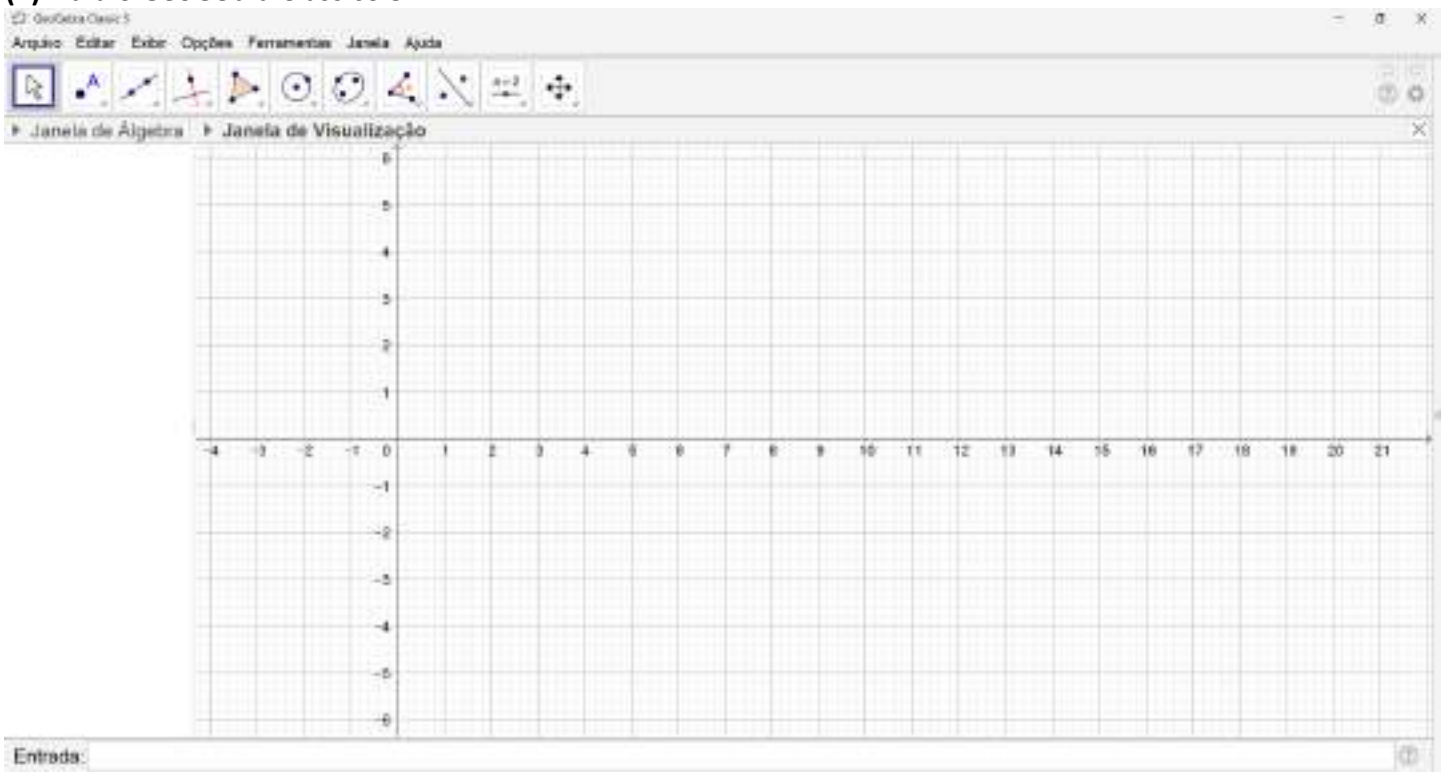
Pantógrafo

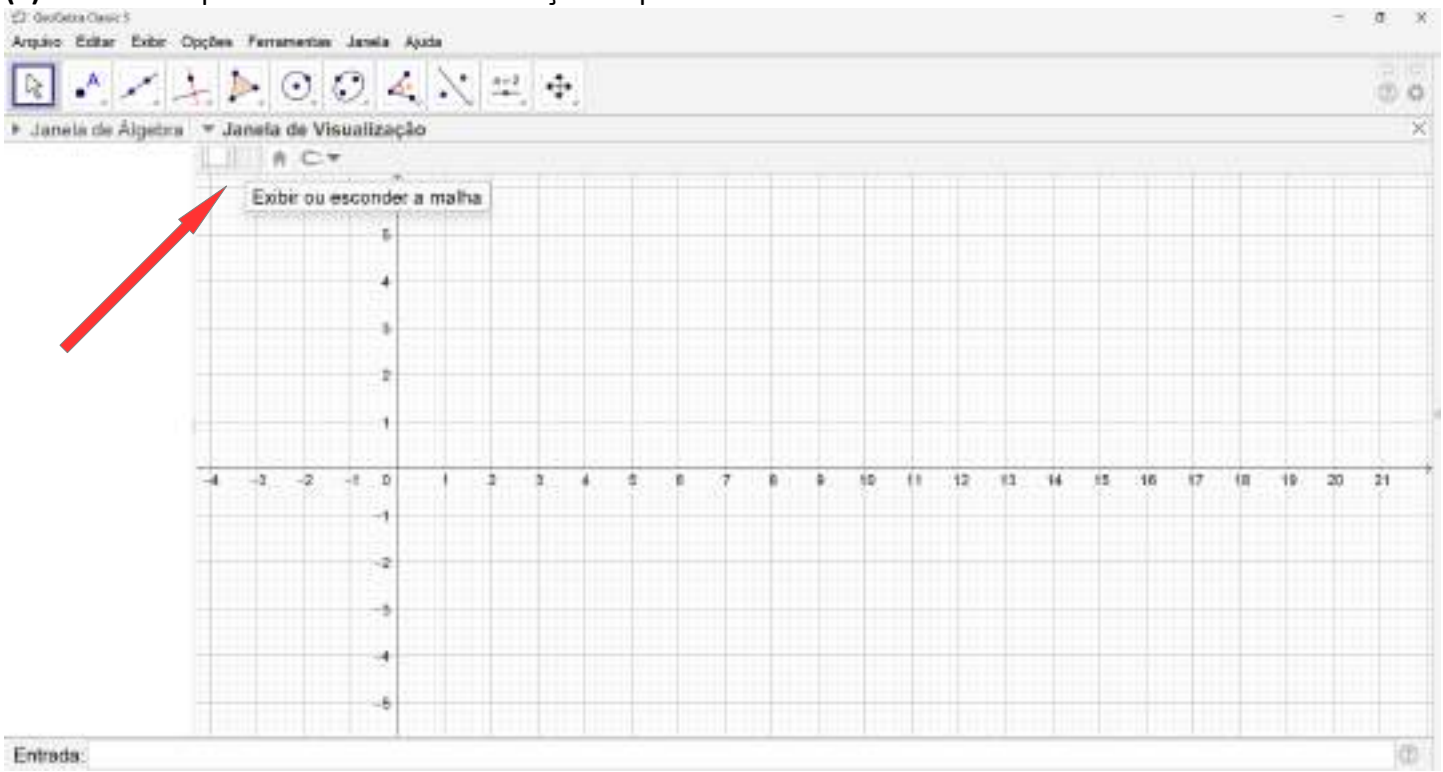
Pantógrafos são mecanismos articulados que permitem ampliar ou reduzir desenhos. Foi inventado por um astrônomo jesuíta alemão chamado Christoph Scheiner em 1603.

O roteiro ilustrado abaixo é para uma simulação, no GeoGebra, de um pantógrafo simples, similar aos pantógrafos reais, com razão de semelhança entre 1 e 3, ou seja, um pantógrafo que amplia desenhos em escala 1:r, com r entre 1 e 3.

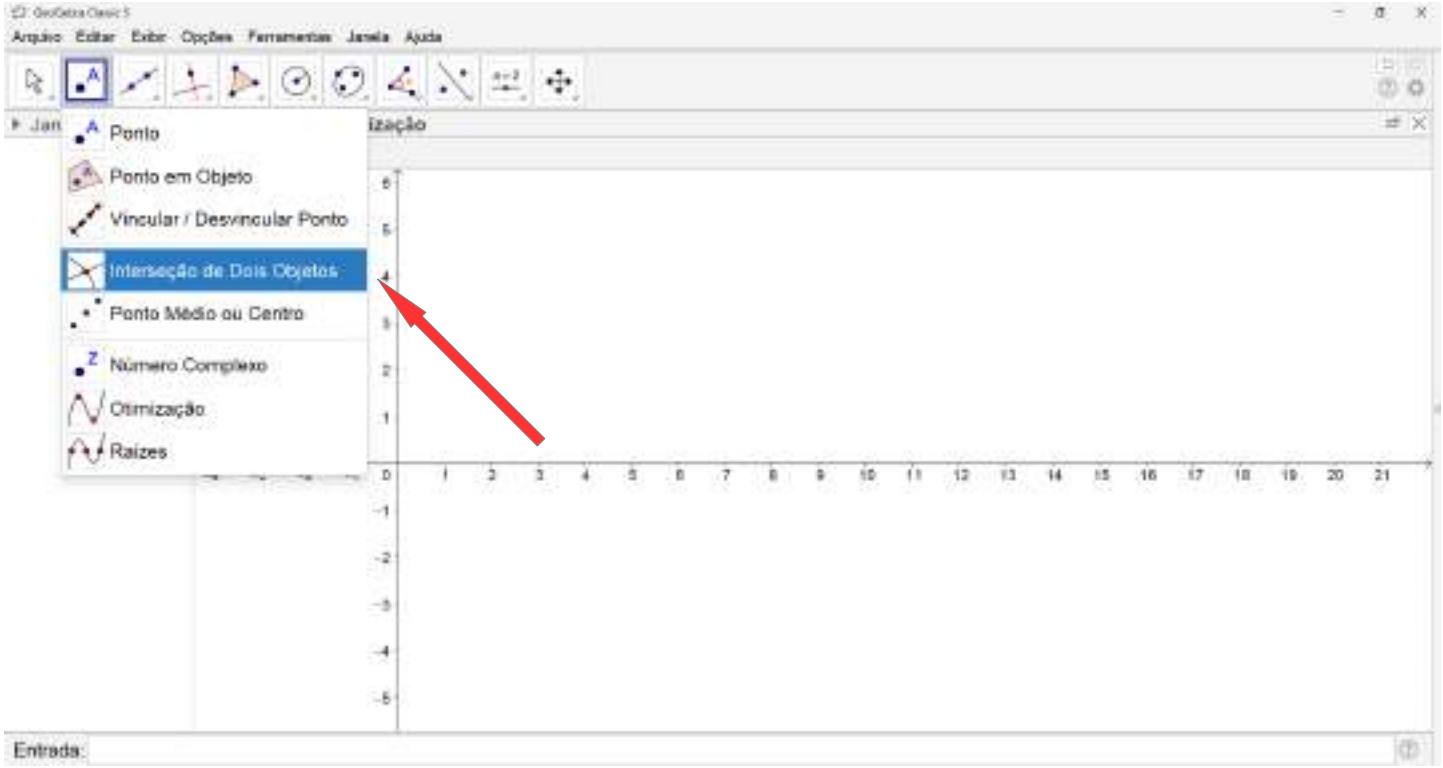
(1) Abra o GeoGebra Clássico 5.



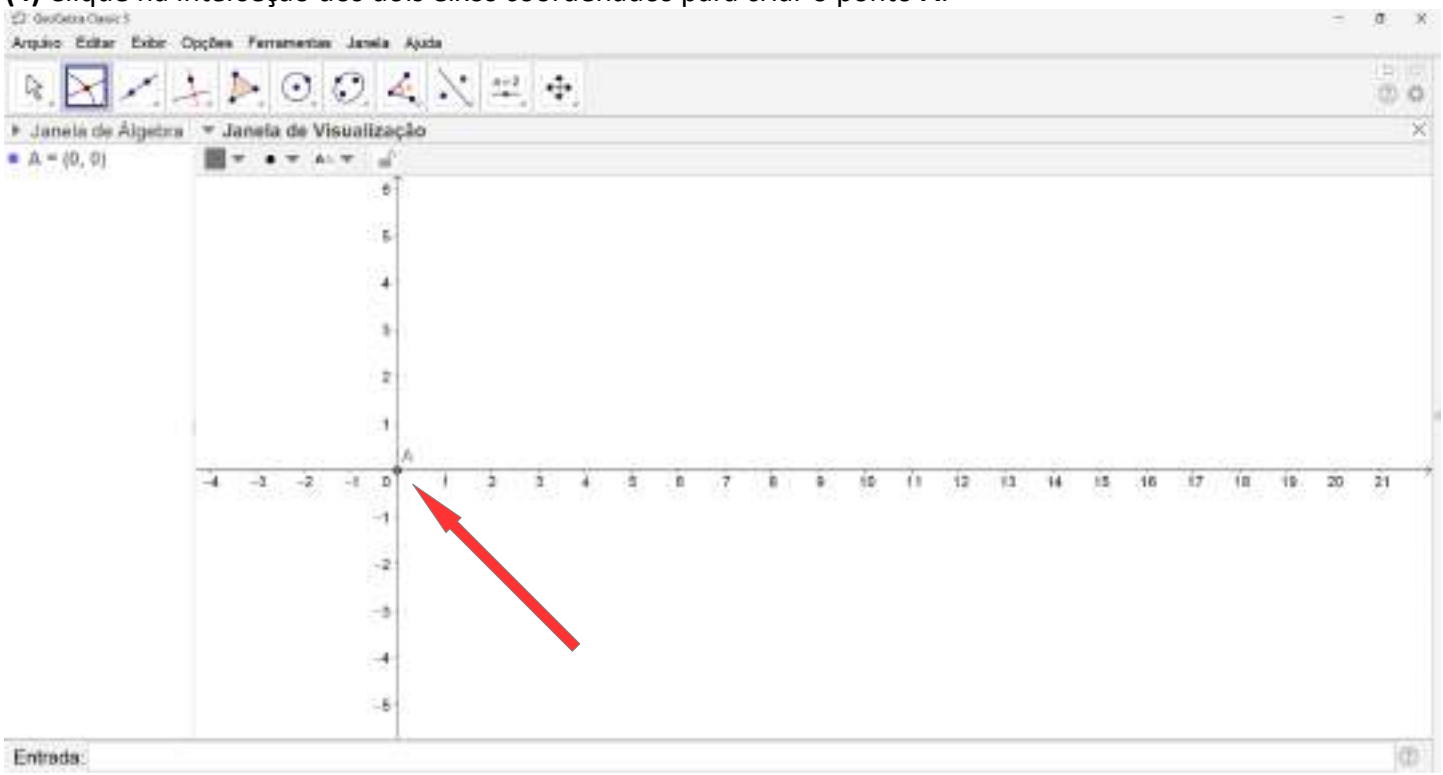
(2) No menu rápido da *Janela de Visualização* clique no botão *Exibir ou esconder a malha*.



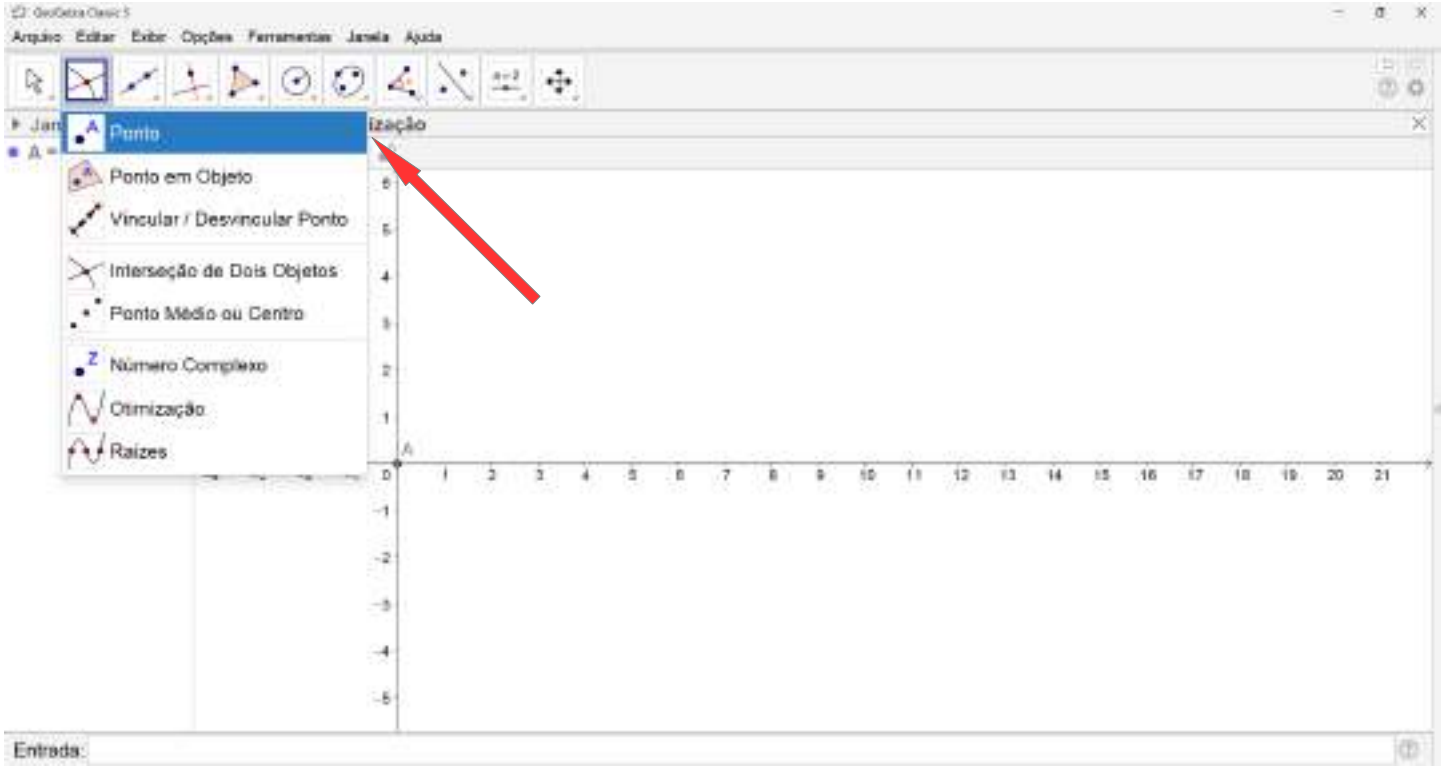
(3) No segundo menu de ferramentas, ative a ferramenta *Interseção de Dois Objetos*.



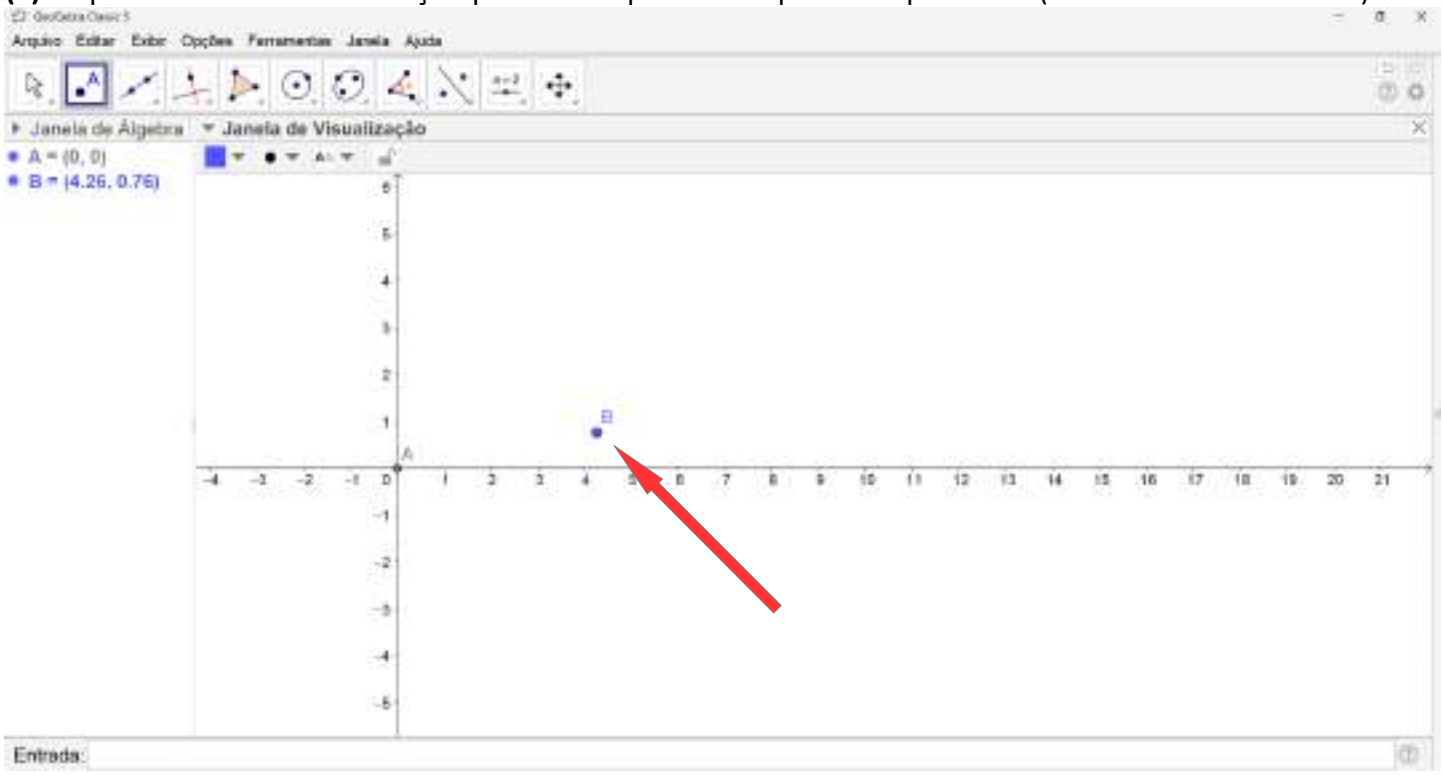
(4) Clique na interseção dos dois eixos coordenados para criar o ponto **A**.



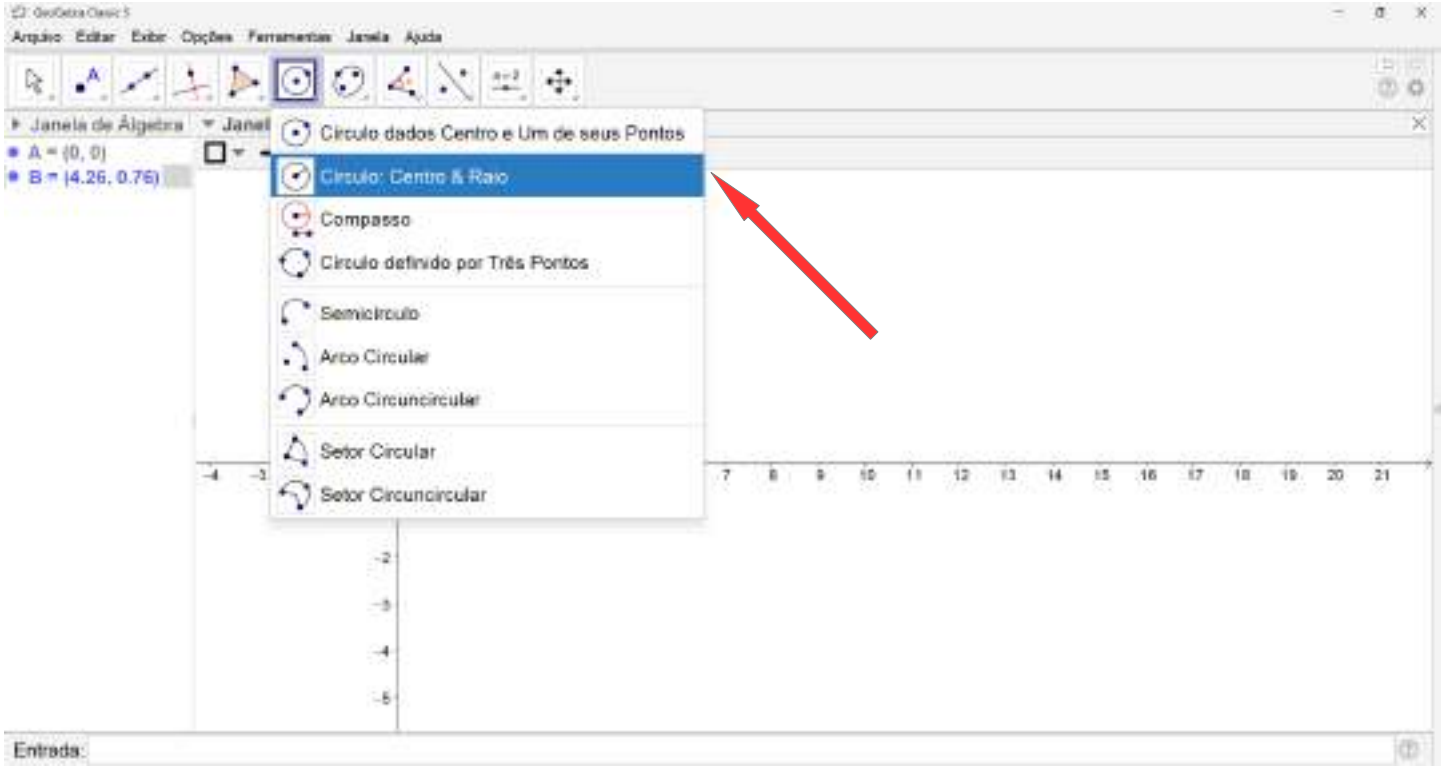
(5) No segundo menu de ferramentas, ative a ferramenta *Ponto*.



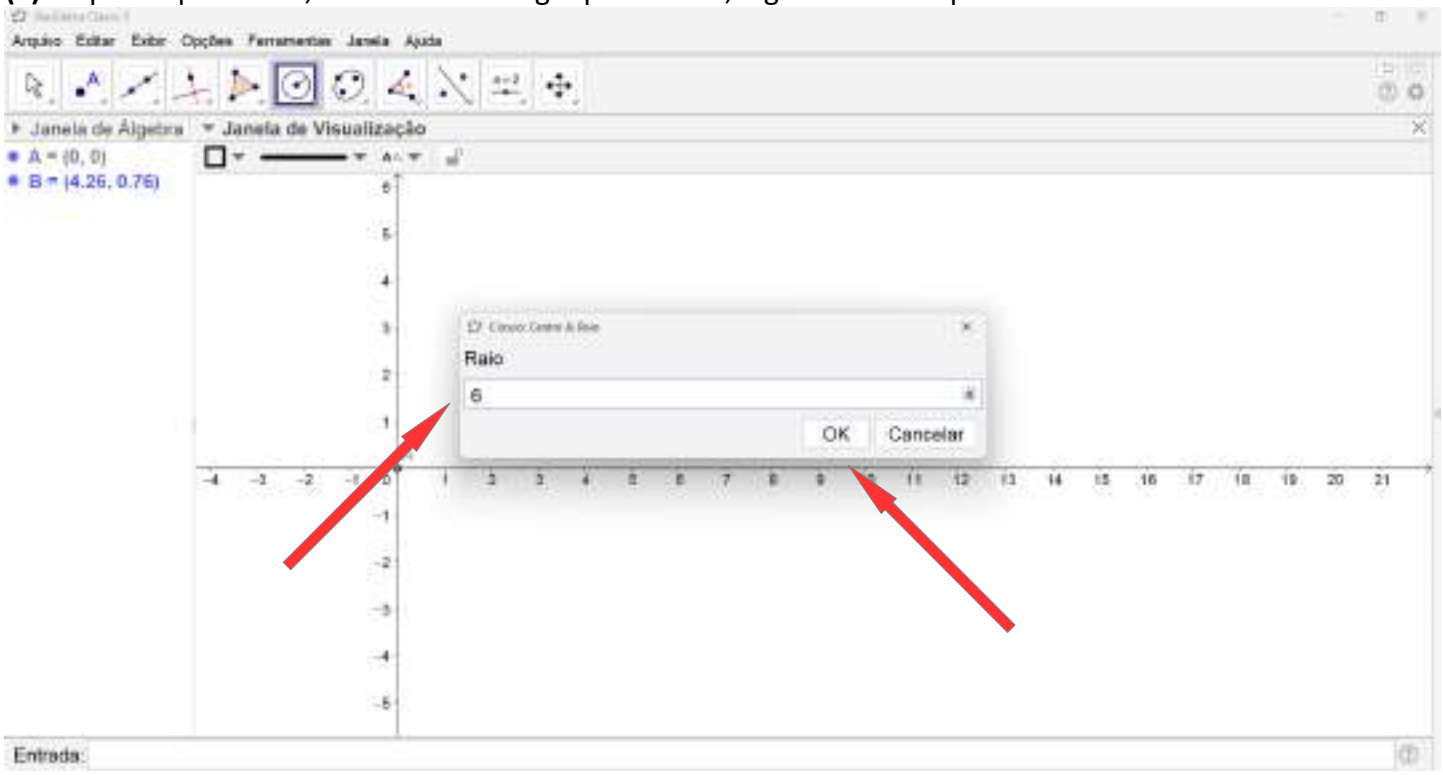
(6) Clique na *Janela de Visualização* para criar o ponto **B** no primeiro quadrante (não muito distante de **A**).



