La columna C8 de la Sagrada Família

Una aproximació a Gaudí amb GeoGebra

Josep M. Genescà R
Consultor d'estructures

Motivació

La progressiva penetració del programa de geometria dinàmica GeoGebra a la nostra activitat professional ha permès abordar un tema ja tractat altres vegades però, amb les possibilitats geomètriques i dinàmiques que proporciona GeoGebra, enfocar-lo des d'una perspectiva diferent. Es tractaria d'estudiar una de les columnes que es troben a la nau central de la Basílica de La Sagrada Família. El per què s'ha triat aquest tema es deu a dues motivacions ja llunyanes en el temps però que han estat importants per prendre aquesta decisió.

En primer lloc, he de parlar de la col·laboració de l'arquitecte Jordi Coll amb l'ACE, 'Associació de Consultors d'Estructures', els anys 1994 a 1997, quan va regalar a la junta directiva un llibre, del qual es coautor, titulat 'La Sagrada Família. De Gaudí al CAD' escrit per Josep Gómez, Jordi Coll, Juan C. Melero i Mark C. Burry, editat per Edicions UPC de la Universitat Politècnica de Catalunya el 1996. El llibre, meravellós i extraordinàriament ben editat, tracta entre altres coses de la visió geomètrica de certs elements estructurals de la basílica des del programa de dibuix assistit CAD. El desenvolupament de les aplicacions, la nomenclatura i, fins i tot, les fotografies incloses en aquest estudi fan referència a aquest llibre.

La segona motivació es deu a una conferència que va pronunciar Carles Buxadé amb motiu del seu nomenament com a soci d'honor de l'ACE l'any 2010. En aquesta conferència s'estudiaven, precisament, les columnes de la basílica, atès el coneixement que donava la vinculació que tenia el despatx professional de Joan Margarit i Carles Buxadé amb la Sagrada Família. La conferència va ser un èxit i va despertar la meva inquietud d'aprofundir en el tema.

Al mateix temps, aquest any 2026 Barcelona és la 'Capital Mundial de l'Arquitectura' i, simultàniament, se celebra l''Any Gaudí', doncs fa 100 anys de la mort de l'arquitecte. Circumstàncies que no fan més que proporcionar un estímul especial.

Introducció

A la figura 1 es mostra una planta de la basílica. Les columnes es troben numerades com C6, C8, C10 i C12. Únicament la C8 serà objecte d'estudi. La nomenclatura té diversos significats. En primer lloc, les càrregues exteriors es van incrementant des de la C6 a la C12. Gaudi utilitzava diferents materials en funció de les càrregues. Concretament, les C8 són de granit. En els assajos que el mateix Gaudi va fer, el granit trencava a compressió entre 100 i 250 N/mm^2, cosa que significa que es poden absorbir càrregues de certa consideració (el formigó convencional per armar té una resistència característica a compressió del voltant de 30 N/mm^2). Però, en realitat, la nomenclatura ve definida per la forma poligonal o geomètrica de les columnes. La columna C8 està formada per dos quadrats entregirats que formen 8 vèrtexs o puntes (figura 3).

L'estudi de la columna es divideix en els següents apartats (fig. 2):

1. Obtenció del perfil de la columna C8 a la cota 0. ρ0
2. Fust de la columna C8
3. Columna C4. Branca de la columna C8. H= 0 a 4 m
4. Columna C4. Branca de la columna C8. H= 4 a 6 m
5. Columna C4. Branca de la columna C8. H= 6 a 8 m
6. Transició de la columna C8 a la C4
7. Capitell de la columna C4. Simplificacions
8. Base de la columna C8
9. Annex. Comparació geomètrica de les columnes C6, C8, C10 i C12 a la cota 0

Cadascun d'aquests apartats té associades aplicacions o applets que es troben a la pàgina web de GeoGebra. Es tracta d'applets interactius que l'usuari pot manipular al seu gust. Es troben igualment vídeos i memòries que poden servir d'ajuda. A més, si es té instal·lat el programa GeoGebra Classic5, es podrà baixar l'aplicació a la memòria resident de l'ordinador. Això permetrà fer les modificacions que es creguin oportunes. Per facilitar el seu accés, s'adjunten enllaços i codis QR que es troben en cadascun dels apartats d'aquest estudi[1]. Geogebra, amb la dinàmica geomètrica que permet el seu funcionament, facilita enfocar l'estudi de la columna C8 amb una perspectiva diferent però, al mateix temps, queda limitat per la pròpia capacitat del programa, que pot obligar a certes simplificacions o petites alteracions amb l'objectiu d'estalviar memòria. Per exemple, un mateix element com la pròpia columna C8, ha hagut de descompondre's en dues aplicacions.

La part superior de la branca C4 no s'ha tractat com a sòlid, sinó que s'ha hagut de recórrer als fils. De forma explícita, les superfícies reglades s'han tractat com a línies en les quals l'usuari pot determinar el nombre de generatrius. D'aquesta manera es comprova la linealitat de la superfície.

No totes les figures geomètriques que es donen han pogut ser verificades. El desconeixement o la falta d'informació han estat els motius. En tot cas s'intenta, en tot moment, detallar la gènesis que permeti seguir, el millor possible, el procés de generació de la columna C8.

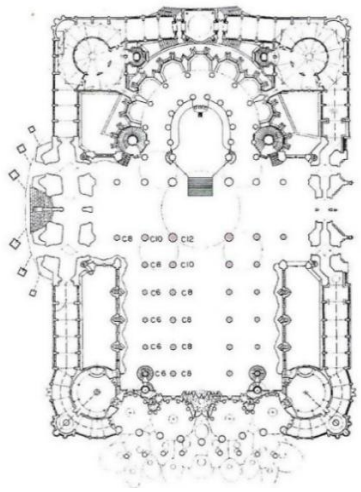


Fig. 1

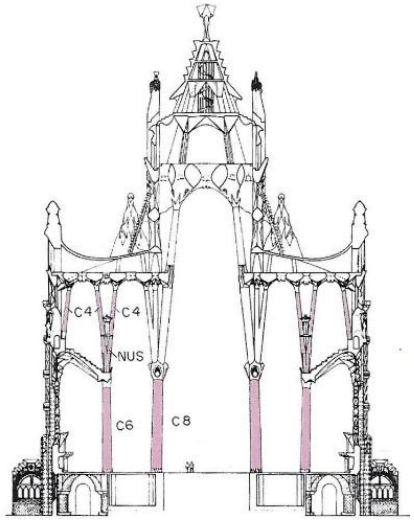


Fig. 2

[1] Una altra manera d'accedir a les aplicacions o applets és anant al perfil de GeoGebra, www.geogebra.org/u/genes o directament genesca geogebra o geogebra genesca. En aquest cas, s'ha d'entrar al llibre 'Geometria estructural' i al capítol 38 anomenat 'AG. Antoni Gaudí'.

