

探究 1 对勾函数 $y = ax + \frac{b}{x}$, $ab > 0$ 的图像与性质

探究人： 时间： 指导老师：

探究目的

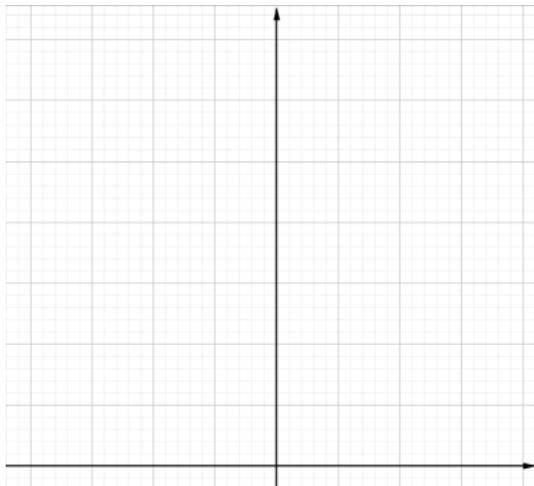
- 1、掌握对勾函数的图像
- 2、掌握关于对勾函数的最值问题

探究器材

电脑或平板、手机等设备, Geogebra 软件, 实验手册

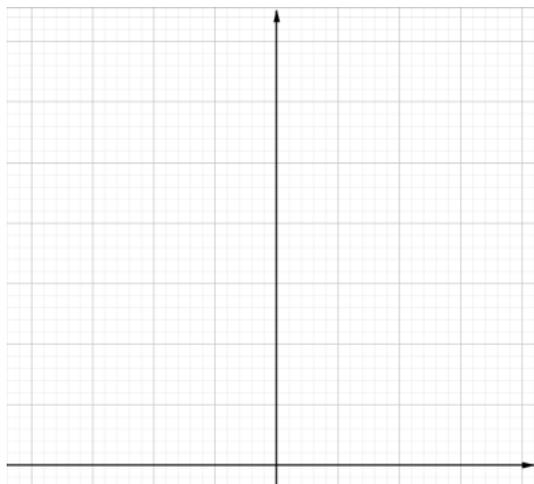
探究步骤

实验 1：写出对勾函数 $y = x + \frac{2}{x}$ 的定义域，并在下面坐标系中尝试画出它的草图



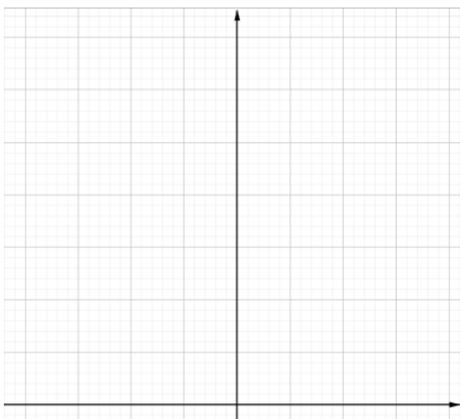
实验 2：用 Geogebra 画出 $y = x + \frac{2}{x}$ 的函数图像，并对比实验 1 中所画草图

打开 geogebra 软件，选择“绘图”功能，在左侧输入栏中，依次输入“y” “=” “x” “+” “2” “/” “x”，即可得函数 $y = x + \frac{2}{x}$ 及其图像。将其画在下面坐标系：



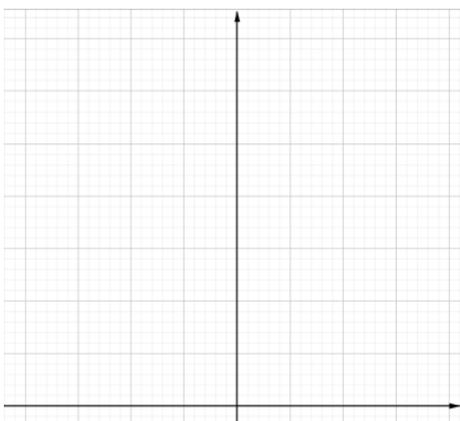
对比实验 1 中所画草图，并思考：是否几乎一致？抑或是有较大区别，区别在哪？造成区别的原因是什么？

实验 3 : 在下面坐标系中尝试画出 $y = 2x + \frac{2}{x}$ 的草图



实验 4 : 用 Geogebra 画出 $y = 2x + \frac{2}{x}$ 的函数图像，并对比实验 3 中所画草图

打开 geogebra 软件，选择“绘图”功能，在左侧输入栏中，依次输入“y” “=” “2” “x” “+” “2” “/” “x”，即可得函数 $y = 2x + \frac{2}{x}$ 及其图像。将其画在下面坐标系：



实验 5 : 改变对勾函数 $y = ax + \frac{b}{x}$, $ab > 0$ 中 a、b 的值，观察函数图像特征

第一步：打开资源包中的“对勾函数的图像.ggb”文件。

第二步：通过滑动条改变 b 的值，观察函数图像变化。

第三步：通过滑动条改变 a 的值，观察函数图像变化。

第三步：点击“极值点”按钮，显示两个极值点，改变 a、b 的值，观察极值点的变化规律，猜想极值点与 a、b 值的关系。

第四步：点击“ $\sqrt{\frac{b}{a}}$ 的值”按钮，找到极值点与 a、b 值的关系。

探究结论

在实验 3 中，得出结论：

- 1、对勾函数关于___对称，是一个___函数（填“奇”或“偶”）；
- 2、对勾函数极小值点为___，极小值为___；极大值点为___，极大值为___；

3、对勾函数的单调递增区间为_____；单调递减区间为_____；

4、在定义域内，对勾函数没有最值；

当 $x > 0$ 时， $x = \underline{\quad}$ 时，对勾函数取得最小值，最小值为_____。

当 $x < 0$ 时， $x = \underline{\quad}$ 时，对勾函数取得最大值，最大值为_____。

交流与反思

1、通过基本不等式或函数求导，试求当 $x > 0$ 时，对勾函数的最小值，并说明此时 x 的值。

2、仔细观察实验 5 中对勾函数的图像，它本质上是一个我们所学过的什么曲线呢？

探究练习

1、对勾函数 $y = x + \frac{10}{x}$ ($2 \leq x \leq 7$) 的最小值为_____，此时 $x = \underline{\quad}$ 。

2、对勾函数 $y = 2x + \frac{4}{x}$ ($2 \leq x \leq 4$) 的最小值为_____，此时 $x = \underline{\quad}$ 。

3、对勾函数 $y = x + \frac{4}{x}$ ($-10 \leq x < 0$) 的最大值为_____，此时 $x = \underline{\quad}$ 。

4、对勾函数 $y = 3x + \frac{27}{x}$ 的增区间为_____。

5、若 $-4 < x < 1$ ，则 $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{2x - 2}$ 的最大值为_____。

6、若 $x > 2$ ，则 $y = x + \frac{1}{x-1}$ 的值域为_____。

探究练习参考答案

1、 $2\sqrt{10}$, $\sqrt{10}$

2、2, 6

3、-2, -4

4、 $(-\infty, -3)$ 、 $(3, +\infty)$

5、-1

6、 $(3, +\infty)$