

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Deriva $f(x) = \frac{-2}{\ln^3(1-2x)}$

b) [1,5 puntos] Calcula la ecuación explícita de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de la función $f(x) = \operatorname{arccotg}(x)$ en el punto de valor de abscisa $x=1$.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Demuestra si los vectores $\vec{u}=(3,5)$ y $\vec{v}=(-6,-10)$ forman un sistema generador en dos dimensiones.

b) [1,5 puntos] Calcula la curvatura y los puntos de inflexión de $f(x) = x \cdot e^{\frac{-x}{2}}$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia y representa gráficamente la función $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Una compañía de cruceros ofrece un viaje para al menos 100 personas por un precio inicial de 2000 euros por persona.

Para animar las ventas decide rebajar el precio inicial en 10 euros por cada persona que rebase las 100. Así pues, si se apuntaran 120 personas, cada uno pagará $2000 - 20 \cdot 10 = 1800$ euros.

Calcula el número de personas que maximiza los ingresos de la compañía y el valor de dicho ingreso máximo (ayuda: el ingreso es el dinero total obtenido por la compañía).

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Indica los intervalos de crecimiento, decrecimiento y los extremos relativos de $f(x) = \ln(1-x^2)$

b) [1 punto] Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4e^x + x + 2}{3e^x}$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Resuelve $\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+5} \leq 0 \end{cases}$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia y representa gráficamente la función $f(x) = \frac{x+1}{e^x}$

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Determina los valores a, b, c de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$ para que tenga un extremo relativo en $x=2$, pase por el punto $P(0,5)$ y se cumpla que $f'(1)=2$.

b) [1,5 puntos] Determina en qué punto de la gráfica de la función $f(x) = 3\sqrt{6x}$, la recta tangente forma un ángulo de 45° con el eje de abscisas.