EMT untuk Perhitungan Aljabar
Nama: Reza Dwi Setiyanto
NIM:24030130043
Prodi dan Kelas: Pendidikan Matematika D
Mata Kuliah: Aplikasi Komputer

Pada notebook ini Anda belajar menggunakan EMT untuk melakukan berbagai perhitungan terkait dengan materi atau topik dalam Aljabar. Kegiatan yang harus Anda lakukan adalah sebagai berikut:

- Membaca secara cermat dan teliti notebook ini;
- Menerjemahkan teks bahasa Inggris ke bahasa Indonesia;
- Mencoba contoh-contoh perhitungan (perintah EMT) dengan cara meng-ENTER setiap perintah EMT yang ada (pindahkan kursor ke baris perintah)
- Jika perlu Anda dapat memodifikasi perintah yang ada dan memberikan keterangan/penjelasan tambahan terkait hasilnya.
- Menyisipkan baris-baris perintah baru untuk mengerjakan soal-soal Aljabar dari file PDF yang saya berikan;
- Memberi catatan hasilnya.
- Jika perlu tuliskan soalnya pada teks notebook (menggunakan format LaTeX).
- Gunakan tampilan hasil semua perhitungan yang eksak atau simbolik dengan format LaTeX. (Seperti contoh-contoh pada notebook ini.)

Contoh pertama

Menyederhanakan bentuk aljabar:

$$6x^{-3}y^5 \times -7x^2y^{-9}$$

```
>$&6*x^(-3)*y^5*-7*x^2*y^(-9)
```

Menjabarkan:

$$(6x^{-3}+y^5)(-7x^2-y^{-9})$$

```
>$&showev('expand((6*x^(-3)+y^5)*(-7*x^2-y^(-9))))
```

Baris Perintah

Baris perintah Euler terdiri dari satu atau beberapa perintah Euler diikuti dengan titik koma ";" atau koma ",". Titik koma mencegah pencetakan hasilnya. Koma setelah perintah terakhir dapat dihilangkan.

Baris perintah berikut hanya akan mencetak hasil ekspresi, bukan tugas atau perintah format.

```
>r:=2; h:=4; pi*r^2*h/3
```

```
  16.7551608191
```

Perintah harus dipisahkan dengan yang kosong. Baris perintah berikut mencetak dua hasilnya.

```
>pi*2*r*h, %+2*pi*r*h // Ingat tanda % menyatakan hasil perhitungan terakhir sebelumnya
```

```
  50.2654824574
  100.530964915
```

Baris perintah dijalankan sesuai urutan yang ditekan pengguna kembali. Jadi, Anda mendapatkan nilai baru setiap kali Anda menjalankan baris kedua.

```
>x := 1;
>x := cos(x) // nilai cosinus (x dalam radian)
```

```
  0.540302305868
```

```
>x := cos(x)
```

```
  0.857553215846
```

Jika dua jalur dihubungkan dengan "..." kedua jalur akan selalu dijalankan secara bersamaan.

```
>x := 1.5; ...
>x := (x+2/x)/2, x := (x+2/x)/2, x := (x+2/x)/2,
```

```
  1.41666666667
  1.41421568627
  1.41421356237
```

Ini juga merupakan cara yang baik untuk menyebarkan perintah panjang ke dua baris atau lebih. Anda dapat menekan Ctrl+Return untuk membagi baris menjadi dua pada posisi kursor saat ini, atau Ctlr+Back untuk menggabungkan baris.

Untuk melipat semua multi-garis tekan Ctrl+L. Maka garis-garis berikutnya hanya akan terlihat, jika salah satunya mendapat fokus. Untuk melipat satu multi-baris, mulailah baris pertama dengan "%+".

```
>%+ x=4+5; ...
```

Garis yang dimulai dengan %% tidak akan terlihat sama sekali.

```
  81
```

Euler mendukung loop di baris perintah, asalkan cocok ke dalam satu baris atau multi-baris. Tentu saja, pembatasan ini tidak berlaku dalam program. Untuk informasi lebih lanjut lihat pendahuluan berikut.

```
>x=1; for i=1 to 5; x := (x+2/x)/2, end; // menghitung akar 2
```

```
  1.5
  1.41666666667
  1.41421568627
  1.41421356237
  1.41421356237
```

Tidak apa-apa menggunakan multi-baris. Pastikan baris diakhiri dengan "...".

```
>x := 1.5; // comments go here before the ...
>repeat xnew:=(x+2/x)/2; until xnew~=x; ...
>   x := xnew; ...
>end; ...
>x,
```

```
  1.41421356237
```

Struktur bersyarat juga berfungsi.

```
>if E^pi>pi^E; then "Thought so!", endif;
```

```
  Thought so!
```

Saat Anda menjalankan perintah, kursor dapat berada di posisi mana pun di baris perintah. Anda dapat kembali ke perintah sebelumnya atau melompat ke perintah berikutnya dengan tombol panah. Atau Anda dapat mengklik bagian komentar di atas perintah untuk membuka perintah.

Saat Anda menggerakkan kursor di sepanjang garis, pasangan tanda kurung atau tanda kurung buka dan tutup akan disorot. Juga, perhatikan baris status. Setelah tanda kurung buka dari fungsi sqrt(), baris status akan menampilkan teks bantuan untuk fungsi tersebut. Jalankan perintah dengan kunci kembali.

```
>sqrt(sin(10°)/cos(20°))
```

```
  0.429875017772
```

Untuk melihat bantuan untuk perintah terbaru, buka jendela bantuan dengan F1. Di sana, Anda dapat memasukkan teks untuk dicari. Pada baris kosong, bantuan untuk jendela bantuan akan ditampilkan. Anda dapat menekan escape untuk menghapus garis, atau untuk menutup jendela bantuan.

Anda dapat mengklik dua kali pada perintah apa pun untuk membuka bantuan untuk perintah ini. Coba klik dua kali perintah exp di bawah ini pada baris perintah.

```
>exp(log(2.5))
```

```
  2.5
```

Anda juga dapat menyalin dan menempel di Euler. Gunakan Ctrl-C dan Ctrl-V untuk ini. Untuk menandai teks, seret mouse atau gunakan shift bersamaan dengan tombol kursor apa pun. Selain itu, Anda dapat menyalin tanda kurung yang disorot.

Sintaks Dasar

Euler mengetahui fungsi matematika biasa. Seperti yang Anda lihat di atas, fungsi trigonometri bekerja dalam radian atau derajat. Untuk mengonversi ke derajat, tambahkan simbol derajat (dengan tombol F7) ke nilainya, atau gunakan fungsi rad(x). Fungsi akar kuadrat disebut sqrt di Euler. Tentu saja, xˆ(1/2) juga dimungkinkan.

Untuk menyetel variabel, gunakan "=" atau ":=". Demi kejelasan, pendahuluan ini menggunakan bentuk yang terakhir. Spasi tidak penting. Tapi jarak antar perintah diharapkan.

Beberapa perintah dalam satu baris dipisahkan dengan "," atau ";". Titik koma menekan keluaran perintah. Di akhir baris perintah, "," diasumsikan, jika ";" hilang.

```
>g:=9.81; t:=2.5; 1/2*g*tˆ2
```

```
  30.65625
```

EMT menggunakan sintaks pemrograman untuk ekspresi. Untuk masuk

lateks: e^2 \cdot \kiri(\frac{1}{3+4 \log(0.6)}+\frac{1}{7} \kanan)

Anda harus mengatur tanda kurung yang benar dan menggunakan / untuk pecahan. Perhatikan tanda kurung yang disorot untuk mendapatkan bantuan. Perhatikan bahwa konstanta Euler e diberi nama E dalam EMT.

```
>E^2*(1/(3+4*log(0.6))+1/7)
```

```
  8.77908249441
```

Untuk menghitung ekspresi rumit seperti

lateks: \left(\frac{\frac17 + \frac18 + 2}{\frac13 + \frac12}\right)^2 \pi

Anda harus memasukkannya dalam formulir baris.

```
>((1/7 + 1/8 + 2) / (1/3 + 1/2))^2 * pi
```

```
  23.2671801626
```

Letakkan tanda kurung dengan hati-hati di sekitar sub-ekspresi yang perlu dihitung terlebih dahulu. EMT membantu Anda dengan menyorot ekspresi yang mengakhiri tanda kurung tutup. Anda juga harus memasukkan nama "pi" untuk huruf Yunani pi.

Hasil perhitungan ini berupa bilangan floating point. Ini secara default dicetak dengan akurasi sekitar 12 digit. Di baris perintah berikut, kita juga mempelajari bagaimana kita bisa merujuk ke hasil sebelumnya dalam baris yang sama.

```
>1/3+1/7, fraction %
```

```
  0.47619047619
  10/21
```

Perintah Euler dapat berupa ekspresi atau perintah primitif. Ekspresi terbuat dari operator dan fungsi. Jika perlu, harus berisi tanda kurung untuk memaksakan urutan eksekusi yang benar. Jika ragu, memasang braket adalah ide yang bagus. Perhatikan bahwa EMT menampilkan tanda kurung buka dan tutup saat mengedit baris perintah.

```
>(cos(pi/4)+1)^3*(sin(pi/4)+1)^2
```

```
  14.4978445072
```

Operator numerik Euler meliputi

```
+ unary atau operator plus
- unary atau operator minus
*, /
. produk matriks
a^b pangkat untuk a positif atau bilangan bulat b (a**b juga
```

berfungsi)

```
N! operator faktorial
```

dan masih banyak lagi.

