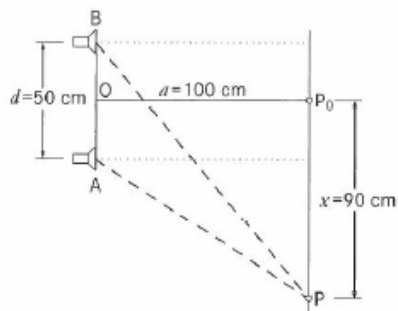


EXEMPEL 5 med berikning "Två små högtalare A och B" 0,50 m isär



EXEMPEL 5

Två små högtalare A och B på avståndet $d = 50$ cm från varandra arbetar i takt. Högtalarnas membran alstrar longitudinella ljudvågor i luften. De ljuder lika starkt och med samma ton (frekvens).

En mikrofon med mätutrustning registrerar ljudintensiteten längs en rät linje vinkelrät mot symmetrilinjen P_0O . Avståndet P_0O är 100 cm.

När mikrofonen flyttas från P_0 mot P, avtar ljudstyrkan först från ett maximum till ett minimum. Därefter ökar den till ett nytt maximum, för att sedan åter avta till ett minimum i P. Bestäm ljudets våglängd.

Lösning

Maximum i P_0 betyder att högtalarna alstrar ljudvågor som är i fas. Av texten framgår att punkten P måste ligga på nodlinje 2. Alltså gäller: $PB - PA = 3\lambda/2$.

Avstånden PA och PB kan beräknas med Pythagoras sats:

$$PB = \sqrt{a^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{100^2 + 115^2} \text{ cm} = 152 \text{ cm.}$$

$$PA = \sqrt{a^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{100^2 + 65^2} \text{ cm} = 119 \text{ cm.}$$

$$PB - PA = 33 \text{ cm} = \frac{3\lambda}{2} \text{ och } \lambda = \frac{2 \cdot 33}{3} \text{ cm} = 22 \text{ cm.}$$

Svar: Våglängden är 22 cm.

$$PB = \sqrt{a^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{100^2 + (90 + 25)^2} \text{ cm} = \sqrt{100^2 + 115^2} \text{ cm} = 152,39751.. \text{ cm}$$

$$PA = \sqrt{a^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{100^2 + (90 - 25)^2} \text{ cm} = \sqrt{100^2 + 65^2} \text{ cm} = 119,2686 \text{ cm}$$

$$PB - PA = 152,39751 \text{ cm} - 119,2686 \text{ cm} = 33,12891 \text{ cm ger att våglängden } \lambda \approx 22,08594 \text{ cm}$$

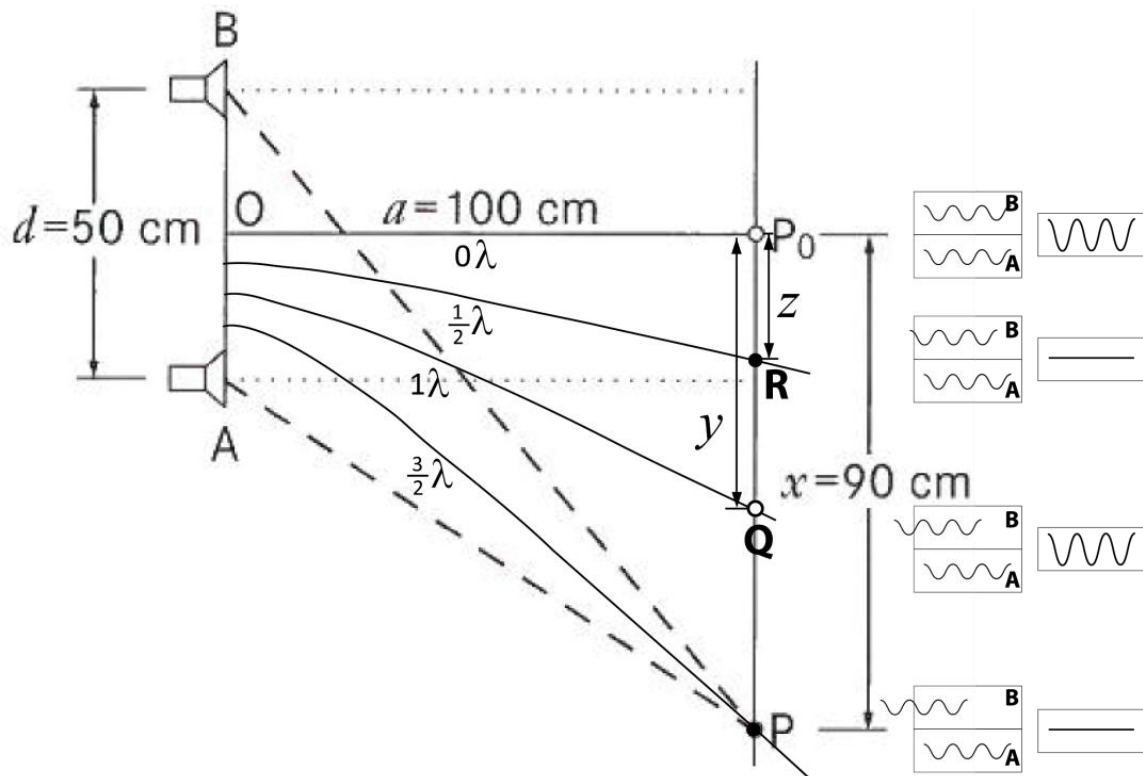
Våglängden är alltså bestämd och då kan till exempel på linjen **P-P₀** positionen för :

