

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Una empresa farmacéutica desea revisar la efectividad de un nuevo medicamento antipirético (reduce la fiebre). Se conoce que el tiempo en el que este medicamento comienza a hacer efecto sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica de 5 minutos. Para estimar la media poblacional, se ha seleccionado una muestra aleatoria de 10 individuos con fiebre y tras administrarse el medicamento, se han anotado los tiempos en los que comienza a remitir. Los tiempos obtenidos, en minutos, fueron: 20, 25, 30, 35, 35, 20, 20, 25, 30, 30

a) [1,5 puntos] Determine un intervalo, con un nivel de confianza del 98%, para estimar el tiempo medio de respuesta de este medicamento. Según el intervalo obtenido, razone si puede admitirse que el tiempo medio en el que el medicamento comienza a hacer efecto es superior a 35 minutos.

b) [1 punto] Un estudio posterior ha revelado que el tiempo de respuesta a este medicamento sigue una ley Normal de media 27.2 minutos y desviación típica de 5 minutos. Determine la probabilidad de que a un paciente con fiebre que ha ingerido el medicamento no le haya hecho efecto hasta pasados 20 minutos.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] En un examen tipo test de 200 preguntas de elección múltiple, cada pregunta tiene una opción correcta y una opción incorrecta. Se aprueba si se contesta a más de 110 preguntas correctas. Suponiendo que se contesta al azar, calcular la probabilidad de aprobar el examen.

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Resuelve $\int \frac{2x^2+5x-1}{x(x^2+x-2)} dx$

b) [1,5 puntos] Dada las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ resolver la ecuación $AX + 2B = 3C$.

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Obtener el dominio, los puntos de corte con los ejes de coordenadas, las asíntotas, los extremos relativos y los puntos de inflexión de la función $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$

b) [1 punto] Se ha trucado un dado de tal modo que la probabilidad de obtener las distintas caras es directamente proporcional a los números de éstas. ¿Cuál es la probabilidad de sacar cada una de las caras? ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número par?

Opción B

Ejercicio 1.- En un barrio el 60% de los hogares tiene al menos dos televisores. Se elige al azar una muestra de 50 hogares.

a) [1,5 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 20 de los citados hogares tengan cuando menos dos televisores?

b) [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que entre 35 y 40 hogares tengan al menos dos televisores?

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] El tiempo que un carpintero necesita para fabricar una mesa sigue una distribución Normal de media 60 minutos y desviación típica de 30 minutos. Si en un mes ese carpintero ha fabricado 100 mesas, calcule la probabilidad de que el tiempo medio de fabricación de las mesas de esa muestra sea superior a 54 minutos.

b) [1 punto] El tiempo que un carpintero necesita para fabricar una puerta sigue una distribución Normal de media desconocida y desviación típica de 20 minutos. En un mes ese carpintero ha fabricado 25 puertas, obteniendo un tiempo medio de fabricación de 40 minutos. Halle un intervalo de confianza para el tiempo medio de fabricación de una puerta con un nivel de confianza del 97%. Determine el error máximo cometido al realizar la estimación.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} 3 + e^x & \text{si } x < 1 \\ x^2 + ax + 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Para $a = -3$, represente la región limitada por la gráfica de la función, las rectas $x = 2$, $x = 4$ y el eje de abscisas. Calcule el área de la región.

b) [1 punto] En un determinado centro educativo, el 50% del alumnado aprueba Historia, el 70% aprueba Matemáticas y el 30% aprueba ambas asignaturas. Si se elige un alumno al azar, halle la probabilidad de que apruebe solo una de las dos asignaturas.

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & k & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. ¿Para qué valores de k existe la inversa de la matriz A ?

b) [1 punto] Un centro de bricolaje, que almacena bidones de pintura de interior y de exterior, cuenta con una capacidad máxima de almacenaje de 160 bidones. Por una cuestión logística, en el almacén deben mantenerse al menos 60 bidones, siendo como mínimo 20 bidones de pintura interior. Además, el número de bidones de pintura exterior almacenados no podrá ser inferior al de pintura interior. Se sabe que el gasto diario por almacenar cada bidón de pintura interior es de 1,50€ y por cada bidón de pintura exterior es de 0,90€. Calcule cuántos bidones de cada tipo se deben almacenar para que el gasto diario sea mínimo e indique cuánto supone ese gasto mínimo.