Berikut beberapa fungsi yang mungkin Anda perlukan. Masih banyak lagi.

```
sin,cos,tan,atan,asin,acos,rad,deg
log,exp,log10,sqrt,logbase
bin,logbin,logfac,mod,lantai,langit-langit,bulat,abs,tanda tangan
conj,re,im,arg,conj,nyata,kompleks
beta,betai,gamma,gamma kompleks,ellrf,elf,ellrd,elle
bitand,bitor,bitxor,bitnot
```

Beberapa perintah memiliki alias, mis. Untuk log.

```
>ln(E^2), arctan(tan(0.5))
```

```
  2
  0.5
```

```
>sin(30°)
```

```
  0.5
```

Pastikan untuk menggunakan tanda kurung (tanda kurung bulat), setiap kali ada keraguan tentang urutan eksekusi! Berikut ini tidak sama dengan (2^3)^4, yang merupakan default untuk 2^3^4 di EMT (beberapa sistem numerik melakukannya dengan cara lain).

```
>2^3^4, (2^3)^4, 2^(3^4)
```

```
  2.41785163923e+24
  4096
  2.41785163923e+24
```

**Bilangan Nyata

Tipe data primer pada Euler adalah bilangan real. Real direpresentasikan dalam format IEEE dengan akurasi sekitar 16 digit desimal.

```
>longest 1/3
```

```
       0.3333333333333333
```

Representasi ganda internal membutuhkan 8 byte.

```
>printdual(1/3)
```

```
  1.0101010101010101010101010101010101010101010101010101*2^-2
```

```
>printhex(1/3)
```

```
  5.5555555555554*16^-1
```

Sebuah string di Euler didefinisikan dengan "...".

```
>"A string can contain anything."
```

```
  A string can contain anything.
```

String dapat digabungkan dengan | atau dengan +. Ini juga berfungsi dengan angka, yang dalam hal ini diubah menjadi string.

```
>"The area of the circle with radius " + 2 + " cm is " + pi*4 + " cm^2."
```

```
  The area of the circle with radius 2 cm is 12.5663706144 cm^2.
```

Fungsi print juga mengubah angka menjadi string. Ini dapat memerlukan sejumlah digit dan sejumlah tempat (0 untuk keluaran padat), dan optimalnya satuan.

```
>"Golden Ratio : " + print((1+sqrt(5))/2,5,0)
```

```
  Golden Ratio : 1.61803
```

Ada string khusus none yang tidak dicetak. Itu dikembalikan oleh beberapa fungsi, ketika hasilnya tidak menjadi masalah. (Ini dikembalikan secara otomatis, jika fungsi tidak memiliki pernyataan return.)

```
>none
```

Untuk mengonversi string menjadi angka, cukup evaluasi saja. Ini juga berfungsi untuk ekspresi (lihat di bawah).

```
>"1234.5"()
```

```
  1234.5
```

Untuk mendefinisikan vektor string, gunakan notasi vektor [...].

```
>v:=["affe","charlie","bravo"]
```

```
  affe
  charlie
  bravo
```

Vektor string kosong dilambangkan dengan [tidak ada]. Vektor string dapat digabungkan.

```
>w:=[none]; w|v|v
```

```
affe
charlie
bravo
affe
charlie
bravo
```

String dapat berisi karakter Unicode. Secara internal, string ini berisi kode UTF-8. Untuk menghasilkan string seperti itu, gunakan u"..." dan salah satu entitas HTML.

String Unicode dapat digabungkan seperti string lainnya.

```
>u"&alpha; = " + 45 + u"&deg;" // pdfLaTeX mungkin gagal menampilkan secara benar
```

```
 = 45°
```

I

Di komentar, entitas yang sama seperti , dll. dapat digunakan. Ini mungkin merupakan alternatif cepat untuk Lateks. (Detail lebih lanjut di komentar di bawah).

Ada beberapa fungsi untuk membuat atau menganalisis string unicode. Fungsi strtochar() akan mengenali string Unicode, dan menerjemahkannya dengan benar.

```
>v=strtochar(u"&Auml; is a German letter")
```

```
[196,  32,  105,  115,  32,  97,  32,  71,  101,  114,  109,  97,  110,
32,  108,  101,  116,  116,  101,  114]
```

Hasilnya adalah vektor angka Unicode. Fungsi kebalikannya adalah chartoutf().

```
>v[1]=strtochar(u"&Uuml;")[1]; chartoutf(v)
```

```
Ü is a German letter
```

Fungsi utf() dapat menerjemahkan string dengan entitas dalam variabel menjadi string Unicode.

```
>s="We have &alpha;=&beta;."; utf(s) // pdfLaTeX mungkin gagal menampilkan secara benar
```

```
We have =.
```

Dimungkinkan juga untuk menggunakan entitas numerik.

```
>u"&#196;hnliches"
```

```
Ähnliches
```

Nilai Boolean

Nilai Boolean diwakili dengan 1=true atau 0=false di Euler. String dapat dibandingkan, seperti halnya angka.

```
>2<1, "apel"<"banana"
```

```
0
1
```

”dan” adalah operator ”&&” dan ”atau” adalah operator ”||”, seperti dalam bahasa C. (Kata ”dan” dan ”atau” hanya dapat digunakan dalam kondisi ”jika”.)

```
>2<E && E<3
```

```
1
```

Operator Boolean mematuhi aturan bahasa matriks.

```
>(1:10)>5, nonzeros(%)
```

```
[0,  0,  0,  0,  0,  1,  1,  1,  1,  1]
[6,  7,  8,  9,  10]
```

Anda dapat menggunakan fungsi nonzeros() untuk mengekstrak elemen tertentu dari vektor. Dalam contoh ini, kita menggunakan kondisi isprime(n).

```
>N=2|3:2:99 // N berisi elemen 2 dan bilangan2 ganjil dari 3 s.d. 99
```

```
[2,  3,  5,  7,  9,  11,  13,  15,  17,  19,  21,  23,  25,  27,  29,
31,  33,  35,  37,  39,  41,  43,  45,  47,  49,  51,  53,  55,  57,
59,  61,  63,  65,  67,  69,  71,  73,  75,  77,  79,  81,  83,  85,
87,  89,  91,  93,  95,  97,  99]
```

```
>N[nonzeros(isprime(N))] //pilih anggota2 N yang prima
```

```
[2,  3,  5,  7,  11,  13,  17,  19,  23,  29,  31,  37,  41,  43,  47,
53,  59,  61,  67,  71,  73,  79,  83,  89,  97]
```

Format Keluaran

Format keluaran default EMT mencetak 12 digit. Untuk memastikan bahwa kami melihat defaultnya, kami mengatur ulang formatnya.

```
>defformat; pi
```

```
  3.14159265359
```

Secara internal, EMT menggunakan standar IEEE untuk bilangan ganda dengan sekitar 16 digit desimal. Untuk melihat jumlah digit secara lengkap gunakan perintah "longestformat", atau kita gunakan operator "longest" untuk menampilkan hasilnya dalam format terpanjang.

```
>longest pi
```

```
        3.141592653589793
```

Berikut adalah representasi heksadesimal internal dari bilangan ganda.

```
>printhex(pi)
```

```
  3.243F6A8885A30*16^0
```

Format keluaran dapat diubah secara permanen dengan perintah format.

```
>format(12,5); 1/3, pi, sin(1)
```

```
      0.33333
      3.14159
      0.84147
```

Standarnya adalah format(12).

```
>format(12); 1/3
```

```
  0.333333333333
```

Fungsi seperti "format terpendek", "format pendek", "format panjang" berfungsi untuk vektor dengan cara berikut.

```
>shortestformat; random(3,8)
```

```
    0.66     0.2    0.89    0.28    0.53    0.31    0.44     0.3
    0.28    0.88    0.27     0.7    0.22    0.45    0.31    0.91
    0.19    0.46   0.095     0.6    0.43    0.73    0.47    0.32
```

Format default untuk skalar adalah format(12). Tapi ini bisa diubah.

```
>setscalarformat(5); pi
```

```
  3.1416
```

Fungsi "format terpanjang" juga mengatur format skalar.

```
>longestformat; pi
```

```
  3.141592653589793
```

Sebagai referensi, berikut adalah daftar format keluaran terpenting.

```
format terpendek, format pendek, format panjang, format terpanjang
format(panjang,digit) format bagus(panjang)
frakformat(panjang)
merusak format
```

Akurasi internal EMT adalah sekitar 16 tempat desimal, yang merupakan standar IEEE. Nomor disimpan dalam format internal ini.

Namun format keluaran EMT dapat diatur dengan cara yang fleksibel.

```
>longestformat; pi,
```

```
  3.141592653589793
```

```
>format(10,5); pi
```

```
    3.14159
```

Standarnya adalah defformat().

```
>defformat; // default
```

Ada operator pendek yang hanya mencetak satu nilai. Operator ”terpanjang” akan mencetak semua digit nomor yang valid.

```
>longest pi^2/2
```

```
        4.934802200544679
```

Ada juga operator singkat untuk mencetak hasil dalam format pecahan. Kami sudah menggunakannya di atas.

```
>fraction 1+1/2+1/3+1/4
```

```
  25/12
```

Karena format internal menggunakan cara biner untuk menyimpan angka, nilai 0,1 tidak akan direpresentasikan secara tepat. Kesalahannya bertambah sedikit, seperti yang Anda lihat pada perhitungan berikut.

```
>longest 0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1-1
```

```
  -1.110223024625157e-16
```

Tetapi dengan "format panjang" default Anda tidak akan menyadarinya. Untuk kenyamanan, keluaran angka yang sangat kecil adalah 0.

```
>0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1-1
```

```
  0
```

Ekspresi

String atau nama dapat digunakan untuk menyimpan ekspresi matematika, yang dapat dievaluasi dengan EMT. Untuk ini, gunakan tanda kurung setelah ekspresi. Jika Anda ingin menggunakan string sebagai ekspresi, gunakan konvensi untuk menamainya "fx" atau "fxy" dll. Ekspresi lebih diutamakan daripada fungsi.

Variabel global dapat digunakan dalam evaluasi.

```
>r:=2; fx:="pi*r^2"; longest fx()
```

```
        12.56637061435917
```

Parameter ditetapkan ke x, y, dan z dalam urutan itu. Parameter tambahan dapat ditambahkan menggunakan parameter yang ditetapkan.

```
>fx:="a*sin(x)^2"; fx(5,a=-1)
```

```
  -0.919535764538
```

Perhatikan bahwa ekspresi akan selalu menggunakan variabel global, meskipun ada variabel dalam fungsi dengan nama yang sama. (Jika tidak, evaluasi ekspresi dalam fungsi dapat memberikan hasil yang sangat membingungkan bagi pengguna yang memanggil fungsi tersebut.)

```
>at:=4; function f(expr,x,at) := expr(x); ...
>f("at*x^2",3,5) // computes 4*3^2 not 5*3^2
```

```
  36
```

Jika Anda ingin menggunakan nilai lain untuk "at" selain nilai global, Anda perlu menambahkan "at=value".

```
>at:=4; function f(expr,x,a) := expr(x,at=a); ...
>f("at*x^2",3,5)
```

```
  45
```

Sebagai referensi, kami mencatat bahwa koleksi panggilan (dibahas di tempat lain) dapat berisi ekspresi. Jadi kita bisa membuat contoh di atas sebagai berikut.

```
>at:=4; function f(expr,x) := expr(x); ...
>f({{"at*x^2",at=5}},3)
```

```
  45
```

Ekspresi dalam x sering digunakan seperti fungsi.
Perhatikan bahwa mendefinisikan fungsi dengan nama yang sama seperti ekspresi simbolik global akan menghapus variabel ini untuk menghindari kebingungan antara ekspresi simbolik dan fungsi.

```
>f &= 5*x;
>function f(x) := 6*x;
>f(2)
```

```
  12
```

Berdasarkan konvensi, ekspresi simbolik atau numerik harus diberi nama fx, fxy, dll. Skema penamaan ini tidak boleh digunakan untuk fungsi.

```
>fx &= diff(x^x,x); $&fx
```

Bentuk ekspresi khusus memungkinkan variabel apa pun sebagai parameter yang tidak disebutkan namanya untuk mengevaluasi ekspresi, bukan hanya "x", "y", dll. Untuk ini, mulailah ekspresi dengan "@(variabel) ...".

```
>"@(a,b) a^2+b^2", %(4,5)
```

```
  @(a,b) a^2+b^2
  41
```

Hal ini memungkinkan untuk memanipulasi ekspresi dalam variabel lain untuk fungsi EMT yang memerlukan ekspresi dalam "x".

