Elevamento a potenza cap. 3 – Proprietà delle potenze

teoria ed esercizi

Esercizio 1 Trasforma in moltiplicazioni le potenze presenti nelle seguenti espressioni

Esempio 1 $6^5=6\cdot6\cdot6\cdot6\cdot6$ *Esempio 2* $6^4\cdot 5^3=6\cdot6\cdot6\cdot6\cdot5\cdot5\cdot5$

a) $3^5=$ b) $4^3=$ c) $7^2=$ d) $2^{10}=$ e) $3^5\cdot 2^3=$ f) $3^2\cdot 4^2=$ g) $2^2\cdot 7^7=$ h) $1^3\cdot 3^1=$ i) $3^3\cdot 3^2=$ j) $2^7\cdot 2^3=$ k) $4^3\cdot 4=$ l) $8^4\cdot 8^2=$

Esercizio 2 Nell'esercizio precedente ci sono quattro espressioni che, a coppie, hanno lo stesso risultato; ciascuna coppia è formata da una singola potenza e dal prodotto di due potenze; cerca le coppie e riscrivile sul tuo quaderno nel modo indicato qui sotto.

scrivi dentro un riquadro colorato, una sotto l'altra, le prime due espressioni che hanno lo stesso risultato

scrivi dentro un altro riquadro colorato la seconda coppia di espressioni che hanno lo stesso risultato

qui scrivi un'altra coppia pensata da te che abbia le stesse caratteristiche di quelle precedenti ma con altri numeri

qui scrivi un'altra coppia pensata da te che abbia le stesse caratteristiche di quelle precedenti ma con altri numeri

Esercizio 3 Sostituisci alle lettere i numeri che rendono vere le uguaglianze

Esempio 1 $2^m\cdot2^4=2^9$ *soluzione* $2^{\mathbf{5}}\cdot2^4=2^9$

a) $2^m\cdot 2^3=2^9$ b) $3^m\cdot 3^5=3^7$ c) $a^m\cdot 2^3=2^7$ d) $5^4\cdot 5^n=5^8$ e) $4^3\cdot 4^n=4^4$ f) $3^2\cdot 3^n=3^2$ g) $6^3\cdot a^n=6^9$ h) $2^3\cdot 2^4=2^p$ i) $4^3\cdot 4^3=4^p$ j) $7^3\cdot 7^2=a^p$ k) $10^3\cdot 10^3=a^p$ l) $5^4\cdot a^3=5^p$

Esercizio 4 Riscrivi sul tuo quaderno la definizione di divisione.

Esercizio 5 Prendi le moltiplicazioni che hai risolto nell'esercizio 3 e trasformale in divisioni.

Esempio 1 $2^5\cdot2^4=2^9$ *soluzione* $2^9:2^4=2^5$

Esercizio 6 Sostituisci alle lettere i numeri che rendono vere le uguaglianze.

Esempio 1 $2^m:2^4=2^3$ *soluzione* $2^{\mathbf{7}}:2^4=2^3$

a) $2^m:2^3=2^2$ b) $3^m:3^4=3^8$ c) $a^m:5^4=5^2$ d) $a^m:2^4=2^3$ e) $3^6:3^n=3^2$ f) $7^8:7^n=7^3$ g) $7^8:7^n=7^5$ h) $10^6:a^n=10^1$ i) $10^7:10^n=10^6$ j) $10^6:10^n=10^6$ k) $2^8:2^3=a^p$ l) $3^7:3^2=a^p$

Risolvendo gli esercizi avrai già capito che puoi arrivare velocemente alla soluzione addizionando o sottraendo gli esponenti, così: $2^5\cdot2^4=2^{(5+4)}=2^9$ e $2^7:2^4=2^{(7-4)}=2^3$.

Queste proprietà valgono per tutte quelle potenze che hanno la stessa base a e due esponenti m ed n qualsiasi. Riassumendo:

1ª proprietà delle potenze: $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$ (prodotto di potenze che hanno la stessa base)

2ª proprietà delle potenze: $a^m:a^n=a^{m-n}$ (quoziente di potenze che hanno la stessa base)

Esercizio 7 Trasforma le seguenti espressioni in un'unica potenza applicando, dov'è possibile, la 1ª proprietà delle potenze. Se non è possibile applicare la proprietà spiega perché. Svolgi l'esercizio come negli esempi.

