



1. Donats els nombres 14, 8, 4, 11, 8, calcula la mitjana, la mediana i la moda. Com varien els paràmetres de centralització si...

Els nombres situats en ordre creixent són: 4, 8, 8, 11, 14. Per tant:

- Mitjana = $\bar{x} = \frac{4 + 8 + 8 + 11 + 14}{5} = \frac{45}{5} = 9$
- Mediana = $M_e = 8$ (el nombre central quan les dades estan en ordre creixent).
- Moda = $M_o = 8$ (el nombre més repetit).

- a. sumes 3 a cada nombre?

Els nombres situats en ordre creixent, després de sumar-hi 3, són: 7, 11, 11, 14, 17. Els paràmetres de centralització també augmenten en 3 unitats:

- $\bar{x} = \frac{7 + 11 + 11 + 14 + 17}{5} = \frac{60}{5} = 12$
- $M_e = 11$
- $M_o = 11$

- b. multipliques cada nombre per 2?

Els nombres situats en ordre creixent, després de multiplicar-los per 2, són: 8, 16, 16, 22, 28. Els paràmetres de centralització també queden multiplicats per 2:

- $\bar{x} = \frac{8 + 16 + 16 + 22 + 28}{5} = \frac{90}{5} = 18$
- $M_e = 16$
- $M_o = 16$

- c. afegeixes un 2 als nombres donats?

Els nombres situats en ordre creixent, afegint-hi un 2, són: 2, 4, 8, 8, 11, 14. La mitjana queda més petita i la mediana i la moda no varien:

- $\bar{x} = \frac{2 + 4 + 8 + 8 + 11 + 14}{6} = \frac{47}{6} = 7,8\bar{3}$
- $M_e = 8$
- $M_o = 8$

2. A partir de l'afirmació de la primera fila, dedueix les altres afirmacions:

La mitjana de 2, 6, 8, 10, 15 i 19 és 10.	Explicació
La mitjana de 3, 7, 9, 11, 16 i 20 és 11.	Si se suma 1 a totes les dades, la mitjana augmenta en 1 unitat.
La mitjana de 20, 60, 80, 100, 150 i 190 és 100.	Si es multipliquen per 10 totes les dades, la mitjana també queda multiplicada per 10.
La mitjana de 2, 6, 8, 10, 10, 10, 15 i 19 és 10.	Si s'afegeixen nombres iguals a la mitjana, aquesta no varia.
La mitjana de 2, 6, 8, 10, 16 i 18 és 10.	Si un nombre augmenta en 1 unitat i un altre disminueix en 1 unitat, la mitjana no varia perquè la suma total es manté.



1. Donats els nombres -6, 6, 15, -3, 15, -3, calcula la mitjana, la mediana i la moda.

Com varien els paràmetres de centralització si...

Els nombres situats en ordre creixent són: -6, -3, -3, 6, 15, 15. Per tant:

- Mitjana = $\bar{x} = \frac{(-6) + (-3) + (-3) + 6 + 15 + 15}{6} = \frac{24}{6} = 4$
- Mediana = $M_e = \frac{(-3) + 6}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$ (la mitjana dels dos nombres centrals en situar-los en ordre creixent, perquè hi ha un nombre parell de dades).
- Moda = $M_o = -3$ i 15 (bimodal: els nombres més repetits).

- a. restes 2 a cada nombre?

Els nombres situats en ordre creixent, després de restar-hi 2, són: -8, -5, -5, 4, 13, 13. Els paràmetres de centralització també disminueixen en 2 unitats:

- $\bar{x} = \frac{(-8) + (-5) + (-5) + 4 + 13 + 13}{6} = \frac{12}{6} = 2$
- $M_e = \frac{(-5) + 4}{2} = \frac{-1}{2} = -0,5$
- $M_o = -3$ i 15 (bimodal).

- b. si divideixes cada nombre entre 3?

Els nombres situats en ordre creixent, després de dividir entre 3, són: -2, -1, -1, 2, 5, 5. Els paràmetres de centralització també queden dividits entre 3:

- $\bar{x} = \frac{(-2) + (-1) + (-1) + 2 + 5 + 5}{6} = \frac{8}{6} = 1,3$
- $M_e = \frac{(-1) + 2}{2} = \frac{1}{2} = 0,5$
- $M_o = -1$ i 5 (bimodal).

- c. si elimines un nombre inferior a la mitjana? I superior a la mitjana?

- Si eliminem un nombre inferior a la mitjana (-6 o -3), la mitjana augmenta. Per exemple, la mitjana de -3, -3, 6, 15 i 15 és 6.
- Si eliminem un nombre superior a la mitjana (6 o 15), la mitjana disminueix. Per exemple, la mitjana de -6, -3, -3, 6 i 15 és 1,8.