Cara paling dasar untuk mendefinisikan suatu fungsi sederhana adalah dengan menyimpan rumusnya dalam ekspresi simbolik atau numerik. Jika variabel utamanya adalah x, ekspresi dapat dievaluasi seperti halnya fungsi.

Seperti yang Anda lihat pada contoh berikut, variabel global terlihat selama evaluasi.

```
>fx &= x^3-a*x;  ...
>a=1.2; fx(0.5)
```

```
  -0.475
```

Semua variabel lain dalam ekspresi dapat ditentukan dalam evaluasi menggunakan parameter yang ditetapkan.

```
>fx(0.5,a=1.1)
```

```
  -0.425
```

Sebuah ekspresi tidak perlu bersifat simbolis. Hal ini diperlukan, jika ekspresi berisi fungsi, yang hanya diketahui di kernel numerik, bukan di Maxima.

Matematika Simbolik

EMT melakukan matematika simbolis dengan bantuan Maxima. Untuk detailnya, mulailah dengan tutorial berikut, atau telusuri referensi untuk Maxima. Para ahli di Maxima harus memperhatikan bahwa ada perbedaan sintaksis antara sintaksis asli Maxima dan sintaksis default ekspresi simbolik di EMT.

Matematika simbolik diintegrasikan ke dalam Euler dengan &. Ekspresi apa pun yang dimulai dengan & adalah ekspresi simbolis. Itu dievaluasi dan dicetak oleh Maxima.

Pertama-tama, Maxima memiliki aritmatika "tak terbatas" yang dapat menangani bilangan yang sangat besar.

```
>$&44!
```

Dengan cara ini, Anda dapat menghitung hasil yang besar dengan tepat. Mari kita menghitung

lateks: C(44,10) = \frac{44!}{34! \cdot 10!}

```
>$& 44!/(34!*10!) // nilai C(44,10)
```

Tentu saja, Maxima memiliki fungsi yang lebih efisien untuk ini (seperti halnya bagian numerik EMT).

```
>$binomial(44,10) //menghitung C(44,10) menggunakan fungsi binomial()
```

Untuk mempelajari lebih lanjut tentang fungsi tertentu, klik dua kali padanya. Misalnya, coba klik dua kali pada "&binomial" di baris perintah sebelumnya. Ini membuka dokumentasi Maxima yang disediakan oleh penulis program tersebut.

Anda akan mengetahui bahwa cara berikut juga bisa dilakukan.

lateks: C(x,3)=\frac{x!}{(x-3)!3!}=\frac{(x-2)(x-1)x}{6}

```
>$binomial(x,3) // C(x,3)
```

Jika Anda ingin mengganti x dengan nilai tertentu, gunakan "dengan".

```
>$&binomial(x,3) with x=10 // substitusi x=10 ke C(x,3)
```

Dengan begitu Anda bisa menggunakan solusi suatu persamaan di persamaan lain.

Ekspresi simbolik dicetak oleh Maxima dalam bentuk 2D. Alasannya adalah adanya tanda simbolis khusus pada string tersebut.

Seperti yang telah Anda lihat pada contoh sebelumnya dan berikut, jika Anda telah menginstal LaTeX, Anda dapat mencetak ekspresi simbolik dengan Latex. Jika tidak, perintah berikut akan mengeluarkan pesan kesalahan.

Untuk mencetak ekspresi simbolik dengan LaTeX, gunakan $ di depan & (atau Anda dapat menghilangkan &) sebelum perintah. Jangan jalankan perintah Maxima dengan $, jika Anda belum menginstal LaTeX.

```
>$(3+x)/(x^2+1)
```

Ekspresi simbolik diurai oleh Euler. Jika Anda memerlukan sintaksis kompleks dalam satu ekspresi, Anda dapat mengapit ekspresi tersebut di "...". Menggunakan lebih dari sekadar ekspresi sederhana bisa saja dilakukan, namun sangat tidak disarankan.

```
>&"v := 5; v^2"
```


Untuk kelengkapannya, kami mencatat bahwa ekspresi simbolik dapat digunakan dalam program, namun perlu diapit dalam tanda kutip. Selain itu, akan jauh lebih efektif untuk memanggil Maxima pada waktu kompilasi jika memungkinkan.

```
>$&expand((1+x)^4), $&factor(diff(%,x)) // diff: turunan, factor: faktor
```

Sekali lagi, % mengacu pada hasil sebelumnya.

Untuk mempermudah kami menyimpan solusi ke variabel simbolik. Variabel simbolik didefinisikan dengan "&=".

```
>fx &= (x+1)/(x^4+1); $&fx
```

Ekspresi simbolik dapat digunakan dalam ekspresi simbolik lainnya.

```
>$&factor(diff(fx,x))
```

Input langsung dari perintah Maxima juga tersedia. Mulai baris perintah dengan "::". Sintaks Maxima disesuaikan dengan sintaks EMT (disebut "mode kompatibilitas").

```
>&factor(20!)
```

```
2432902008176640000
```

```
>::: factor(10!)
```

```
 8  4  2
2  3  5  7
```

```
>:: factor(20!)
```

$$\begin{matrix} 18 & 8 & 4 & 2 & & & & \\ 2 & 3 & 5 & 7 & 11 & 13 & 17 & 19 \end{matrix}$$

Jika Anda ahli dalam Maxima, Anda mungkin ingin menggunakan sintaks asli Maxima. Anda dapat melakukan ini dengan ":::".

```
>::: av:g$ av^2;
```

$$\begin{matrix} & 2 \\ g & \end{matrix}$$

```
>fx &= x^3*exp(x), $fx
```

$$\begin{matrix} & 3 & x \\ x & E & \end{matrix}$$

Variabel tersebut dapat digunakan dalam ekspresi simbolik lainnya. Perhatikan, bahwa dalam perintah berikut sisi kanan &= dievaluasi sebelum ditugaskan ke Fx.

```
>&(fx with x=5), $%, &float(%)
```

$$125\,E^{5}$$

$$18551.64488782208$$

```
>fx(5)
```

```
18551.6448878
```

Untuk mengevaluasi ekspresi dengan nilai variabel tertentu, Anda dapat menggunakan operator ”dengan”.

Baris perintah berikut juga menunjukkan bahwa Maxima dapat mengevaluasi ekspresi secara numerik dengan float().

```
>&(fx with x=10)-(fx with x=5), &float(%)
```

$$1000\,E^{10} - 125\,E^{5}$$

```
2.20079141499189e+7
```

```
>$factor(diff(fx,x,2))
```

Untuk mendapatkan kode Lateks untuk sebuah ekspresi, Anda dapat menggunakan perintah tex.

```
>tex(fx)
```

```
  x^3\,e^{x}
```

Ekspresi simbolik dapat dievaluasi seperti halnya ekspresi numerik.

```
>fx(0.5)
```

```
  0.206090158838
```

Dalam ekspresi simbolis, ini tidak berhasil, karena Maxima tidak mendukungnya. Sebagai gantinya, gunakan sintaks "dengan" (bentuk perintah at(...) yang lebih bagus dari Maxima).

```
>$&fx with x=1/2
```

Penugasannya juga bisa bersifat simbolis.

```
>$&fx with x=1+t
```

Perintah solve menyelesaikan ekspresi simbolik untuk variabel di Maxima. Hasilnya adalah vektor solusi.

```
>$&solve(x^2+x=4,x)
```

Bandingkan dengan perintah numerik "solve" di Euler, yang memerlukan nilai awal, dan opsional nilai target.

```
>solve("x^2+x",1,y=4)
```

```
  1.56155281281
```

Nilai numerik dari solusi simbolik dapat dihitung dengan evaluasi hasil simbolik. Euler akan membacakan tugas x= dst. Jika Anda tidak memerlukan hasil numerik untuk perhitungan lebih lanjut, Anda juga dapat membiarkan Maxima menemukan nilai numeriknya.

```
>sol &= solve(x^2+2*x=4,x); $&sol, sol(), $&float(sol)
```

```
  [-3.23607,  1.23607]
```

Untuk mendapatkan solusi simbolik tertentu, seseorang dapat menggunakan "dengan" dan indeks.

```
>$&solve(x^2+x=1,x), x2 &= x with %[2]; $&x2
```

Untuk menyelesaikan sistem persamaan, gunakan vektor persamaan. Hasilnya adalah vektor solusi.

```
>sol &= solve([x+y=3,x^2+y^2=5],[x,y]); $&sol, $&x*y with sol[1]
```

Ekspresi simbolis dapat memiliki bendera, yang menunjukkan perlakuan khusus di Maxima. Beberapa flag dapat digunakan sebagai perintah juga, yang lainnya tidak. Bendera ditambahkan dengan "|" (bentuk yang lebih bagus dari "ev(...,flags)")

```
>$& diff((x^3-1)/(x+1),x) //turunan bentuk pecahan
>$& diff((x^3-1)/(x+1),x) | ratsimp //menyederhanakan pecahan
>$&factor(%)
```

Fungsi

Dalam EMT, fungsi adalah program yang didefinisikan dengan perintah "fungsi". Ini bisa berupa fungsi satu baris atau fungsi multibaris.
Fungsi satu baris dapat berupa numerik atau simbolik. Fungsi satu baris numerik didefinisikan oleh ":=".

```
>function f(x) := x*sqrt(x^2+1)
```

Untuk gambaran umum, kami menunjukkan semua kemungkinan definisi untuk fungsi satu baris. Suatu fungsi dapat dievaluasi sama seperti fungsi Euler bawaan lainnya.

```
>f(2)
```

```
  4.472135955
```

Fungsi ini juga dapat digunakan untuk vektor, mengikuti bahasa matriks Euler, karena ekspresi yang digunakan dalam fungsi tersebut divektorkan.

```
>f(0:0.1:1)
```

```
  [0,  0.100499,  0.203961,  0.313209,  0.430813,  0.559017,  0.699714,
  0.854459,  1.0245,  1.21083,  1.41421]
```

Fungsi dapat diplot. Daripada ekspresi, kita hanya perlu memberikan nama fungsinya.

Berbeda dengan ekspresi simbolik atau numerik, nama fungsi harus diberikan dalam string.

```
>solve("f",1,y=1)
```

```
  0.786151377757
```

Secara default, jika Anda perlu menimpa fungsi bawaan, Anda harus menambahkan kata kunci "timpa". Menimpa fungsi bawaan berbahaya dan dapat menyebabkan masalah pada fungsi lain yang bergantung pada fungsi tersebut.