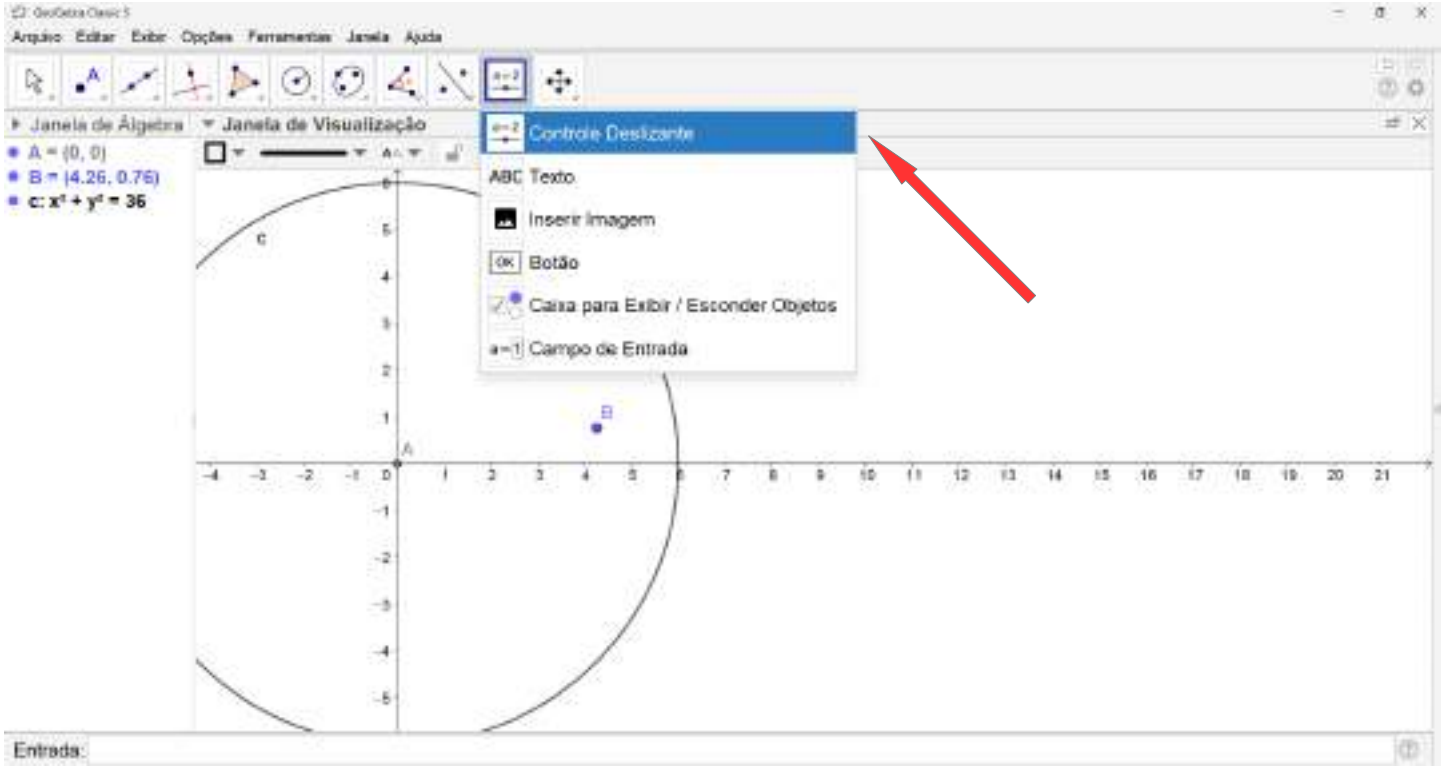
(7) No sexto menu de ferramentas, ative a ferramenta *Círculo: Centro & Raio*.



(8) Clique no ponto **A** e, na caixa de diálogo que se abre, digite raio 6. Clique em *OK*. Isto criará o círculo **c**.



(9) No penúltimo menu de ferramentas, ative a ferramenta *Controle Deslizante*.



(10) Clique na *Janela de Visualização* e, na caixa de diálogo que se abre, digite:

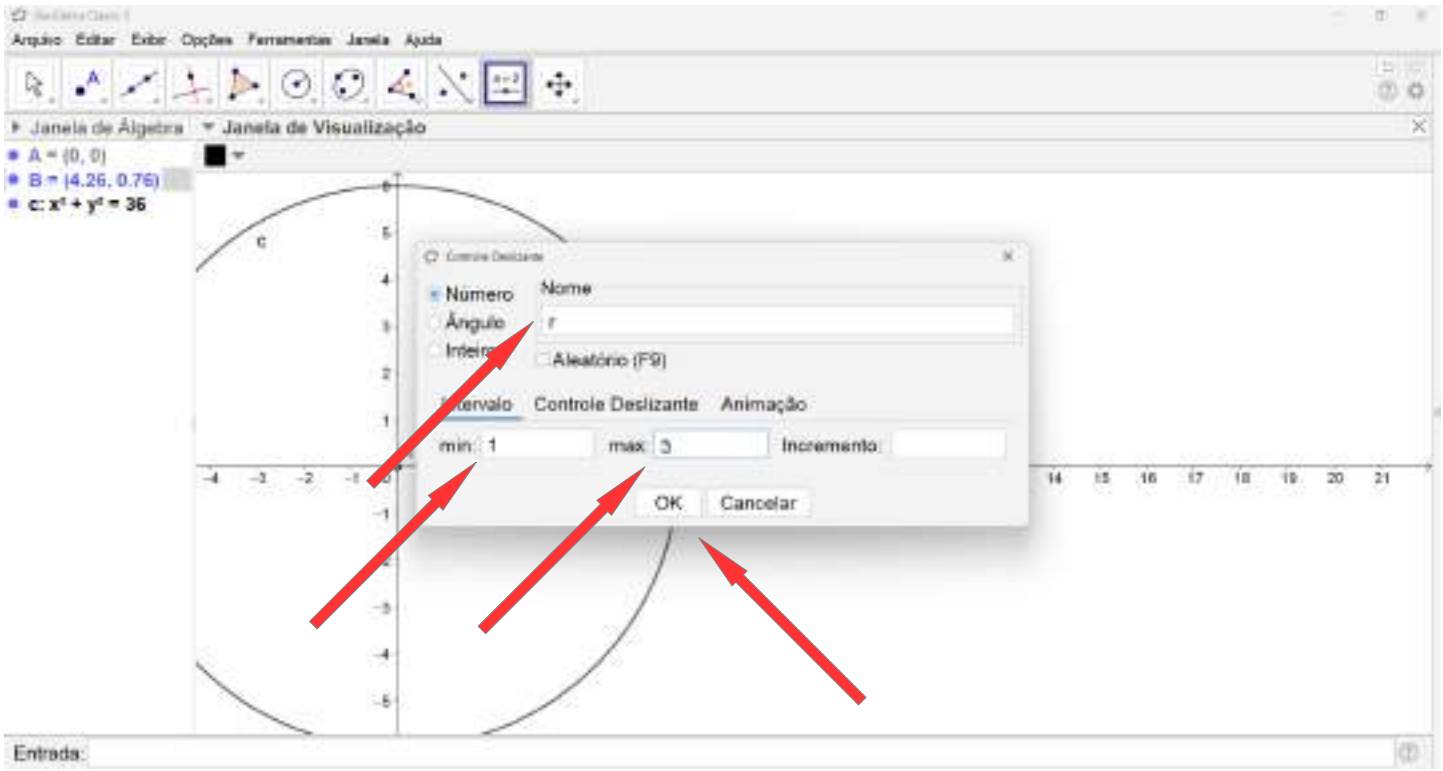
Nome: r (de razão);

min: 1

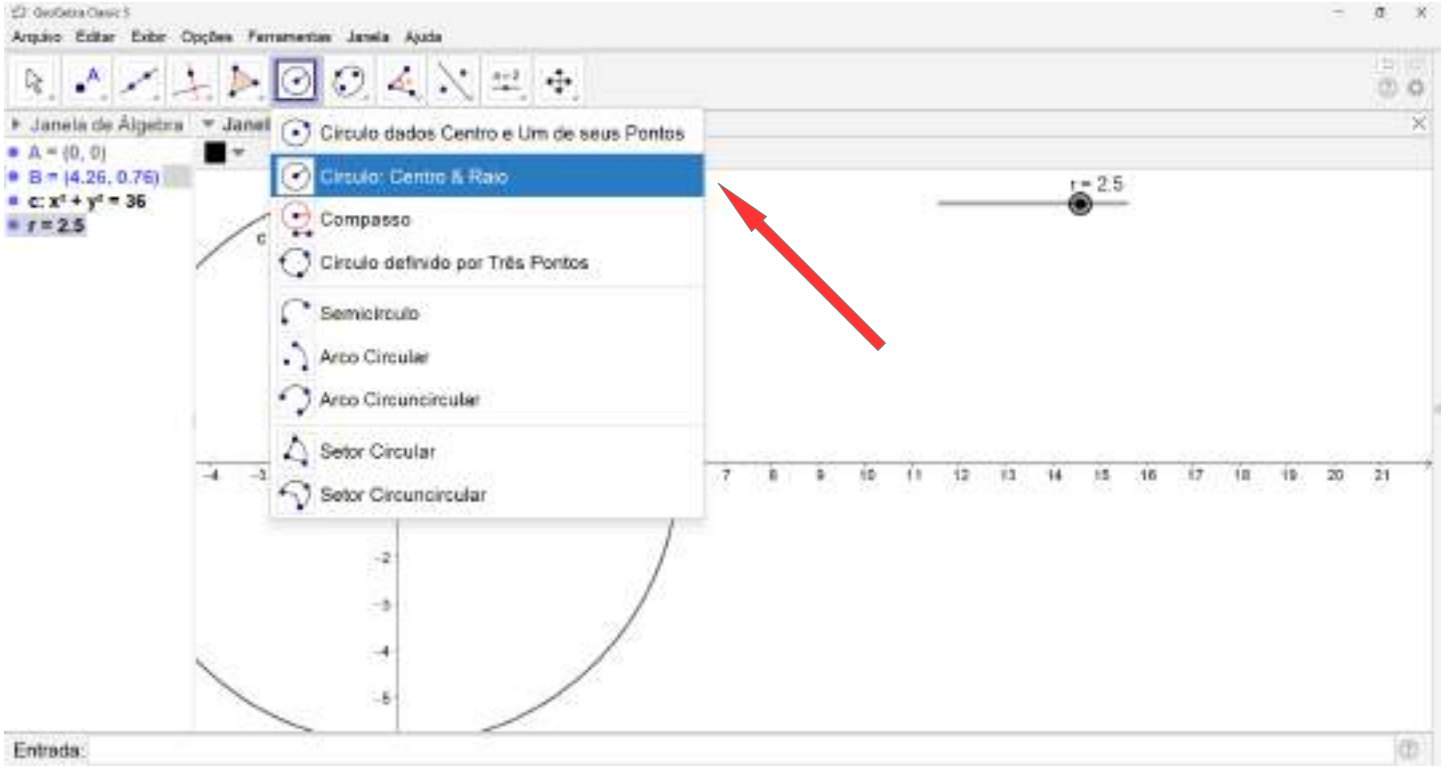
max: 3

Clique em *OK*.

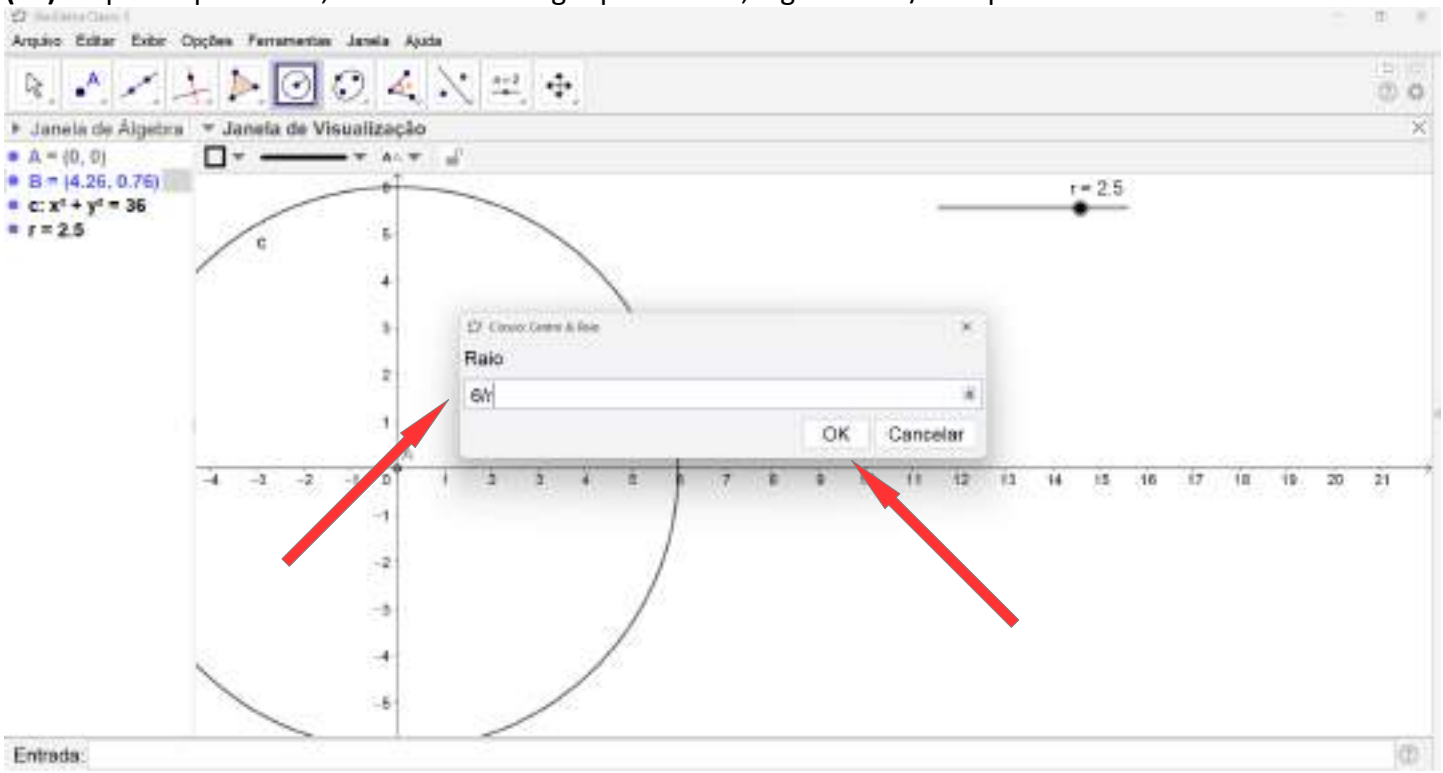
Isto criará o controle deslizante **r**.



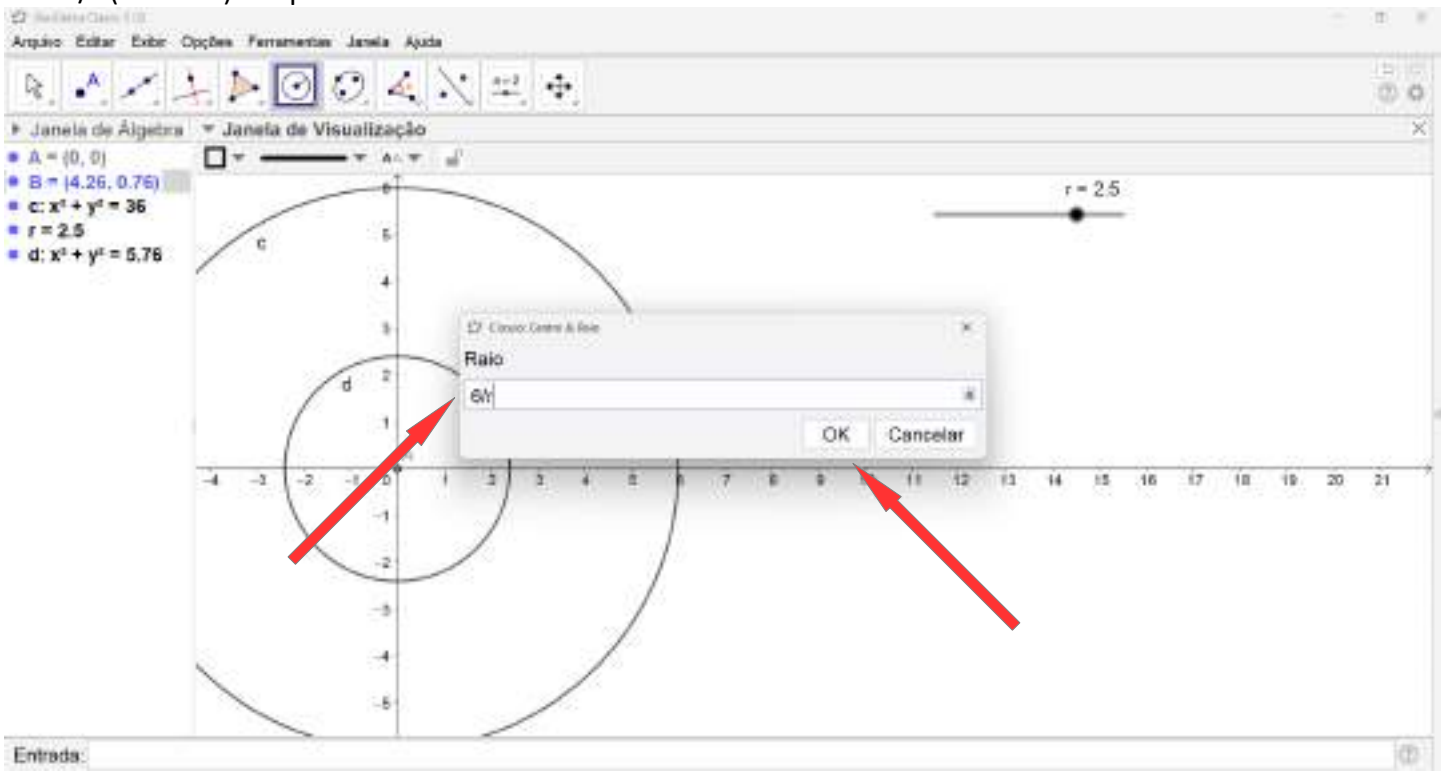
(11) Coloque **r** em 2,5 e, no sexto menu de ferramentas, ative a ferramenta *Círculo: Centro & Raio*.



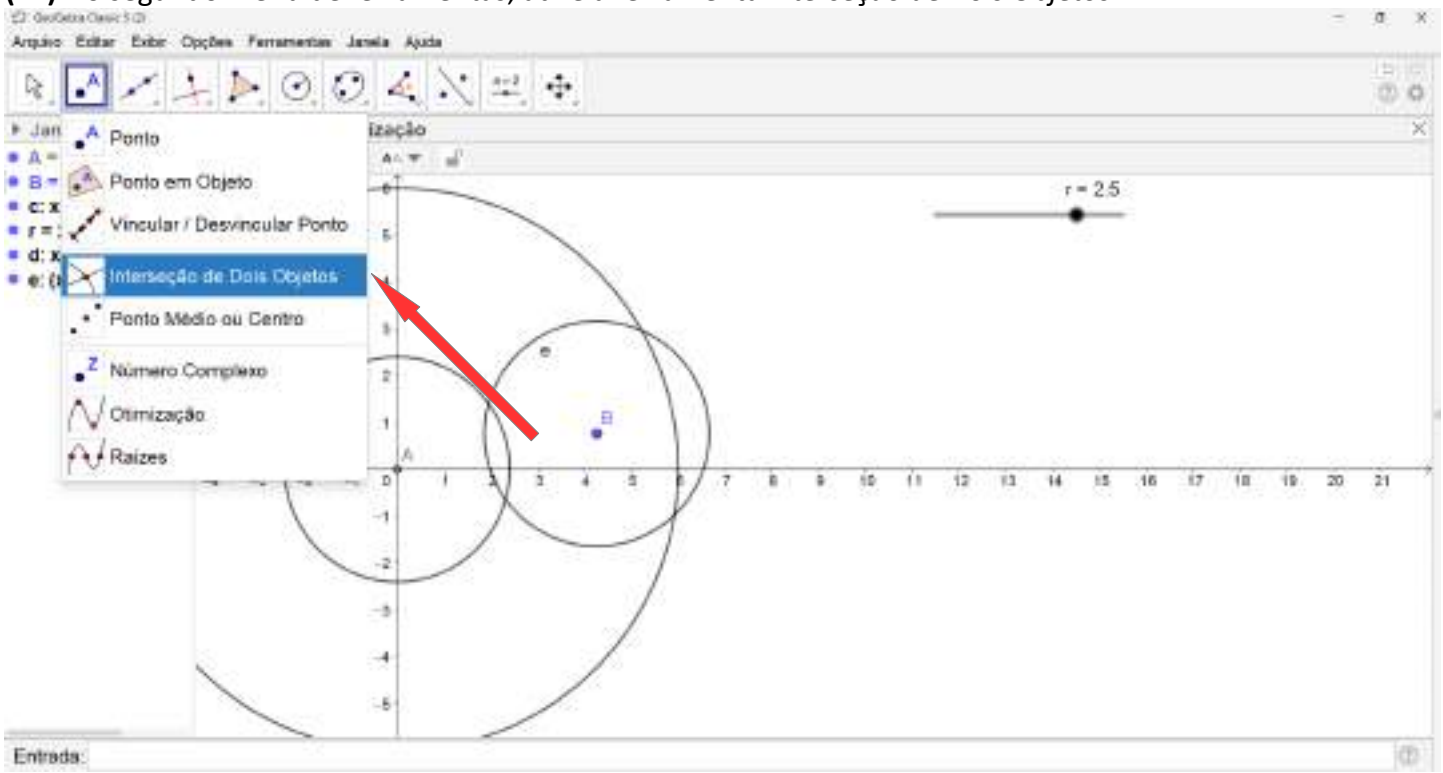
(12) Clique no ponto **A** e, na caixa de diálogo que se abre, digite raio 6/r. Clique em *OK*. Isto criará o círculo **d**.



(13) Com ferramenta *Círculo: Centro & Raio* ativa, clique no ponto **B** e, na caixa de diálogo que se abre, digite raio 6/r (de novo). Clique em *OK*. Isto criará o círculo **e**.

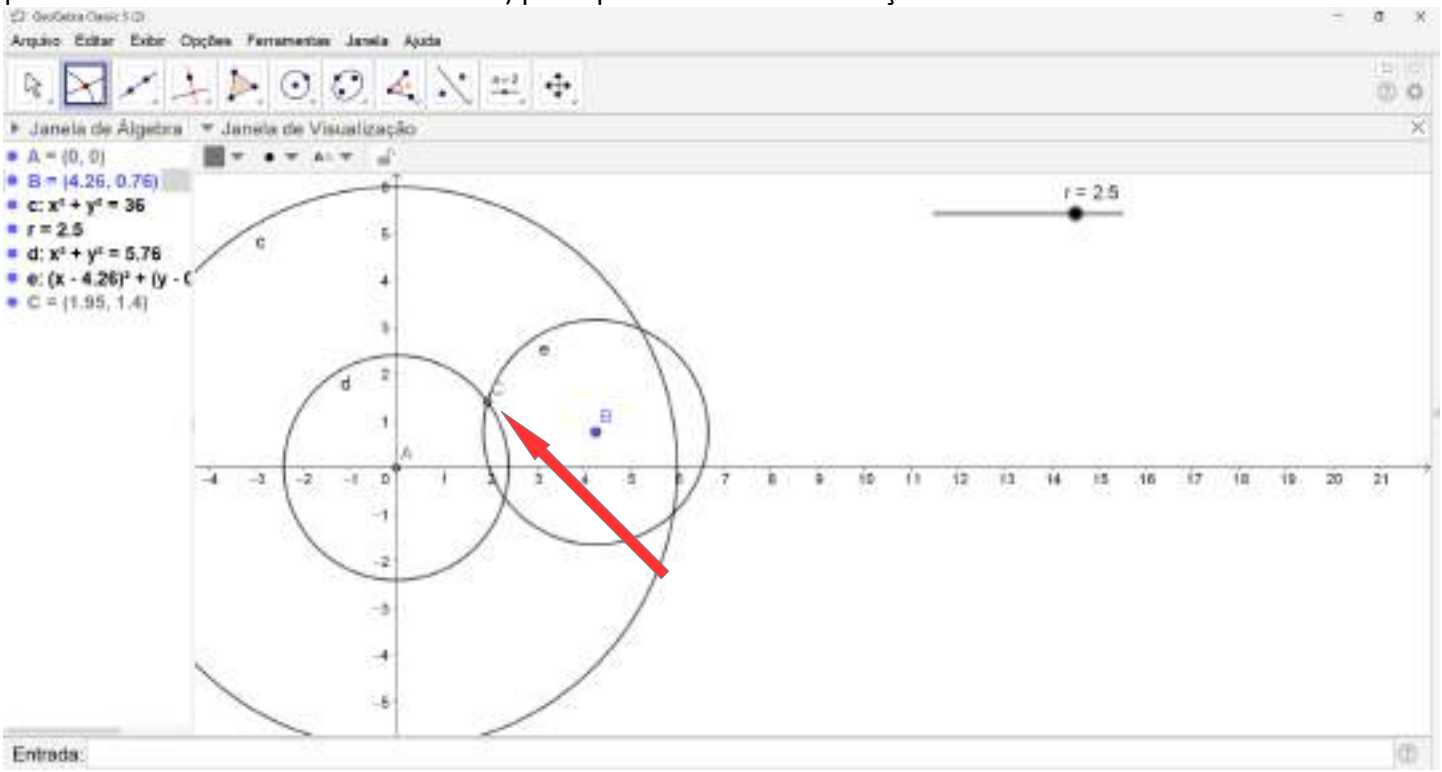


(14) No segundo menu de ferramentas, ative a ferramenta *Interseção de Dois Objetos*.

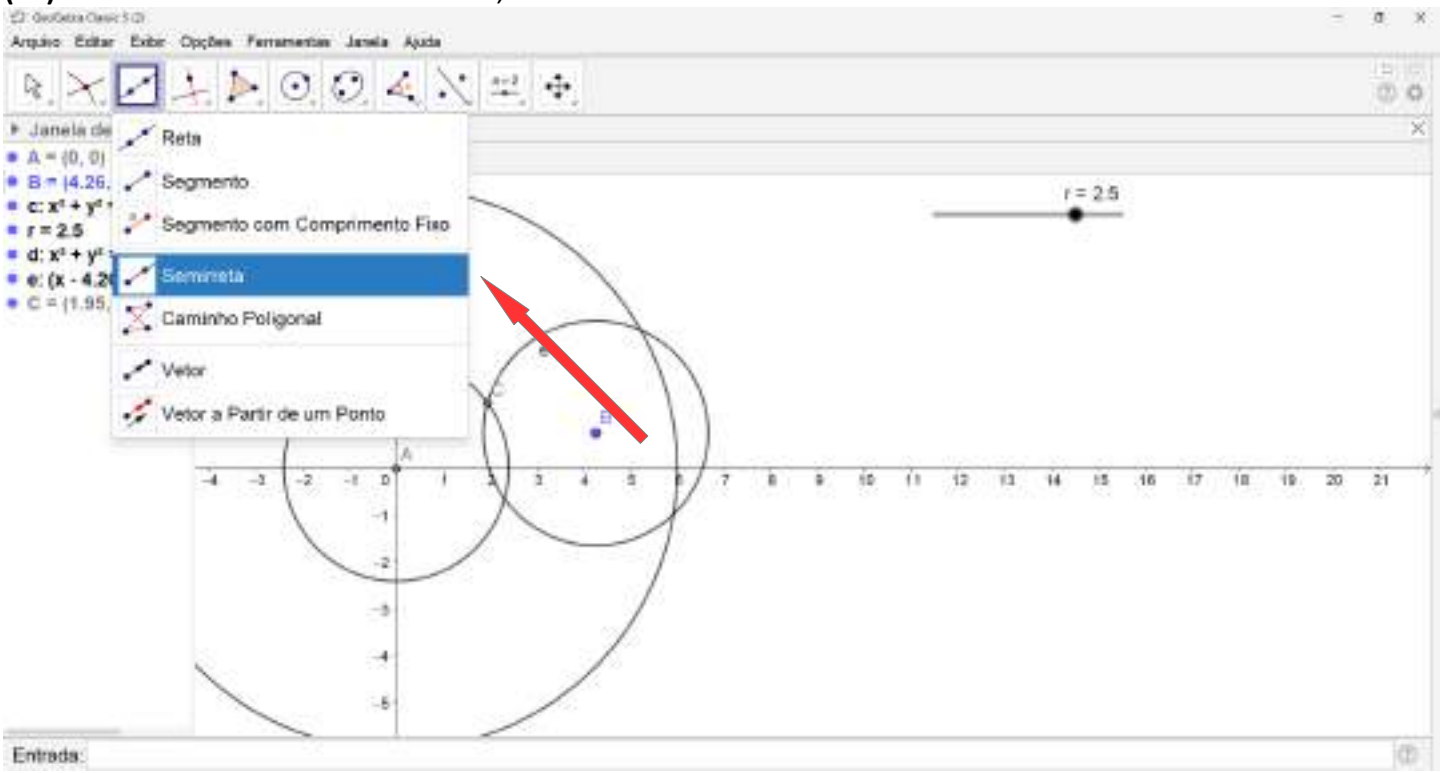


(15) Clique na interseção superior dos dois círculos, **d** e **e**, de raio r/6 que foram criados nos passos (12) e (13) para gerar o ponto **C**.