1. Obtenció del perfil de la columna C8 a la cota 0. ρ0

Aquest apartat tracta de la gènesi de formació geomètrica de la columna C8 a la cota 0, ρ0. La variabilitat de forma de la columna en funció de l'altura depèn de ρ0 (cosa que es veurà a l'apartat 2), d'aquí la seva importància i la necessitat del seu estudi.

Es parteix de dos quadrats de 1.25 m de costat amb centre comú O i entregirats entre ells 45° (fig. 3). Els eixos coordinats passen pels vèrtexs d'un dels quadrats. Es tracen línies radials que passen per O formant angles de 11.25°, 22.5° i 45° amb els eixos coordinats (fig. 4). La intersecció de aquestes línies amb els quadrats ens donen els punts A, B i C (fig. 5).

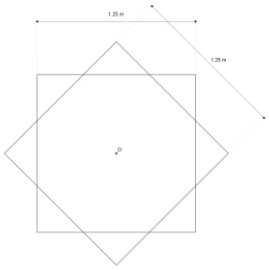


Fig. 3

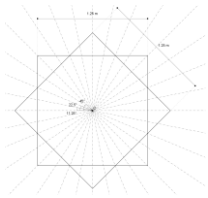


Fig. 4

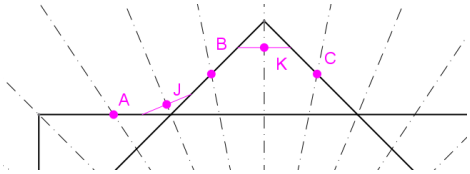


Fig. 5

En el punt mig de la distància entre el punt A i la intersecció dels quadrats es troba un punt. Traçant des d'aquest una perpendicular a la radial més pròxima, s'obté el punt J. I de la mateixa manera s'obté el punt K. A continuació, i utilitzant la instrucció de GeoGebra 'Regpolinòmica -grau 2-', es dibuixa una paràbola que passa pels punts B-K-C (figura 6 en color verd). Es tracta ara de retallar la paràbola, de tal manera que el primer punt sigui B i l'últim C, cosa que s'aconsegueix amb la instrucció 'Funció' de GeoGebra (fig. 7). Per obtenir la paràbola que passi pels punts A, J i B el sistema utilitzat és diferent. Primerament, s'ha de dibuixar una paràbola que passi pels punts B, T i C (figura 8 en color verd). Per trobar el punt T, s'ha de mirar la figura 8 i les distàncies que es generen al punt J i al punt K.

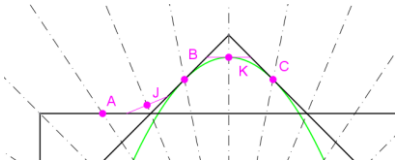


Fig. 6

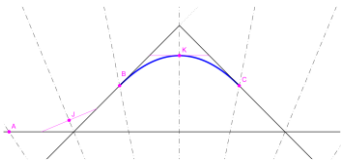


Fig. 7

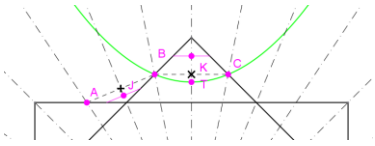


Fig. 8

Una vegada dibuixada la paràbola, es retalla (fig. 9) i, a base d'un gir de 22.5° podem situar la paràbola B-T-C en el lloc precís (fig. 10) obtenint la paràbola A-J-B. Ajuntant el dibuix de la figura 7 amb la de la figura 10 obtenim la forma definitiva de les dues paràboles encaixades que es veu a la figura 11. Aquesta (i les seves simètriques), és la forma que Gaudi dona a la secció ρ0 a la cota 0 de la columna C8 (fig. 12).

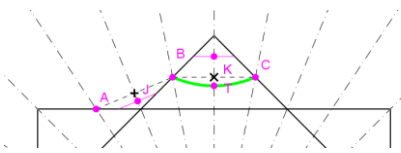


Fig. 9

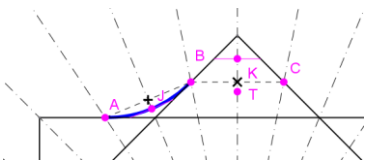


Fig. 10

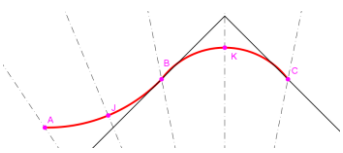


Fig. 11

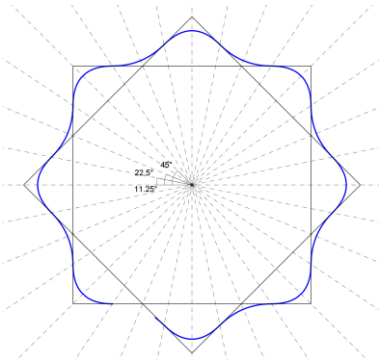


Fig. 12

La paràbola és una funció de segon grau que no necessita una gran quantitat de recursos del programa. Però el seu gir, simetrització o translació, ja no generen altres funcions de segon grau, sinó corbes paramètriques. Aquestes, al contrari, consumeixen una gran quantitat de recursos del programa GeoGebra, de tal manera, que s'ha pogut comprovar que per al dibuix de tota la secció ρ0 s'utilitzen 15 corbes paramètriques. Desgraciadament, el programa col·lapsa.

Per esmenar aquesta qüestió es fa una simplificació. Es converteixen les paràboles en arcs de circumferència. Un arc de circumferència passa per tres punts donats. Els resultats es mostren a les figures 13 i 14. A la primera, es veu la diferència entre la paràbola en color blau i l'arc de circumferència en color vermell. A la segona, traçant tangents des del punt B a la paràbola i a la circumferència respectivament, s'observa el desfasament de 7.23° que pot servir de referència per avaluar el significat de la simplificació efectuada. En GeoGebra el moviment dels arcs de circumferència no utilitza més recursos que el propi traçat de l'arc.