Anda masih dapat memanggil fungsi bawaan sebagai "_...", jika fungsi tersebut ada di inti Euler.

```
>function overwrite sin (x) := _sin(x°) // redine sine in degrees
>sin(45)
```

```
  0.707106781187
```

Sebaiknya kita menghilangkan redefinisi dosa ini.

```
>forget sin; sin(pi/4)
```

```
  0.707106781187
```

Parameter Bawaan

Fungsi numerik dapat memiliki parameter default.

```
>function f(x,a=1) := a*x^2
```

Menghilangkan parameter ini akan menggunakan nilai default.

```
>f(4,a=1)
```

```
  16
```

Menyetelnya akan menimpa nilai default.

```
>f(4,5)
```

```
  80
```

Parameter yang ditetapkan akan menimpanya juga. Ini digunakan oleh banyak fungsi Euler seperti plot2d, plot3d.

```
>f(4,a=1)
```

```
  16
```

Jika suatu variabel bukan parameter, maka harus bersifat global. Fungsi satu baris dapat melihat variabel global.

```
>function f(x) := a*x^2
>a=6; f(2)
```

```
  24
```

Namun parameter yang ditetapkan mengesampingkan nilai global.

Jika argumen tidak ada dalam daftar parameter yang telah ditentukan sebelumnya, argumen tersebut harus dideklarasikan dengan ":="!

Fungsi simbolik didefinisikan dengan "&=". Mereka didefinisikan di Euler dan Maxima, dan bekerja di kedua dunia. Ekspresi yang menentukan dijalankan melalui Maxima sebelum definisi.

```
>function g(x) &= x^3-x*exp(-x); $&g(x)
```

Fungsi simbolik dapat digunakan dalam ekspresi simbolik.

```
>$&diff(g(x),x), $&% with x=4/3
```

Mereka juga dapat digunakan dalam ekspresi numerik. Tentu saja, ini hanya akan berfungsi jika EMT dapat menafsirkan semua yang ada di dalam fungsi tersebut.

```
>g(5+g(1))
```

```
  178.635099908
```

Mereka dapat digunakan untuk mendefinisikan fungsi atau ekspresi simbolik lainnya.

```
>function G(x) &= factor(integrate(g(x),x)); $&G(c) // integrate: mengintegralkan
>solve(&g(x),0.5)
```

```
  0.703467422498
```

Berikut ini juga berfungsi, karena Euler menggunakan ekspresi simbolik dalam fungsi g, jika tidak menemukan variabel simbolik g, dan jika terdapat fungsi simbolik g.

```
>solve(&g,0.5)
```

```
  0.703467422498
```

```
>function P(x,n) &= (2*x-1)^n; $&P(x,n)
>function Q(x,n) &= (x+2)^n; $&Q(x,n)
>$&P(x,4), $&expand(%)
>P(3,4)
```

```
  625
```

```
>$&P(x,4)+ Q(x,3), $&expand(%)
>$&P(x,4)-Q(x,3), $&expand(%), $&factor(%)
>$&P(x,4)*Q(x,3), $&expand(%), $&factor(%)
>$&P(x,4)/Q(x,1), $&expand(%), $&factor(%)
>function f(x) &= x^3-x; $&f(x)
```

Dengan &= fungsinya bersifat simbolis, dan dapat digunakan dalam ekspresi simbolik lainnya.

```
>$&integrate(f(x),x)
```

Dengan := fungsinya numerik. Contoh yang baik adalah integral tertentu

lateks: f(x) = \int_1^x t^t \, dt,

yang tidak dapat dievaluasi secara simbolis.

Jika kita mendefinisikan ulang fungsi tersebut dengan kata kunci “peta” maka dapat digunakan untuk vektor x. Secara internal, fungsi ini dipanggil untuk semua nilai x satu kali, dan hasilnya disimpan dalam vektor.

```
>function map f(x) := integrate("x^x",1,x)
>f(0:0.5:2)
```

```
  [-0.783431,  -0.410816,  0,  0.676863,  2.05045]
```

Fungsi dapat memiliki nilai default untuk parameter.

```
>function mylog (x,base=10) := ln(x)/ln(base);
```

Sekarang fungsinya bisa dipanggil dengan atau tanpa parameter ”base”.

```
>mylog(100), mylog(2^6.7,2)
```

```
  2
  6.7
```

Selain itu, dimungkinkan untuk menggunakan parameter yang ditetapkan.

```
>mylog(E^2,base=E)
```

```
  2
```

Seringkali, kita ingin menggunakan fungsi untuk vektor di satu tempat, dan untuk elemen individual di tempat lain. Hal ini dimungkinkan dengan parameter vektor.

```
>function f([a,b]) &= a^2+b^2-a*b+b; $&f(a,b), $&f(x,y)
```

Fungsi simbolik seperti ini dapat digunakan untuk variabel simbolik.

Namun fungsinya juga dapat digunakan untuk vektor numerik.

```
>v=[3,4]; f(v)
```

```
  17
```

Ada juga fungsi yang murni simbolik, yang tidak dapat digunakan secara numerik.

```
>function lapl(expr,x,y) &&= diff(expr,x,2)+diff(expr,y,2)//turunan parsial kedua
```

$$\text{diff(expr, y, 2) + diff(expr, x, 2)}$$

```
>$&realpart((x+I*y)^4), $&lapl(%,x,y)
```

Namun tentu saja, mereka dapat digunakan dalam ekspresi simbolik atau dalam definisi fungsi simbolik.

```
>function f(x,y) &= factor(lapl((x+y^2)^5,x,y)); $&f(x,y)
```

Untuk meringkas

- &= mendefinisikan fungsi simbolik,
- := mendefinisikan fungsi numerik,
- &&= mendefinisikan fungsi simbolik murni.

Memecahkan Ekspresi

Ekspresi dapat diselesaikan secara numerik dan simbolis.

Untuk menyelesaikan ekspresi sederhana dari satu variabel, kita dapat menggunakan fungsi solve(). Dibutuhkan nilai awal untuk memulai pencarian. Secara internal, solve() menggunakan metode secant.

```
>solve("x^2-2",1)
```

```
  1.41421356237
```

Ini juga berfungsi untuk ekspresi simbolik. Ambil fungsi berikut.

```
>$&solve(x^2=2,x)
>$&solve(x^2-2,x)
>$&solve(a*x^2+b*x+c=0,x)
>$&solve([a*x+b*y=c,d*x+e*y=f],[x,y])
>px &= 4*x^8+x^7-x^4-x; $&px
```

Sekarang kita mencari titik yang polinomialnya adalah 2. Dalam solve(), nilai target default y=0 dapat diubah dengan variabel yang ditetapkan.
Kami menggunakan y=2 dan memeriksa dengan mengevaluasi polinomial pada hasil sebelumnya.

```
>solve(px,1,y=2), px(%)
```

```
  0.966715594851
  2
```

Memecahkan ekspresi simbolik dalam bentuk simbolik mengembalikan daftar solusi. Kami menggunakan pemecah simbolis solve() yang disediakan oleh Maxima.

```
>sol &= solve(x^2-x-1,x); $&sol
```

Cara termudah untuk mendapatkan nilai numerik adalah dengan mengevaluasi solusi secara numerik seperti halnya ekspresi.

```
>longest sol()
```

```
      -0.6180339887498949        1.618033988749895
```

Untuk menggunakan solusi secara simbolis dalam ekspresi lain, cara termudah adalah ”dengan”.

```
>$&x^2 with sol[1], $&expand(x^2-x-1 with sol[2])
```

Penyelesaian sistem persamaan secara simbolis dapat dilakukan dengan vektor persamaan dan solver simbolis solve(). Jawabannya adalah daftar daftar persamaan.

```
>$&solve([x+y=2,x^3+2*y+x=4],[x,y])
```

Fungsi f() dapat melihat variabel global. Namun seringkali kita ingin menggunakan parameter lokal.

lateks: a^x-x^a = 0,1

dengan a=3.

```
>function f(x,a) := x^a-a^x;
```

Salah satu cara untuk meneruskan parameter tambahan ke f() adalah dengan menggunakan daftar dengan nama fungsi dan parameternya (cara lainnya adalah parameter titik koma).

```
>solve({{"f",3}},2,y=0.1)
```

```
  2.54116291558
```

Ini juga berfungsi dengan ekspresi. Namun kemudian, elemen daftar bernama harus digunakan. (Lebih lanjut tentang daftar di tutorial tentang sintaks EMT).

```
>solve({{"x^a-a^x",a=3}},2,y=0.1)
```

```
  2.54116291558
```

Menyelesaikan Ketidaksamaan

Untuk menyelesaikan ketidaksamaan, EMT tidak akan dapat melakukannya, melainkan dengan bantuan Maxima, artinya secara eksak (simbolik). Perintah Maxima yang digunakan adalah fourier_elim(), yang harus dipanggil dengan perintah "load(fourier_elim)" terlebih dahulu.

```
>&load(fourier_elim)
```

```
        C:/Program Files/Euler x64/maxima/share/maxima/5.35.1/share/f\
  ourier_elim/fourier_elim.lisp
```

```
>$&fourier_elim([x^2 - 1>0],[x]) // x^2-1 > 0
>$&fourier_elim([x^2 - 1<0],[x]) // x^2-1 < 0
>$&fourier_elim([x^2 - 1 # 0],[x]) // x^-1 <> 0
>$&fourier_elim([x # 6],[x])
>$&fourier_elim([x < 1, x > 1],[x]) // tidak memiliki penyelesaian
>$&fourier_elim([minf < x, x < inf],[x]) // solusinya R
>$&fourier_elim([x^3 - 1 > 0],[x])
>$&fourier_elim([cos(x) < 1/2],[x]) // ??? gagal
>$&fourier_elim([y-x < 5, x - y < 7, 10 < y],[x,y]) // sistem pertidaksamaan
>$&fourier_elim([y-x < 5, x - y < 7, 10 < y],[y,x])
>$&fourier_elim((x + y < 5) and (x - y >8),[x,y])
>$&fourier_elim(((x + y < 5) and x < 1) or  (x - y >8),[x,y])
>&fourier_elim([max(x,y) > 6, x # 8, abs(y-1) > 12],[x,y])
```

```
       [6 < x, x < 8, y < - 11] or [8 < x, y < - 11]
or [x < 8, 13 < y] or [x = y, 13 < y] or [8 < x, x < y, 13 < y]
or [y < x, 13 < y]
```

```
>$&fourier_elim([(x+6)/(x-9) <= 6],[x])
```

Bahasa Matriks

Dokumentasi inti EMT berisi pembahasan rinci tentang bahasa matriks Euler.