maximiljud centrum symmetrilinje, avståndskillnad = $0 \cdot \lambda$ bestämmas. Denna ligger på **P₀**.

minimiljud nodlinje 1 , avståndskillnad = $\frac{1}{2} \cdot \lambda$ bestämmas (låt oss kalla punkten för **R**)

maximiljud buklinje , avståndskillnad = $1 \cdot \lambda$ bestämmas (låt oss kalla punkten för **Q**).

(Minimiljud nodlinje 2 , avståndskillnad = $\frac{3}{2} \cdot \lambda$ är ju redan bestämd = 90 cm)



minimiljud nodlinje 1 , avståndskillnad $= \frac{1}{2} \cdot \lambda$ (låt oss kalla punkten för **R** , z meter till höger om **P₀**):

$$RB = \sqrt{a^2 + \left(z + \frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{100^2 + (z + 25)^2} = \dots$$

$$RA = \sqrt{a^2 + \left(z - \frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{100^2 + (z - 25)^2} = \dots$$

$$\mathbf{RB - RA = 11 \text{ cm (cirka) det vill säga } \frac{1}{2} \cdot \lambda}$$

$$\sqrt{100^2 + (z + 25)^2} - \sqrt{100^2 + (z - 25)^2} \approx 11 \text{ cm}$$

minimiljud buklinje , avståndskillnad $1 \cdot \lambda$ (låt oss kalla punkten för **Q** , y meter till höger om **P₀**):

$$QB = \sqrt{a^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{100^2 + (y + 25)^2} = \dots$$

$$QA = \sqrt{a^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{100^2 + (y - 25)^2} = \dots$$

$$\mathbf{QB - QA = 22 \text{ cm (cirka) det vill säga } 1 \cdot \lambda}$$

$$\sqrt{100^2 + (y + 25)^2} - \sqrt{100^2 + (y - 25)^2} \approx 22 \text{ cm}$$

minimiljud nodlinje 1 , avståndskillnad = $\frac{1}{2} \cdot \lambda$ (låt oss kalla punkten för **R** , z meter till höger om **P₀**):

$$\sqrt{100^2 + (z + 25)^2} - \sqrt{100^2 + (z - 25)^2} = 11 = \left(\frac{1}{2} \cdot \lambda \right)$$

kvadrera båda sidor: (ändra alla y till z !!!)

$$\left(\sqrt{100^2 + (z + 25)^2} \right)^2 - 2 \cdot \sqrt{100^2 + (z + 25)^2} \cdot \sqrt{100^2 + (z - 25)^2} + \left(\sqrt{100^2 + (z - 25)^2} \right)^2 = 11^2 = 121$$

$$10000 + (z + 25)^2 - 2 \cdot \sqrt{100^2 + (z + 25)^2} \cdot \sqrt{100^2 + (z - 25)^2} + 10000 + (z - 25)^2 = 121$$

$$20000 + (z + 25)^2 - (z - 25)^2 - 2 \cdot \sqrt{100^2 + (z + 25)^2} \cdot \sqrt{100^2 + (z - 25)^2} = 121$$

$$- 2 \cdot \sqrt{100^2 + (z + 25)^2} \cdot \sqrt{100^2 + (z - 25)^2} = 121 - 20000 - (z + 25)^2 + (z - 25)^2$$

$$- 2 \cdot \sqrt{100^2 + (z + 25)^2} \cdot \sqrt{100^2 + (z - 25)^2} = -19879 - (z + 25)^2 + (z - 25)^2$$

$$\left(-2 \cdot \sqrt{100^2 + (z + 25)^2} \cdot \sqrt{100^2 + (z - 25)^2} \right)^2 = (-19879 - (z + 25)^2 + (z - 25)^2)^2$$

$$4 \cdot (10000 + z^2 + 50z + 625) \cdot (10000 + z^2 - 50z + 625) = (-19879 - (z + 25)^2 + (z - 25)^2)^2$$

$$4 \cdot (10625 + z^2 + 50z) \cdot (10625 + z^2 - 50z) = (-19879 - (z + 25)^2 + (z - 25)^2)^2$$

$$4 \cdot (112\,890\,625 + 10625z^2 - 531250z + 10625z^2 + z^4 - 50z^3 + 531250z + 50z^3 - 2500z^2) = (-19879 - (z + 25)^2 + (z - 25)^2)^2$$

