

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [0,5 puntos] Expresa el vector $\vec{u}=(0,8)$ del espacio vectorial $(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$ como combinación lineal de los vectores $\vec{v}=(3,-5)$, $\vec{w}=(6,-2)$.

b) [1 punto] El triángulo ABC es rectángulo en A. Sus vértices son $A(3,5)$, $B(1,3)$, $C(m,10)$. Calcula el valor de m aplicando propiedades de vectores (no usar Pitágoras).

c) [1 punto] Demuestra que si $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son vectores en V^2 y tienen el mismo módulo, entonces los vectores suma $(\vec{u}+\vec{v})$ y diferencia $(\vec{u}-\vec{v})$ son perpendiculares. Pon un ejemplo que demuestre analíticamente esa información y resuelve el ejemplo.

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Calcula el valor de m para que los vectores $\vec{u}=(2,0,-1)$, $\vec{v}=(1,m,2)$, $\vec{w}=(3,1,m)$ sean linealmente independientes.

b) [1 punto] Resuelve $\ln(\sin x) - \ln(\cos x) = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

Ejercicio 3.- Dados los vectores $\vec{u}=(3,4)$, $\vec{v}=(-2,5)$, $\vec{w}=(-4,3)$.

a) [0,5 puntos] Normalizarlos.

b) [1 punto] Hallar el producto escalar $\vec{u} \cdot \vec{v}$, $\vec{u} \cdot \vec{w}$.

c) [1 punto] ¿Qué ángulo forman los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$, y los vectores $\vec{u}$ y $\vec{w}$?

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Sea un vector $\vec{u}=(x,y)$. Su módulo es el doble del módulo del vector $\vec{v}=(3,4)$. El vector $\vec{u}$ forma 45° con el vector $\vec{v}$. Calcula las coordenadas del vector $\vec{u}$.

b) [1 punto] Dado el vector $\vec{v}=(-1,4)$ y el punto A de coordenadas $(2,-1)$. Determina las coordenadas de un punto B que cumpla que el vector $\vec{AB}$ sea equipolente al vector $\vec{v}$.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [0,5 puntos] Calcula el ángulo que forman $\vec{u}=(2\cdot\sqrt{2}, -2)$ y $\vec{v}=(\sqrt{2}, -1)$.

b) [1 punto] Calcula valor de b para que los vectores $\vec{u}=(3,b)$ y $\vec{v}=(2,-1)$ formen un ángulo de 60° .

c) [1 punto] Sea el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} x+y+(m+1)z=2 \\ x+(m-1)y+2z=1 \\ 2x+my+z=-1 \end{cases}$$
. Discutir sus posibles soluciones según el valor del parámetro $m \in \mathbb{R}$.

Ejercicio 2.- Sea $\vec{u}=(2,5)$. Calcular.

a) [0,5 puntos] Un vector ortogonal a $\vec{u}$ y de módulo unidad.

b) [1 punto] La proyección ortogonal de $\vec{v}=(1,-2)$ sobre $\vec{u}$

c) [1 punto] Las coordenadas de $\vec{u}$ en la base formada por los vectores $\vec{w}=(4,3)$ y $\vec{t}=(5,2)$

Ejercicio 3.- Sea el polígono irregular de cuatro lados, con vértices consecutivos en los puntos $A(2,3)$, $B(4,-5)$, $C(8,5)$ y $D(5,1)$.

a) [1 punto] Representar el polígono gráficamente y obtener su perímetro (trabajar con raíces, no usar decimales).

b) [0,5 puntos] $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$

c) [0,5 puntos] Ángulo en el vértice A

d) [0,5 puntos] $|\vec{BD}|$

Ejercicio 4.- Dado el triángulo de vértices $A(x, 2)$, $B(1, 3)$, $C(2, -1)$.

a) [1 punto] Halla el valor de x para que el triángulo ABC sea rectángulo en el vértice C (no usar Pitágoras).

b) [1,5 puntos] Halla el valor de x para que el triángulo ABC sea isósceles y su lado desigual sea $\overline{AC}$.