Vektor dan matriks dimasukkan dengan tanda kurung siku, elemen dipisahkan dengan koma, baris dipisahkan dengan titik koma.

```
>A=[1,2;3,4]
```

```
                1               2
                3               4
```

Hasil kali matriks dilambangkan dengan titik.

```
>b=[3;4]
```

```
                3
                4
```

```
>b' // transpose b
```

```
  [3,  4]
```

```
>inv(A) //inverse A
```

```
      -2        1
     1.5     -0.5
```

```
>A.b //perkalian matriks
```

```
      11
      25
```

```
>A.inv(A)
```

```
       1        0
       0        1
```

Poin utama dari bahasa matriks adalah semua fungsi dan operator bekerja elemen demi elemen.

```
>A.A
```

```
       7       10
      15       22
```

```
>A^2 //perpangkatan elemen2 A
```

```
             1             4
             9            16
```

```
>A.A.A
```

```
            37            54
            81           118
```

```
>power(A,3) //perpangkatan matriks
```

```
            37            54
            81           118
```

```
>A/A //pembagian elemen-elemen matriks yang seletak
```

```
             1             1
             1             1
```

```
>A/b //pembagian elemen2 A oleh elemen2 b kolom demi kolom (karena b vektor kolom)
```

```
    0.333333    0.666667
        0.75           1
```

```
>A\b // hasilkali invers A dan b, A^(-1)b
```

```
          -2
         2.5
```

```
>inv(A).b
```

```
          -2
         2.5
```

```
>A\A   //A^(-1)A
```

```
           1           0
           0           1
```

```
>inv(A).A
```

```
                1              0
                0              1
```

```
>A*A //perkalin elemen-elemen matriks seletak
```

```
                1              4
                9             16
```

Ini bukan hasil kali matriks, melainkan perkalian elemen demi elemen. Hal yang sama juga berlaku untuk vektor.

```
>b^2 // perpangkatan elemen-elemen matriks/vektor
```

```
                9
               16
```

Jika salah satu operan adalah vektor atau skalar, maka operan tersebut diperluas secara alami.

```
>2*A
```

```
                2               4
                6               8
```

Misalnya, jika operan adalah vektor kolom, elemennya diterapkan ke semua baris A.

```
>[1,2]*A
```

```
                1               4
                3               8
```

Jika ini adalah vektor baris, maka diterapkan ke semua kolom A.

```
>A*[2,3]
```

```
                2               6
                6              12
```

Kita dapat membayangkan perkalian ini seolah-olah vektor baris v telah diduplikasi untuk membentuk matriks yang berukuran sama dengan A.

```
>dup([1,2],2) // dup: menduplikasi/menggandakan vektor [1,2] sebanyak 2 kali (baris)
```

```
 1  2
 1  2
```

```
>A*dup([1,2],2)
```

```
 1  4
 3  8
```

Hal ini juga berlaku untuk dua vektor dimana yang satu adalah vektor baris dan yang lainnya adalah vektor kolom. Kita menghitung i*j untuk i,j dari 1 sampai 5. Caranya adalah dengan mengalikan 1:5 dengan transposenya. Bahasa matriks Euler secara otomatis menghasilkan tabel nilai.

```
>(1:5)*(1:5)' // hasilkali elemen-elemen vektor baris dan vektor kolom
```

```
 1  2  3  4  5
 2  4  6  8 10
 3  6  9 12 15
 4  8 12 16 20
 5 10 15 20 25
```

Sekali lagi, ingatlah bahwa ini bukan produk matriks!

```
>(1:5).(1:5)' // hasilkali vektor baris dan vektor kolom
```

```
  55
```

```
>sum((1:5)*(1:5)) // sama hasilnya
```

```
  55
```

Bahkan operator seperti $<$ atau $==$ bekerja dengan cara yang sama.

```
>(1:10)<6 // menguji elemen-elemen yang kurang dari 6
```

```
  [1,  1,  1,  1,  1,  0,  0,  0,  0,  0]
```

Misalnya, kita dapat menghitung jumlah elemen yang memenuhi kondisi tertentu dengan fungsi sum().

```
>sum((1:10)<6) // banyak elemen yang kurang dari 6
```

```
  5
```

Euler memiliki operator perbandingan, seperti "==", yang memeriksa kesetaraan.
Kita mendapatkan vektor 0 dan 1, dimana 1 berarti benar.

```
>t=(1:10)^2; t==25 //menguji elemen2 t yang sama dengan 25 (hanya ada 1)
```

```
  [0,  0,  0,  0,  1,  0,  0,  0,  0,  0]
```

Dari vektor tersebut, "bukan nol" memilih elemen bukan nol.
Dalam hal ini, kami mendapatkan indeks semua elemen lebih besar dari 50.

```
>nonzeros(t>50) //indeks elemen2 t yang lebih besar daripada 50
```

```
  [8,  9,  10]
```

Tentu saja, kita dapat menggunakan vektor indeks ini untuk mendapatkan nilai yang sesuai dalam t.

```
>t[nonzeros(t>50)] //elemen2 t yang lebih besar daripada 50
```

```
  [64,  81,  100]
```

Sebagai contoh, mari kita cari semua kuadrat bilangan 1 sampai 1000, yaitu 5 modulo 11 dan 3 modulo 13.

```
>t=1:1000; nonzeros(mod(t^2,11)==5 && mod(t^2,13)==3)
```

```
[4,  48,  95,  139,  147,  191,  238,  282,  290,  334,  381,  425,
433,  477,  524,  568,  576,  620,  667,  711,  719,  763,  810,  854,
862,  906,  953,  997]
```

EMT tidak sepenuhnya efektif untuk perhitungan bilangan bulat. Ia menggunakan floating point presisi ganda secara internal. Namun, seringkali hal ini sangat berguna.

Kita dapat memeriksa primalitasnya. Mari kita cari tahu, berapa banyak persegi ditambah 1 yang merupakan bilangan prima.

```
>t=1:1000; length(nonzeros(isprime(t^2+1)))
```

```
112
```

Fungsi nonzeros() hanya berfungsi untuk vektor. Untuk matriks, ada mnonzeros().

```
>seed(2); A=random(3,4)
```

```
0.765761    0.401188    0.406347    0.267829
 0.13673    0.390567    0.495975    0.952814
0.548138    0.006085    0.444255    0.539246
```

Ini mengembalikan indeks elemen, yang bukan nol.

```
>k=mnonzeros(A<0.4) //indeks elemen2 A yang kurang dari 0,4
```

```
1            4
2            1
2            2
3            2
```

Indeks ini dapat digunakan untuk mengatur elemen ke nilai tertentu.

```
>mset(A,k,0) //mengganti elemen2 suatu matriks pada indeks tertentu
```

```
0.765761     0.401188     0.406347            0
       0            0     0.495975     0.952814
0.548138            0     0.444255     0.539246
```

Fungsi mset() juga dapat mengatur elemen pada indeks ke entri beberapa matriks lainnya.

```
>mset(A,k,-random(size(A)))
```

```
0.765761     0.401188     0.406347    -0.126917
-0.122404    -0.691673    0.495975     0.952814
0.548138     -0.483902    0.444255     0.539246
```

Dan dimungkinkan untuk mendapatkan elemen dalam vektor.

```
>mget(A,k)
```

```
  [0.267829,  0.13673,  0.390567,  0.006085]
```

Fungsi lain yang berguna adalah ekstrem, yang mengembalikan nilai minimal dan maksimal di setiap baris matriks dan posisinya.

```
>ex=extrema(A)
```

```
      0.267829             4      0.765761             1
       0.13673             1      0.952814             4
      0.006085             2      0.548138             1
```

Kita dapat menggunakan ini untuk mengekstrak nilai maksimal di setiap baris.

```
>ex[,3]'
```

```
  [0.765761,  0.952814,  0.548138]
```

Ini tentu saja sama dengan fungsi max().

```
>max(A)'
```

```
  [0.765761,  0.952814,  0.548138]
```

Namun dengan mget(), kita dapat mengekstrak indeks dan menggunakan informasi ini untuk mengekstrak elemen pada posisi yang sama dari matriks lain.

```
>j=(1:rows(A))'|ex[,4], mget(-A,j)
```

```
             1             1
             2             4
             3             1
  [-0.765761,  -0.952814,  -0.548138]
```

Fungsi Matriks Lainnya (Matriks Bangunan)

Untuk membangun sebuah matriks, kita dapat menumpuk satu matriks di atas matriks lainnya. Jika keduanya tidak memiliki jumlah kolom yang sama, maka kolom yang lebih pendek akan diisi dengan 0.

```
>v=1:3; v_v
```

```
       1       2       3
       1       2       3
```

Demikian pula, kita dapat melampirkan matriks ke matriks lain secara berdampingan, jika keduanya mempunyai jumlah baris yang sama.

```
>A=random(3,4); A|v'
```

```
   0.032444   0.0534171    0.595713    0.564454           1
    0.83916    0.175552    0.396988     0.83514           2
  0.0257573    0.658585    0.629832    0.770895           3
```

Jika jumlah barisnya tidak sama, matriks yang lebih pendek diisi dengan 0.

Ada pengecualian untuk aturan ini. Bilangan real yang melekat pada suatu matriks akan digunakan sebagai kolom yang diisi dengan bilangan real tersebut.

```
>A|1
```

```
     0.032444     0.0534171      0.595713      0.564454             1
      0.83916      0.175552      0.396988       0.83514             1
    0.0257573      0.658585      0.629832      0.770895             1
```

Dimungkinkan untuk membuat matriks vektor baris dan kolom.

```
>[v;v]
```

```
       1       2       3
       1       2       3
```

```
>[v',v']
```

```
       1       1
       2       2
       3       3
```

Tujuan utamanya adalah untuk menafsirkan ekspresi vektor untuk vektor kolom.

```
>"[x,x^2]"(v')
```

```
                1            1
                2            4
                3            9
```

Untuk mendapatkan ukuran A, kita bisa menggunakan fungsi berikut.

```
>C=zeros(2,4); rows(C), cols(C), size(C), length(C)
```

```
  2
  4
  [2,  4]
  4
```

Untuk vektor, ada panjang().

```
>length(2:10)
```

```
  9
```

Masih banyak fungsi lain yang menghasilkan matriks.

```
>ones(2,2)
```

```
1             1
1             1
```

Masih banyak fungsi lain yang menghasilkan matriks.

```
>ones(5)*6
```

```
  [6,  6,  6,  6,  6]
```

Matriks bilangan acak juga dapat dihasilkan dengan acak (distribusi seragam) atau normal (distribusi Gauß).

```
>random(2,2)
```

```
        0.66566      0.831835
          0.977      0.544258
```

Berikut adalah fungsi lain yang berguna, yang merestrukturisasi elemen matriks menjadi matriks lain.

```
>redim(1:9,3,3) // menyusun elemen2 1, 2, 3, ..., 9 ke bentuk matriks 3x3
```

```
       1       2       3
       4       5       6
       7       8       9
```

Dengan fungsi berikut, kita dapat menggunakan fungsi ini dan fungsi dup untuk menulis fungsi rep(), yang mengulangi vektor sebanyak n kali.

```
>function rep(v,n) := redim(dup(v,n),1,n*cols(v))
```

Mari kita uji.

```
>rep(1:3,5)
```

```
  [1,  2,  3,  1,  2,  3,  1,  2,  3,  1,  2,  3,  1,  2,  3]
```

Fungsi multdup() menduplikasi elemen vektor.

```
>multdup(1:3,5), multdup(1:3,[2,3,2])
```

```
  [1,  1,  1,  1,  1,  2,  2,  2,  2,  2,  3,  3,  3,  3,  3]
  [1,  1,  2,  2,  2,  3,  3]
```