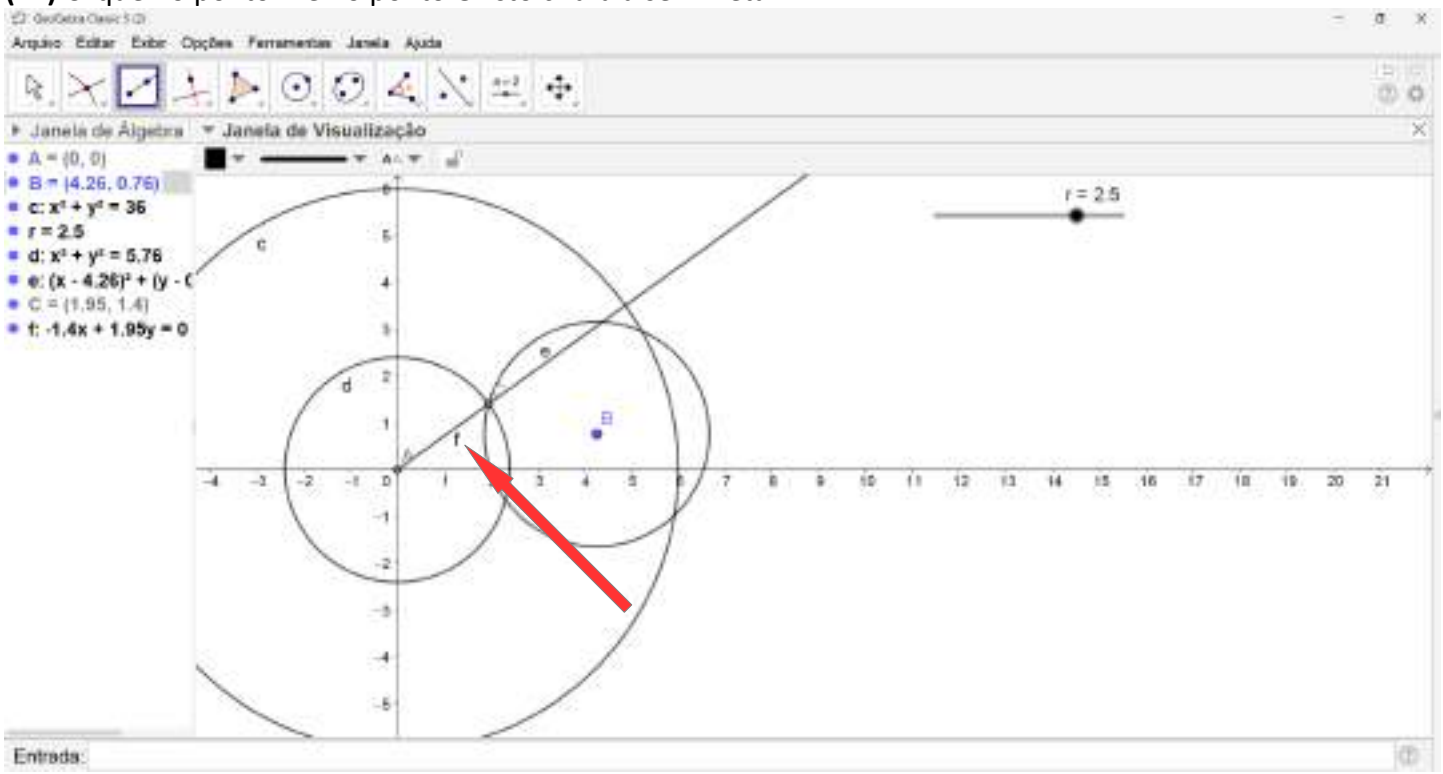
Caso os dois círculos, **d** e **e**, não sejam secantes, arraste o ponto **B** (com a ferramenta *Mover* do primeiro menu de ferramentas ativada) para que ocorram as interseções.



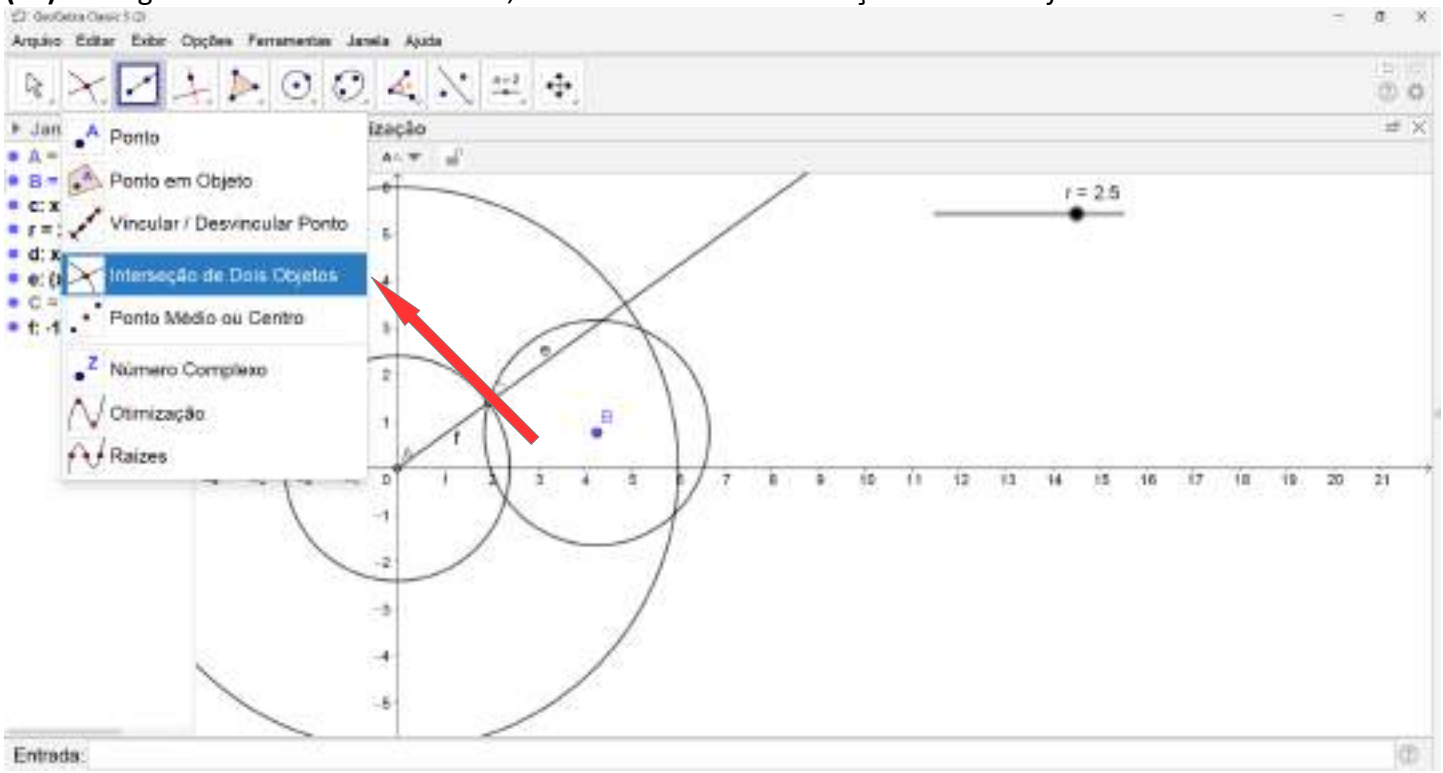
(16) No terceiro menu de ferramentas, ative a ferramenta *Semirreta*.



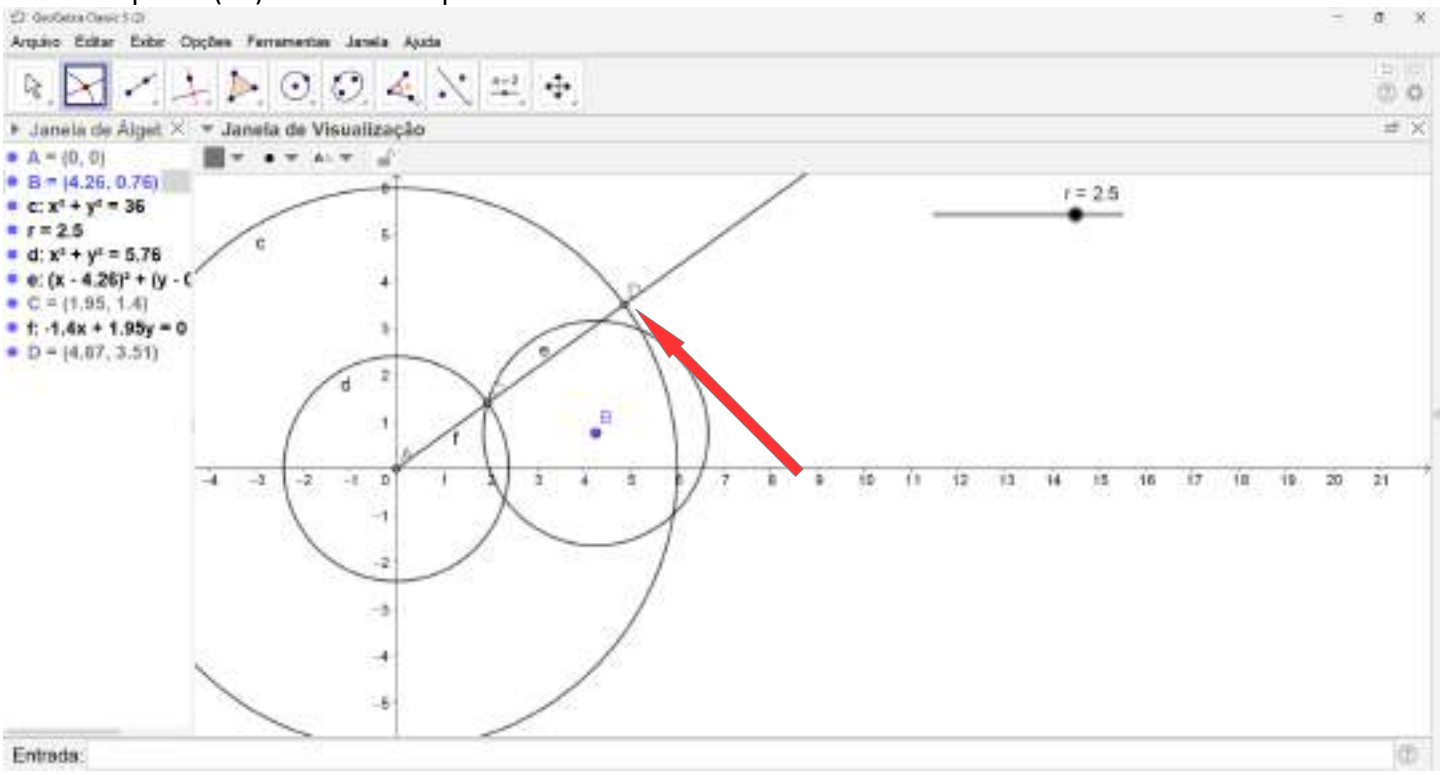
(17) Clique no ponto **A** e no ponto **C**. Isto criará a semirreta **f**.



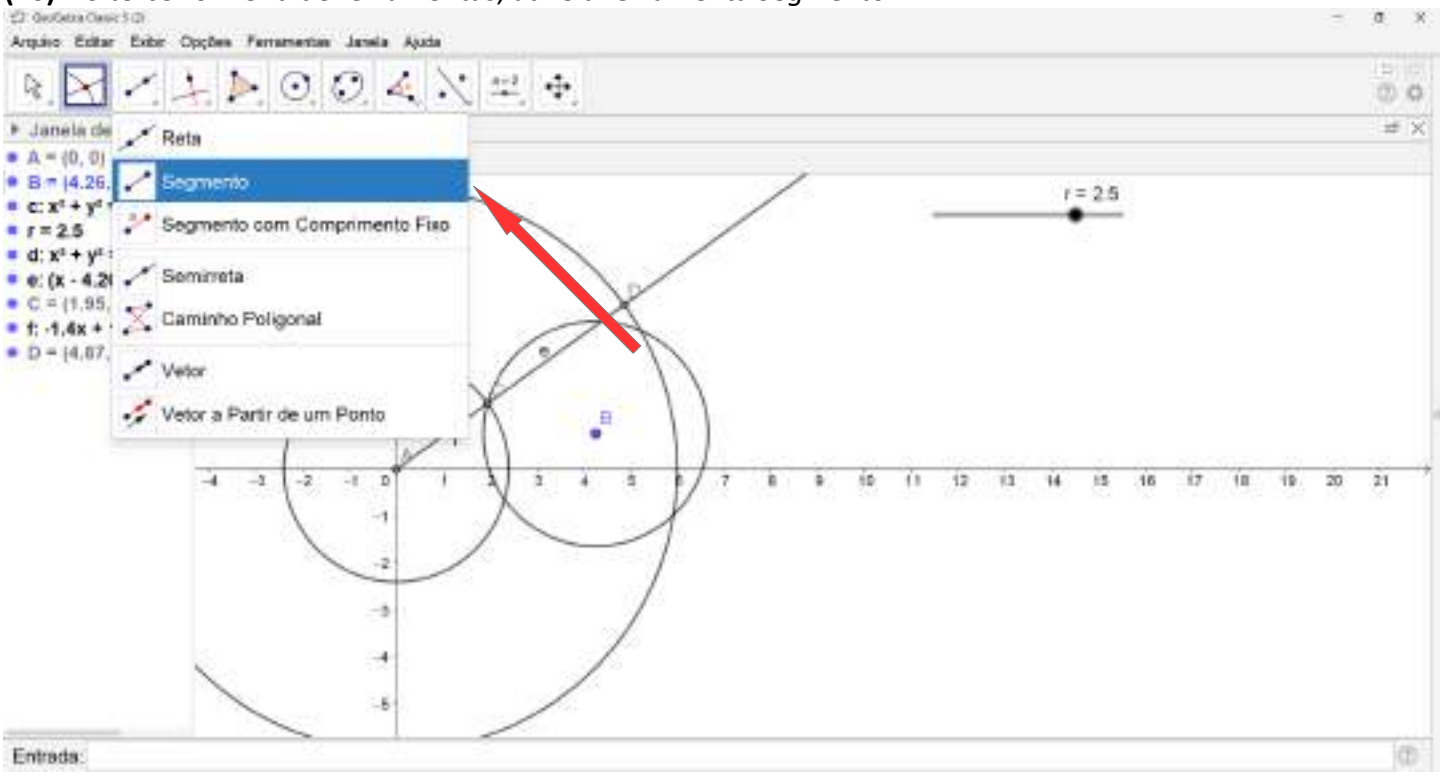
(18) No segundo menu de ferramentas, ative a ferramenta *Interseção de Dois Objetos*.



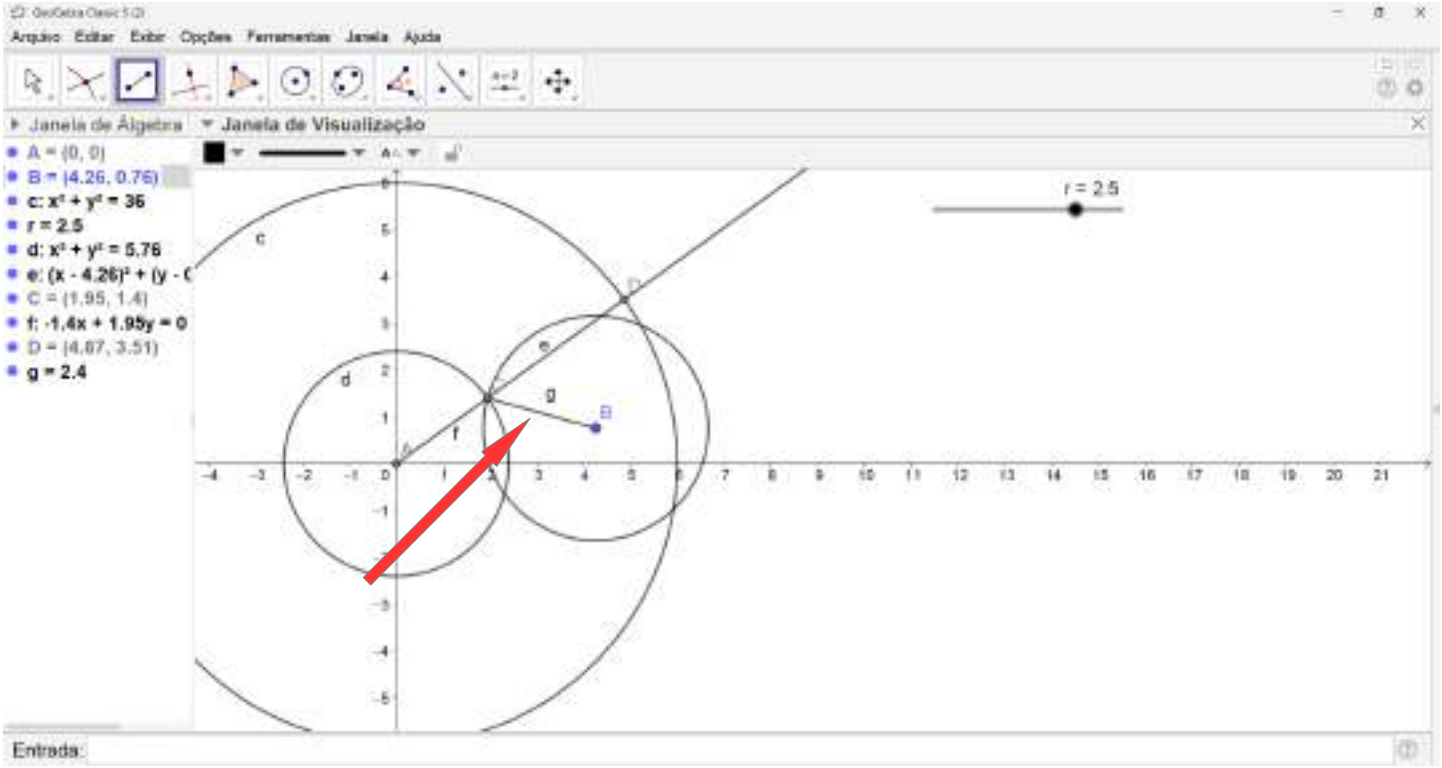
(19) Clique na interseção do círculo **c** de raio 6 e centro A (este círculo foi criado no passo (8)) e da semirreta **f** criada no passo (17). Isso criará o ponto **D**.



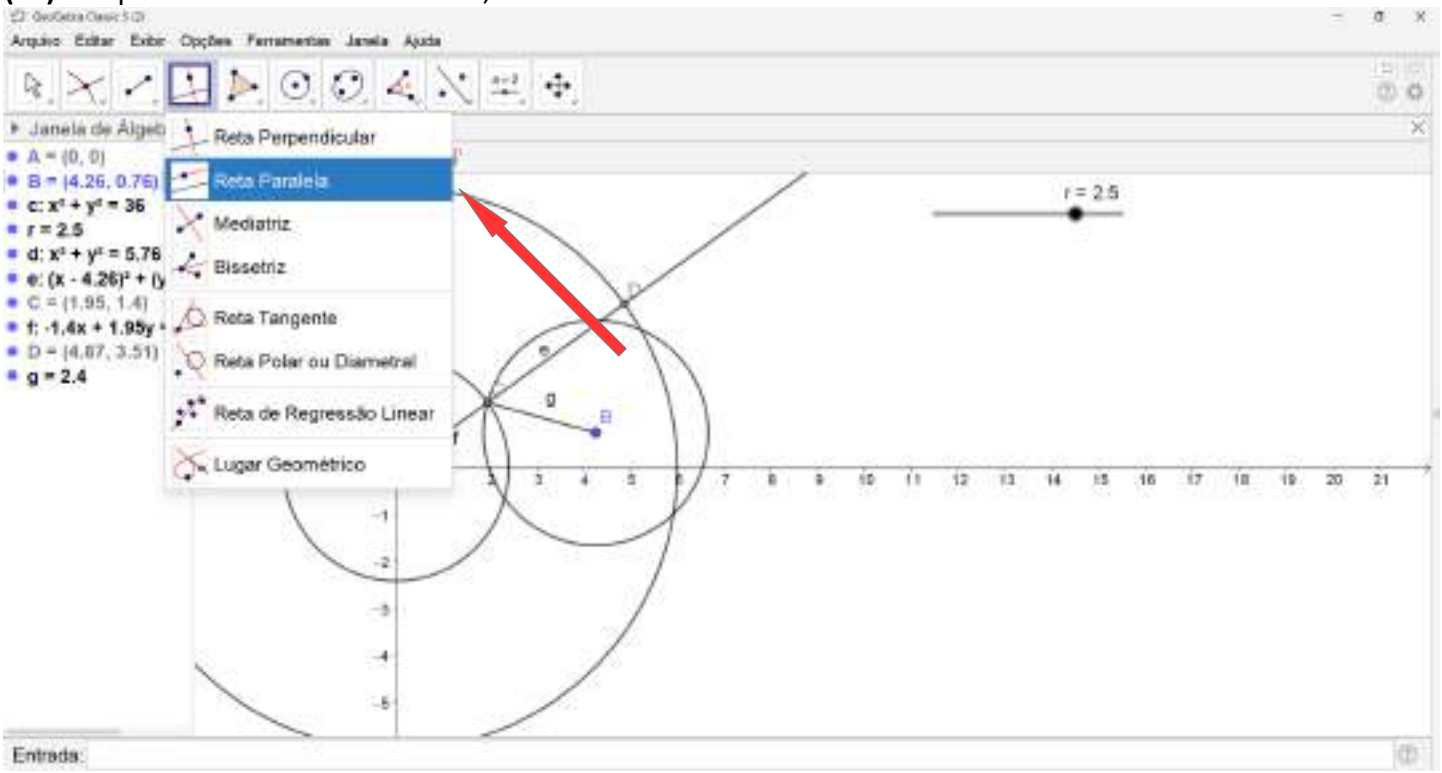
(20) No terceiro menu de ferramentas, ative a ferramenta *Segmento*.



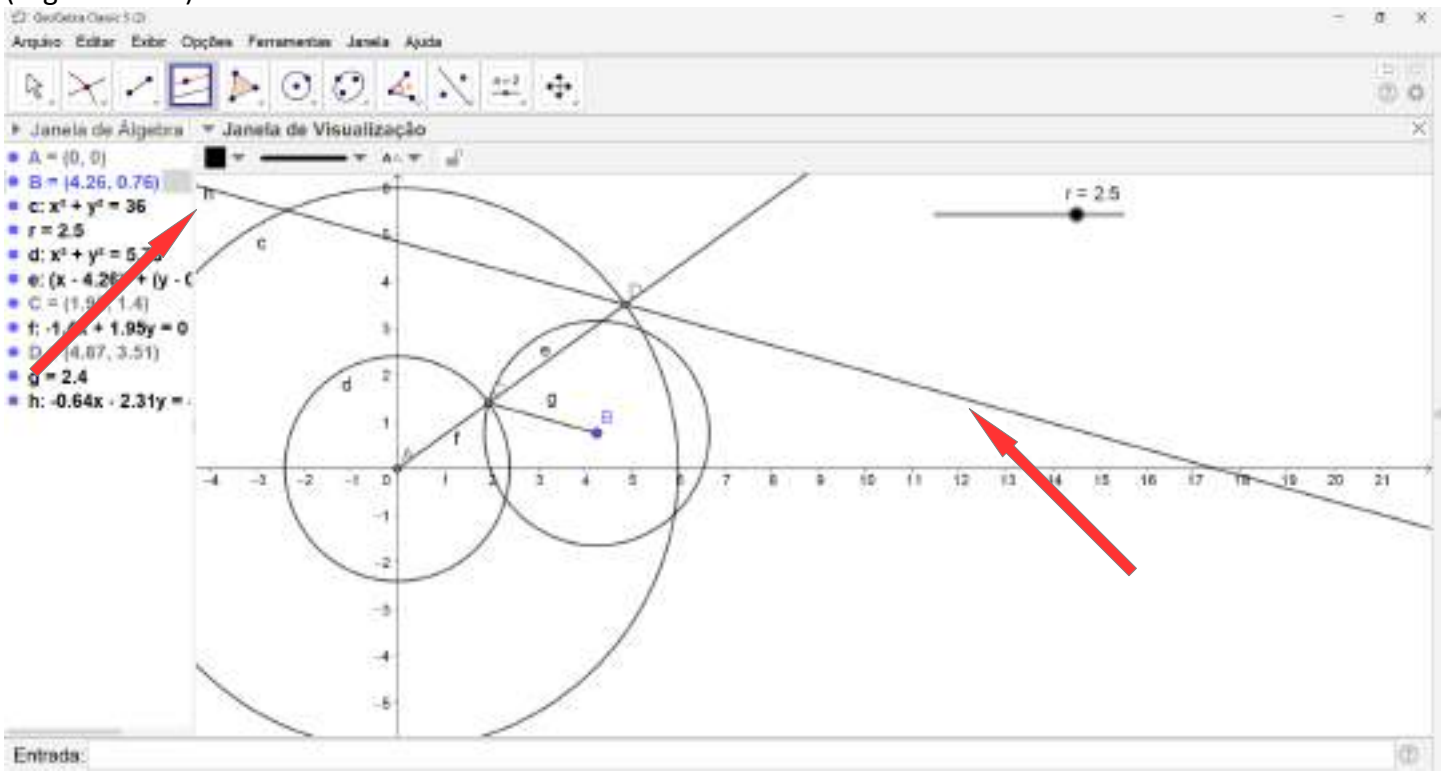
(21) Clique nos pontos **B** e **C** para criar o segmento **BC**, que será chamado de **g** pelo GeoGebra.



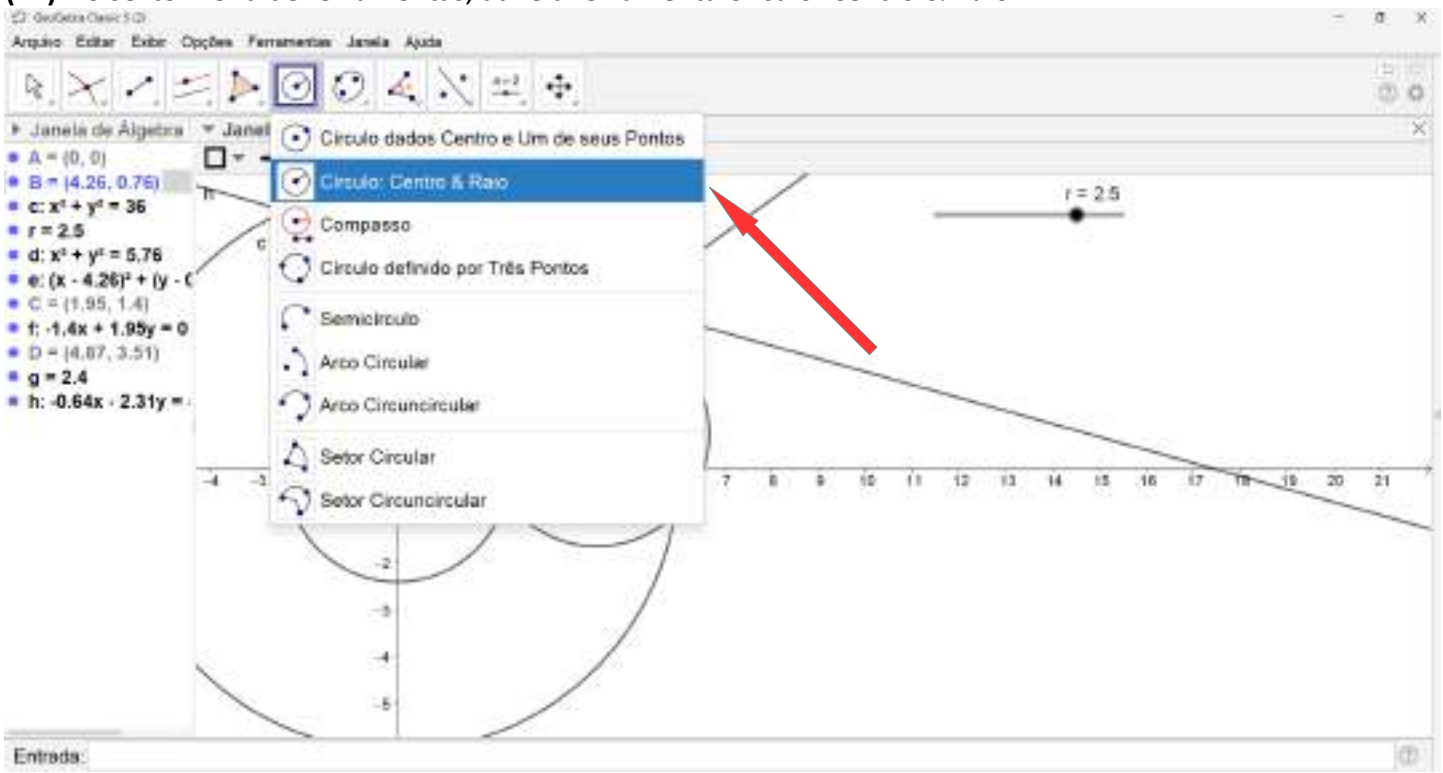
(22) No quarto menu de ferramentas, ative a ferramenta *Reta Paralela*.