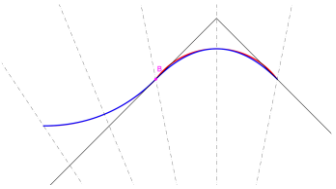


Fig. 13

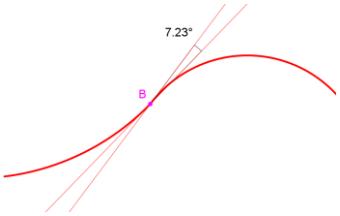


Fig. 14

Codi QR i enllaç de l'applet de GeoGebra corresponent a l'apartat 1.

https://www.geogebra.org/m/xv5uujdr

2. Fust de la columna C8

La columna C8 és de secció variable i té una altura H de 16 m[(2)]. Però les columnes es van fabricar per metres. Això vol dir que el fust de la columna es descompon en 16 peces. Amb

[(2)] Sembla que l'altura de la columna segueix una regla general: És en metres el nombre de puntes multiplicat per dos. D'aquesta manera, la columna C8 tindria una altura de 16 m. Però això no inclou el basament. De forma que, quan es diu la cota 0 o ρ0, es refereix a la primera secció després del basament. No sabem si aquesta regla inclou també les columnes C4 o branques. Quant al basament, la seva altura és el nombre de puntes o vèrtexs en decímetres. Per a la columna C8, 80 cm.

perfils que van de ρ0 a l'altura de 0 m, o cota 0, fins ρ16 a l'altura de 16 m (fig. 15). Això es respecta i es tradueix, a l'aplicació, en punts lliscants que el seu increment és d'1 m. El tractament geomètric és molt diferent en els primers 8 m que en els 8 m restants. Els analitzarem a continuació.

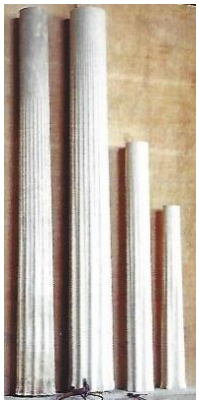


Fig. 15

<u>Columna C8 d'H= 0 a 8 metres</u>

Detallarem, en el segon quadrant de l'eix de coordenades, la construcció del perfil ρ1 a H= 1 m d'altura.

.1 Es parteix del perfil ρ0 a la cota 0 (apartat 1). Es marquen els punts que la formen. Recordi's que ara està dibuixada amb arcs de circumferència. Fig. 16

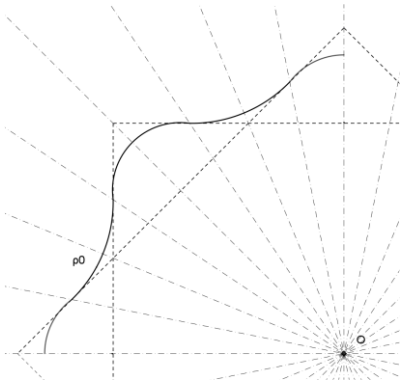


Fig. 16

.2 Els punts que formen el perfil ρ0 giren en sentit antihorari un angle de 1.40625° (360°/256), generant el perfil α. En color blau. Figura 17. Es fa també un gir horari amb el mateix angle 1.40625°. Si es multiplica aquest angle per H= 8 m, ens dona 11.25° que és precisament l'angle que s'ha donat a les línies radials (apartat 1).

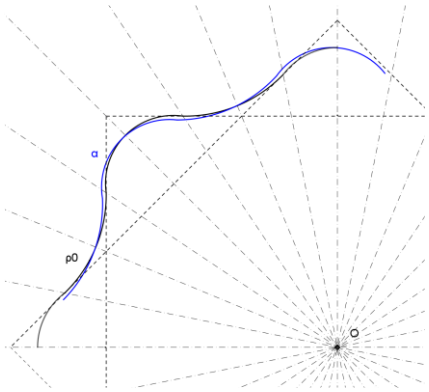


Fig. 17

.3 Els punts que formen el perfil ρ0 giren en sentit horari un angle de 1.40625° generant el perfil β. En color verd. Figura 18.

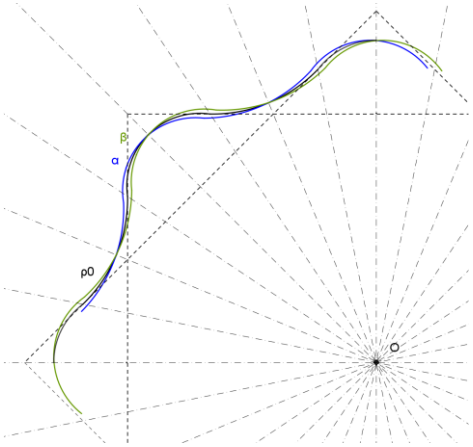


Fig. 18

.4 La unió del perfil α amb β, de la manera que es veu a la figura 19, formen el perfil ρ1 de la columna C8 a l'altura de H= 1 m. Els radis rα i rβ han servit per perfilar els arcs de circumferència en els seus llocs definitius. Color vermell.

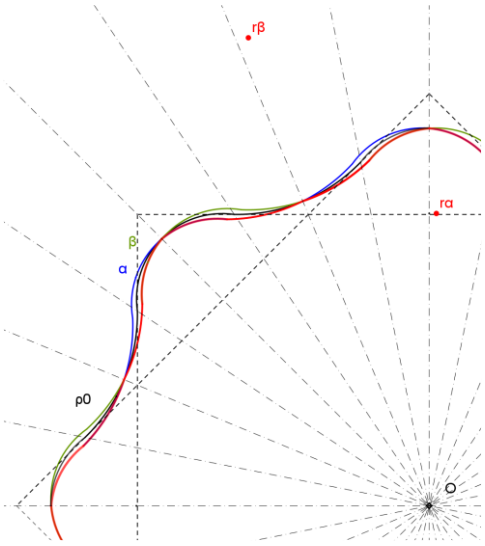
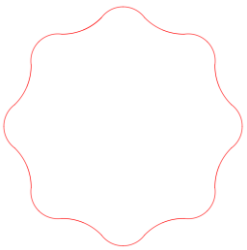


Fig. 19

Una vegada obtingut el perfil en el segon quadrant, es completa a base de girs i simetries que el programa GeoGebra permet amb molta facilitat. Els perfils ρi a l'altura i s'obtenen de la mateixa manera que l'indicat per a l'altura d'1 metre, però augmentant l'angle de gir el valor de 1.40625° multiplicat per l'altura corresponent. Per a la màxima altura que s'aconsegueix en aquesta fase, els perfils α i β s'obtenen girant els punts que formen ρ0 un angle de 1.40625° x 8= 11.25°.