Fungsi flipx() dan flipy() mengembalikan urutan baris atau kolom matriks. Yaitu, fungsi flipx() membalik secara horizontal.

```
>flipx(1:5) //membalik elemen2 vektor baris
```

```
  [5,  4,  3,  2,  1]
```

Untuk rotasi, Euler memiliki rotleft() dan rotright().

```
>rotleft(1:5) // memutar elemen2 vektor baris
```

```
  [2,  3,  4,  5,  1]
```

Fungsi khusus adalah drop(v,i), yang menghilangkan elemen dengan indeks di i dari vektor v.

```
>drop(10:20,3)
```

```
[10,  11,  13,  14,  15,  16,  17,  18,  19,  20]
```

Perhatikan bahwa vektor i di drop(v,i) mengacu pada indeks elemen di v, bukan nilai elemen. Jika Anda ingin menghapus elemen, Anda perlu mencari elemennya terlebih dahulu. Fungsi indexof(v,x) dapat digunakan untuk mencari elemen x dalam vektor yang diurutkan v.

```
>v=primes(50), i=indexof(v,10:20), drop(v,i)
```

```
[2,  3,  5,  7,  11,  13,  17,  19,  23,  29,  31,  37,  41,  43,  47]
[0,  5,  0,  6,  0,  0,  0,  7,  0,  8,  0]
[2,  3,  5,  7,  23,  29,  31,  37,  41,  43,  47]
```

Seperti yang Anda lihat, tidak ada salahnya memasukkan indeks di luar rentang (seperti 0), indeks ganda, atau indeks yang tidak diurutkan.

```
>drop(1:10,shuffle([0,0,5,5,7,12,12]))
```

```
[1,  2,  3,  4,  6,  8,  9,  10]
```

Ada beberapa fungsi khusus untuk mengatur diagonal atau menghasilkan matriks diagonal. Kita mulai dengan matriks identitas.

```
>A=id(5) // matriks identitas 5x5
```

1	0	0	0	0
0	1	0	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	1	0
0	0	0	0	1

Kemudian kita atur diagonal bawah (-1) menjadi 1:4.

```
>setdiag(A,-1,1:4) //mengganti diagonal di bawah diagonal utama
```

1	0	0	0	0
1	1	0	0	0
0	2	1	0	0
0	0	3	1	0
0	0	0	4	1

Perhatikan bahwa kami tidak mengubah matriks A. Kami mendapatkan matriks baru sebagai hasil dari setdiag().

Berikut adalah fungsi yang mengembalikan matriks tri-diagonal.

```
>fungsi tridiag (n,a,b,c) := setdiag(setdiag(b*id(n),1,c),-1,a); ...
>tridiag(5,1,2,3)
```

2	3	0	0	0
1	2	3	0	0
0	1	2	3	0
0	0	1	2	3
0	0	0	1	2

Diagonal suatu matriks juga dapat diekstraksi dari matriks tersebut. Untuk mendemonstrasikannya, kami menyusun ulang vektor 1:9 menjadi matriks 3x3.

```
>A=redim(1:9,3,3)
```

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Sekarang kita dapat mengekstrak diagonalnya.

```
>d=getdiag(A,0)
```

```
  [1,  5,  9]
```

Misalnya. Kita dapat membagi matriks dengan diagonalnya. Bahasa matriks menjaga agar vektor kolom d diterapkan pada matriks baris demi baris.

```
>fraction A/d'
```

```
          1         2         3
        4/5         1       6/5
        7/9       8/9         1
```

Vektorisasi

Hampir semua fungsi di Euler juga berfungsi untuk input matriks dan vektor, jika hal ini masuk akal. Misalnya, fungsi sqrt() menghitung akar kuadrat dari semua elemen vektor atau matriks.

```
>sqrt(1:3)
```

```
  [1,  1.41421,  1.73205]
```

Jadi Anda dapat dengan mudah membuat tabel nilai. Ini adalah salah satu cara untuk memplot suatu fungsi (alternatifnya menggunakan ekspresi).

```
>x=1:0.01:5; y=log(x)/x^2; // terlalu panjang untuk ditampikan
```

Dengan ini dan operator titik dua a:delta:b, vektor nilai fungsi dapat dihasilkan dengan mudah.

Pada contoh berikut, kita menghasilkan vektor nilai t[i] dengan jarak 0,1 dari -1 hingga 1. Kemudian kita menghasilkan vektor nilai fungsi

lateks: s = t^3-t

```
>t=-1:0.1:1; s=t^3-t
```

```
[0,  0.171,  0.288,  0.357,  0.384,  0.375,  0.336,  0.273,  0.192,
0.099,  0,  -0.099,  -0.192,  -0.273,  -0.336,  -0.375,  -0.384,
-0.357,  -0.288,  -0.171,  0]
```

EMT memperluas operator untuk skalar, vektor, dan matriks dengan cara yang jelas.

Misalnya, vektor kolom dikali vektor baris diekspansi ke matriks, jika operator diterapkan. Berikut ini, v' adalah vektor yang dialihkan (vektor kolom).

```
>shortest (1:5)*(1:5)'
```

```
     1     2     3     4     5
     2     4     6     8    10
     3     6     9    12    15
     4     8    12    16    20
     5    10    15    20    25
```

Perhatikan, ini sangat berbeda dengan perkalian matriks. Hasil kali matriks dilambangkan dengan titik "." di EMT.

```
>(1:5).(1:5)'
```

```
  55
```

By default, row vectors are printed in a compact format.

```
>[1,2,3,4]
```

```
  [1,  2,  3,  4]
```

Untuk matriks operator khusus . menunjukkan perkalian matriks, dan A' menunjukkan transposisi. Matriks 1x1 dapat digunakan seperti bilangan real.

```
>v:=[1,2]; v.v', %^2
```

```
  5
  25
```

Untuk mengubah urutan matriks kita menggunakan apostrof.

```
>v=1:4; v'
```

```
1
2
3
4
```

Jadi kita dapat menghitung matriks A dikalikan vektor b.

```
>A=[1,2,3,4;5,6,7,8]; A.v'
```

```
30
70
```

Perhatikan bahwa v masih merupakan vektor baris. Jadi v'.v berbeda dengan v.v'.

```
>v'.v
```

```
1   2   3   4
2   4   6   8
3   6   9   12
4   8   12  16
```

v.v' menghitung norma v kuadrat untuk vektor baris v. Hasilnya adalah vektor 1x1, yang berfungsi seperti bilangan real.

```
>v.v'
```

```
  30
```

Ada juga fungsi norma (bersama dengan banyak fungsi Aljabar Linier lainnya).

```
>norm(v)^2
```

```
  30
```

Operator dan fungsi mematuhi bahasa matriks Euler.

Berikut ringkasan peraturannya.

- Suatu fungsi yang diterapkan pada vektor atau matriks diterapkan pada setiap elemen.

- Operator yang mengoperasikan dua matriks dengan ukuran yang sama diterapkan secara berpasangan pada elemen-elemen matriks.

- Jika kedua matriks mempunyai dimensi yang berbeda, keduanya diekspansi secara wajar sehingga mempunyai ukuran yang sama.

Misalnya, nilai skalar dikalikan vektor dengan mengalikan nilai setiap elemen vektor. Atau matriks dikalikan vektor (dengan *, bukan .) memperluas vektor ke ukuran matriks dengan menduplikasinya.

Berikut ini adalah kasus sederhana dengan operator ^.

```
>[1,2,3]^2
```

```
  [1,  4,  9]
```

Ini kasus yang lebih rumit. Vektor baris dikalikan vektor kolom memperluas keduanya dengan cara menduplikasi.

```
>v:=[1,2,3]; v*v'
```

```
                1               2               3
                2               4               6
                3               6               9
```

Perhatikan bahwa perkalian skalar menggunakan perkalian matriks! *

```
>v.v'
```

```
  14
```

Ada banyak fungsi matriks. Kami memberikan daftar singkat. Anda harus membaca dokumentasi untuk informasi lebih lanjut tentang perintah ini.

```
sum,prod menghitung jumlah dan hasil kali baris
cumsum,cumprod melakukan hal yang sama secara kumulatif
menghitung nilai ekstrem setiap baris
extreme mengembalikan vektor dengan informasi ekstrem
diag(A,i) mengembalikan diagonal ke-i
setdiag(A,i,v) menyetel diagonal ke-i
id(n) matriks identitas
det(A) determinannya
charpoly(A) polinomial karakteristik
nilai eigen(A) nilai eigen
```

```
>v*v, sum(v*v), cumsum(v*v)
```

```
[1,  4,  9]
14
[1,  5,  14]
```

Operator : menghasilkan vektor baris dengan spasi yang sama, opsional dengan ukuran langkah.

```
>1:4, 1:2:10
```

```
[1,  2,  3,  4]
[1,  3,  5,  7,  9]
```

Untuk menggabungkan matriks dan vektor terdapat operator "|" Dan "_".

```
>[1,2,3]|[4,5], [1,2,3]_1
```

```
  [1,  2,  3,  4,  5]
                1             2             3
                1             1             1
```

Elemen-elemen matriks disebut dengan "A[i,j]".

```
>A:=[1,2,3;4,5,6;7,8,9]; A[2,3]
```

```
  6
```

Untuk vektor baris atau kolom, v[i] adalah elemen ke-i dari vektor tersebut. Untuk matriks, ini mengembalikan baris ke-i yang lengkap dari matriks tersebut.

```
>v:=[2,4,6,8]; v[3], A[3]
```

```
  6
  [7,  8,  9]
```

Indeks juga dapat berupa vektor baris dari indeks. : menunjukkan semua indeks.

```
>v[1:2], A[:,2]
```

```
  [2,  4]
              2
              5
              8
```

Bentuk kependekan dari : menghilangkan indeks sepenuhnya.

```
>A[,2:3]
```

```
              2             3
              5             6
              8             9
```

Untuk tujuan vektorisasi, elemen matriks dapat diakses seolah-olah elemen tersebut adalah vektor.

```
>A{4}
```

```
  4
```

Matriks juga dapat diratakan menggunakan fungsi redim(). Ini diimplementasikan dalam fungsi flatten().

```
>redim(A,1,prod(size(A))), flatten(A)
```

```
  [1,  2,  3,  4,  5,  6,  7,  8,  9]
  [1,  2,  3,  4,  5,  6,  7,  8,  9]
```

Untuk menggunakan matriks pada tabel, mari kita atur ulang ke format default, dan hitung tabel nilai sinus dan kosinus. Perhatikan bahwa sudut dinyatakan dalam radian secara default.

```
>defformat; w=0°:45°:360°; w=w'; deg(w)
```

```
                0
               45
               90
              135
              180
              225
              270
              315
              360
```

Sekarang kita menambahkan kolom ke matriks.

```
>M = deg(w)|w|cos(w)|sin(w)
```

0	0	1	0
45	0.785398	0.707107	0.707107
90	1.5708	0	1
135	2.35619	-0.707107	0.707107
180	3.14159	-1	0
225	3.92699	-0.707107	-0.707107
270	4.71239	0	-1
315	5.49779	0.707107	-0.707107
360	6.28319	1	0

Dengan menggunakan bahasa matriks, kita dapat menghasilkan beberapa tabel dari beberapa fungsi sekaligus.