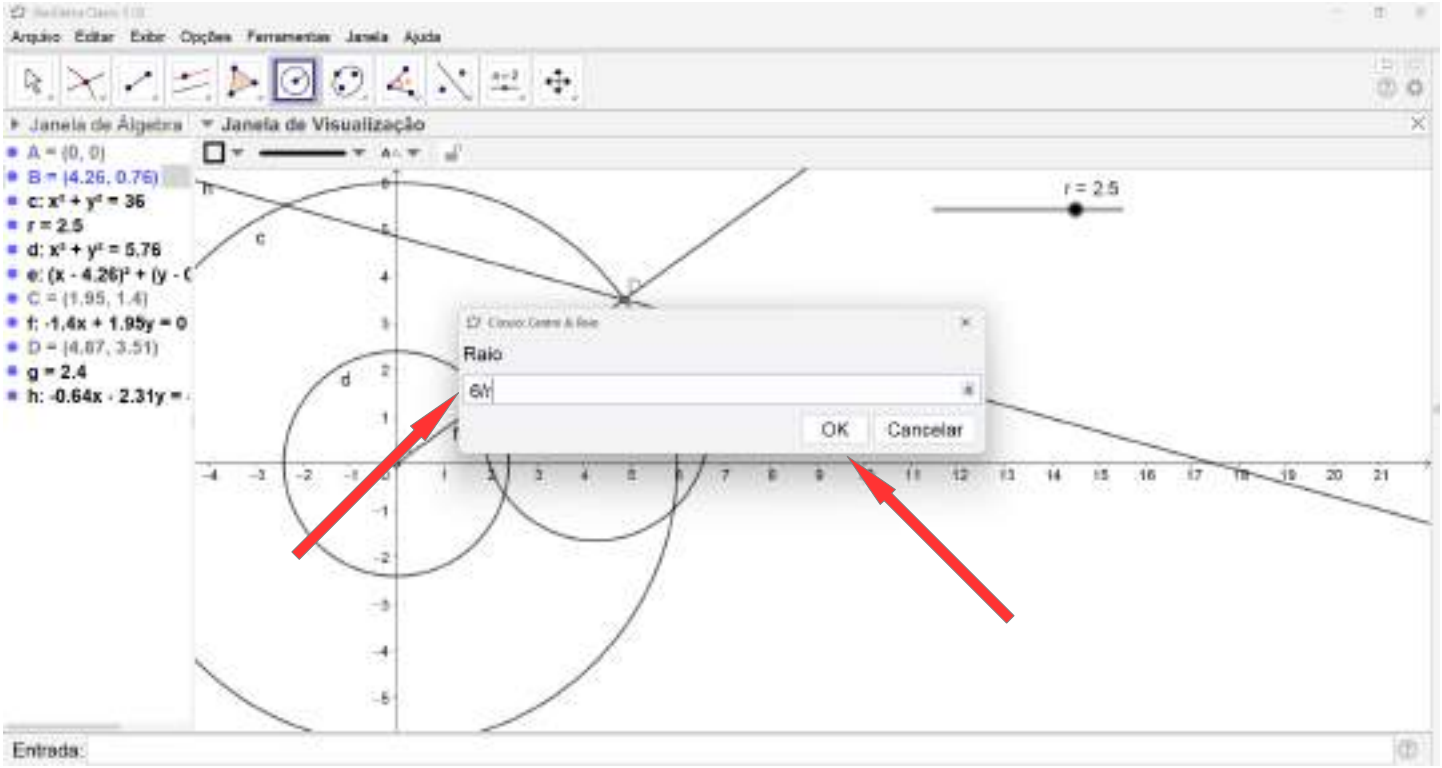
(23) Clique no segmento **g**, criado no passo (21), e no ponto **D**. Isso criará a reta **h** paralela ao segmento **g** (segmento BC).



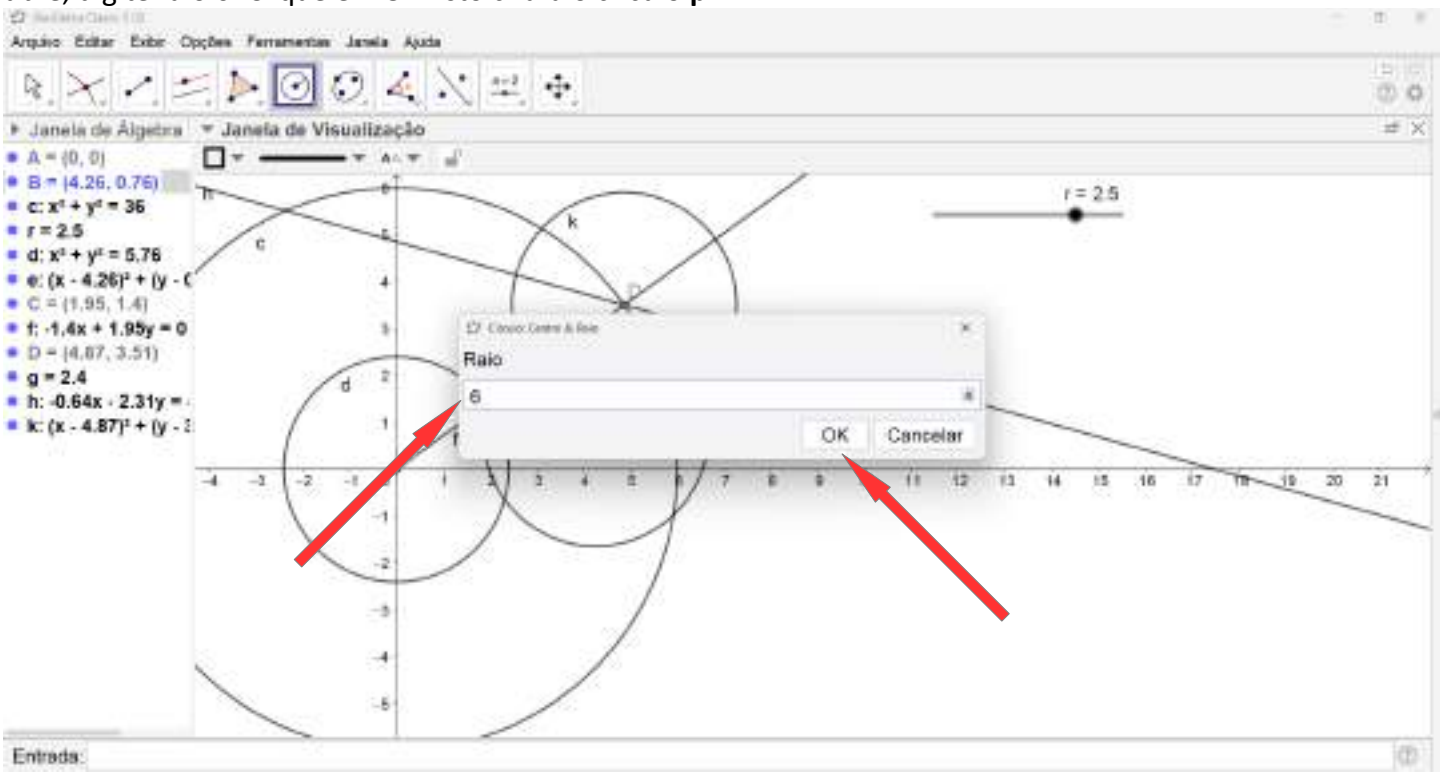
(24) No sexto menu de ferramentas, ative a ferramenta *Círculo: Centro & Raio*.



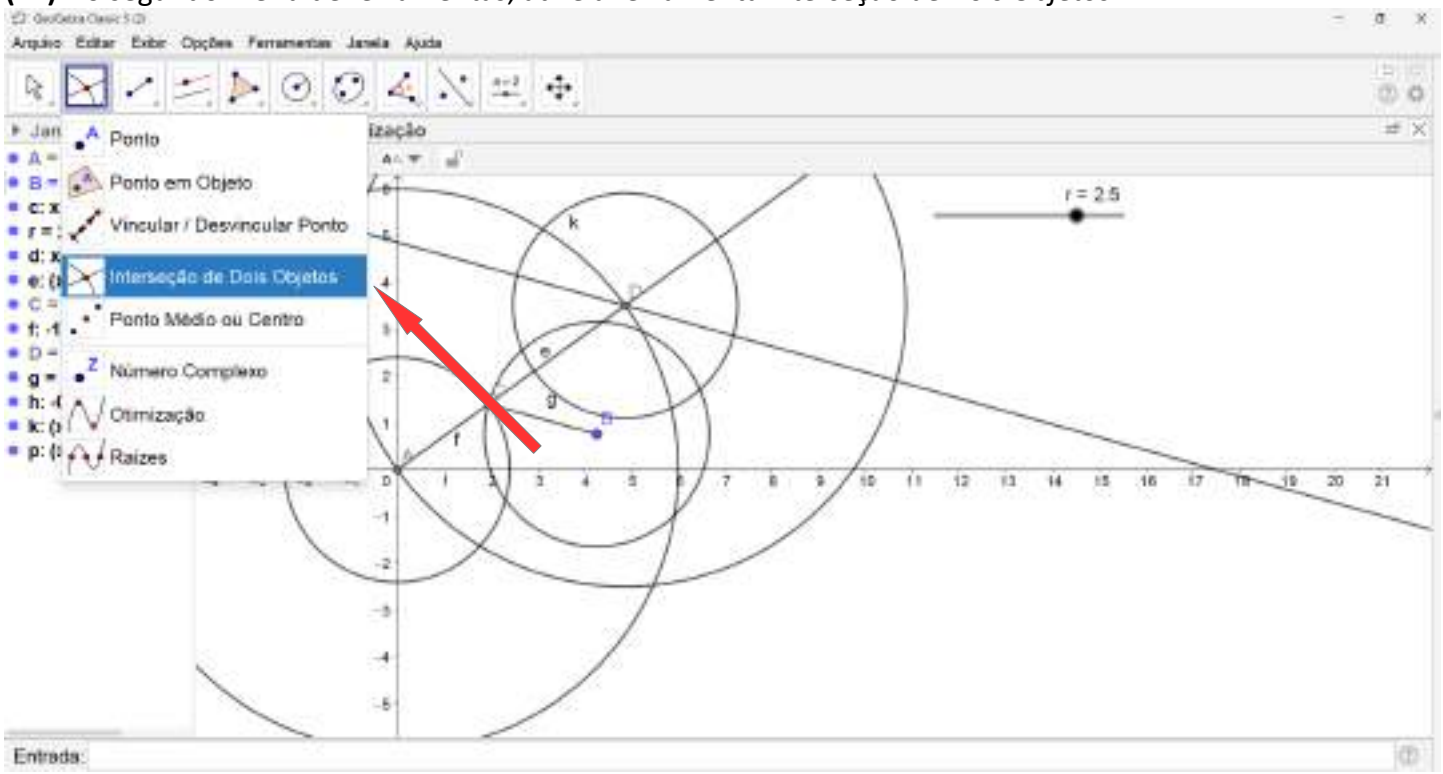
(25) Clique no ponto **D** e, na caixa de diálogo que se abre, digite raio 6/r. Clique em *OK*. Isto criará o círculo **k**.



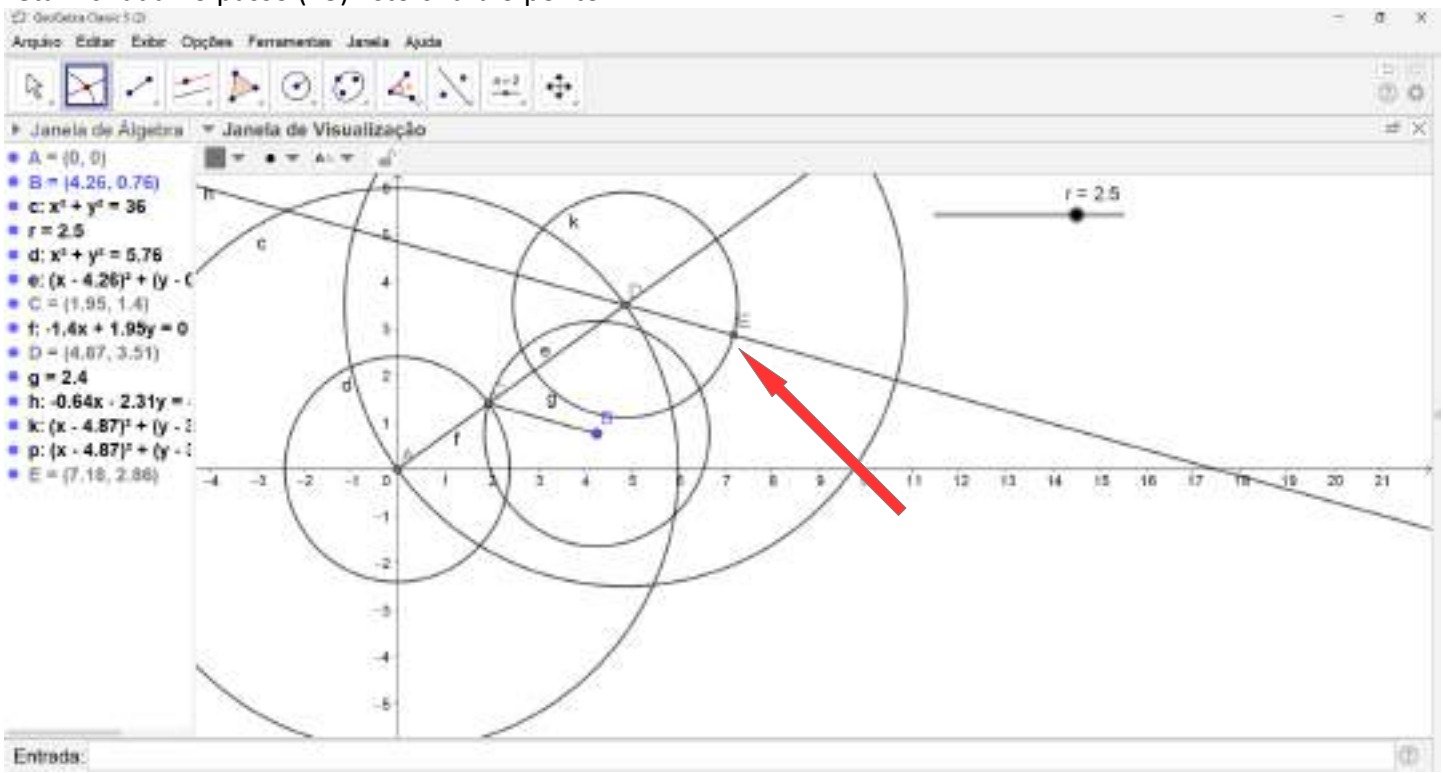
(26) Com a ferramenta *Círculo: Centro & Raio* ativa, clique novamente no ponto **D** e, na caixa de diálogo que se abre, digite raio 6. Clique em *OK*. Isto criará o círculo **p**.



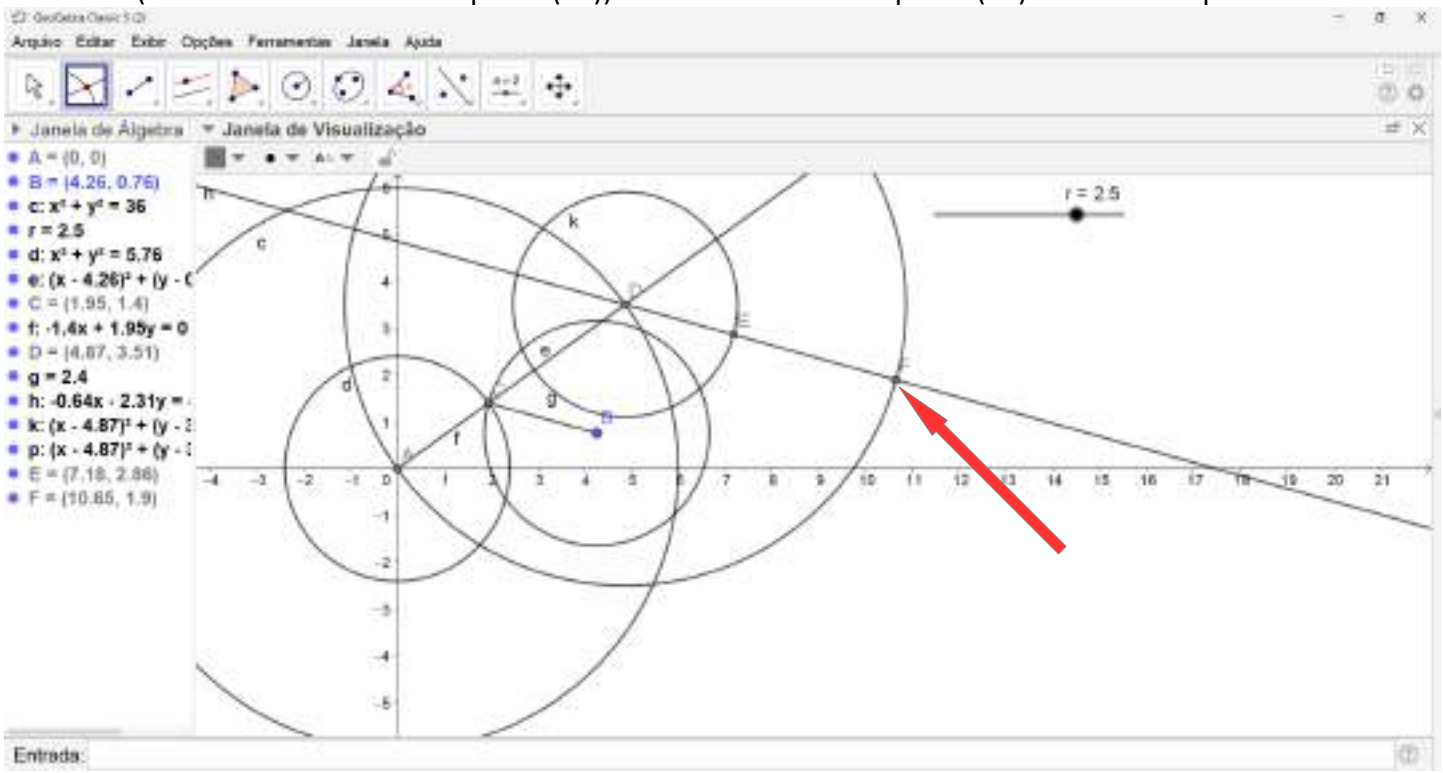
(27) No segundo menu de ferramentas, ative a ferramenta *Interseção de Dois Objetos*.



(28) Clique na interseção à direita do círculo **k** de centro **D** e raio 6/r (este círculo foi criado no passo (25)) e da reta **h** criada no passo (23). Isto criará o ponto **E**.

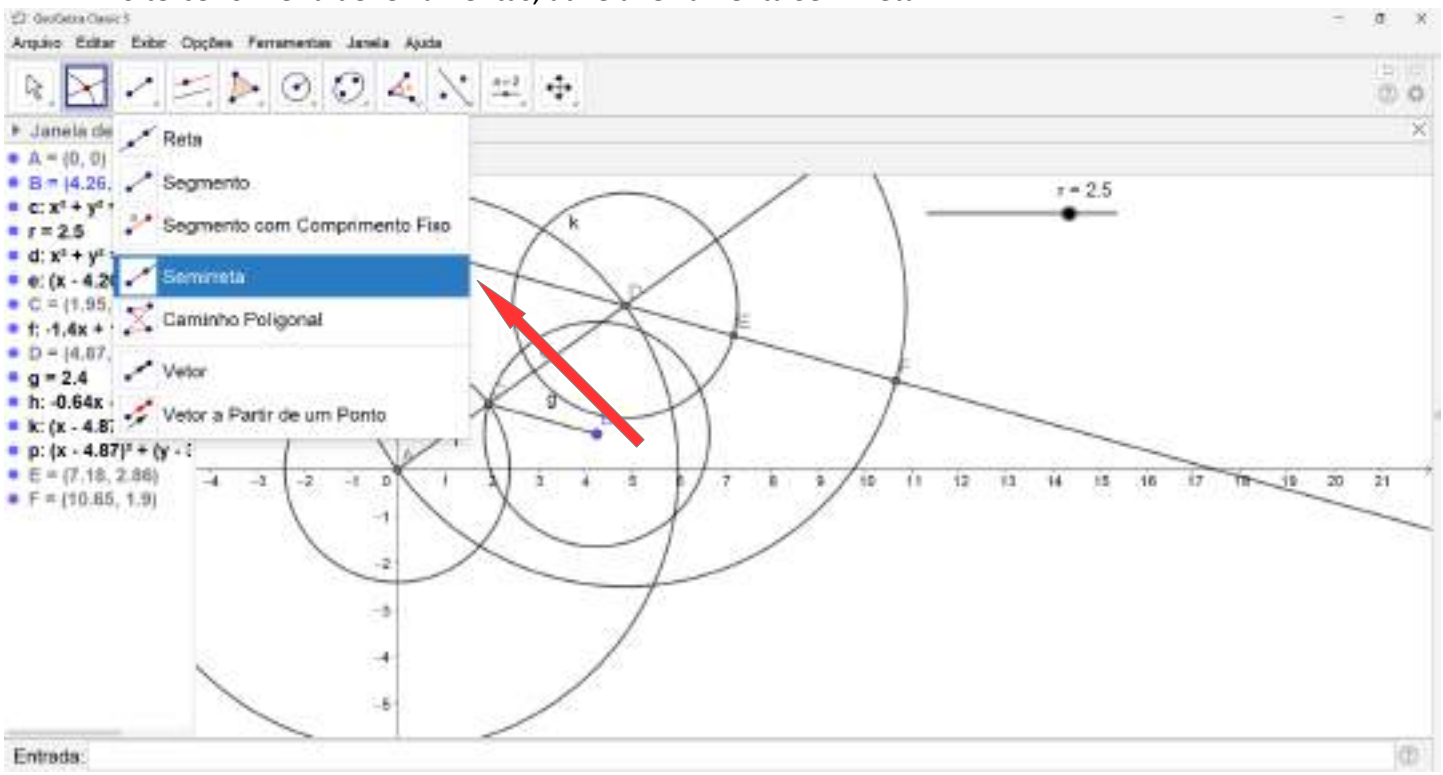


(29) Com a ferramenta *Interseção de Dois Objetos* ativada, clique na interseção à direita do círculo **p** de centro **D** e raio 6 (este círculo foi criado no passo (26)) e da reta **h** criada no passo (23). Isto criará o ponto **F**.

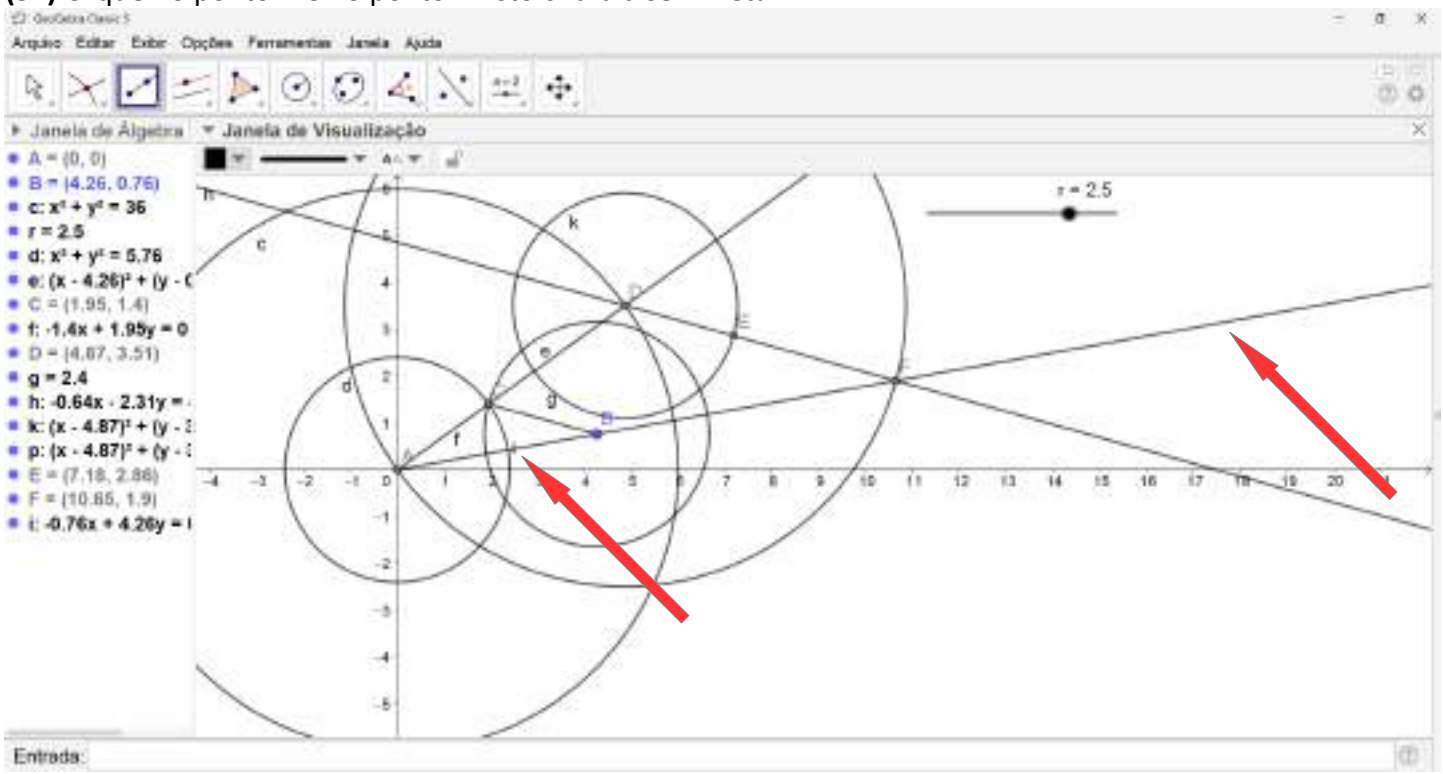


(30) Já temos 6 pontos: **A**, **B**, **C**, **D**, **E** e **F** necessários ao funcionamento do nosso pantógrafo, sendo o ponto **A** fixo, os pontos **B**, **C**, **D**, e **E** as articulações, com o ponto B funcionando como a "ponta" que passará sobre o desenho original, e o ponto **F** como sendo o lápis que replica o desenho na escala 1:r. Entretanto, em um pantógrafo real, o ponto **B** não está totalmente livre. Ele tem alcance limitado devido ao tamanho das 4 hastes do pantógrafo, o que não ocorre na nossa simulação no GeoGebra. Sendo assim, precisamos limitar o alcance do ponto **B**. Para isso, vamos construir mais 3 pontos auxiliares.

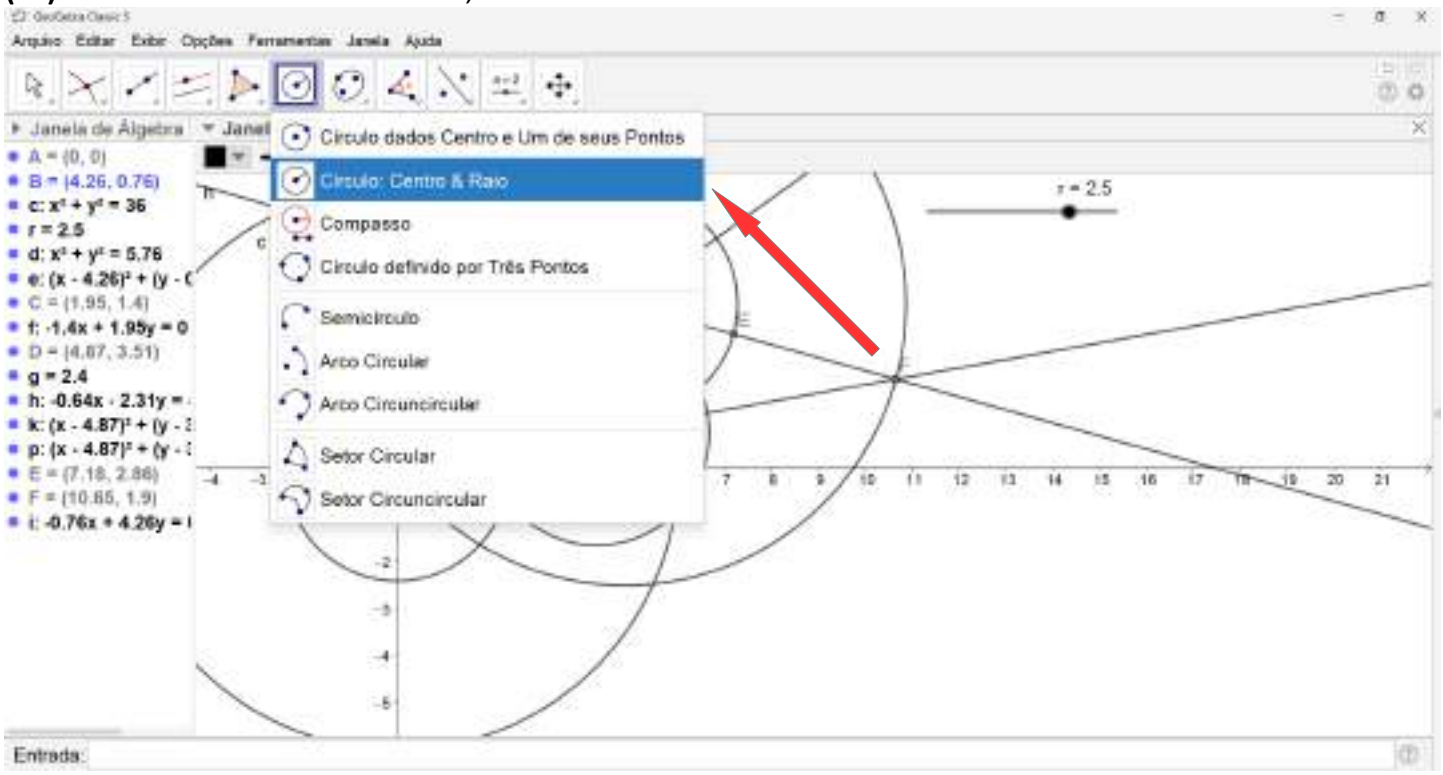
No terceiro menu de ferramentas, ative a ferramenta *Semirreta*.



