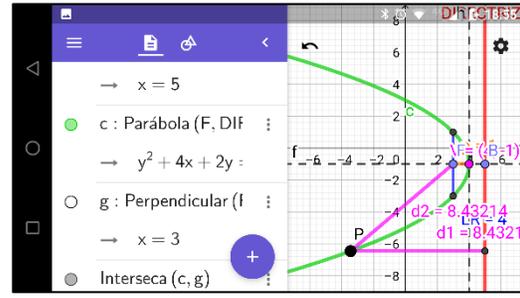
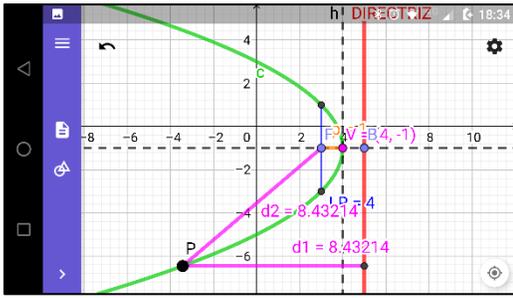
#### Exploración 3.

##### 1. OBJETIVO:

Que el estudiante aplique, gráfica y simbólicamente, la definición de parábola obtenida en su práctica anterior para parábolas con vértice V(h, k) y eje paralelo al eje X.

##### 2. PROCEDIMIENTO

- Descarga y abre el archivo **parabola3.ggb** en tu computadora, Tablet o celular.



2. Desplaza el vértice  $V(h, k)$  de forma que lo ubiques en las diferentes posiciones que se indican en la tabla siguiente y, posteriormente el foco. Llena cada una de las celdas.

| Ubicación del vértice $V(h, k)$ | Ubicación del foco F | Ecuación de la directriz | Distancia focal, p | Ecuación de la parábola $y^2 + ax + by = c$ | Ecuación de la parábola $(y - k)^2 = 4p(x-h)$ | ¿Hacia dónde abre? |
|---------------------------------|----------------------|--------------------------|--------------------|---------------------------------------------|-----------------------------------------------|--------------------|
| $V(2, 3)$                       | $F(5, 3)$            | $x =$                    |                    |                                             |                                               |                    |
| $V(-2, 3)$                      | $F(3, 3)$            | $x =$                    |                    |                                             |                                               |                    |
| $V(-1, -4)$                     | $F(2.5, -4)$         | $x =$                    |                    |                                             |                                               |                    |
| $V(3, -2)$                      | $F(-5, -2)$          | $x =$                    |                    |                                             |                                               |                    |
| $V(-1, -9/2)$                   | $F(3/2, -9/2)$       | $x =$                    |                    |                                             |                                               |                    |

Comprueba, algebraicamente, que las ecuaciones de la columna 5 sean iguales a sus correspondientes de la columna 6. De ser necesario, solicita apoyo a tu maestra(o).

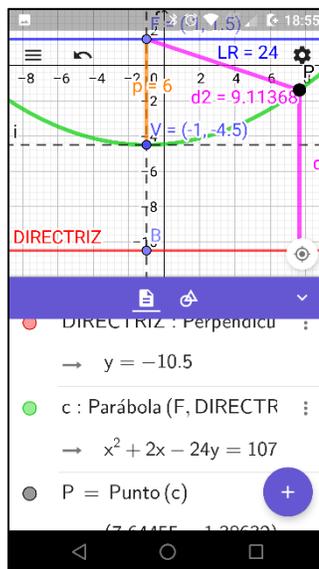
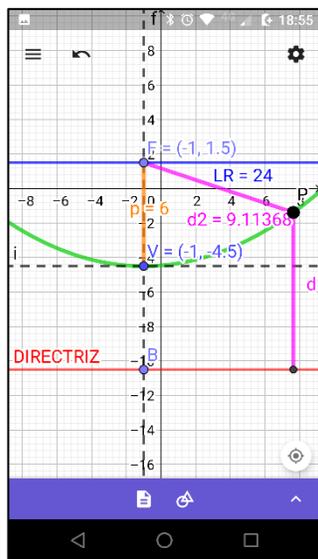
#### Exploración 4.

##### 1. OBJETIVO:

Que el estudiante aplique, gráfica y simbólicamente, la definición de parábola obtenida en su práctica anterior para parábolas con vértice  $V(h, k)$  y eje perpendicular al eje X.