Dalam contoh berikut, kita menghitung t[j]^i untuk i dari 1 hingga n. Kita mendapatkan sebuah matriks, yang setiap barisnya merupakan tabel t^i untuk satu i. Yaitu, matriks memiliki elemen lateks: a_{i,j} = t_j^i, \quad 1 \le j \le 101, \quad 1 \le i \le n

Fungsi yang tidak berfungsi untuk masukan vektor harus "divektorkan". Hal ini dapat dicapai dengan kata kunci "peta" dalam definisi fungsi. Kemudian fungsi tersebut akan dievaluasi untuk setiap elemen parameter vektor.

Integrasi numerik integral() hanya berfungsi untuk batas interval skalar. Jadi kita perlu memvektorkannya.

```
>function map f(x) := integrate("x^x",1,x)
```

Kata kunci ”peta” membuat vektorisasi fungsi tersebut. Fungsinya sekarang akan berfungsi untuk vektor bilangan.

```
>f([1:5])
```

```
[0,  2.05045,  13.7251,  113.336,  1241.03]
```

Sub-Matriks dan Elemen Matriks

Untuk mengakses elemen matriks, gunakan notasi braket.

```
>A=[1,2,3;4,5,6;7,8,9], A[2,2]
```

```
                1               2               3
                4               5               6
                7               8               9
  5
```

Kita dapat mengakses baris matriks secara lengkap.

```
>A[2]
```

```
  [4,  5,  6]
```

Dalam kasus vektor baris atau kolom, ini mengembalikan elemen vektor.

```
>v=1:3; v[2]
```

```
  2
```

Untuk memastikan, Anda mendapatkan baris pertama untuk matriks 1xn dan mxn, tentukan semua kolom menggunakan indeks kedua yang kosong.

```
>A[2,]
```

```
  [4,  5,  6]
```

Jika indeks adalah vektor dari indeks, Euler akan mengembalikan baris matriks yang sesuai.

Di sini kita menginginkan baris pertama dan kedua A.

```
>A[[1,2]]
```

```
                1               2               3
                4               5               6
```

Kita bahkan dapat menyusun ulang A menggunakan vektor indeks. Tepatnya, kita tidak mengubah A di sini, namun menghitung versi A yang disusun ulang.

```
>A[[3,2,1]]
```

```
                7               8               9
                4               5               6
                1               2               3
```

Trik indeks juga berfungsi dengan kolom.

Contoh ini memilih semua baris A dan kolom kedua dan ketiga.

```
>A[1:3,2:3]
```

```
     2     3
     5     6
     8     9
```

Untuk singkatan ":" menunjukkan semua indeks baris atau kolom.

```
>A[:,3]
```

```
     3
     6
     9
```

Alternatifnya, biarkan indeks pertama kosong.

```
>A[,2:3]
```

```
     2     3
     5     6
     8     9
```

Kita juga bisa mendapatkan baris terakhir A.

```
>A[-1]
```

```
[7,  8,  9]
```

Sekarang mari kita ubah elemen A dengan menetapkan submatriks A ke beberapa nilai. Ini sebenarnya mengubah matriks A yang disimpan.

```
>A[1,1]=4
```

```
4  2  3
4  5  6
7  8  9
```

Kita juga dapat memberikan nilai pada baris A.

```
>A[1]=[-1,-1,-1]
```

```
-1  -1  -1
 4   5   6
 7   8   9
```

Kita bahkan dapat menetapkan sub-matriks jika ukurannya sesuai.

```
>A[1:2,1:2]=[5,6;7,8]
```

```
5           6           -1
7           8            6
7           8            9
```

Selain itu, beberapa jalan pintas diperbolehkan.

```
>A[1:2,1:2]=0
```

```
0           0            3
0           0            6
7           8            9
```

Peringatan: Indeks di luar batas mengembalikan matriks kosong, atau pesan kesalahan, bergantung pada pengaturan sistem. Standarnya adalah pesan kesalahan. Namun perlu diingat bahwa indeks negatif dapat digunakan untuk mengakses elemen matriks yang dihitung dari akhir.

```
>A[4]
```

```
Row index 4 out of bounds!
Error in:
A[4] ...
    ^
```

Menyortir dan Mengacak

Fungsi sort() mengurutkan vektor baris.

```
>sort([5,6,4,8,1,9])
```

```
  [1,  4,  5,  6,  8,  9]
```

Seringkali perlu mengetahui indeks vektor yang diurutkan dalam vektor aslinya. Ini dapat digunakan untuk menyusun ulang vektor lain dengan cara yang sama.

Mari kita mengacak sebuah vektor.

```
>v=shuffle(1:10)
```

```
  [4,  5,  10,  6,  8,  9,  1,  7,  2,  3]
```

Indeks berisi urutan v.

```
>{vs,ind}=sort(v); v[ind]
```

```
  [1,  2,  3,  4,  5,  6,  7,  8,  9,  10]
```

Ini juga berfungsi untuk vektor string.

```
>s=["a","d","e","a","aa","e"]
```

```
  a
  d
  e
  a
  aa
  e
```

```
>{ss,ind}=sort(s); ss
```

```
  a
  a
  aa
  d
  e
  e
```

Seperti yang Anda lihat, posisi entri ganda agak acak.

```
>ind
```

```
  [4,  1,  5,  2,  6,  3]
```

Fungsi unik mengembalikan daftar elemen unik vektor yang diurutkan.

```
>intrandom(1,10,10), unique(%)
```

```
  [4,  4,  9,  2,  6,  5,  10,  6,  5,  1]
  [1,  2,  4,  5,  6,  9,  10]
```

Ini juga berfungsi untuk vektor string.

```
>unique(s)
```

```
  a
  aa
  d
  e
```

Aljabar Linier

EMT memiliki banyak sekali fungsi untuk menyelesaikan masalah sistem linier, sistem sparse, atau regresi.

Untuk sistem linier Ax=b, Anda dapat menggunakan algoritma Gauss, matriks invers, atau linear fit. Operator A\b menggunakan versi algoritma Gauss.

```
>A=[1,2;3,4]; b=[5;6]; A\b
```

```
      -4
     4.5
```

Contoh lain, kita membuat matriks berukuran 200x200 dan jumlah baris-barisnya. Kemudian kita selesaikan Ax=b menggunakan matriks invers. Kami mengukur kesalahan sebagai deviasi maksimal semua elemen dari 1, yang tentu saja merupakan solusi yang tepat.

```
>A=normal(200,200); b=sum(A); longest totalmax(abs(inv(A).b-1))
```

```
8.790745908981989e-13
```

Jika sistem tidak mempunyai solusi, kecocokan linier meminimalkan norma kesalahan Ax-b.

```
>A=[1,2,3;4,5,6;7,8,9]
```

```
1  2  3
4  5  6
7  8  9
```

Penentu matriks ini adalah 0.

```
>det(A)
```

```
0
```

Matriks Simbolik

Maxima memiliki matriks simbolik. Tentu saja Maxima dapat digunakan untuk permasalahan aljabar linier sederhana seperti itu. Kita dapat mendefinisikan matriks untuk Euler dan Maxima dengan &:=, lalu menggunakannya dalam ekspresi simbolik. Bentuk [...] yang biasa untuk mendefinisikan matriks dapat digunakan di Euler untuk mendefinisikan matriks simbolik.

```
>A &= [a,1,1;1,a,1;1,1,a]; $A
>$&det(A), $&factor(%)
>$&invert(A) with a=0
>A &= [1,a;b,2]; $A
```

Seperti semua variabel simbolik, matriks ini dapat digunakan dalam ekspresi simbolik lainnya.

```
>$&det(A-x*ident(2)), $&solve(%,x)
```

Nilai eigen juga dapat dihitung secara otomatis. Hasilnya adalah sebuah vektor dengan dua vektor nilai eigen dan multiplisitas.

```
>$&eigenvalues([a,1;1,a])
```

Untuk mengekstrak vektor eigen tertentu memerlukan pengindeksan yang cermat.

```
>$&eigenvectors([a,1;1,a]), &%[2][1][1]
```

```
[1, - 1]
```

Matriks simbolik dapat dievaluasi dalam Euler secara numerik sama seperti ekspresi simbolik lainnya.

```
>A(a=4,b=5)
```

```
                1               4
                5               2
```

Dalam ekspresi simbolik, gunakan dengan.

```
>$&A with [a=4,b=5]
```

Akses ke deretan matriks simbolik berfungsi sama seperti matriks numerik.

```
>$&A[1]
```

Ekspresi simbolis dapat berisi tugas. Dan itu mengubah matriks A.

```
>&A[1,1]:=t+1; $&A
```

Ada fungsi simbolik di Maxima untuk membuat vektor dan matriks. Untuk ini, lihat dokumentasi Maxima atau tutorial tentang Maxima di EMT.

```
>v &= makelist(1/(i+j),i,1,3); $v
```

```
>B &:= [1,2;3,4]; $B, $&invert(B)
```

Hasilnya dapat dievaluasi secara numerik dalam Euler. Untuk informasi lebih lanjut tentang Maxima, lihat pengenalan Maxima.

```
>$&invert(B)()
```

```
                -2                1
               1.5             -0.5
```

Euler juga memiliki fungsi kuat xinv(), yang melakukan upaya lebih besar dan mendapatkan hasil yang lebih tepat.

Perhatikan, bahwa dengan &:= matriks B telah didefinisikan sebagai simbolik dalam ekspresi simbolik dan numerik dalam ekspresi numerik. Jadi kita bisa menggunakannya di sini.

```
>longest B.xinv(B)
```

```
                                1                                0
                                0                                1
```

Misalnya. nilai eigen dari A dapat dihitung secara numerik.

```
>A=[1,2,3;4,5,6;7,8,9]; real(eigenvalues(A))
```

```
  [16.1168,  -1.11684,  0]
```

Atau secara simbolis. Lihat tutorial tentang Maxima untuk detailnya.

```
>$&eigenvalues(@A)
```

Nilai Numerik dalam Ekspresi simbolik

Ekspresi simbolis hanyalah string yang berisi ekspresi. Jika kita ingin mendefinisikan nilai untuk ekspresi simbolik dan ekspresi numerik, kita harus menggunakan "&:=".

```
>A &:= [1,pi;4,5]
```

```
                1       3.14159
                4             5
```

Masih terdapat perbedaan antara bentuk numerik dan simbolik. Saat mentransfer matriks ke bentuk simbolik, pendekatan pecahan untuk real akan digunakan.

```
>$&A
```

Untuk menghindari hal ini, ada fungsi "mxmset(variabel)".

```
>mxmset(A); $&A
```

Maxima juga dapat menghitung dengan bilangan floating point, bahkan dengan bilangan mengambang besar dengan 32 digit. Namun evaluasinya jauh lebih lambat.

```
>$&bfloat(sqrt(2)), $&float(sqrt(2))
```

Ketepatan angka floating point besar dapat diubah.

```
>&fppr:=100; &bfloat(pi)
```

3.14159265358979323846264338327950b0

Variabel numerik dapat digunakan dalam ekspresi simbolik apa pun menggunakan "@var".