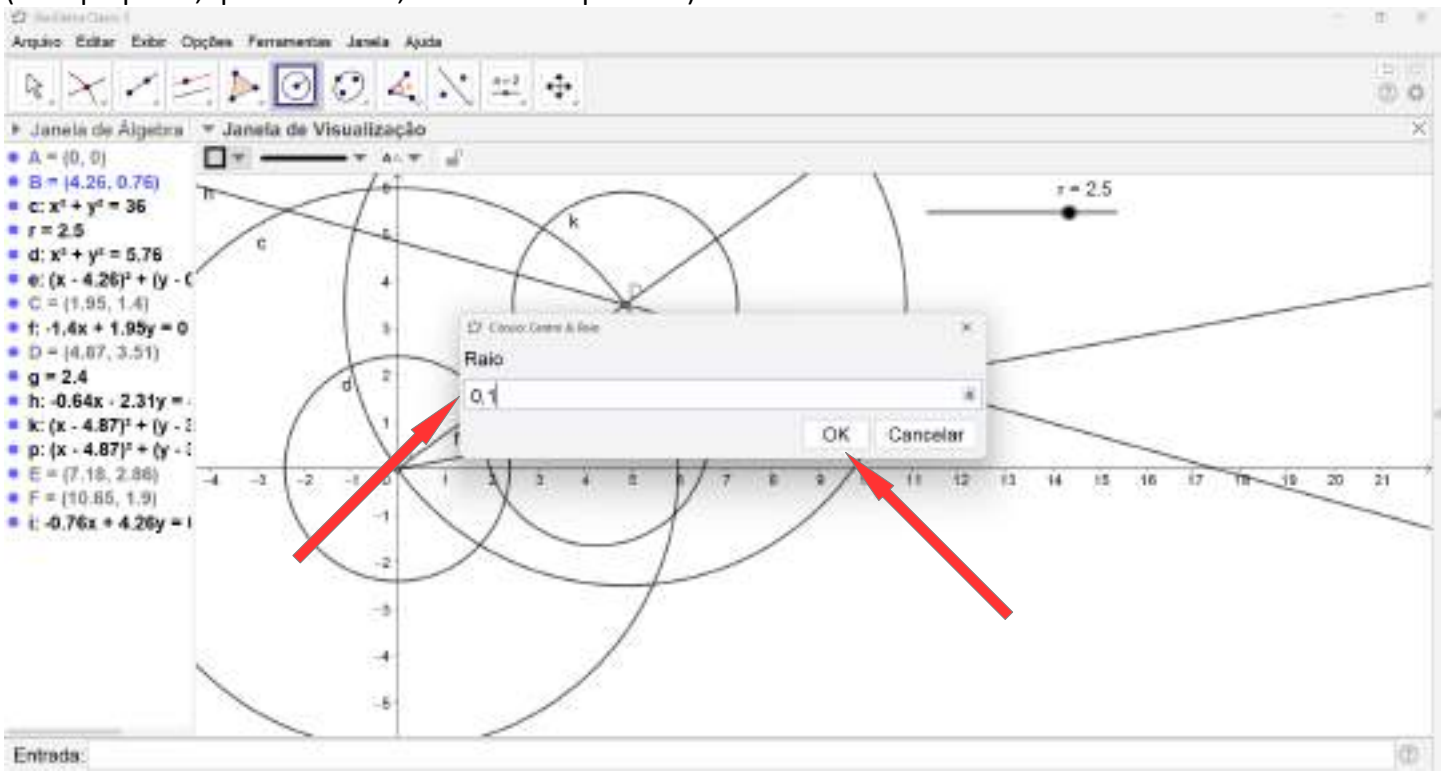
(31) Clique no ponto **A** e no ponto **B**. Isto criará a semirreta **i**.



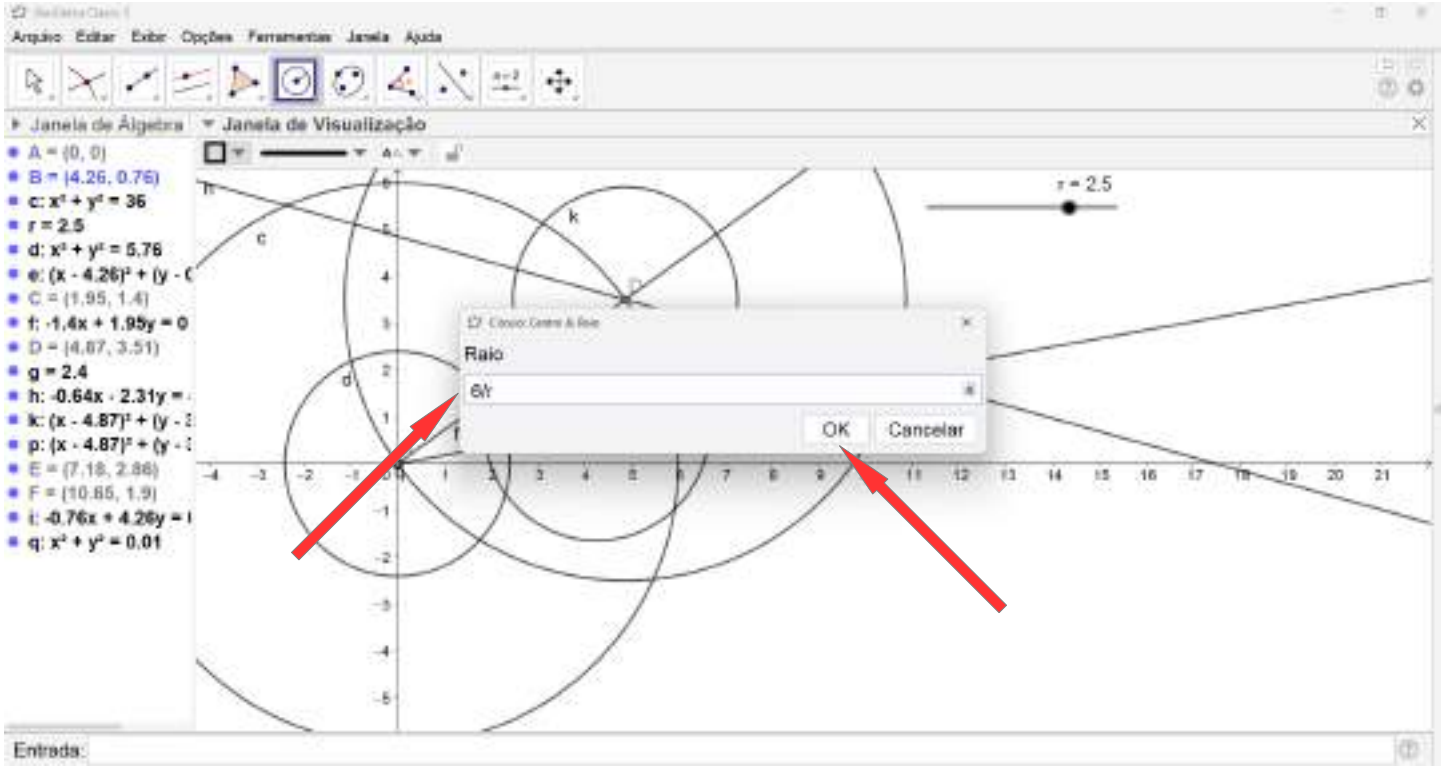
(32) No sexto menu de ferramentas, ative a ferramenta *Círculo: Centro & Raio*.



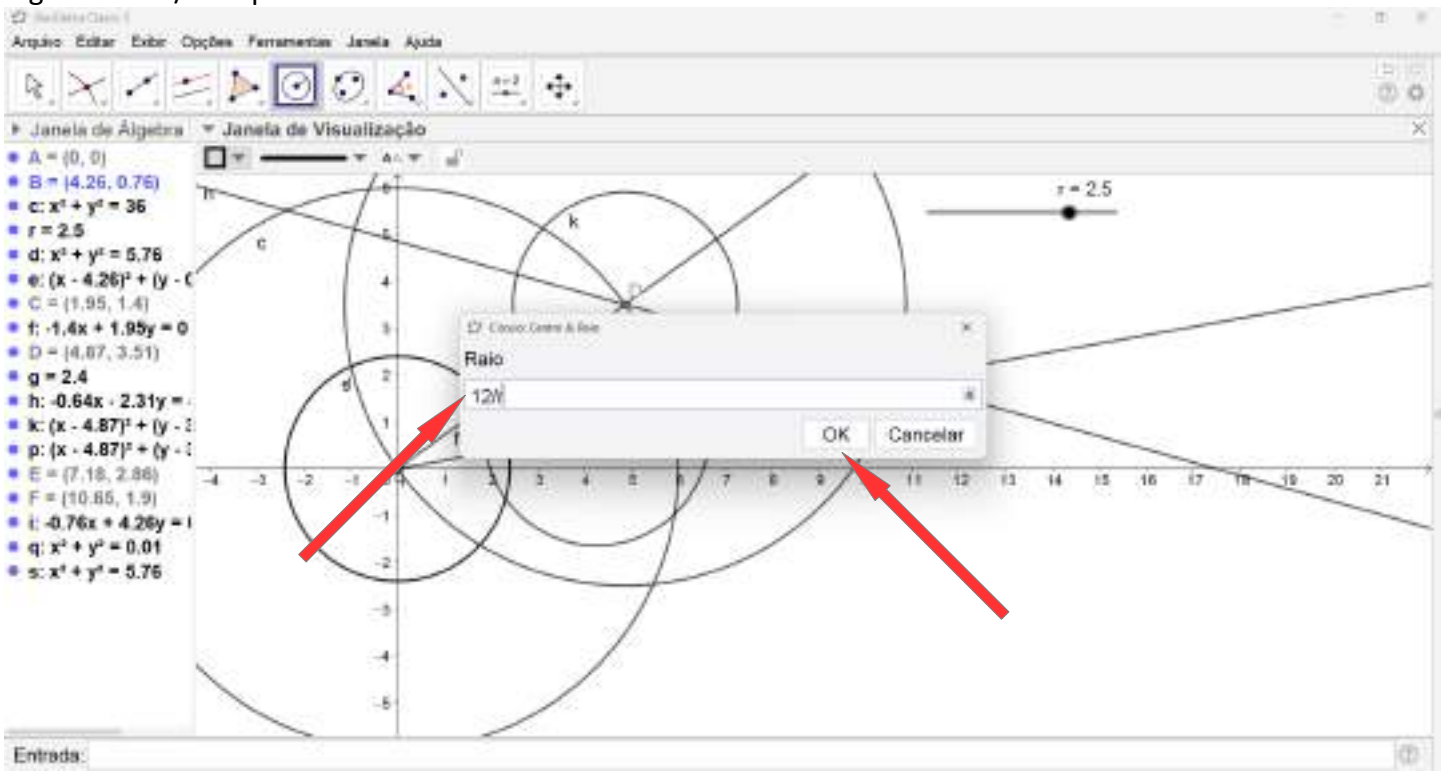
(33) Clique no ponto **A** e, na caixa de diálogo que se abre, digite raio 0,1. Clique em *OK*. Isto criará o círculo **q** (bem pequeno, quase invisível, em torno do ponto **A**).



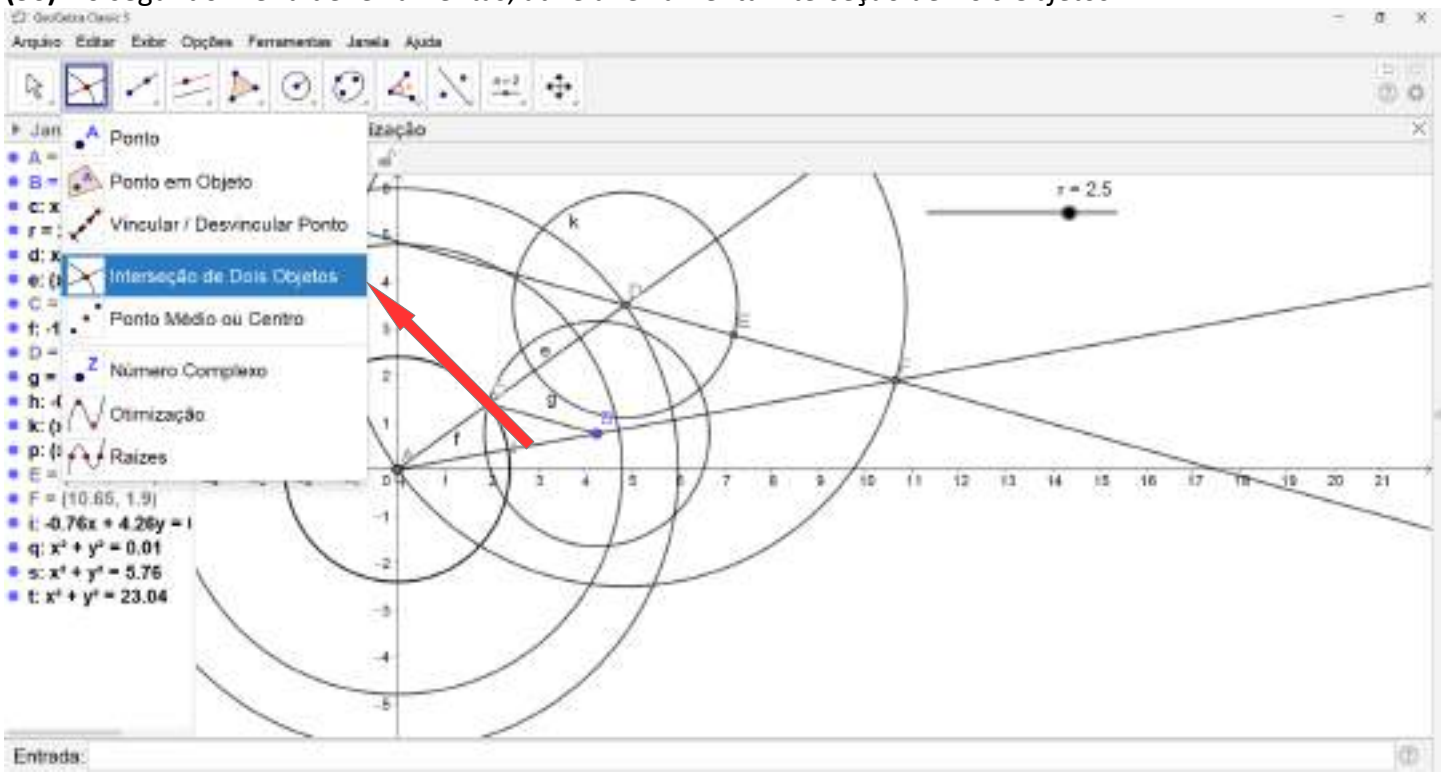
(34) Com a ferramenta *Círculo: Centro & Raio* ativada, clique no ponto **A** e, na caixa de diálogo que se abre, digite raio 6/r. Clique em *OK*. Isto criará o círculo **s**.



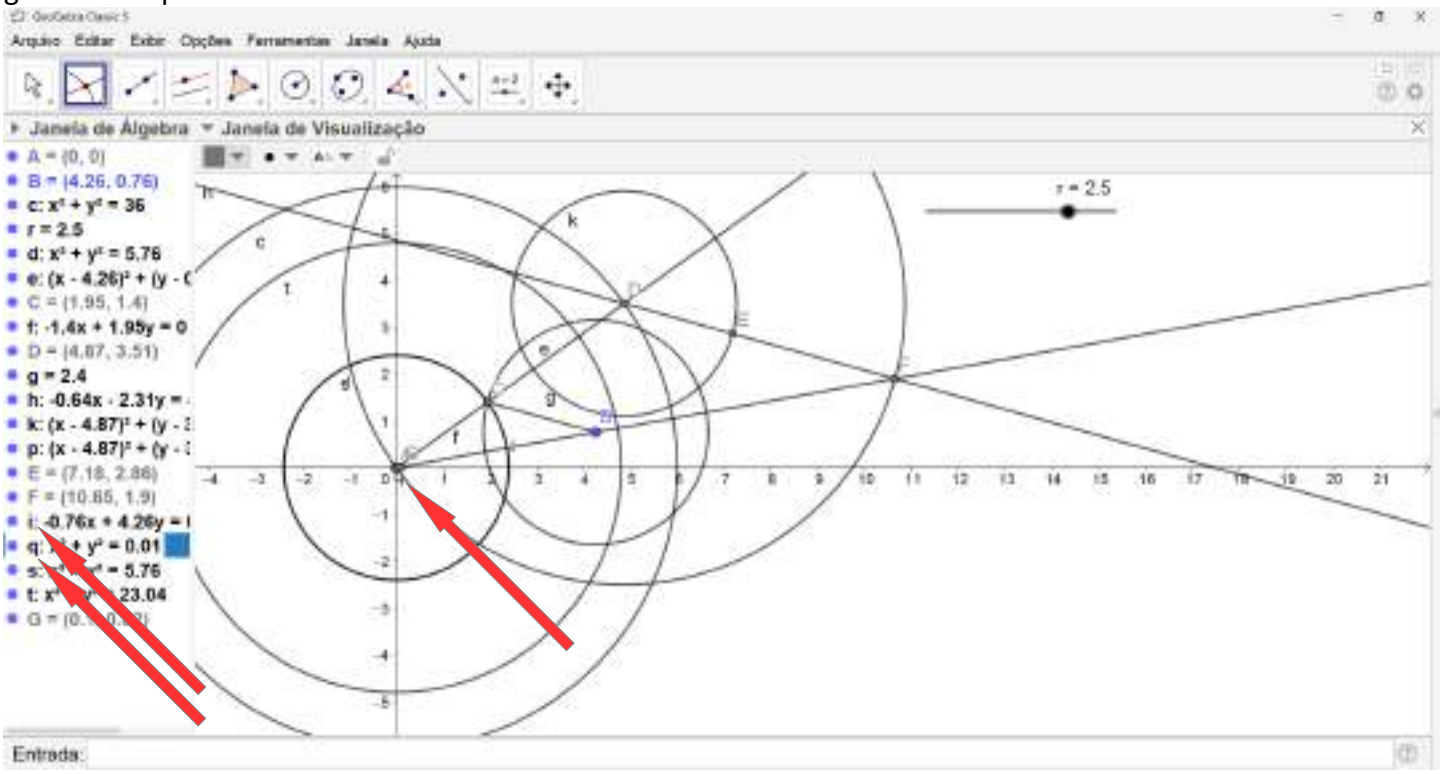
(35) Com a ferramenta *Círculo: Centro & Raio* ativada, clique no ponto **A** e, na caixa de diálogo que se abre, digite raio 12/r. Clique em *OK*. Isto criará o círculo **t**.



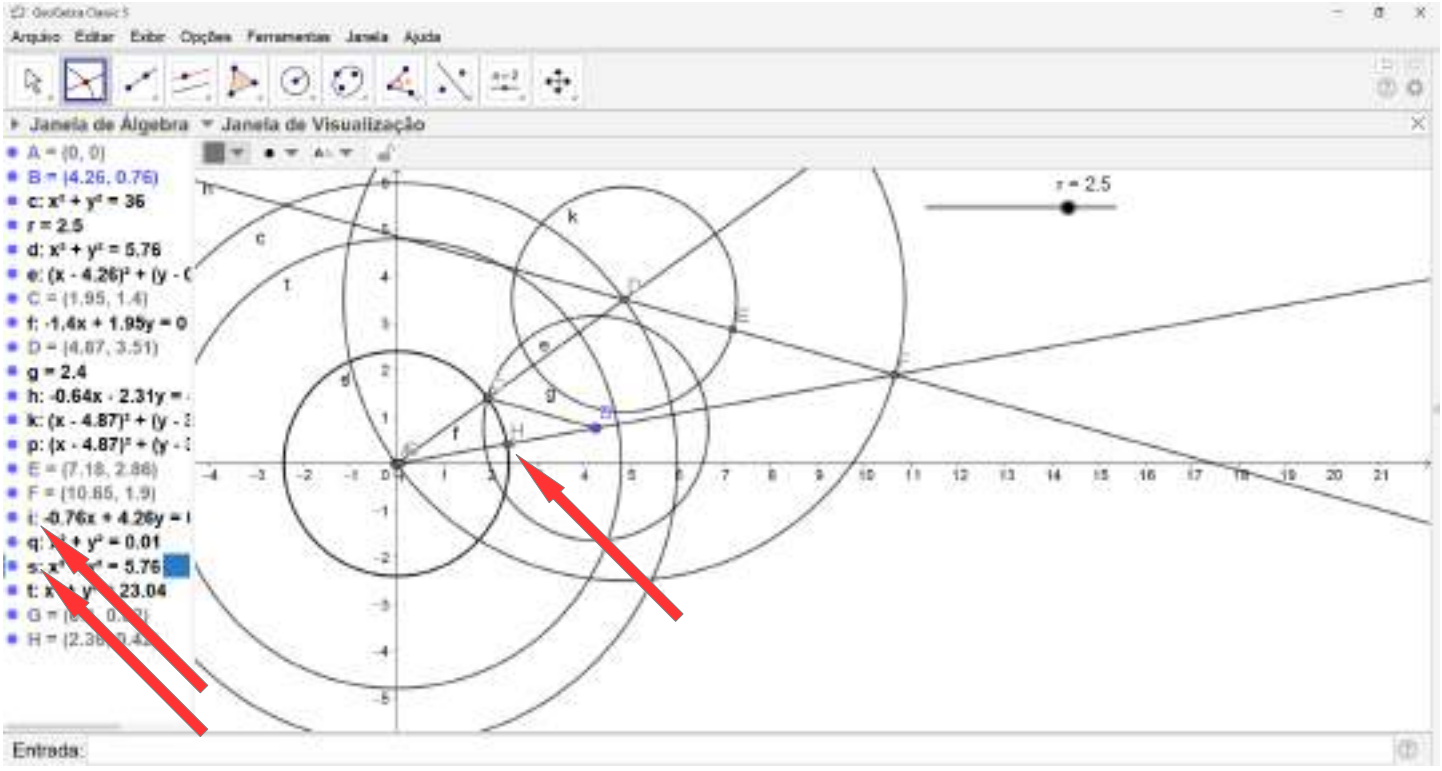
(36) No segundo menu de ferramentas, ative a ferramenta *Interseção de Dois Objetos*.



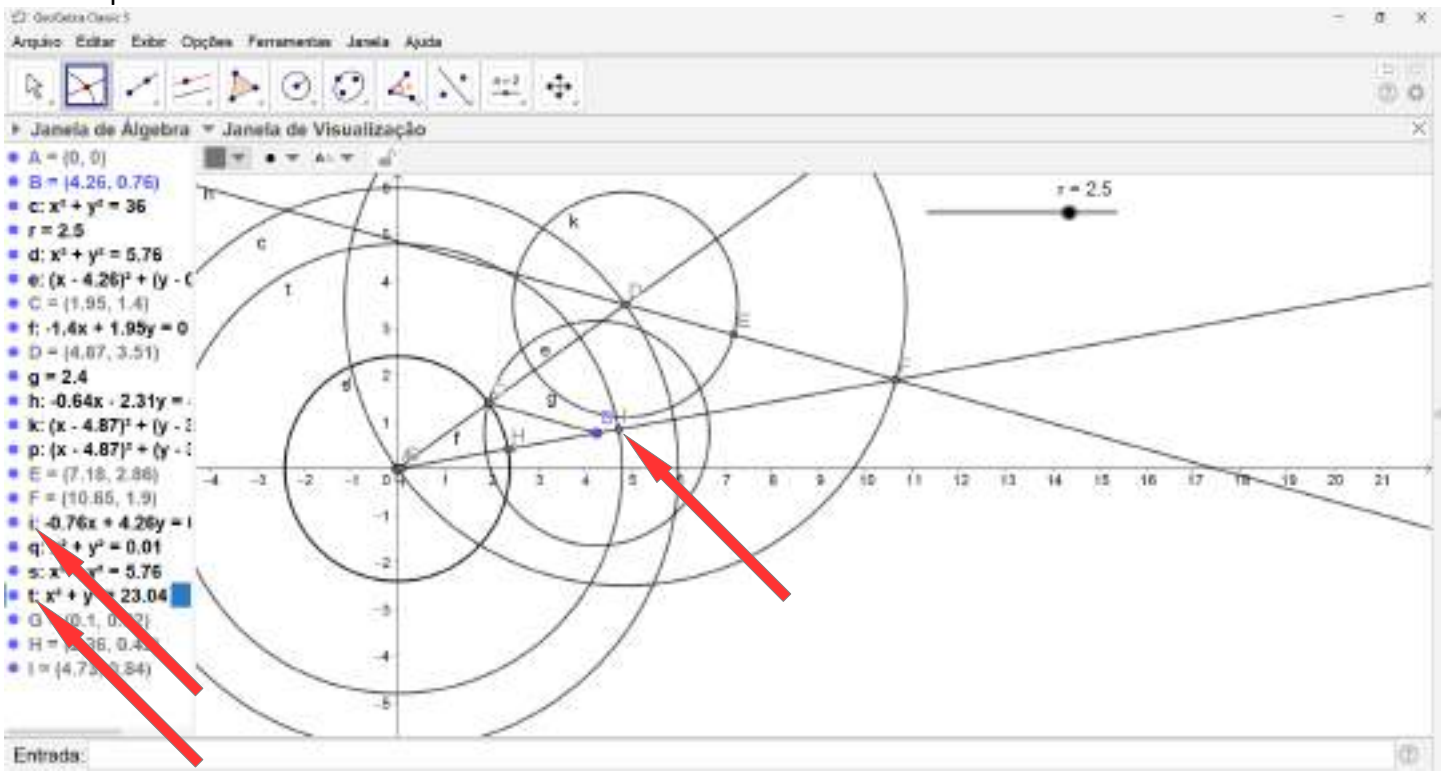
(37) Como nossa construção já está bastante sobrecarregada e para não haver perigo de criarmos interseções em lugares errados, **vamos clicar nos objetos utilizando a *Janela de Álgebra***. Então, na *Janela de Álgebra*, clique na semirreta **i** (criada no item (31)) e no círculo **q** (criado no item (33)). Isto criará o ponto **G**, quase grudado no ponto **A**.



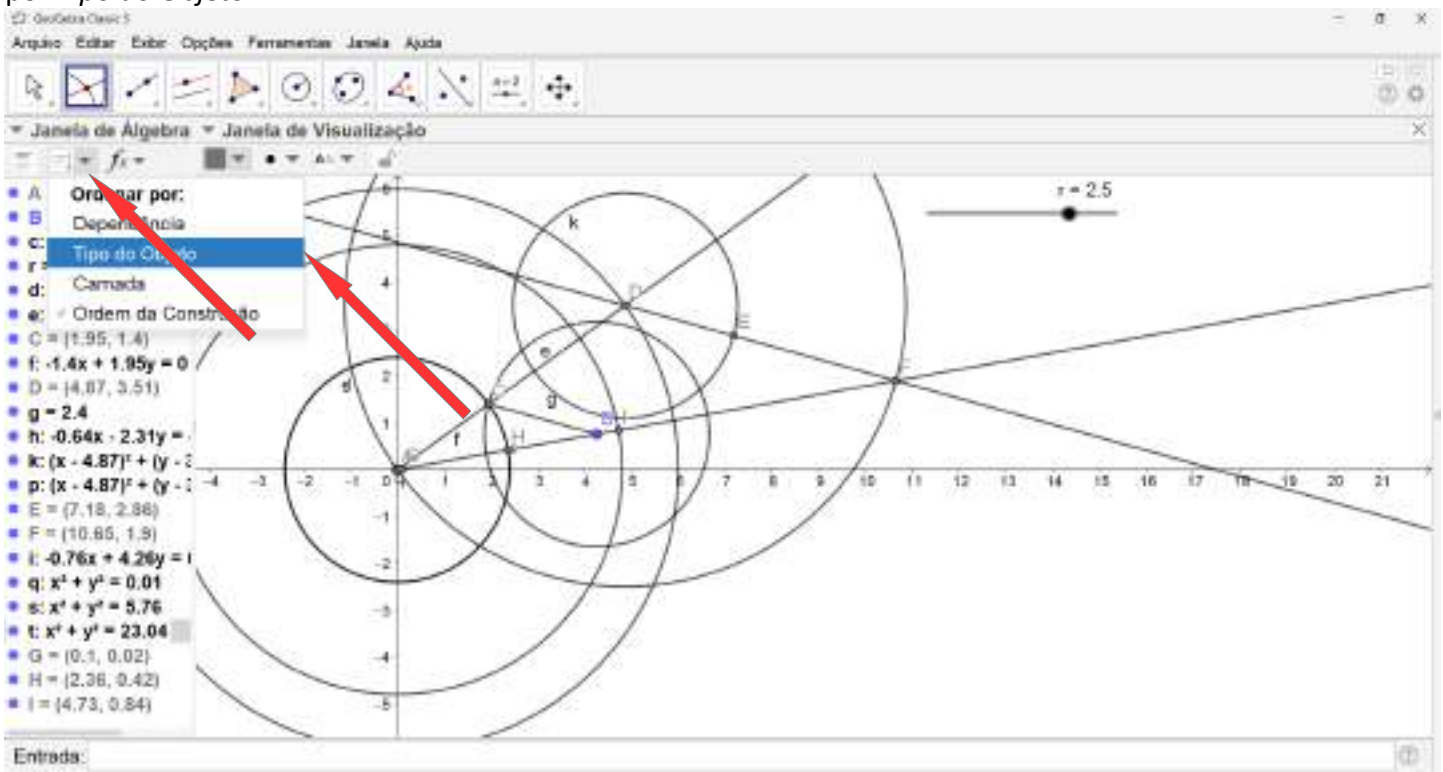
(38) Na *Janela de Álgebra*, clique na semirreta **i** (criada no item (31)) e no círculo **s** (criado no item (34)). Isto criará o ponto **H**.