Esempio 1 $6^4 \cdot 6^3 = 6^{(4+3)} = 6^7$ *Esempio 2* $6^4 \cdot 5^3 =$ non è possibile applicare la proprietà perché...

a) $3^5 \cdot 3^2$ b) $4^5 \cdot 5^4$ c) $7^2 \cdot 7^2$ d) $6^2 + 6^3$ e) $6^2 \cdot 6^3$ f) $4^3 \cdot 4$ g) $8^4 \cdot 8^2$ h) $5^4 \cdot 5^0$

Se conosci bene la 1ª proprietà delle potenze, ti basterà un semplice esempio per imparare la terza

$$(5^2)^3 = 5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 = 5^{(2+2+2)} = 5^{(2 \cdot 3)} = 5^6$$

3a proprietà delle potenze: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ (potenza di potenza)

Esercizio 8 Trasforma le seguenti espressioni in un'unica potenza, applicando la 3ª proprietà delle potenze.

Esempio $(6^5)^3 = 6^{15}$

a) $(4^2)^2 =$
b) $(4^3)^3 =$
c) $(2^2)^5 =$
d) $(2^5)^2 =$
e) $(3^0)^2 =$
f) $(3^2)^0 =$
g) $(1^1)^1 =$
h) $(5^5)^5 =$
i) $[(10^2)^2]^3 =$
j) $[(2^2)^2]^2 =$
k) $[(1^3)^4]^5 =$
l) $[(7^3)^0]^5 =$

Le prime due proprietà riguardano solo potenze che hanno la stessa base. E se invece fossero gli esponenti ad essere uguali e le basi diverse? Lo scoprirai risolvendo i prossimi esercizi.

Esercizio 9 Risolvi le sei operazioni, da *a)* a *f)* e le 6 espressioni, da *g)* a *l)*.

Esempio 1 $7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 49 \cdot 7 = 343$ *Esempio 2* $6^2 \cdot 5^2 = 6 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 5 = 36 \cdot 25 = 900$

a) $8^2 =$
b) $12^2 =$
c) $6^2 =$
d) $6^3 =$
e) $9^2 =$
f) $10^3 =$
g) $2^3 \cdot 3^3 =$
h) $2^2 \cdot 4^2 =$
i) $2^3 \cdot 5^3 =$
j) $2^2 \cdot 3^2 =$
k) $3^2 \cdot 3^2 =$
l) $4^2 \cdot 3^2 =$

Esercizio 10 Nell'esercizio precedente è possibile accoppiare ciascuna delle prime sei operazioni con una delle sei espressioni. Cerca le coppie che hanno lo stesso risultato e riscrivile sul tuo quaderno nel modo indicato qui sotto

scrivi dentro un riquadro la prima coppia (quella che dà come risultato 64) in questo modo: $2^2 \cdot 4^2 = 8^2$

ripeti la stessa cosa per le altre cinque coppie

scrivi dentro un riquadro colorato un'altra coppia pensata da te che abbia le stesse caratteristiche di quelle precedenti, ma con altri numeri

Esercizio 11 Sostituisci alle lettere i numeri che rendono vere le uguaglianze

Esempio 1 $3^m \cdot 4^5 = (3 \cdot 4)^5$ *soluzione* $3^{\mathbf{5}} \cdot 4^5 = (3 \cdot 4)^5$

a) $5^m \cdot 7^6 = (5 \cdot 7)^6$
b) $4^m \cdot 8^m = (4 \cdot 8)^3$
c) $a^m \cdot 6^4 = (3 \cdot 6)^4$
d) $9^5 \cdot b^n = (9 \cdot 7)^5$
e) $3^4 \cdot 4^4 = (a \cdot b)^p$
f) $3^6 \cdot 5^6 = 15^p$
g) $4^m \cdot b^3 = 28^3$
h) $4^m \cdot b^3 = 36^p$
i) $2^6 \cdot 5^6 = c^6$
j) $4^3 \cdot 25^3 = c^p$
k) $a^m \cdot 5^3 = 1000$
l) $a^2 \cdot b^2 = 225$

Risolvendo gli esercizi è possibile che tu abbia già capito la prossima proprietà. Riassumendo:

4ª proprietà delle potenze: $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ (prodotto di potenze che hanno lo stesso esponente)

Esercizio 12 Verifica, con otto esempi a tua scelta, che vale la 5ª proprietà delle potenze scritta qui sotto.

5ª proprietà delle potenze: $a^n : b^n = (a : b)^n$ (quoziente di potenze che hanno lo stesso esponente)

Antonio Guermani, 2012*

* Alcuni diritti sono riservati. Quest'opera è stata rilasciata con licenza Creative Commons:
Attribuzione - Non commerciale - Non opere derivate 3.0 Italia . Info su: http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/it/deed.it