A continuació es mostren el conjunt de perfils de ρ0 a ρ8 correlativament per H= 0 fins H= 8 m. Figura 20



ρ0...H= 0 m...0°

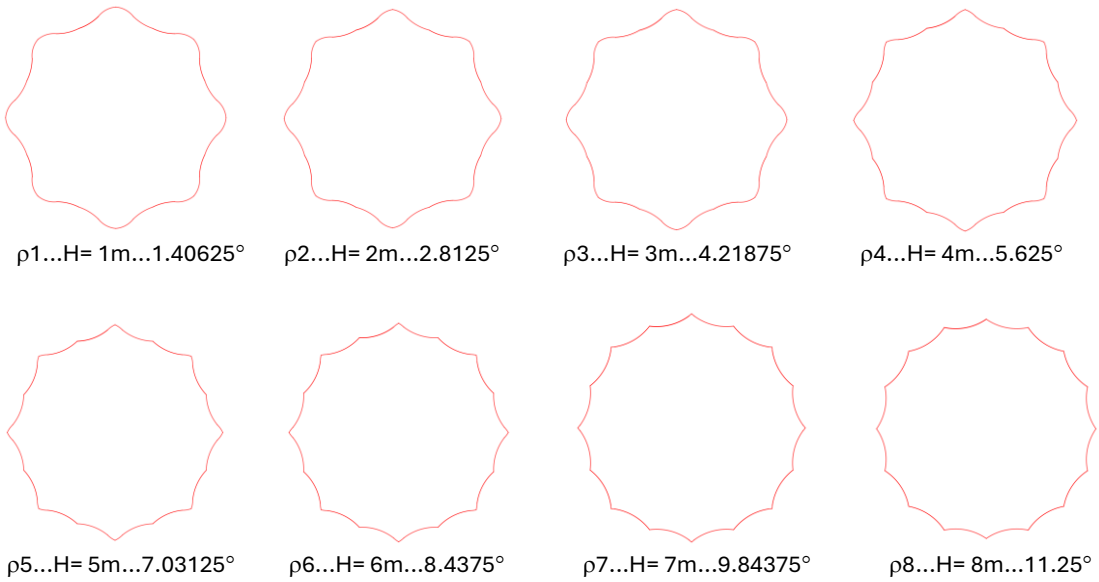


Figura 20

S'observa que, a partir del perfil ρ4, comencen a aparèixer arestes fins arribar al perfil ρ8. I en aquest perfil la columna adopta la forma de dòrica pura.

Columna C8 d'H= 9 a 16 metres

Amb la intenció de no esgotar els recursos del programa, en aquesta segona tanda de perfils es mostraran els perfils corresponents a H= 9 m, ρ9, H= 12 m, ρ12 i H= 15 m, ρ15.

Detallarem, en el segon quadrant de l'eix de coordenades, la construcció del perfil ρ12 a H= 12 m d'altura.

.1 Es parteix del perfil ρ8 a l'altura H= 8 m. Figura 21.

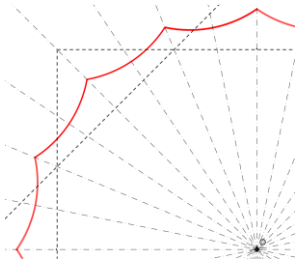


Fig. 21

.2 Els punts que formen el perfil ρ8 giren en sentit antihorari, però també en sentit horari, un angle de 1.41625° multiplicat 4 (aquest valor és la distància que es troba des de H= 12 m a H= 8 m. 12-8= 4). Observi's que, com que el gir es dona en els dos sentits, resulten el doble de punts que a la construcció dels perfils de 0 a 8 m. Així s'obtenen els perfils α. En color blau. Figura 22.

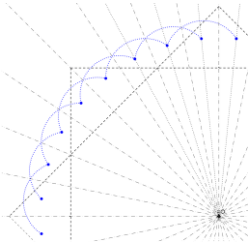


Fig. 22

.3 La construcció dels perfils β consisteix en crear corbes simètriques a les α però provocant interseccions en punts intermedis. Això s'aconsegueix doblant les línies radials de la figura 4 (a l'apartat 1). En color verd. Figura 23.

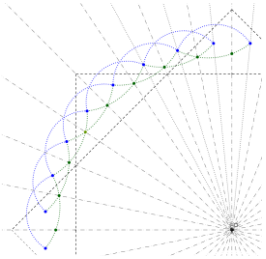


Fig. 23

.4 El perfil ρ12 apareix en perfilar els arcs de circumferència formats en unir α amb β. En color vermell. Figura 24.

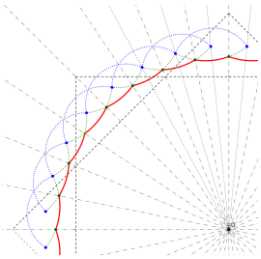
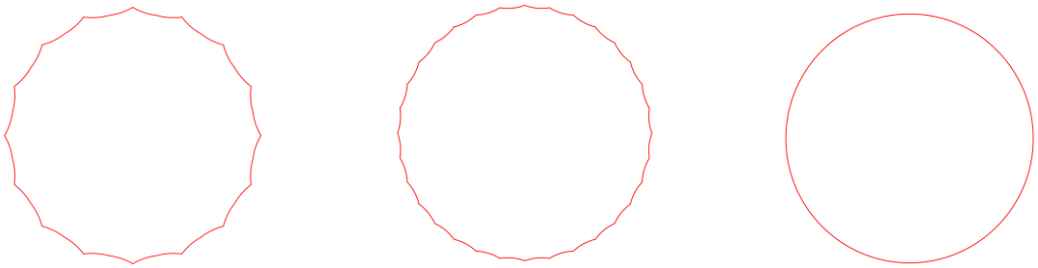


Fig. 24

En aquest tipus de construcció es comprova que la creació d'arestes es produeix a molta més velocitat que quan l'altura H es mou entre 0 i 8 m.

A continuació es mostren el conjunt de perfils de ρ9, ρ12 i ρ15. Figura 25.



ρ9...9m...1.40625° ρ12...12m...5.625° ρ15...15m...9.84375°

Fig. 25

El perfil ρ15 a 15 m d'altura s'ha dibuixat com una circumferència, però en realitat es tracta d'un conjunt de segments de molt poca longitud.