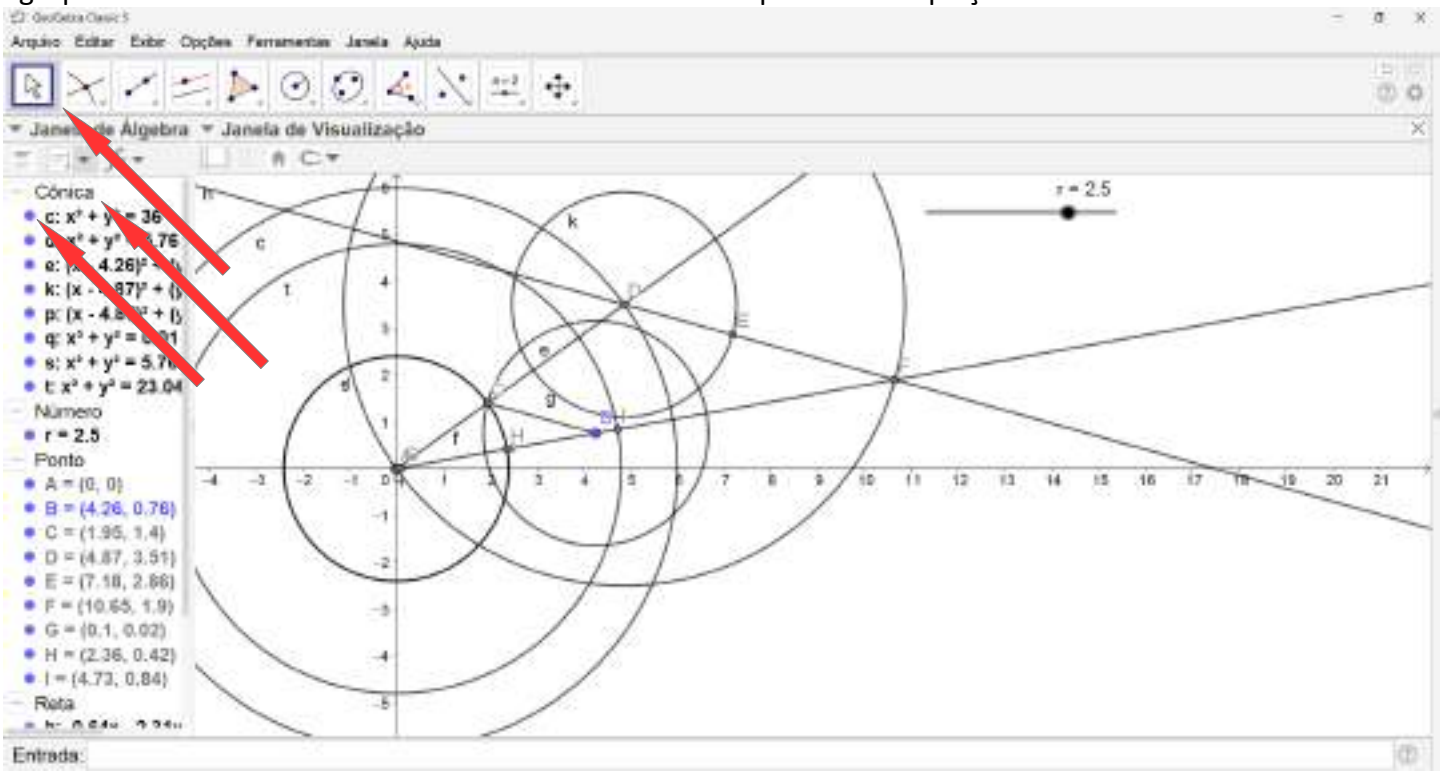
(39) Na *Janela de Álgebra*, clique na semirreta **i** (criada no item (31)) e no círculo **t** (criado no item (35)). Isto criará o ponto **I**.



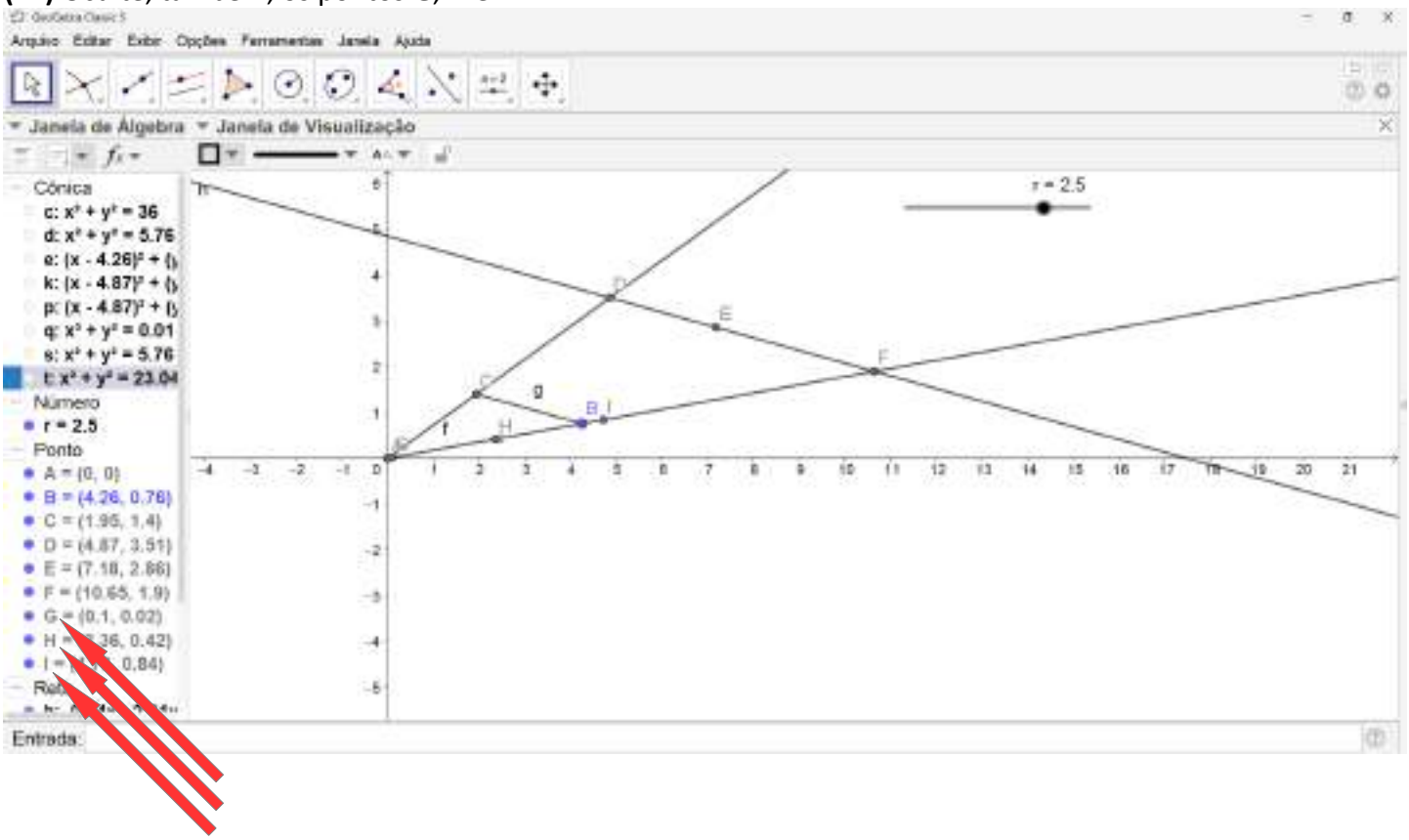
(40) Hora de "limpar" a construção. Abra o menu rápido da *Janela de Álgebra* e ordene os objetos desta janela por *Tipo do Objeto*.



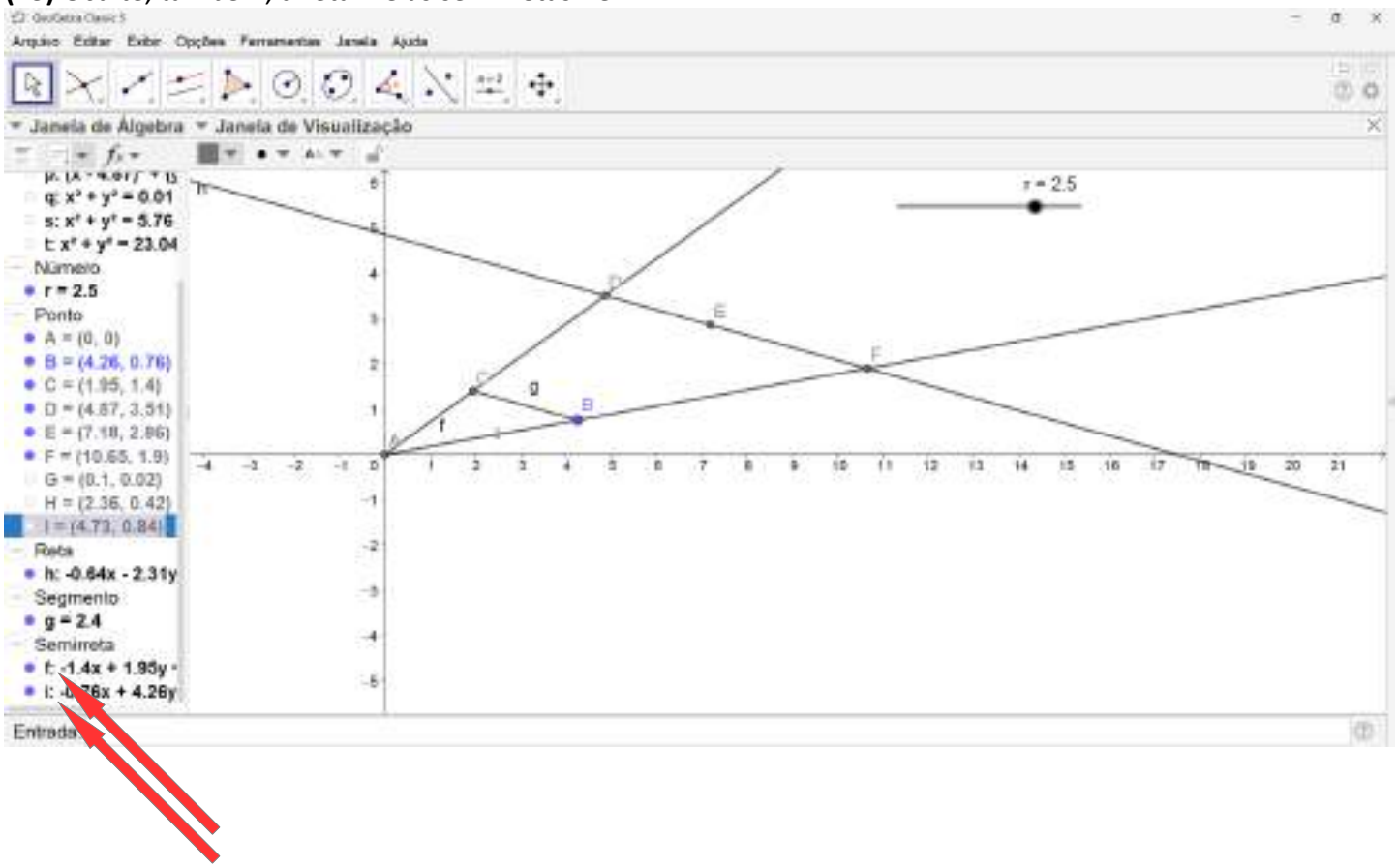
(41) Aperte a tecla <**Esc**> de se teclado para que a ferramenta *Mover* fique ativada. Oculte todos os círculos do agrupamento *Cônica* clicando nos botões azuis do lado esquerdo das equações.



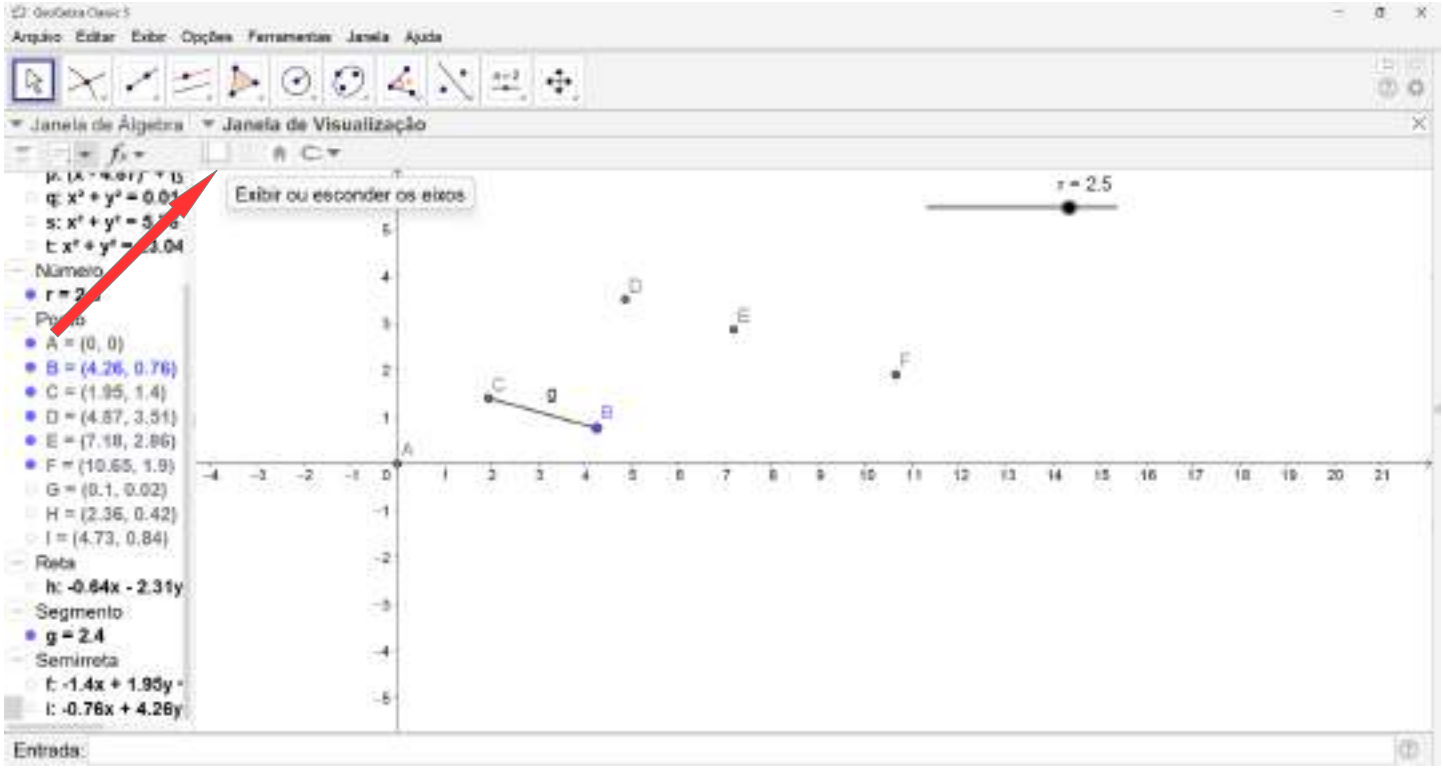
(42) Oculte, também, os pontos **G**, **H** e **I**.



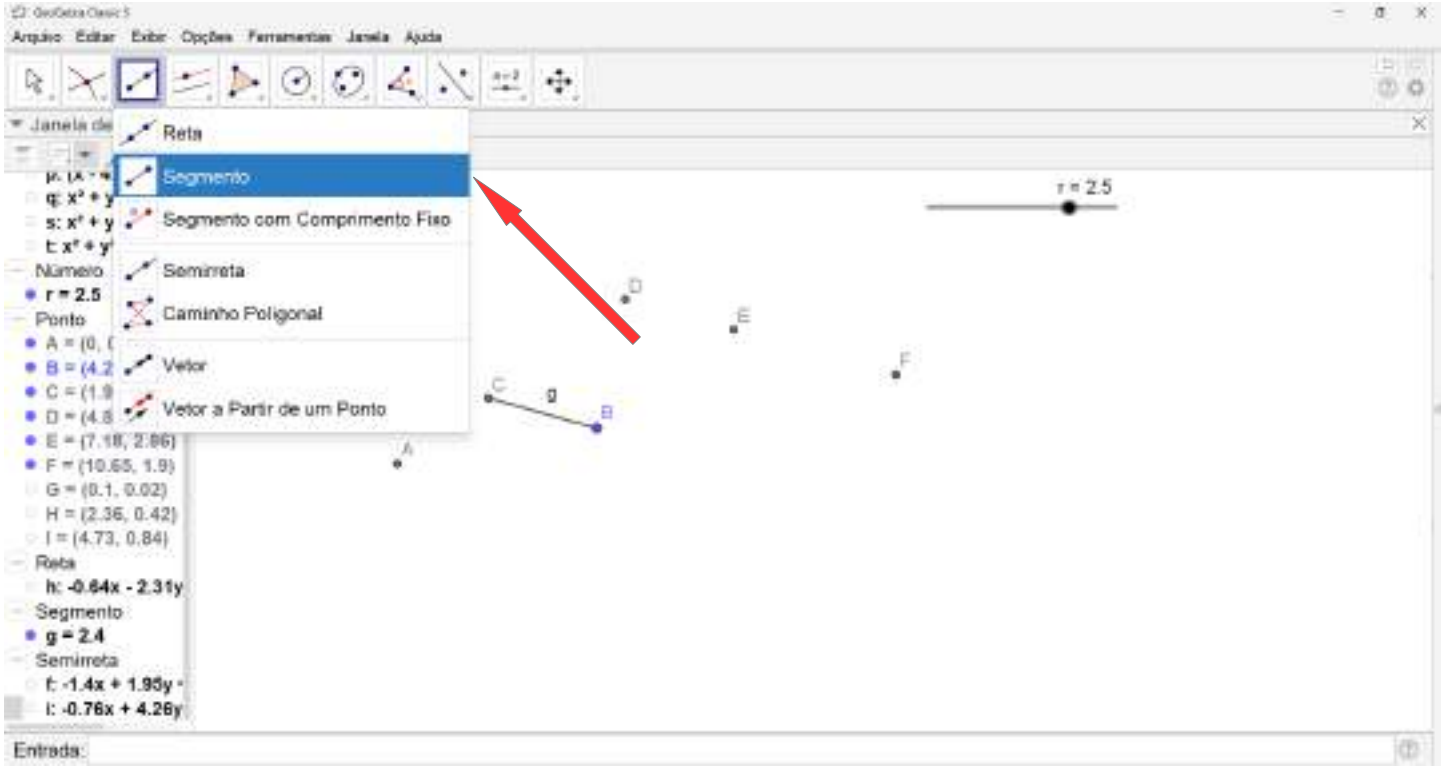
(43) Oculte, também, a reta **h** e as semirretas **f** e **i**.



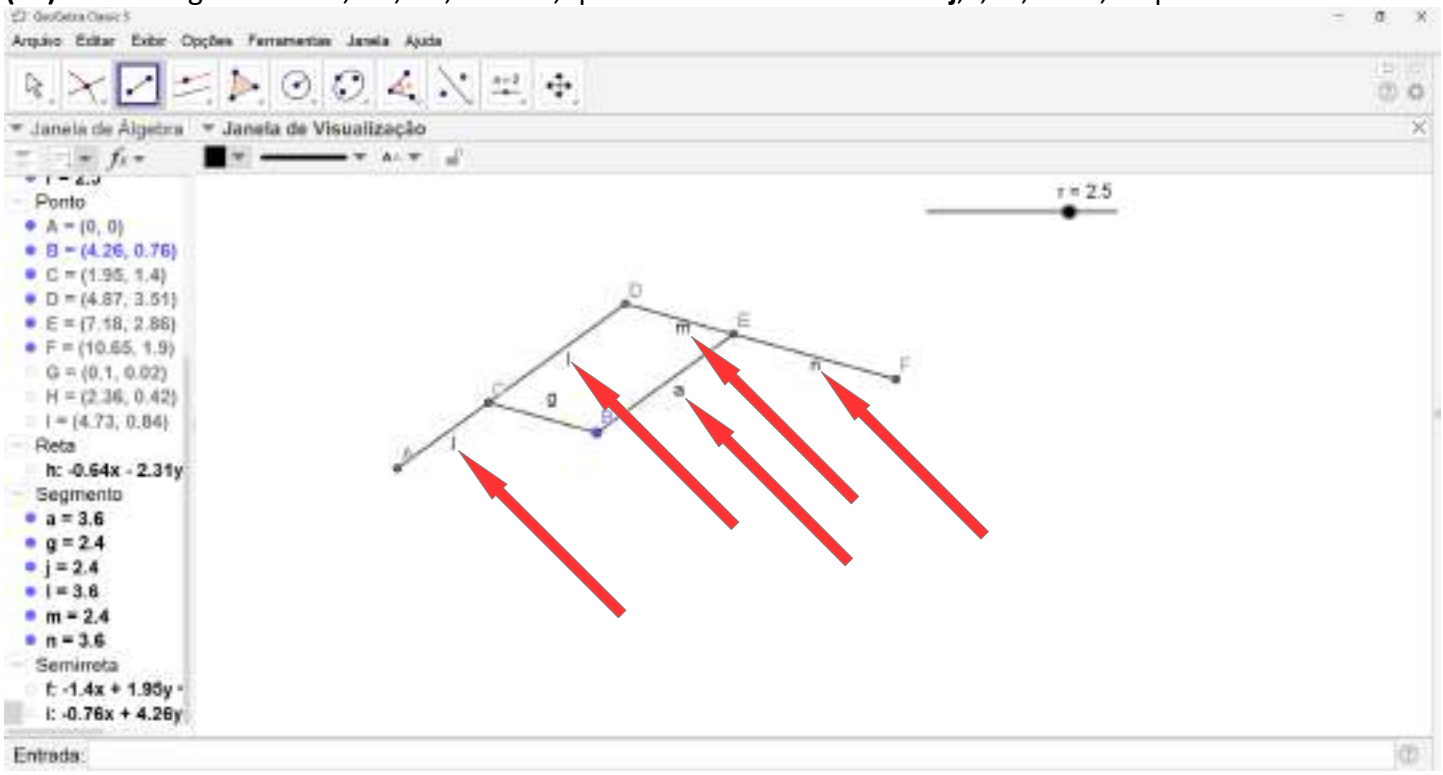
(44) Dê um clique na *Janela de Visualização* e, no menu rápido desta janela, clique no botão *Exibir ou esconder os eixos*.



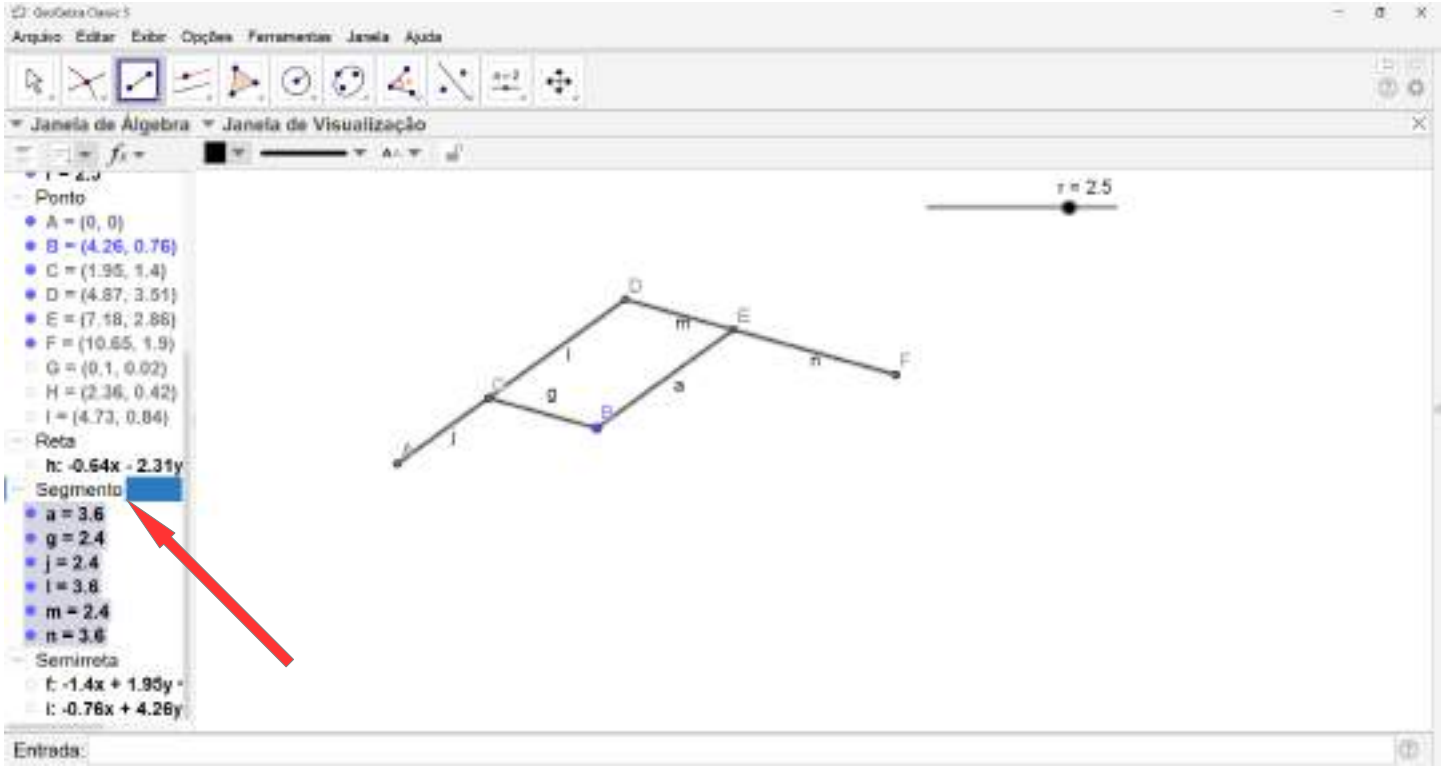
(45) No terceiro menu de ferramentas, ative a ferramenta *Segmento*.



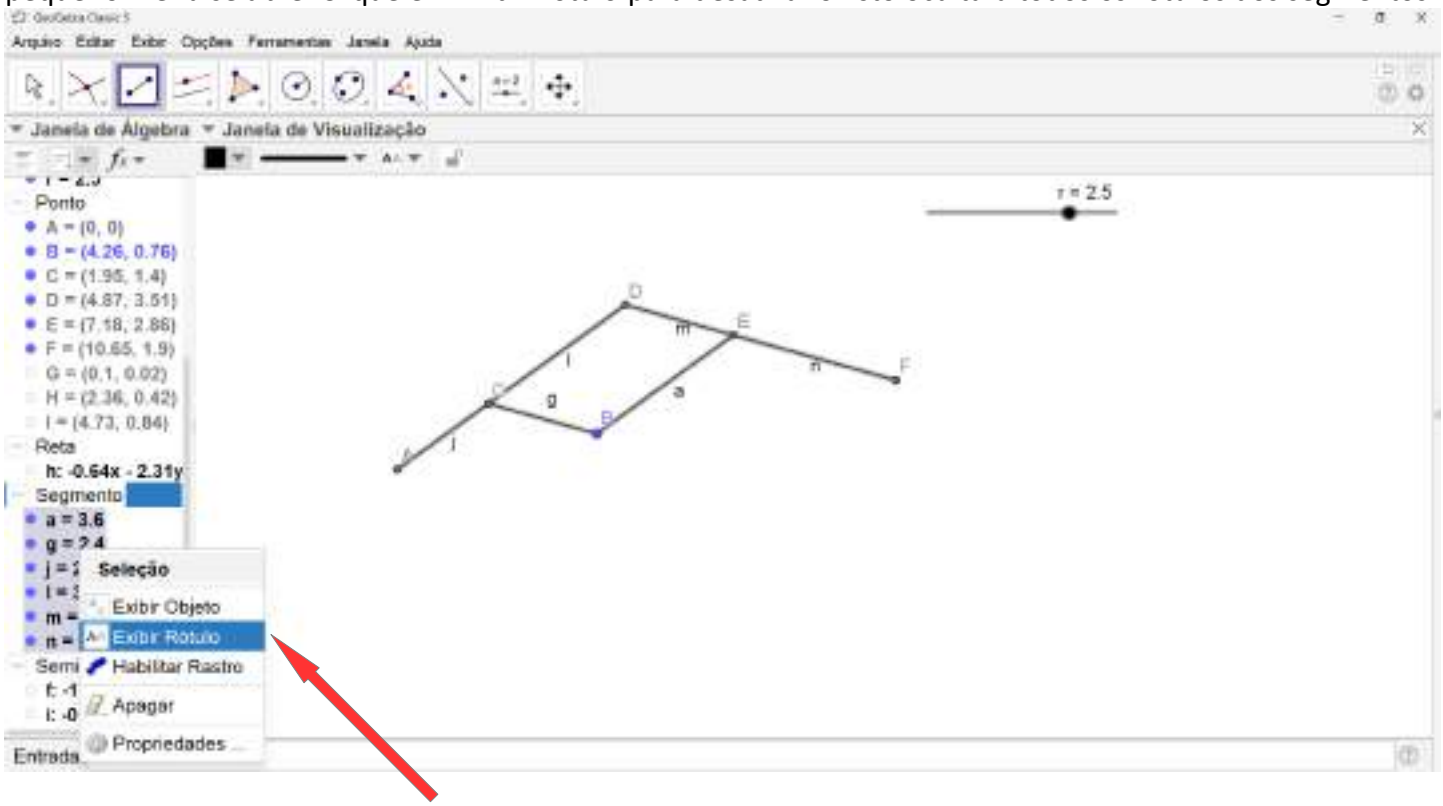
(46) Crie os segmentos AC, CD, DE, EF e BE, que o GeoGebra chamará de **j**, **l**, **m**, **n** e **a**, respectivamente.