##### 2. PROCEDIMIENTO

1. Descarga y abre el archivo **parabola4.ggb** en tu computadora, tu Tablet o tu celular.



2. Desplaza el vértice  $V(h, k)$  de forma que lo ubiques en las diferentes posiciones que se indican en la tabla siguiente y, posteriormente el foco. Llena cada una de las celdas.

| Ubicación del vértice $V(h, k)$ | Ubicación del foco $F$ | Ecuación de la directriz | Distancia focal, $p$ | Ecuación de la parábola $x^2 + ax + by = c$ | Ecuación de la parábola $(x - h)^2 = 4p(y-k)$ | ¿Hacia dónde abre? |
|---------------------------------|------------------------|--------------------------|----------------------|---------------------------------------------|-----------------------------------------------|--------------------|
| $V(2, 3)$                       | $F(2, 5)$              | $y =$                    |                      |                                             |                                               |                    |
| $V(-2, 3)$                      | $F(-2, -3)$            | $y =$                    |                      |                                             |                                               |                    |
| $V(-1, -4)$                     | $F(-1, 2.5)$           | $y =$                    |                      |                                             |                                               |                    |
| $V(3, -2)$                      | $F(3, -5)$             | $y =$                    |                      |                                             |                                               |                    |
| $V(-1, -9/2)$                   | $F(-1, 3/2)$           | $y =$                    |                      |                                             |                                               |                    |

Comprueba, algebraicamente, que las ecuaciones de la columna 5 sean iguales a sus correspondientes de la columna 6. De ser necesario, solicita apoyo a tu maestra(o).

### 3. BATERÍA DE EJERCICIOS

Lee cuidadosamente cada uno de los siguientes enunciados y, trabajando colaborativamente con tus compañeros, resuélvelos aplicando lo aprendido en las actividades anteriores. En cada caso, construye la gráfica de la parábola

1) Determinar el vértice, el foco, la directriz y el lado recto de las siguientes parábolas:

a)  $x^2 = -8y$       b)  $y^2 = 10x$       c)  $y^2 + 4x = 0$       d)  $x^2 - 5y = 0$

2) Determinar el vértice, el foco, la directriz y lado recto de las siguientes parábolas:

a)  $(y-1)^2 = 6(x+2)$       b)  $(x+1)^2 = 2(y+3)$   
c)  $(y-3)^2 = -8(x+2)$       d)  $6(y+4) = -(x-1)^2$

3) Calcular la distancia focal  $p$ , el vértice, el foco, la directriz y el eje de simetría de las siguientes parábolas:

a)  $y^2 + 8x + 16 = 0$       b)  $x^2 + 2x - 6y - 17 = 0$   
c)  $3y^2 - 2x - 6y = 0$       d)  $3x^2 + 6x + 2y + 9 = 0$

4) Hallar la ecuación de las siguientes parábolas:

- a) Foco  $(0, 2)$  y directriz  $y = -2$
- b) Foco  $(-1, 0)$  y directriz  $x = 1$
- c) Foco  $(3, 0)$  y directriz  $x = -3$
- d) Foco  $(0, -4)$  y directriz  $y = 4$

5) Hallar la ecuación de las siguientes parábolas:

- a) Foco  $(2, 3)$  y directriz  $x = 0$
- b) Foco  $(-1, -2)$  y directriz  $y + 4 = 0$

6) Determina la ecuación de la parábola cuya directriz es la recta  $y = -2$  y cuyo foco es  $F(1, 2)$ .

7) Hallar la ecuación de las siguientes parábolas:

- a) Vértice  $(0, 0)$ , directriz horizontal y que la parábola pasa por el punto  $(5, -4)$
- b) Vértice  $(0, 0)$ , directriz vertical y que la parábola pasa por el punto  $(-2, 4)$

8) Encuentra la ecuación de la parábola con estos datos y determina los elementos que falten: foco, vértice o directriz.

- a) Vértice  $(-1, 2)$  y directriz  $x = -3$
- b) Vértice  $(1, -3)$  y directriz  $y = 4$
- c) Vértice  $(2, 1)$  y foco  $(2, 5)$
- d) Vértice  $(4, -1)$  y foco  $(3, -1)$