Codi QR i enllaç de l'applet de GeoGebra corresponent a l'apartat 2.

https://www.geogebra.org/m/qxpmbsxe

3. Columna C4. Branca de la columna C8. H= 0 a 4 m

A la figura 2 es pot veure com la columna C8 es ramifica en quatre columnes C4 d'idèntica secció. Aquestes branques o columnes estan lleugerament inclinades i tenen secció variable. El procés generatiu d'aquesta columna és similar al de la C8 però en lloc de néixer de dos quadrats girats 45°, l'un referent a l'altre, aquí es parteix d'un sol quadrat de 0.52 m de costat. D'aquesta circumstància es deu el nom adoptat de C4.

Amb la intenció de no col·lapsar el programa GeoGebra, es descompon l'estudi de la columna C4 en tres parts (per falta d'informació se suposa que l'altura de la columna és de 8 m. El més probable és que les columnes tinguin altures diferents):

Parts	Altures H(m)	Translació	Gir	Aplicació
1	0 a 4	De quadrat a octògon	22.5°	3
2	4 a 6	D'octògon a hexadecàgon (16 costats)	11.25°	4
3	6 a 8	D'hexadecàgon a triacontadígon (32 costats)	11.25°	5

Com s'observa, el gir total del perfil és de 45°

En aquesta primera part, el quadrat gira amb centre O, un angle α en sentit antihorari i com a màxim α= 22.5°. Figures 26 en planta i 27 en 3D. A continuació, el mateix quadrat gira, també en centre O i en sentit horari, un angle β i com a màxim β= 22.5°. Per tenir una idea del moviment s'adjunta la següent taula:

H(m)	α= -β
0	0°
1	5.625°
2	11.25°
3	16.875°
4	22.5°

És a dir, que entre els dos girs es produeix com a màxim un angle de 45°. Figures 28 en planta i 29 en 3D.

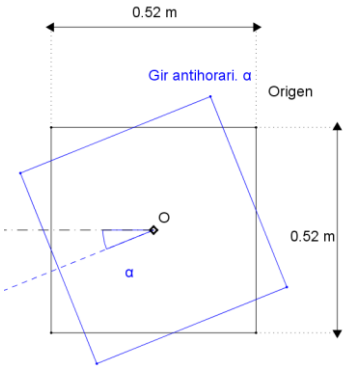


Fig. 26

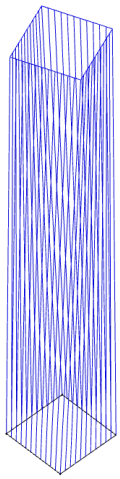


Fig. 27

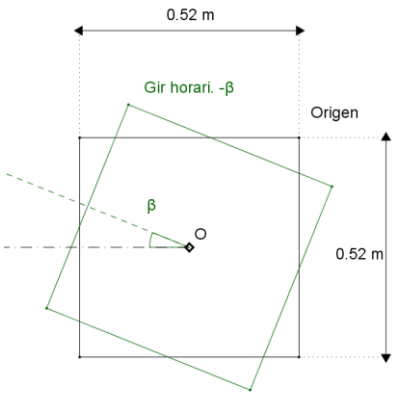


Fig. 28

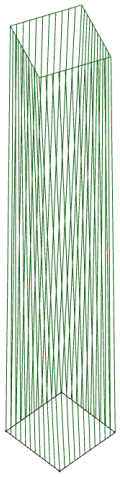


Fig. 29

La intersecció dels dos quadrats girats, figura 30, produeix una geometria com la que es veu en planta, amb tots els vèrtexs units, a la figura 31 i en 3D a la figura 32.

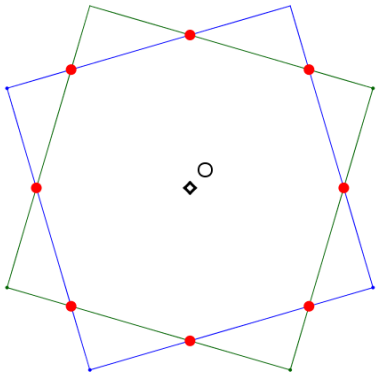


Fig. 30

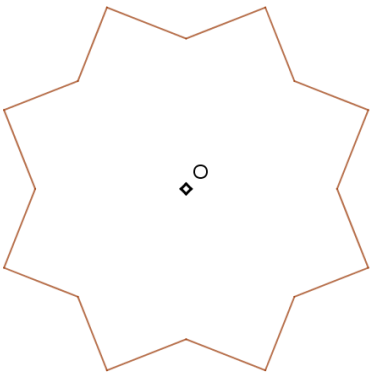


Fig. 31



Fig. 32

Finalment, la columna queda geomètricament generada unint els punts inscrits de la figura anterior, figura 33 en planta i 34 en 3D. La columna té una forma quadrada en el seu inici, H= 0 m i, a mesura que s'incrementa l'altura, es genera un octògon que culmina en el gir de $\pm 22.45°$ a l'altura d'H= 4 m.

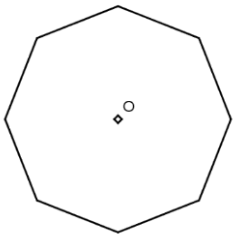


Fig. 33



Fig. 34

Codi QR i enllaç de l'applet de GeoGebra corresponent a l'apartat 3.

https://www.geogebra.org/m/q5mzy5te

4. Columna C4. Branca de la columna C8. H= 4 a 6 m

La columna C4 a 4 m d'altura té forma d'octògon regular. No podem seguir girant perquè tornaríem al principi. El que es fa es crear dos grups de perfils dobles. Són aquests els que giren amb centre O, un angle α en sentit antihorari i un angle β en sentit horari i, com a màxim, $\alpha = \beta = 11.25°$, figures 35 i 36. La intersecció dels dos grups de perfils, figura 37, ens dona la forma de la columna C4 per un angle comprès entre 0 i 11.25° i una altura d'entre 4 i 6 m.