(47) Clique na palavra *Segmento* na *Janela e Álgebra* para selecionar todos os segmentos.

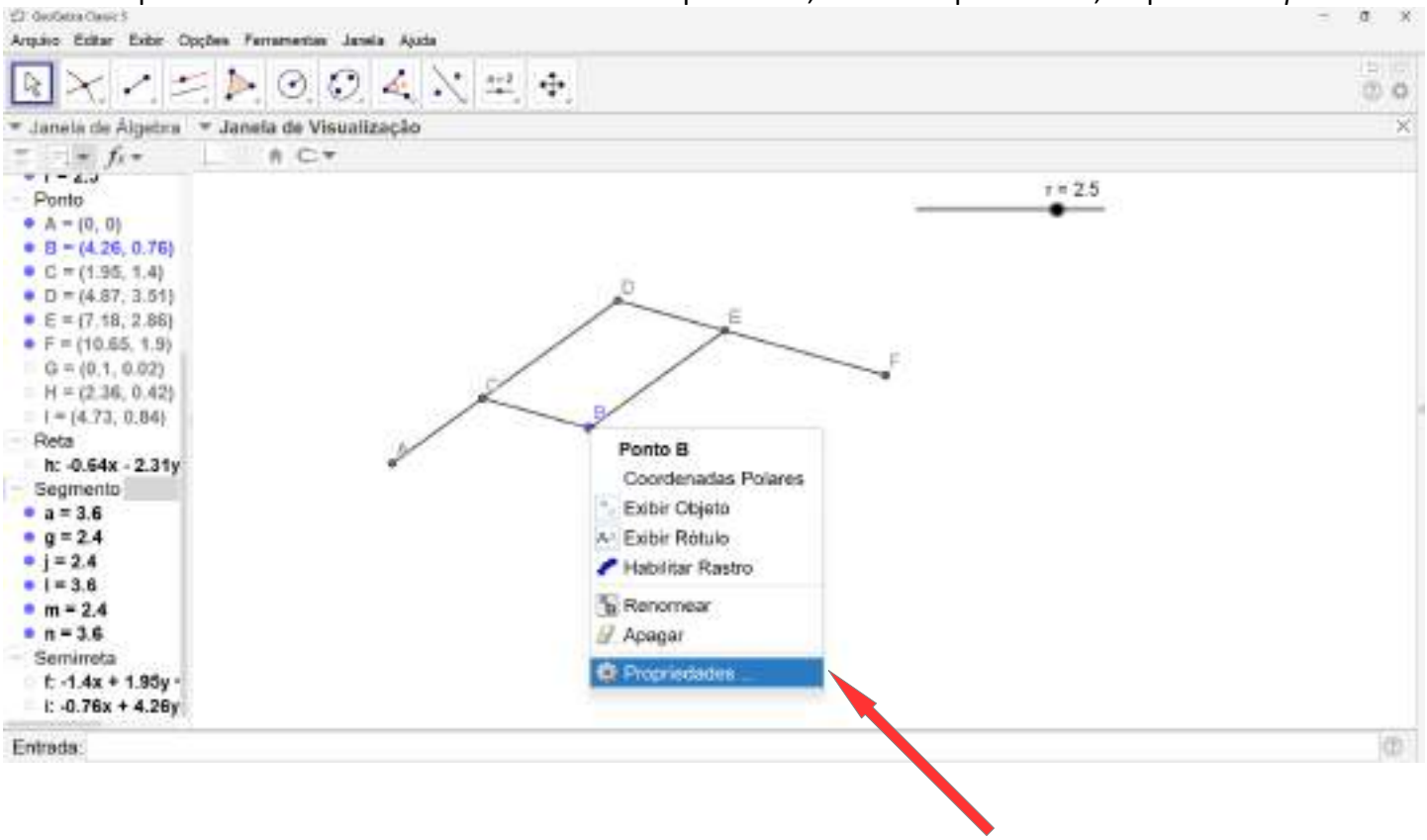


(48) Clique com o botão direito do mouse sobre os segmentos selecionados na *Janela de Álgebra*. Um pequeno menu se abre. Clique em *Exibir Rótulo* para desativá-lo. Isto ocultará todos os rótulos dos segmentos.

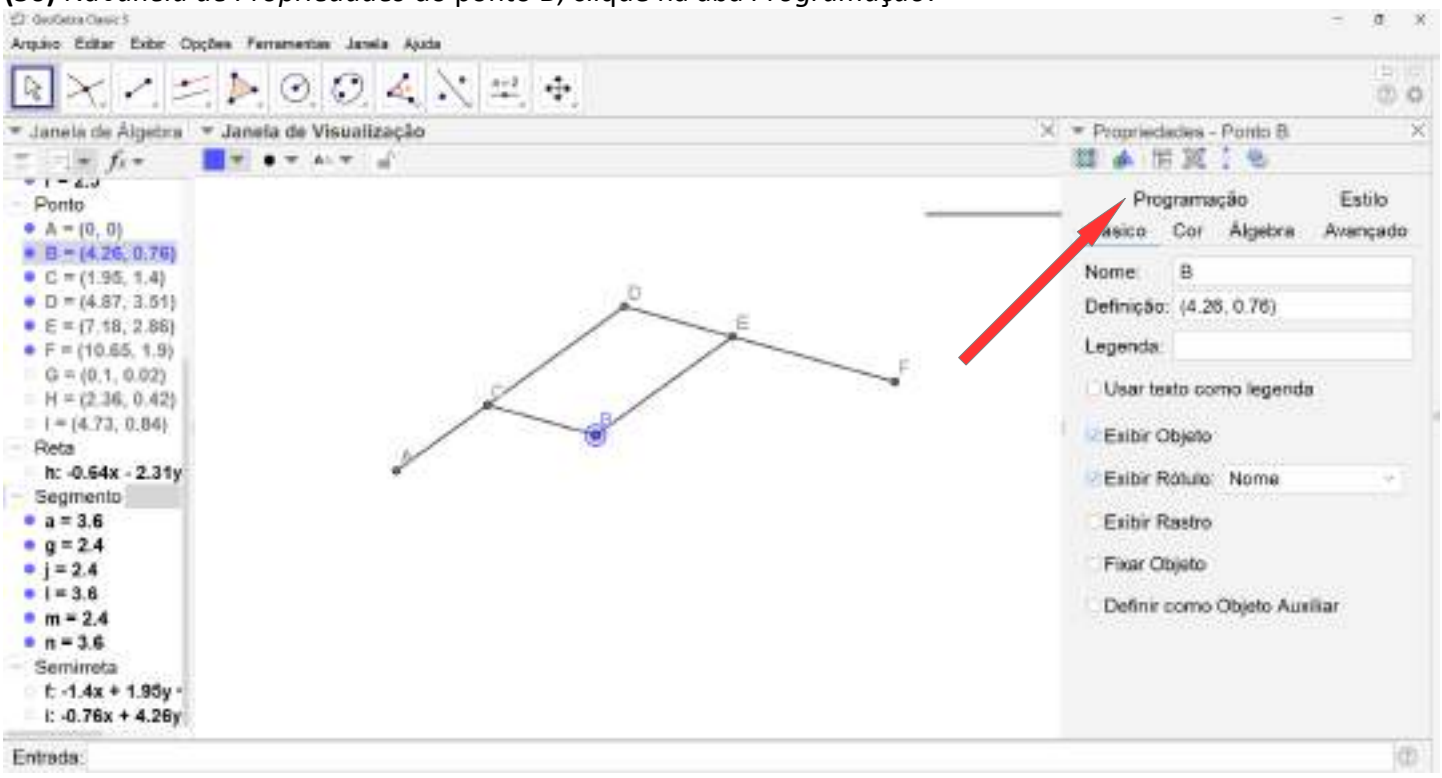


(49) Aperte a tecla <**Esc**> do seu teclado e mova o ponto **B**. Você perceberá que a construção desaparece quando a distância de **B** até **A** é maior do que 6/r + 6/r = 12/r, assim como quando **B**=**A**. No pantógrafo real é impossível que essas situações ocorram. Conforme já comentado acima, para resolver esse problema, precisamos colocar limites na movimentação de **B**. Para tanto, vamos utilizar os pontos **G** e **I** criados nos passos (37) e (39), respectivamente.

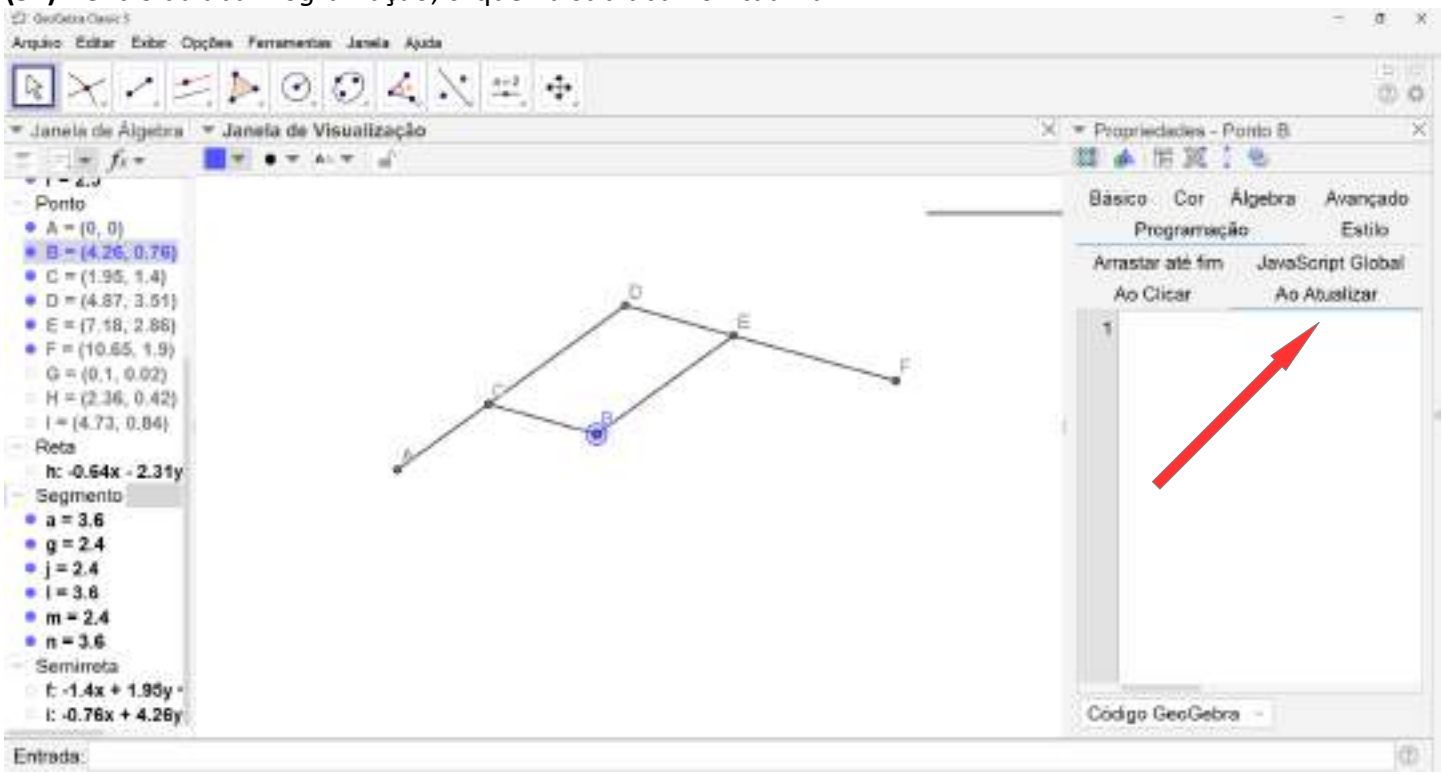
Clique com o botão direito do mouse sobre o ponto **B** e, no menu que se abre, clique em *Propriedades*.



(50) Na *Janela de Propriedades* do ponto **B**, clique na aba *Programação*.



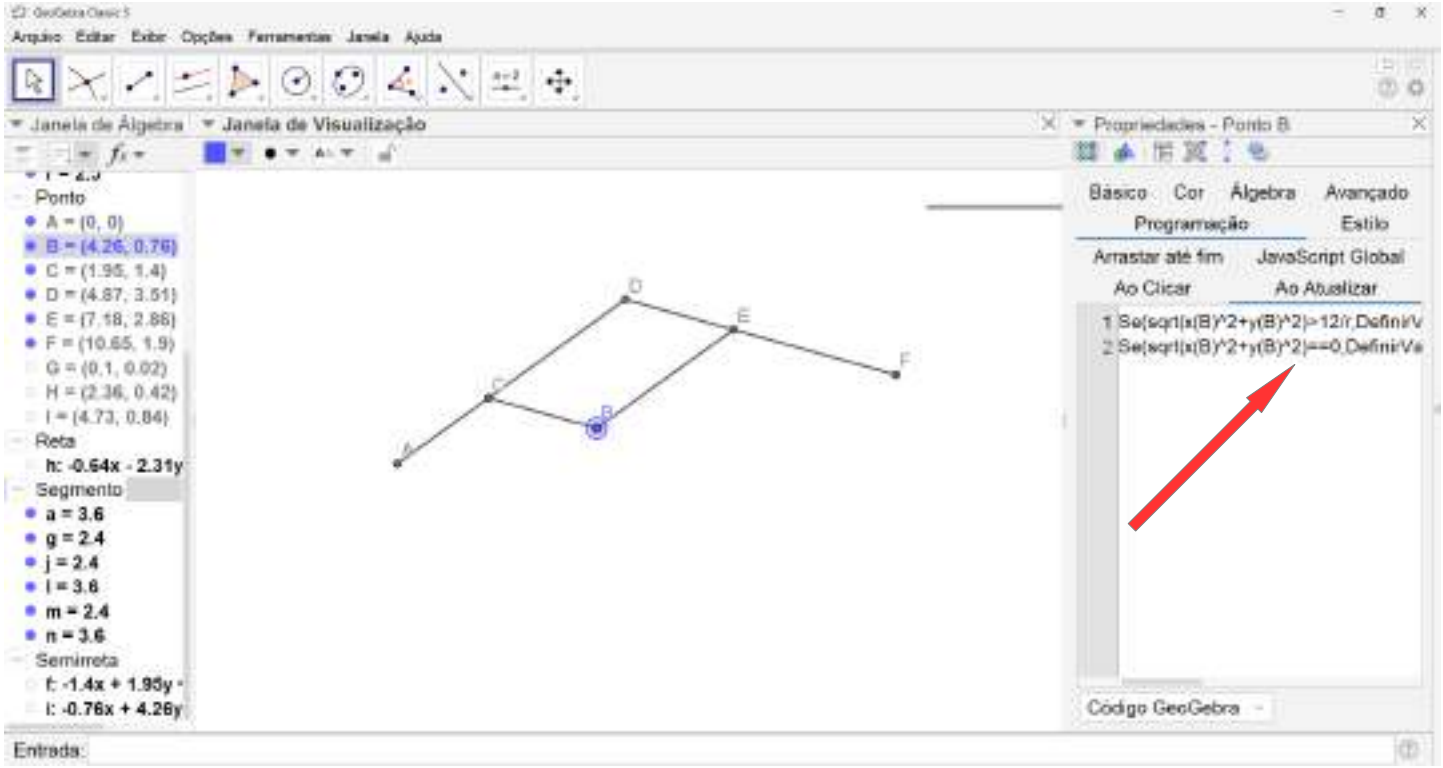
(51) Dentro da aba *Programação*, clique na sub-aba *Ao Atualizar*.



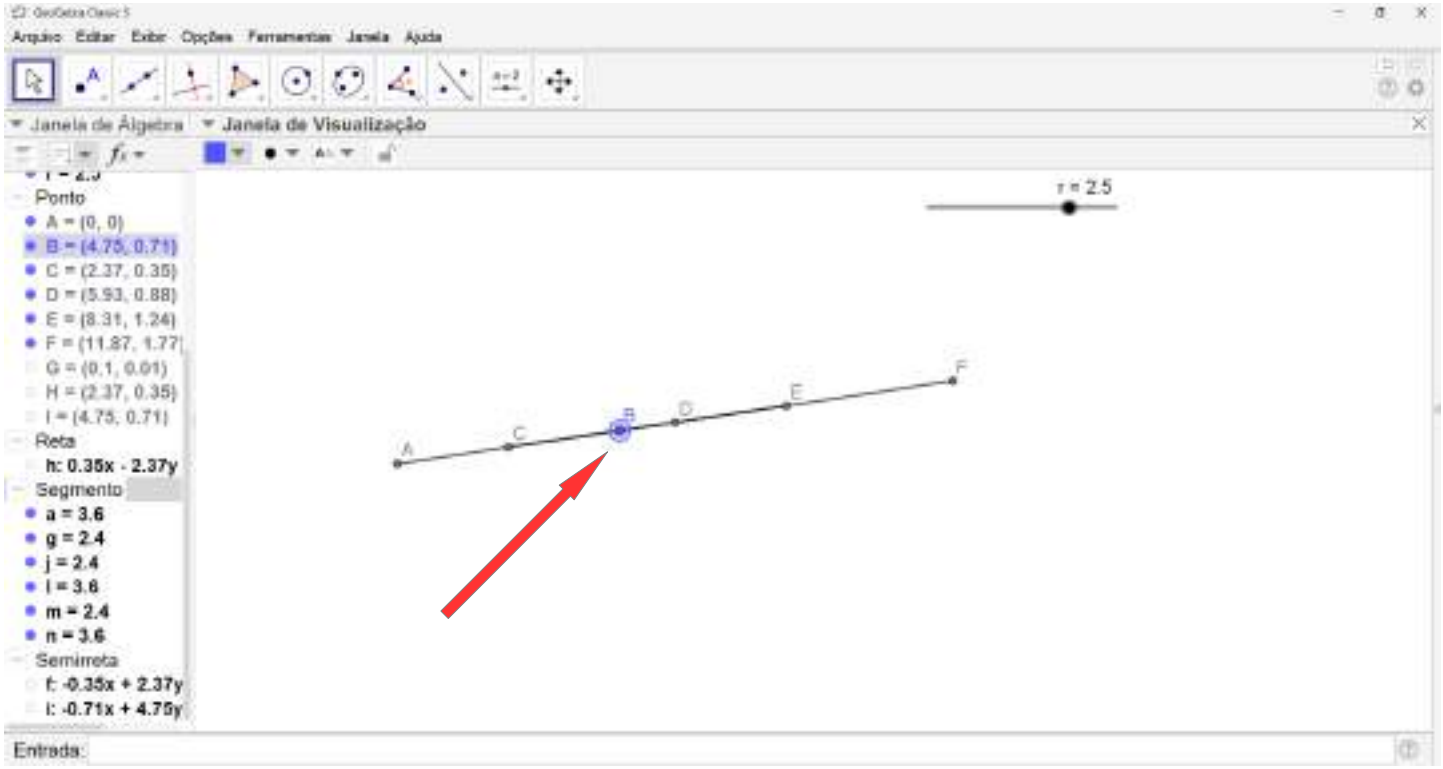
(52) Digite o seguinte código GeoGebra na sub-aba *Ao Atualizar*:

Se(sqrt(x(B)^2+y(B)^2)>12/r,DefinirValor(B,I))

Se(sqrt(x(B)^2+y(B)^2)==0,DefinirValor(B,G))

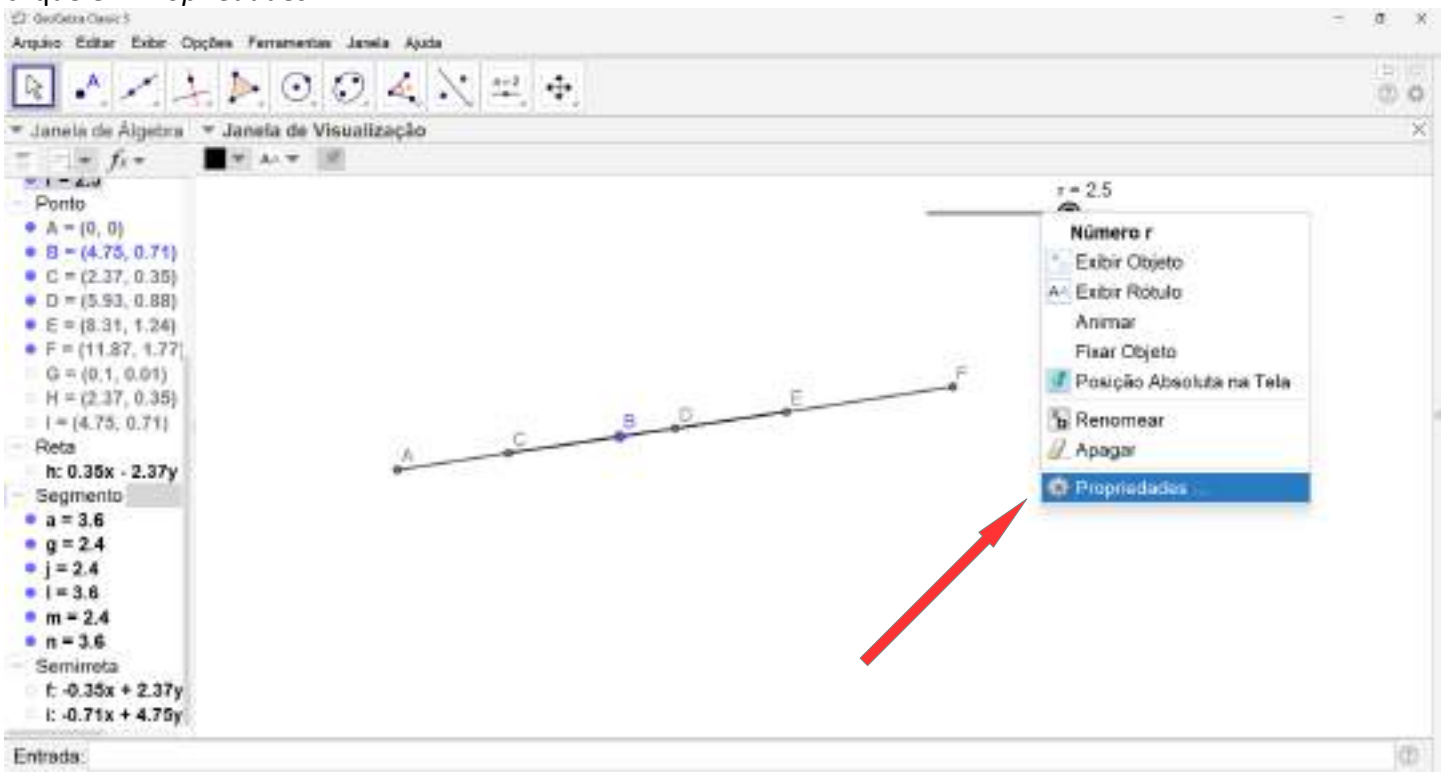


(53) Feche a *Janela de Propriedades* do ponto **B** e faça um teste: tente arrastar o ponto **B** de tal modo que sua distância até **A** seja maior do que 12/r. Você não conseguirá. O mesmo quando você tenta fazer o ponto **B** ficar sobre **A**.



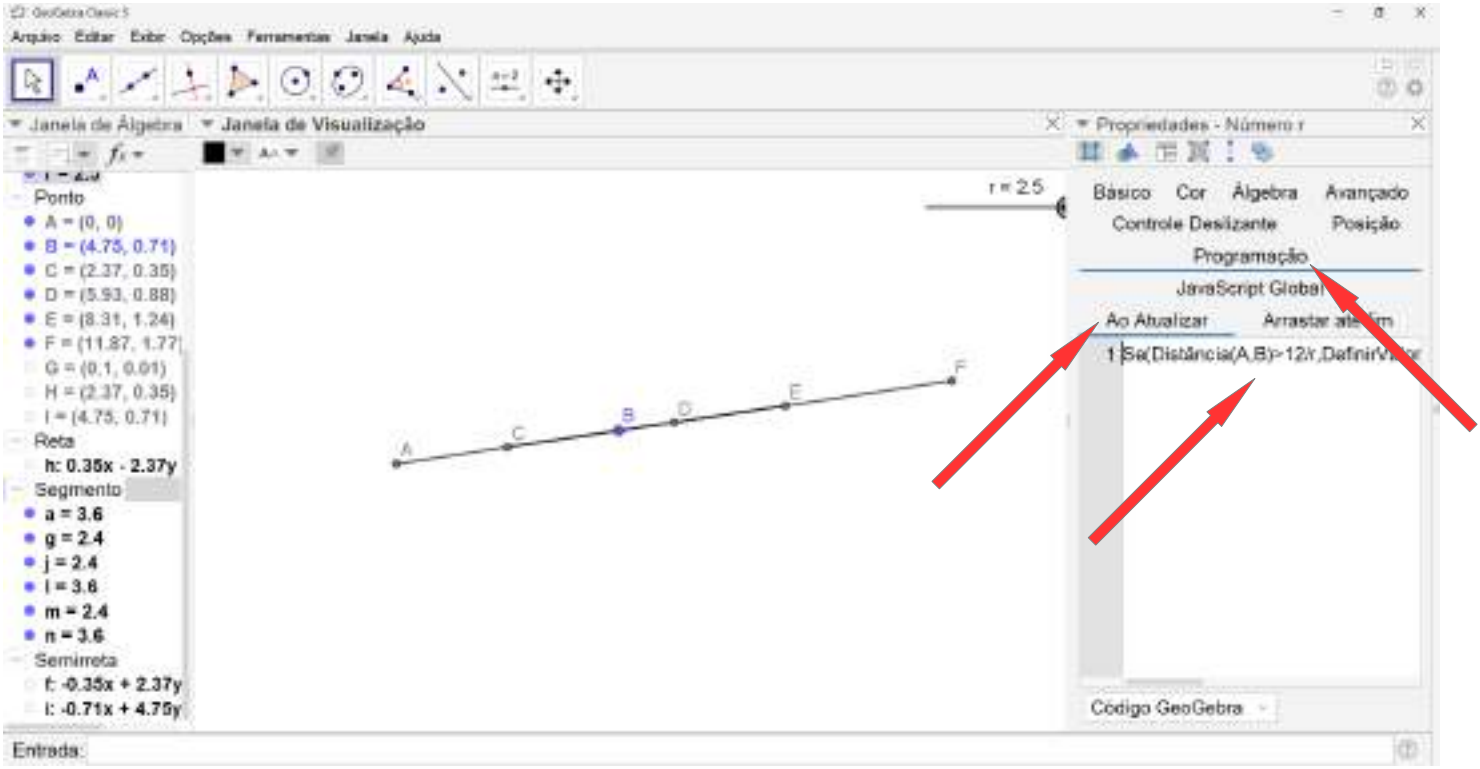
(54) Mas há ainda um outro problema: quando mexemos no controle deslizante **r** fazendo-o ficar próximo de 3, pode ocorrer que a distância de **B** até **A** fique maior do que 12/r e o pantógrafo desaparece da tela. Neste caso, precisamos de um comando que reposicione o ponto **B** de tal modo que o pantógrafo fique visível. Para fazer isso, vamos utilizar o ponto **H** criado no passo (38).

Clique com o botão direito do mouse sobre o controle deslizante **r** e, no pequeno menu que se abre, clique em *Propriedades*.