$$451\,562\,500 + 75000z^2 + 4z^4 = (-19879 - (z + 25)^2 + (z - 25)^2)^2$$

$$451\,562\,500 + 75000z^2 + 4z^4 = (-19879 - (z^2 + 50z + 625) - (z^2 - 50z + 625))^2$$

$$451\,562\,500 + 75000z^2 + 4z^4 = (-19879 - z^2 - 50z - 625 - z^2 + 50z - 625)^2$$

$$451\,562\,500 + 75000z^2 + 4z^4 = (-19879 - 2z^2 - 1250)^2$$

$$451\,562\,500 + 75000z^2 + 4z^4 = 446\,434\,641 + 84516z^2 + 4z^4$$

$$451\,562\,500 + 75000z^2 = 431\,226\,756 + 84516z^2$$

$$9516z^2 = 5\,127\,859$$

$$z = \pm \sqrt{\frac{5127859}{9516}} \approx \pm 23,214 \dots$$

Svar: Minimat för $\frac{1}{2} \cdot \lambda$ förskjutning ligger 23,2 cm till höger om symmetrilinjens skärning på linjen **P-P₀**, z = 23,2 cm (**R** ligger 23,2 cm till höger om **P₀**)

maximal ljud buklinje , avståndskillnad $1 \cdot \lambda$ (låt oss kalla punkten för **Q** , y meter till höger om **P₀**):

$$\sqrt{100^2 + (y + 25)^2} - \sqrt{100^2 + (y - 25)^2} = 22 = (1 \cdot \lambda)$$

kvadrera båda sidor:

$$\left(\sqrt{100^2 + (y + 25)^2}\right)^2 - 2 \cdot \sqrt{100^2 + (y + 25)^2} \cdot \sqrt{100^2 + (y - 25)^2} + \left(\sqrt{100^2 + (y - 25)^2}\right)^2 = 22^2 = 484$$

$$10000 + (y + 25)^2 - 2 \cdot \sqrt{100^2 + (y + 25)^2} \cdot \sqrt{100^2 + (y - 25)^2} + 10000 + (y - 25)^2 = 484$$

$$20000 + (y + 25)^2 - (y - 25)^2 - 2 \cdot \sqrt{100^2 + (y + 25)^2} \cdot \sqrt{100^2 + (y - 25)^2} = 484$$

$$-2 \cdot \sqrt{100^2 + (y + 25)^2} \cdot \sqrt{100^2 + (y - 25)^2} = 484 - 20000 - (y + 25)^2 - (y - 25)^2$$

$$-2 \cdot \sqrt{100^2 + (y + 25)^2} \cdot \sqrt{100^2 + (y - 25)^2} = -19516 - (y + 25)^2 - (y - 25)^2$$

$$\left(-2 \cdot \sqrt{100^2 + (y + 25)^2} \cdot \sqrt{100^2 + (y - 25)^2}\right)^2 = (-19516 - (y + 25)^2 - (y - 25)^2)^2$$

$$4 \cdot (10000 + y^2 + 50y + 625) \cdot (10000 + y^2 - 50y + 625) = (-19516 - (y + 25)^2 - (y - 25)^2)^2$$

$$4 \cdot (10625 + y^2 + 50y) \cdot (10625 + y^2 - 50y) = (-19516 - (y + 25)^2 - (y - 25)^2)^2$$

$$4 \cdot (112\,890\,625 + 10625y^2 - 531250y + 10625y^2 + y^4 - 50y^3 + 531250y + 50y^3 - 2500y^2) = (-19516 - (y + 25)^2 - (y - 25)^2)^2$$

$$451\,562\,500 + 75000y^2 + 4y^4 = (-19516 - (y + 25)^2 - (y - 25)^2)^2$$

$$451\,562\,500 + 75000y^2 + 4y^4 = (-19516 - (y^2 + 50y + 625) - (y^2 - 50y + 625))^2$$

$$451\,562\,500 + 75000y^2 + 4y^4 = (-19516 - y^2 - 50y - 625 - y^2 + 50y - 625)^2$$

$$451\,562\,500 + 75000y^2 + 4y^4 = (-19516 - 2y^2 - 1250)^2$$

$$451\,562\,500 + 75000y^2 + 4y^4 = 431\,226\,756 + 83064y^2 + 4y^4$$

$$451\,562\,500 + 75000y^2 = 431\,226\,756 + 83064y^2$$

$$8064y^2 = 20\,335\,744$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{20335744}{8064}} = \pm \sqrt{\frac{20335744/128}{8064/128}} \pm \sqrt{\frac{158873}{63}} \approx \pm 50,217 \dots$$

Svar: Maximat för $1 \cdot \lambda$ förskjutning ligger 50,2 cm till höger om symmetrilinjens skärning på linjen **P-P₀** (**Q** ligger 50,2 cm till höger om **P₀**), $y = 50,2$ cm.