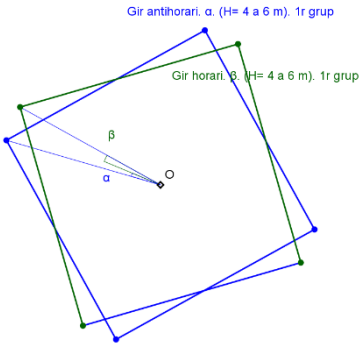


Fig. 35

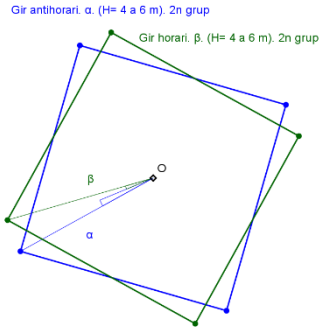


Fig. 36

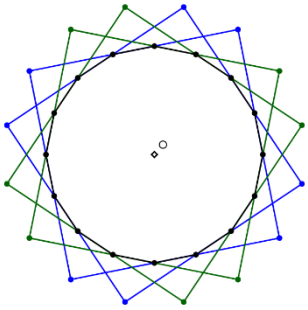


Fig. 37

Quan H arriba a 6 m d'altura, cosa que passa quan els angles α i β aconsegueixen els 11.25°, la columna adopta la forma d'un polígon regular de 16 costats (hexadecàgon), figura 38. Com es comprova, la columna passa de forma octogonal per a l'altura H= 0 m a forma hexadecagonal per a H= 6 m. La figura 39 ensenya la columna completa. El fust s'ha ressaltat amb la formació de triangles grisos i marrons.

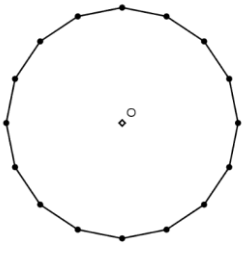


Fig. 38

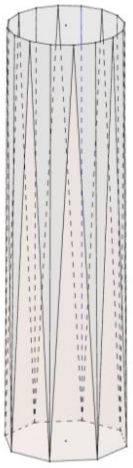


Fig. 39

Codi QR i enllaç de l'applet de GeoGebra corresponent a l'apartat 4.

https://www.geogebra.org/m/gbhsae6p

5. Columna C4. Branca de la columna C8. H= 6 a 8 m

La generació dels perfils quan la columna C4 té una altura que es mou entre 6 i 8 m és molt semblant als perfils generats en el moviment d'H entre 4 i 6 m. Només una diferència: a la màxima altura (H= 6 m), en el moviment entre 4 i 6 m la silueta era d'un polígon regular de 16 costats (hexadecàgon). Ara es parteix d'aquest en els 6 m i s'acaba a l'altura de 8 m amb una altre polígon regular de 32 costats (triacontadígon). La generació de punts i de cares és més intensa. Es tracta, per tant, d'un doble quadrat en els quals l'angle girat, tant horari β com antihorari α, coincideix, com en el cas anterior, i és com a màxim de 11.25°. S'observa que si el gir entre 0 i 4 m d'altura ha estat de 22.5°, també ho ha estat entre 4 i 8 m, descompost l'angle en dos girs de 11.25°.

La figura 40 ensenya la silueta de la columna a 8 m d'altura, és a dir, quan es troba amb el capitell. La figura 41 és una vista en 3D extreta de la pròpia aplicació, en què es veu que es tracta de triangles als quals se'ls ha donat diferent color per fer més explícites les arestes i la pròpia constitució de la columna.

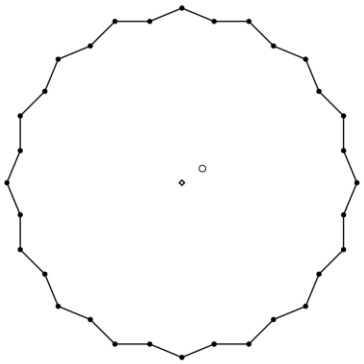


Fig. 40

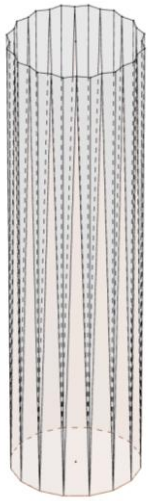


Fig. 41

Codi QR i enllaç de l'applet de GeoGebra corresponent a l'apartat 5.

https://www.geogebra.org/m/nbtceyq6

6. Transició de la columna C8 a la C4

La columna C8 no acaba amb un capitell, sinó que ha de canalitzar quatre columnes C4 que se li entreguen. Per materialitzar aquesta entrega es crea un element de transició que a continuació es detalla.

.1 La columna C8 acaba superiorment en una secció pràcticament circular, de diàmetre ϕ= 1.250 m. En una longitud no determinada troba un quadrat de 1.250 m de costat (fig. 42). Aquesta entrega s'efectua de forma reglada, de manera que cada quart de cercle troba un costat del quadrat (fig. 47).

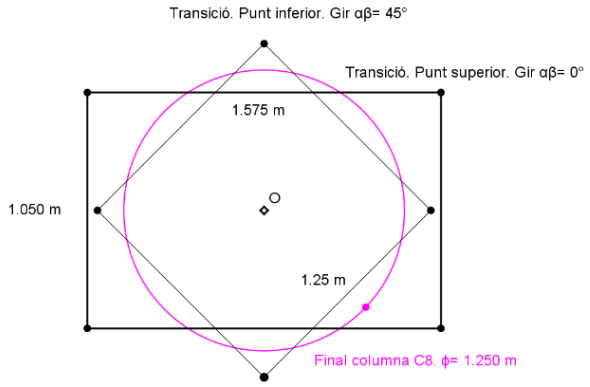


Fig. 42

.2 De la columna C8, i en forma de branques, apareixen quatre columnes C4, de secció quadrada, de 0.520 m de costat. Recordem que, en el moment que guanya altura, la columna C4 comença a girar-se.

Les branques estan inclinades un angle horitzontal δh i un vertical δv. No es té informació del valor exacte d'aquests angles. En els punts lliscants de l'aplicació 6 s'ha previst que l'angle δh estigui comprès entre 5 i 15° i δv entre 75 i 80°. Però el més probable és que aquest angle variï en funció del tipus de columna inferior a les que s'entrega.

.3 Les columnes C4 s'entreguen en una superfície rectangular de mides 1.575 per 1.050 m. I ho fan de la manera que es veu a la figura 47, és a dir, que part de la columna descansa a fora d'aquest rectangle. En principi, les ¾ parts de la columna (0.39 m) descansen sobre el rectangle. Si tracéssim un prisma des de la dimensió curta del rectangle, el ¼ restant de la columna C4 s'entregaria sobre aquesta cara del prisma. La intersecció és una recta que s'uneix amb el costat del quadrat inferior de 1.250 m que s'indicava en el punt 1. Aquesta unió, entre dos segments inclinats entre ells, es fa de manera reglada.