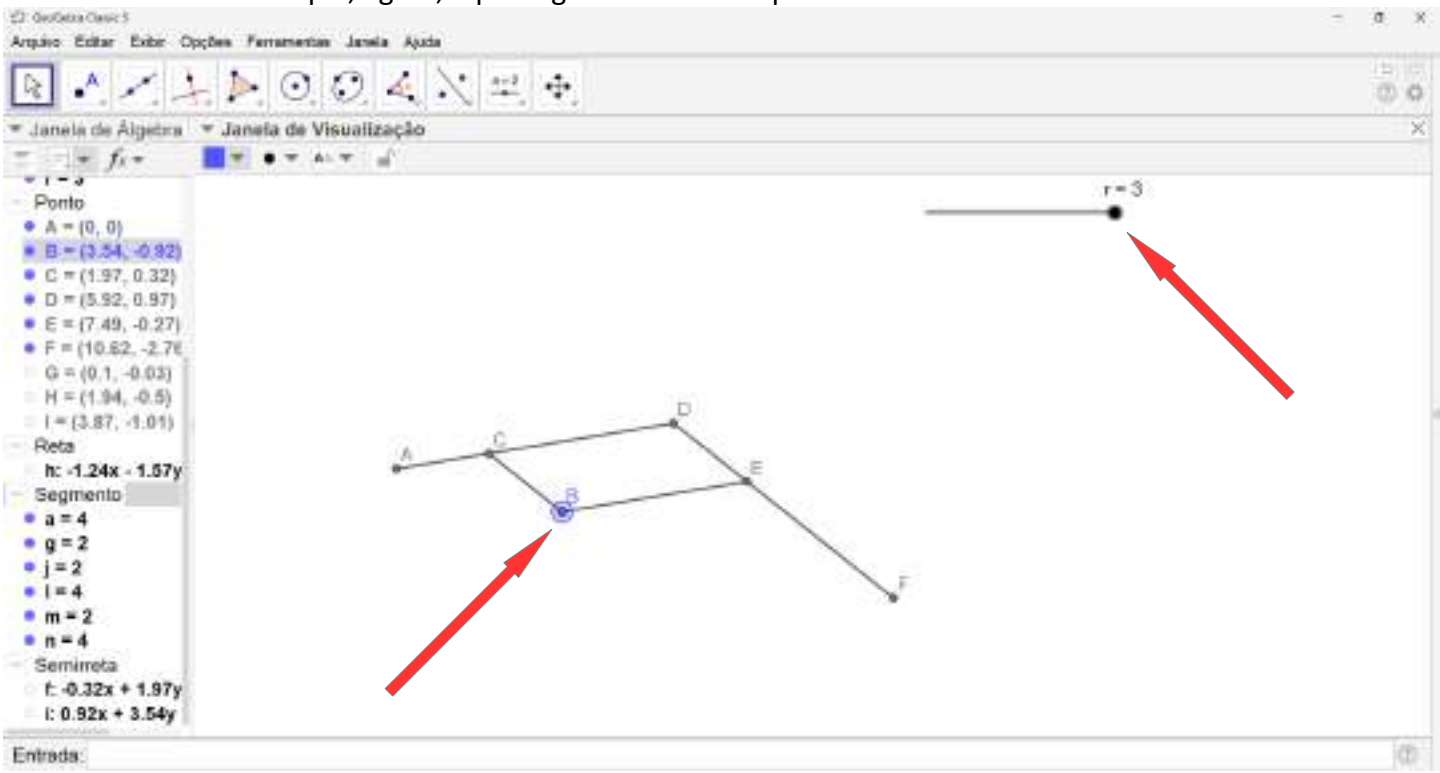


(55) Na *Janela de Propriedades* do controle deslizante **r** clique na aba *Programação* e, em seguida, na sub-aba *Ao Atualizar* e digite o seguinte comando GeoGebra:

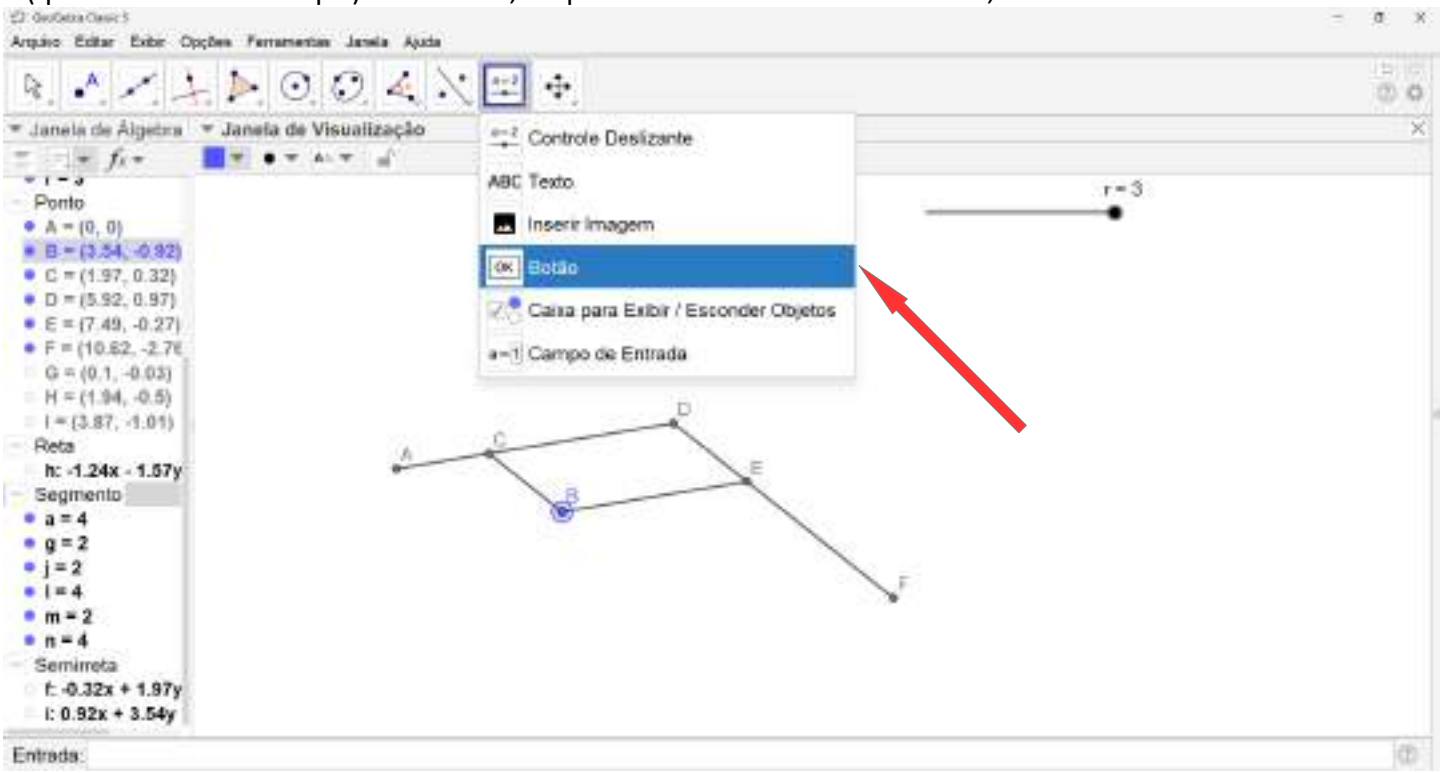
Se(Distância(A,B)>12/r,DefinirValor(B,H))



(56) Feche a *Janela de Propriedades* do controle deslizante **r**. Faça testes. Mexa no ponto B e no controle deslizante **r**. Você verá que, agora, o pantógrafo nunca desaparecerá da tela.



(57) Agora, vamos criar botões que ativam rastros nos pontos **B** (que funciona como a ponta do pantógrafo) e **F** (que funciona como lápis). Para tanto, no penúltimo menu de ferramentas, ative a ferramente *Botão*.



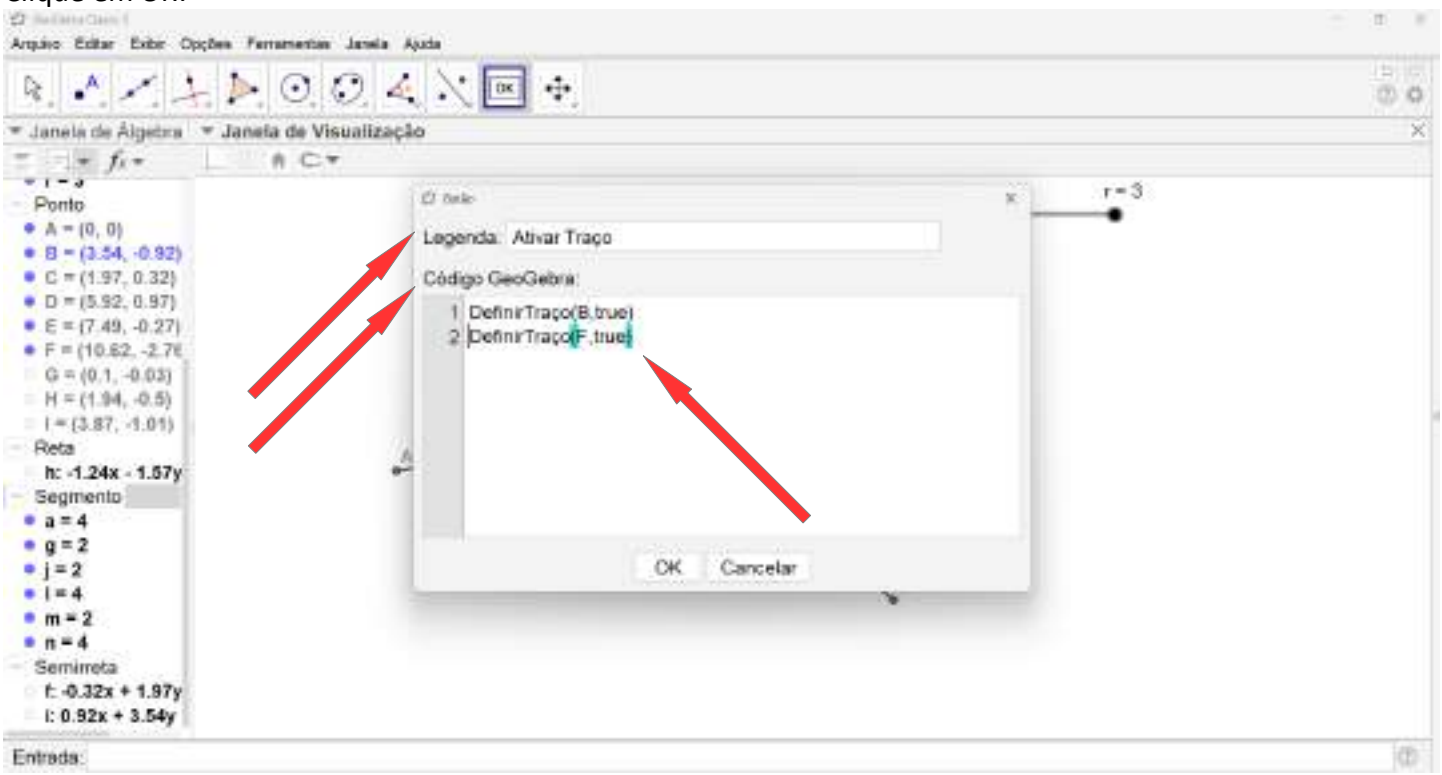
(58) Clique sobre a *Janela de Visualização*. Na caixa de diálogo que se abre digite:

Legenda: *Ativar Traço*

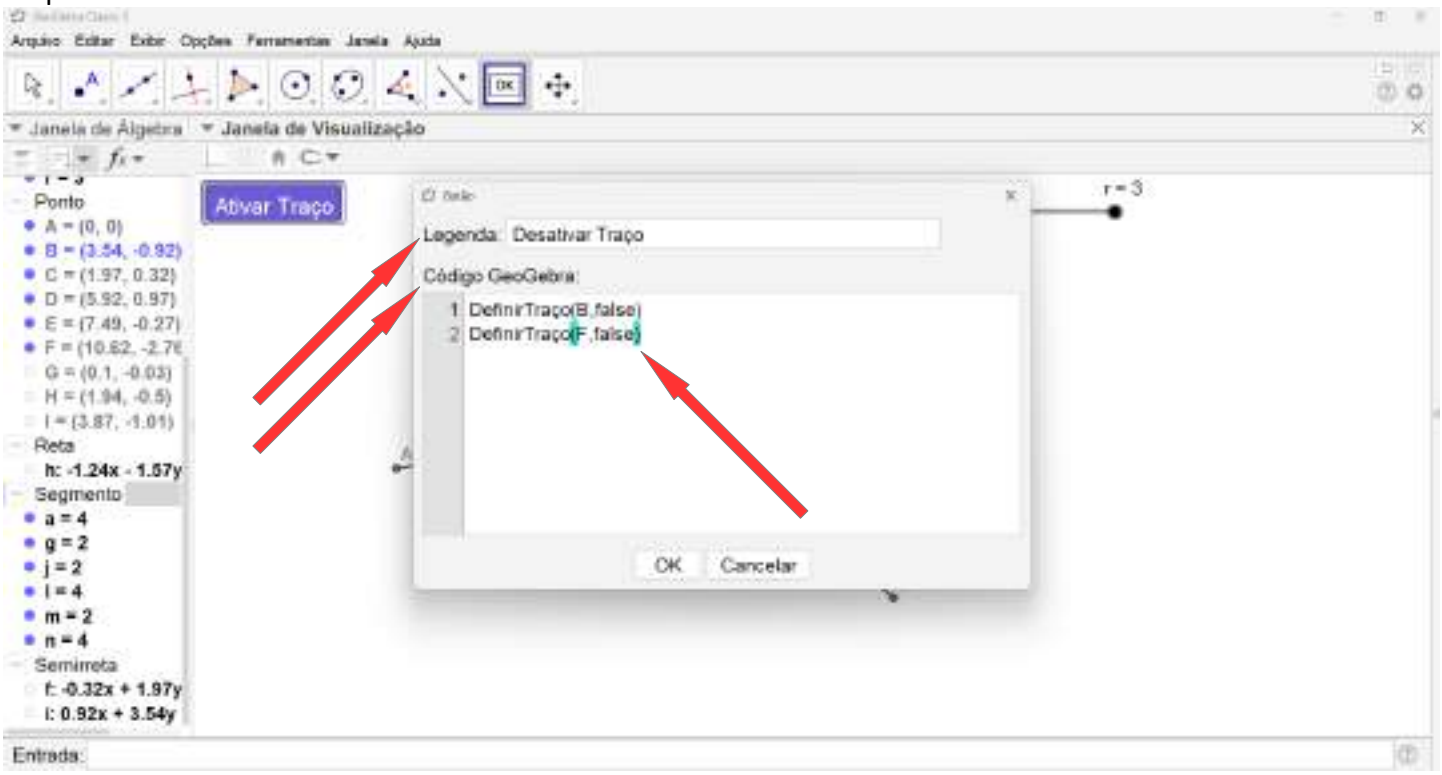
Comandos: *DefinirTraço(B,true)*

DefinirTraço(F,true)

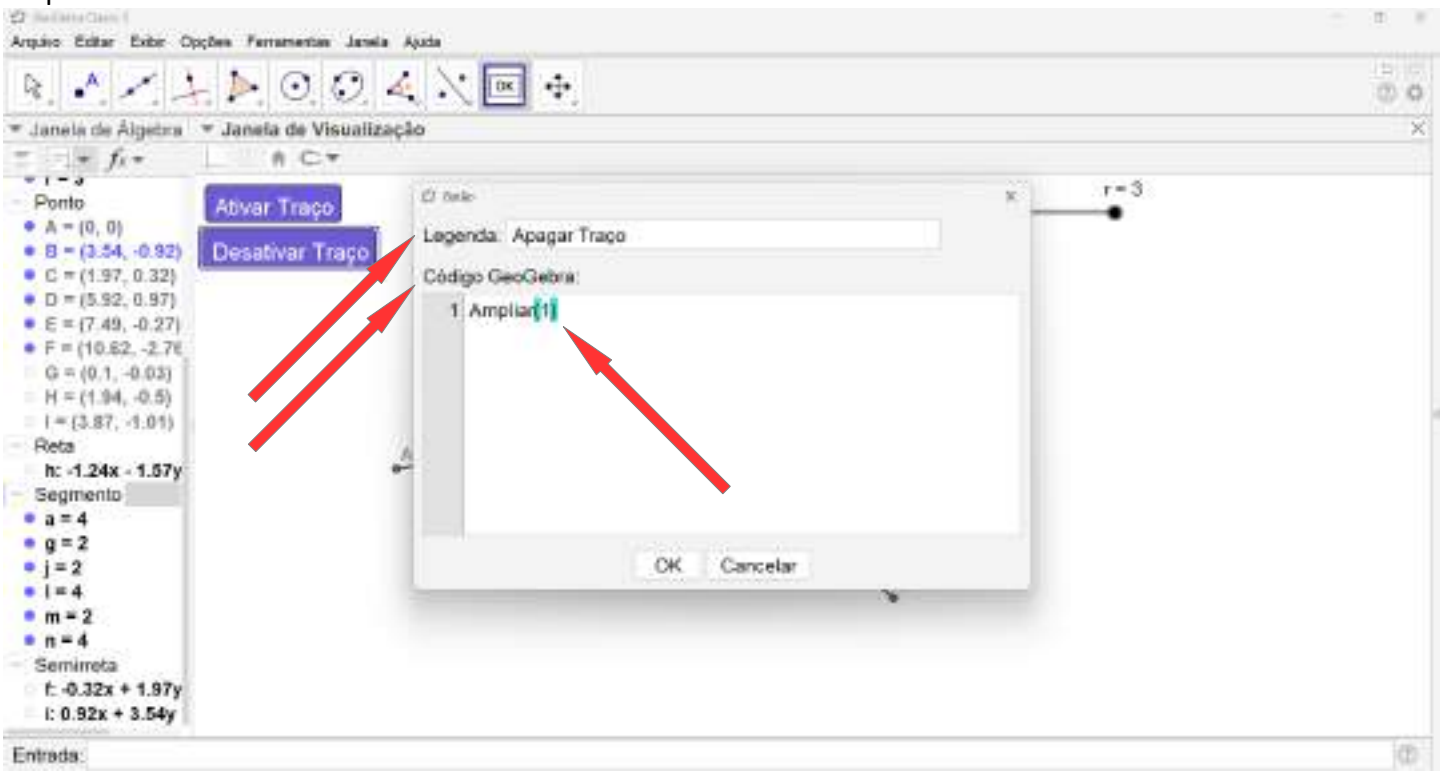
Clique em *OK*.



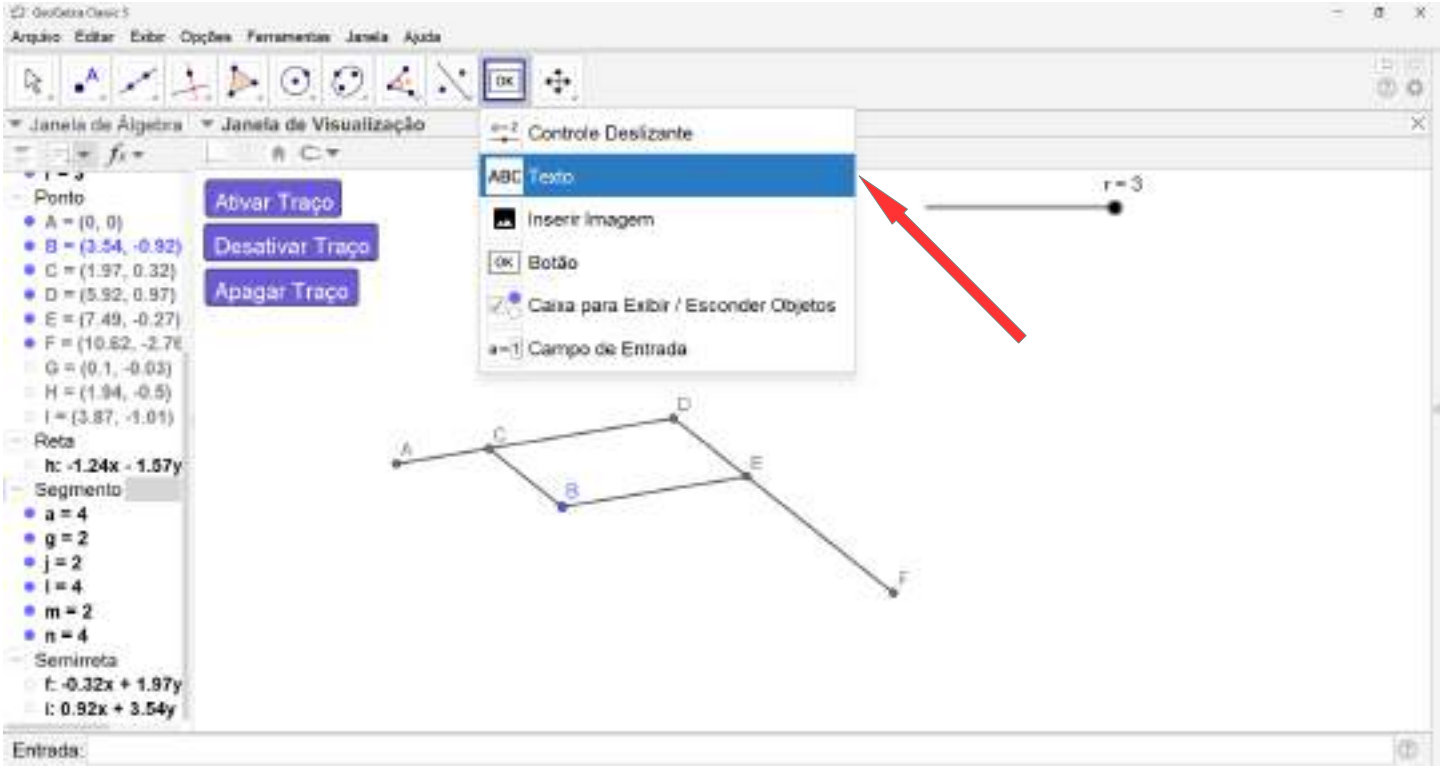
(59) Com a ferramenta *Botão* ativada, clique na *Janela de Visualização* e, na caixa de diálogo que se abre digite:
Legenda: *Desativar Traço*
Comandos: *DefinirTraço(B,false)*
DefinirTraço(F,false)
Clique em *OK*.



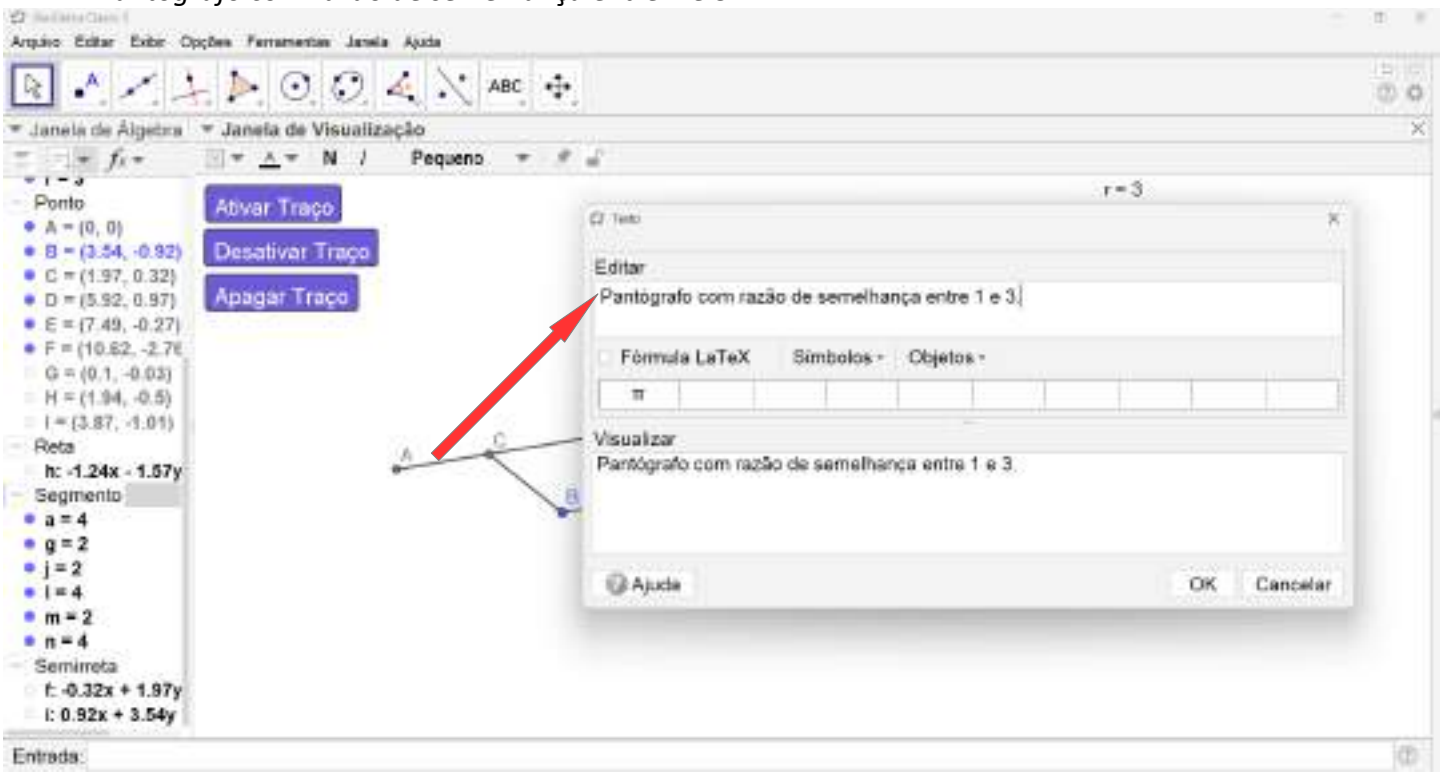
(60) Com a ferramenta *Botão* ativada, clique na *Janela de Visualização* e, na caixa de diálogo que se abre digite:
Legenda: *Apagar Traço*
Comandos: *Ampliar(1)*
Clique em *OK*.



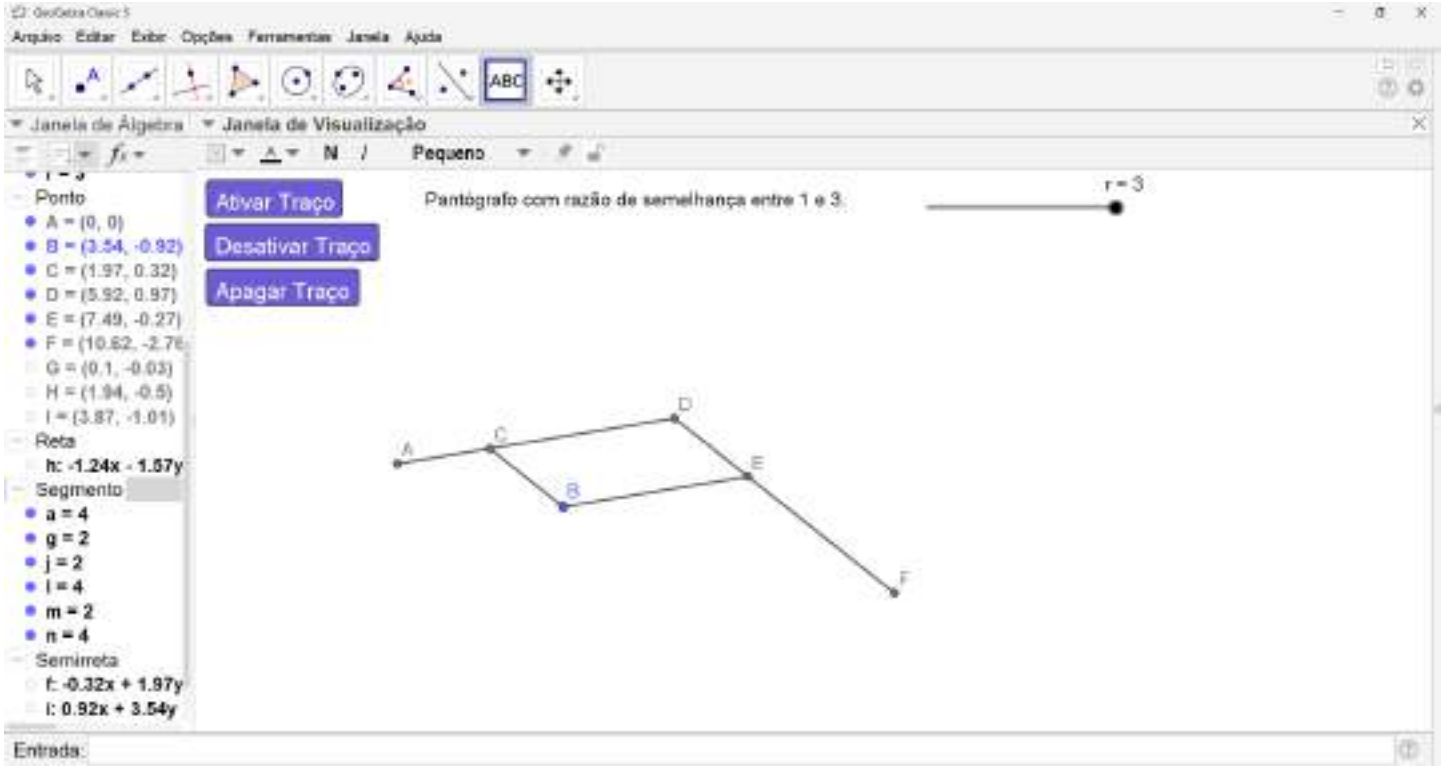
(61) No penúltimo menu de ferramentas, ative a ferramenta *Texto*.



(62) Clique na *Janela de Visualização* e, na caixa de diálogo que se abre, no campo de edição, digite:
Pantógrafo com razão de semelhança entre 1 e 3.



(63) O pantógrafo está praticamente pronto e ficou com o seguinte aspecto:



(64) Se você quiser, dá para deixá-lo mais apresentável alterando cores e tamanhos dos objetos e ocultando rótulos, menus rápidos e a própria *Janela de Álgebra*.
Fica como tarefa...