2. Raona quina d'aquestes afirmacions és falsa.

- La mitjana de 0,1; 1,6; 2,1; 3,4; 3,7 i 4,1 és 2,5. Si s'afegeix el nombre 2,55, la nova mitjana...
 - a. no pot ser més petita que 2,5. ✓
 - b. segur que és més gran que 2,5. ✓
 - c. pot ser 2,5. ✗

En afegir un nombre superior a la mitjana, la nova mitjana augmentarà i, per tant, serà més gran que 2,5. Així doncs, les afirmacions a i b són certes i, l'afirmació c, falsa.

- La mediana de 0,2; 1,6; 2,1; 3,4 i 4,2 és 2,1. Si s'elimina un d'aquests nombres, la nova mediana pot ser...
 - a. igual a 2,1. ✗
 - b. més petita que 2,1. ✓
 - c. més gran que 2,1. ✓

Si s'elimina el 0,2 o l'1,6, la mediana augmentarà (més gran que 2,1), mentre que si s'elimina el 3,4 o el 4,2, la mediana disminuirà (més petita que 2,1). En canvi, si s'elimina el 2,1 la mediana serà $\frac{1,6 + 3,4}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$. Per tant, les afirmacions b i c són certes i, l'afirmació a, falsa.



1. Troba els conjunts de cinc nombres enters positius que compleixen alhora les condicions següents:

- La mediana és 3.
- La moda és 3.
- Si sumem 4 a cada nombre, la mitjana resultant és 7.

Es pot seguir un raonament com el següent per trobar els nombres:

- Si sumem 4 a cadascun dels cinc nombres, la mitjana augmenta en 4 unitats. Llavors, la mitjana dels cinc nombres originals és $7 - 4 = 3$.
- Si la mediana és 3, el nombre central quan situem els nombres en ordre creixent és 3. Ho podem representar així: $_, _, 3, _, _$; de manera que els nombres a l'esquerra del 3 són més petits o iguals a 3, i els de la dreta, més grans o iguals a 3.
- Si la moda és 3, aquest nombre es repeteix com a mínim dos cops, i cap altre nombre es repeteix tants cops com el 3. Podem considerar $_, 3, 3, _, _$ o bé $_, _, 3, 3, _$ i encara hi pot haver algun altre 3.
- Si la mitjana és 3, la suma de tots els nombres és $3 \cdot 5 = 15$.
- Si els nombres són de la forma $_, 3, 3, _, _$, el nombre de l'esquerra només pot ser 1, 2 o 3 i cal complir les altres condicions; per tant, els conjunts de nombres possibles són:
 $1, 3, 3, 3, 5$ $2, 3, 3, 3, 4$ $3, 3, 3, 3, 3$
- Anàlogament, si els nombres són de la forma $_, _, 3, 3, _$, el nombre de la dreta ha de ser entre 3 i 7; per tant, només hi ha una altra possibilitat: $1, 2, 3, 3, 6$. En total, només hi ha 4 possibilitats.

2. Corregiu aquest disbarat de diverses maneres modificant les targetes.

$$\text{Mediana } \left\{ \boxed{6}, \boxed{8}, \boxed{9}, \boxed{11} \right\} = \boxed{7}$$

Hi ha infinites possibilitats, per exemple:

- Canviar una targeta per una de nova. Per exemple, canviar la targeta del signe $=$ per un signe $>$, o la targeta de l'11 per un 5.
- Intercanviar targetes entre elles. Per exemple, la targeta del 7 per la del 8.
- Treure algunes targetes. Per exemple, treure les targetes del 9 i de l'11.
- Afegir targetes. Per exemple, afegir tres targetes del 7 al conjunt de dades.
- Girar alguna de les targetes. Per exemple, la del 9.

3. Inventa una mostra de mitjana 10 que, en afegir-hi un 20, passi a tenir mitjana 11.

Una estratègia per resoldre aquest problema és concebre la mitjana com una compensació entre les dades. Qualsevol mostra formada només per una certa quantitat de 10 té mitjana 10; per tant, podem imaginar que tenim un cert nombre de piles de 10 cubets, i hi afegim una pila de 20 cubets. A partir d'aquí, com que busquem igualar l'alçària de totes les piles a 11 cubets (la nova mitjana que volem), descobrim que el nombre de piles inicial ha de ser 9: cada pila de 10 obté un cubet de la pila de 20, i la pila de 20 també es queda amb 11 cubets ($20 - 9$). Efectivament, $10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10$ i 20 té mitjana $\frac{110}{10} = 11$. A partir d'aquí podem buscar infinites solucions basant-nos en la compensació, per exemple la mostra: $9, 11, 9, 11, 9, 11, 9, 11, 10$.