.4 L'element de transició entre les columnes C8 i C4 té una altura que desconeixem, però tot fa pensar que es troba entre 0.9 i 1.8 m d'altura. La dimensió llarga del rectangle, 1.575, s'uneix al quadrat inferior també amb una superfície reglada. Dos triangles que són funció de la inclinació vertical de les columnes C4, i que formen plans, acaben de definir la silueta de l'element de transició.

El que s'acaba de detallar té una traducció més fàcil de comprendre en dues dimensions. Si es fan girar els vèrtexs del rectangle de 1.050 per 1.575 m (fig. 43) un angle α en sentit antihorari (color blau) i un angle β en sentit horari (color verd), de tal forma que α= β, i s'uneixen les interseccions dels nous rectangles girats, es definiran seccions com les que es veuen a les figures 43 a 46. Quan α= β= 45°, el rectangle inicial s'ha convertit en un quadrat de 1.050 m de costat. A diferència dels girs que es donaven a les columnes C8 i C4, aquí no es duplica la base, i s'efectua un únic gir de màxim 45°. Aquest és el moviment que es genera bàsicament (falta la ubicació de les columnes C4) en planta i que té la traducció a 3D en forma de superfícies reglades.



Fig. 43 (α=β=0°)

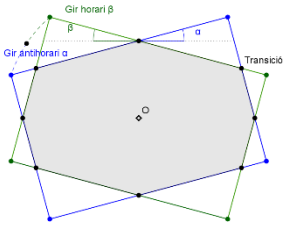


Fig. 44 (α=β=15°)

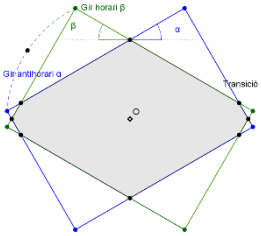


Fig. 45 (α=β=30°)

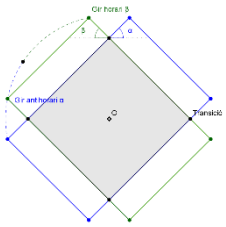


Fig. 46 (α=β=45°)

La figura 47 és una vista en tres dimensions de l'element de transició entre les columnes C8 i C4.

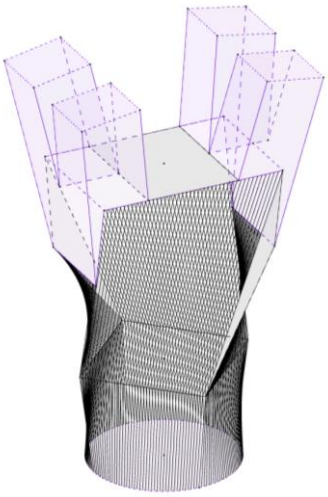


Fig. 47

Codi QR i enllaç de l'applet de GeoGebra corresponent a l'apartat 6.

https://www.geogebra.org/m/zetnf3gh

7. Capitell de la columna C4. Simplificacions

La part superior de la columna C4 acaba amb un capitell. Però de la columna C8 han nascut quatre columnes C4 inclinades i cadascuna d'elles amb un capitell. A partir dels capitells apareixen una sèrie de bisells i paraboloides hiperbòliques i, en general, superfícies reglades que donen al sostre de la Sagrada Família una bellesa, però també una complexitat, que desborda els límits d'aquesta aplicació i la pròpia capacitat del programa GeoGebra. Per això, analitzarem els temes tractats i les simplificacions i limitacions a què han estat subjectes.



Fig. 48

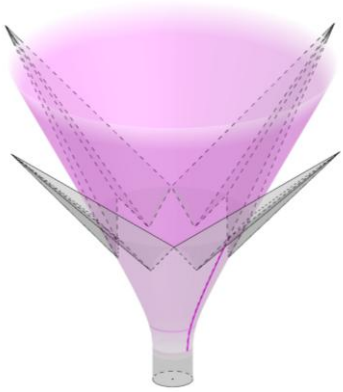


Fig. 49

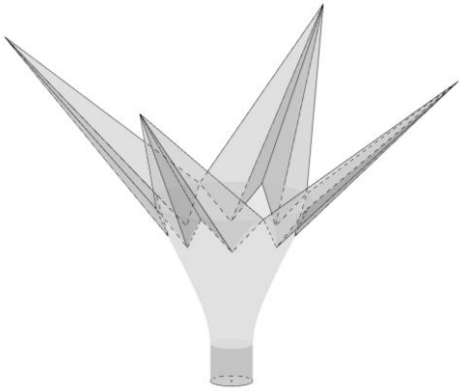


Fig. 50

.1 La columna C4. Com s'ha vist anteriorment, la columna C4 en la seva part superior està formada per una secció en forma de polígon regular de 32 costats. La realitat és que acaba amb una secció circular.

.2 Hiperboloides. El capitell el forma la intersecció d'un conjunt de quatre hiperboloides de base el·líptica (hiperboloide còncau d'equació $-x^2/a^2-y^2/b^2+z^2/c^2= 1$). La primera simplificació que es fa és convertir els quatre hiperboloides còncaus en un sol de base circular i d'un full (fig. 48). L'equació del hiperboloide d'un full és $x^2/a^2+y^2/b^2-z^2/c^2= 1$ on a, b i c són paràmetres que condicionen la forma de l'hiperboloide. Concretament, quan a= b, la base deixa de ser el·líptica per transformar-se en circular. A més, les dimensions d'a i b han de ser tals que defineixen un coll de l'hiperboloide que coincideixi amb el diàmetre de la secció circular de la columna C4. A continuació, tot ha consistit en retallar l'hiperboloide perquè comenci en l'acabament de la columna C4, de diàmetre $\phi= 0.52$ m, fins l'altura del capitell, h= 1.80 m, on té un diàmetre de $\phi c= 2.0$ m. (fig. 49). En aquesta figura s'observa una línia que perfila la forma externa del capitell.

.3 Bisells. El capitell es remata amb 4x4 bisells col·locats de la forma que s'aprecia a la figura 50. Consisteixen en triangles que la seva disposició i altura s'han pensat de manera aproximada. En realitat, els bisells abracen superfícies formades per paraboloides hiperbòlics i que enllacen amb els altres que venen de les columnes veïnes. És per això que la inclinació de les columnes, que en principi depèn de les càrregues que suporten, està condicionada també a la inclinació de les columnes veïnes.

Codi QR i enllaç de l'applet de GeoGebra corresponent a l'apartat 7.

https://www.geogebra.org/m/neq4vuz8

8. Base de la columna C8

A l'apartat 1 s'explicava la generació i les simplificacions que es feien del perfil de la columna C8 a la cota 0. Se l'anomenava $\rho 0$. En realitat, la cota 0 es troba a una altura de h= 0.80 m. Per sota d'aquesta cota és el que ocupa la base de la columna.

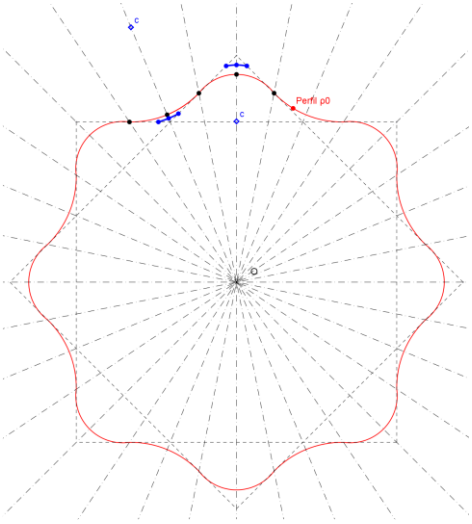


Fig. 51

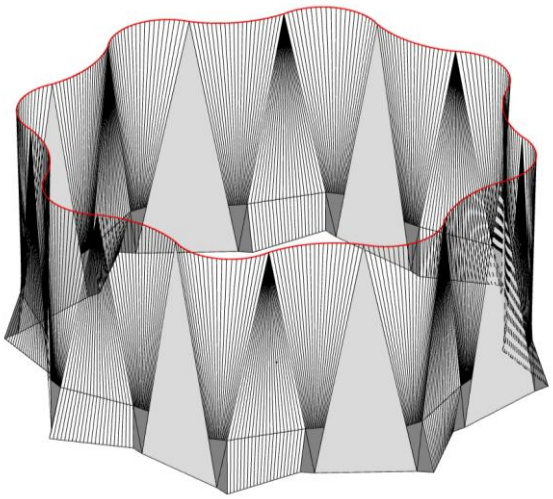


Fig. 52

Com es comprova, la base té un eixamplament molt suau en referència al fust. Es parteix del perfil ρ0 i les paràboles, o els arcs de cercle en la simplificació realitzada, es deriven a les parts inferiors de les bases, tant a las convexes com a les còncaves. A la figura 51 s'observa, en color blau, el procés de derivació. A la part convexa, la base s'eixampla en referència al perfil ρ0 i s'estreny a la part còncava. En total es creen 32 superfícies reglades, 8 de les quals apareixen a hi= 0.16 m d'altura on es produeix un plec. Les superfícies reglades que neixen al perfil ρ0 moren precisament en aquest plec. També es veu que es donen superfícies triangulades alternades amb les reglades (fig. 52).

Codi QR i enllaç de l'applet de GeoGebra corresponent a l'apartat 8.

https://www.geogebra.org/m/ewbnvwxx

9. Annex. Comparació geomètrica de les columnes C6, C8, C10 i C12 a la cota 0

Es tracta de comparar la geometria de la columna C8 amb les altres columnes que es troben al temple de la Sagrada Família. La comparació es fa a la cota 0, és a dir, a la que s'anomena ρ0. És la que es forma en les figures geomètriques elementals abans d'iniciar els girs, tant en sentit de les agulles de rellotge com en sentit contrari. A cadascuna de les seccions s'ha afegit un requadre de text on figuren els paràmetres fonamentals de definició dels perfils. Es dona el costat L de la figura generadora, el valor d'r del cercle que és tangent a les zones còncaves de la figura i els angles α, $\alpha/2$ i $\alpha/3$ que defineixen les línies radials, creant els punts pels que passaran las corbes.

Tal com es justificava a l'apartat 1, les corbes són arcs de cercle en lloc de paràboles.

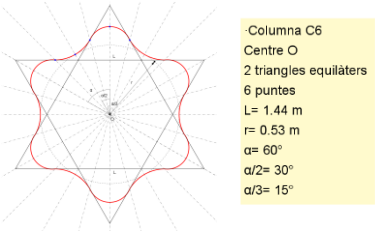


Fig. 53

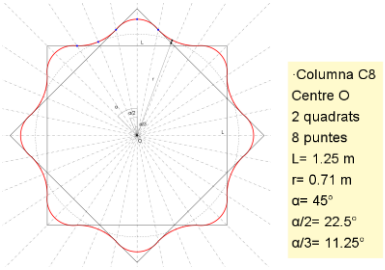


Fig. 54

S'observa que la columna C8 és la que té el conjunt de corbes més accentuat i la C10 la que menys.

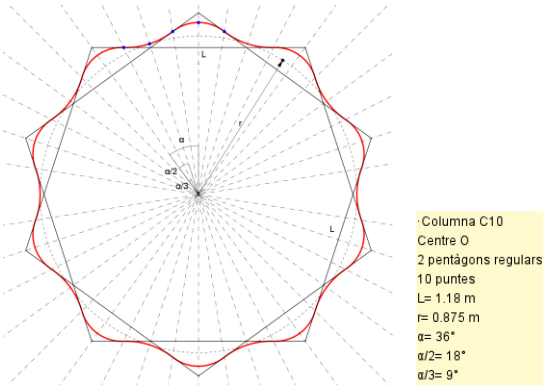


Fig. 55

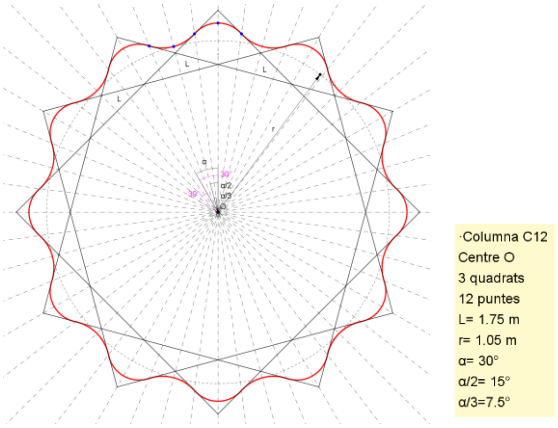


Fig. 56