Perhatikan bahwa ini hanya diperlukan, jika variabel telah didefinisikan dengan ":=" atau "=" sebagai variabel numerik.

```
>B:=[1,pi;3,4]; $&det(@B)
```

Demo - Suku Bunga

Di bawah ini, kami menggunakan Euler Math Toolbox (EMT) untuk menghitung suku bunga. Kami melakukannya secara numerik dan simbolis untuk menunjukkan kepada Anda bagaimana Euler dapat digunakan untuk memecahkan masalah kehidupan nyata.

Asumsikan Anda memiliki modal awal sebesar 5.000 (katakanlah dalam dolar).

```
>K=5000
```

```
  5000
```

Sekarang kami mengasumsikan tingkat bunga 3% per tahun. Mari kita tambahkan satu tarif sederhana dan hitung hasilnya.

```
>K*1.03
```

```
  5150
```

Euler juga akan memahami sintaks berikut.

```
>K+K*3%
```

```
  5150
```

Namun lebih mudah menggunakan faktor tersebut

```
>q=1+3%, K*q
```

```
  1.03
  5150
```

Selama 10 tahun, kita cukup mengalikan faktor-faktornya dan mendapatkan nilai akhir dengan tingkat bunga majemuk.

```
>K*q^10
```

```
  6719.58189672
```

Untuk keperluan kita, kita dapat mengatur formatnya menjadi 2 digit setelah titik desimal.

```
>format(12,2); K*q^10
```

```
      6719.58
```

Mari kita cetak yang dibulatkan menjadi 2 digit dalam satu kalimat lengkap.

```
>"Starting from " + K + "$ you get " + round(K*q^10,2) + "$."
```

```
  Starting from 5000$ you get 6719.58$.
```

Bagaimana jika kita ingin mengetahui hasil antara dari tahun 1 sampai tahun ke 9? Untuk ini, bahasa matriks Euler sangat membantu. Anda tidak perlu menulis satu perulangan, tetapi cukup masuk

```
>K*q^(0:10)
```

```
  Real 1 x 11 matrix

      5000.00      5150.00      5304.50      5463.64      ...
```

Bagaimana keajaiban ini terjadi? Pertama, ekspresi 0:10 mengembalikan vektor bilangan bulat.

```
>short 0:10
```

```
  [0,  1,  2,  3,  4,  5,  6,  7,  8,  9,  10]
```

Kemudian semua operator dan fungsi di Euler dapat diterapkan pada vektor elemen demi elemen. Jadi

```
>short q^(0:10)
```

```
  [1,  1.03,  1.0609,  1.0927,  1.1255,  1.1593,  1.1941,  1.2299,
  1.2668,  1.3048,  1.3439]
```

adalah vektor faktor q^0 sampai q^10. Ini dikalikan dengan K, dan kita mendapatkan vektor nilainya.

```
>VK=K*q^(0:10);
```

Tentu saja, cara realistis untuk menghitung suku bunga ini adalah dengan membulatkan ke sen terdekat setiap tahunnya. Mari kita tambahkan fungsi untuk ini.

```
>function oneyear (K) := round(K*q,2)
```

Mari kita bandingkan kedua hasil tersebut, dengan dan tanpa pembulatan.

```
>longest oneyear(1234.57), longest 1234.57*q
```

```
                  1271.61
                1271.6071
```

Sekarang tidak ada rumus sederhana untuk tahun ke-n, dan kita harus mengulanginya selama bertahun-tahun. Euler memberikan banyak solusi untuk ini.

Cara termudah adalah fungsi iterate, yang mengulangi fungsi tertentu beberapa kali.

```
>VKr=iterate("oneyear",5000,10)
```

```
  Real 1 x 11 matrix

      5000.00      5150.00      5304.50      5463.64      ...
```

Kami dapat mencetaknya dengan cara yang ramah, menggunakan format kami dengan tempat desimal tetap.

```
>VKr'
```

```
5000.00
5150.00
5304.50
5463.64
5627.55
5796.38
5970.27
6149.38
6333.86
6523.88
6719.60
```

Untuk mendapatkan elemen vektor tertentu, kami menggunakan indeks dalam tanda kurung siku.

```
>VKr[2], VKr[1:3]
```

```
5150.00
5000.00     5150.00     5304.50
```

Anehnya, kita juga bisa menggunakan vektor indeks. Ingatlah bahwa 1:3 menghasilkan vektor [1,2,3]. Mari kita bandingkan elemen terakhir dari nilai yang dibulatkan dengan nilai penuh.

```
>VKr[-1], VK[-1]
```

```
6719.60
6719.58
```

Perbedaannya sangat kecil.

Memecahkan Persamaan

Sekarang kita mengambil fungsi yang lebih maju, yang menambahkan tingkat uang tertentu setiap tahunnya.

```
>function onepay (K) := K*q+R
```

Kita tidak perlu menentukan q atau R untuk definisi fungsi. Hanya jika kita menjalankan perintah, kita harus mendefinisikan nilai-nilai ini. Kami memilih R=200.

```
>R=200; iterate("onepay",5000,10)
```

```
  Real 1 x 11 matrix
       5000.00      5350.00      5710.50      6081.82      ...
```

Bagaimana jika kita menghapus jumlah yang sama setiap tahun?

```
>R=-200; iterate("onepay",5000,10)
```

```
  Real 1 x 11 matrix
       5000.00      4950.00      4898.50      4845.45      ...
```

Kami melihat uangnya berkurang. Jelasnya, jika kita hanya mendapat bunga sebesar 150 pada tahun pertama, namun menghapus 200, kita kehilangan uang setiap tahunnya.

Bagaimana kita dapat menentukan berapa tahun uang tersebut akan bertahan? Kita harus menulis satu lingkaran untuk ini. Cara termudah adalah dengan melakukan iterasi cukup lama.

```
>VKR=iterate("onepay",5000,50)
```

```
  Real 1 x 51 matrix

      5000.00      4950.00      4898.50      4845.45      ...
```

Dengan menggunakan bahasa matriks, kita dapat menentukan nilai negatif pertama dengan cara berikut.

```
>min(nonzeros(VKR<0))
```

```
         48.00
```

Alasannya adalah bukan nol (VKR<0) mengembalikan vektor indeks i, dengan VKR[i]<0, dan min menghitung indeks minimal.

Karena vektor selalu dimulai dengan indeks 1, maka jawabannya adalah 47 tahun.

Fungsi iterate() memiliki satu trik lagi. Ini dapat mengambil kondisi akhir sebagai argumen. Kemudian akan mengembalikan nilai dan jumlah iterasi.

```
>{x,n}=iterate("onepay",5000,till="x<0"); x, n,
```

```
-19.83
 47.00
```

Mari kita coba menjawab pertanyaan yang lebih ambigu. Asumsikan kita mengetahui bahwa nilainya adalah 0 setelah 50 tahun. Berapa tingkat bunganya?

Ini adalah pertanyaan yang hanya bisa dijawab secara numerik. Di bawah ini, kita akan mendapatkan rumus yang diperlukan. Kemudian Anda akan melihat bahwa tidak ada rumus yang mudah untuk menentukan tingkat suku bunga. Namun untuk saat ini, kami menargetkan solusi numerik.

Langkah pertama adalah mendefinisikan fungsi yang melakukan iterasi sebanyak n kali. Kami menambahkan semua parameter ke fungsi ini.

```
>function f(K,R,P,n) := iterate("x*(1+P/100)+R",K,n;P,R)[-1]
```

Iterasinya sama seperti di atas

lateks: x_{n+1} = x_n \cdot \kiri(1+ \frac{P}{100}\kanan) + R

Namun kami tidak lagi menggunakan nilai global R dalam ekspresi kami. Fungsi seperti iterate() memiliki trik khusus di Euler. Anda dapat meneruskan nilai variabel dalam ekspresi sebagai parameter titik koma. Dalam hal ini P dan R.

Apalagi kami hanya tertarik pada nilai terakhir. Jadi kita ambil indeks [-1].

Mari kita coba tes.

```
>f(5000,-200,3,47)
```

```
       -19.83
```

Sekarang kita bisa menyelesaikan masalah kita.

```
>solve("f(5000,-200,x,50)",3)
```

```
         3.15
```

Rutinitas penyelesaian menyelesaikan ekspresi=0 untuk variabel x. Jawabannya adalah 3,15% per tahun. Kami mengambil nilai awal 3% untuk algoritma. Fungsi solve() selalu membutuhkan nilai awal.

Kita dapat menggunakan fungsi yang sama untuk menyelesaikan pertanyaan berikut: Berapa banyak yang dapat kita keluarkan per tahun sehingga modal awal habis setelah 20 tahun dengan asumsi tingkat bunga 3% per tahun.

```
>solve("f(5000,x,3,20)",-200)
```

```
      -336.08
```

Perhatikan bahwa Anda tidak dapat menyelesaikan jumlah tahun, karena fungsi kami mengasumsikan n sebagai nilai bilangan bulat.

Solusi Simbolis Masalah Suku Bunga

Kita dapat menggunakan bagian simbolis dari Euler untuk mempelajari masalahnya. Pertama kita mendefinisikan fungsi onepay() kita secara simbolis.

```
>function op(K) &= K*q+R; $&op(K)
```

Sekarang kita dapat mengulanginya.

```
>$&op(op(op(op(K)))), $&expand(%)
```

Kami melihat sebuah pola. Setelah n periode yang kita miliki

lateks: K_n = q^n K + R (1+q+\ldots+q^{n-1}) = q^n K + \frac{q^n-1}{q-1} R

Rumusnya adalah rumus jumlah geometri yang diketahui Maxima.

```
>&sum(q^k,k,0,n-1); $& % = ev(%,simpsum)
```

Ini agak rumit. Jumlahnya dievaluasi dengan tanda "simpsum" untuk menguranginya menjadi hasil bagi. Mari kita membuat fungsi untuk ini.

```
>function fs(K,R,P,n) &= (1+P/100)^n*K + ((1+P/100)^n-1)/(P/100)*R; $&fs(K,R,P,n)
```

Fungsinya sama dengan fungsi f kita sebelumnya. Tapi ini lebih efektif.

```
>longest f(5000,-200,3,47), longest fs(5000,-200,3,47)
```

```
-19.82504734650985
-19.82504734652684
```

Sekarang kita dapat menggunakannya untuk menanyakan waktu n. Kapan modal kita habis? Perkiraan awal kami adalah 30 tahun.

```
>solve("fs(5000,-330,3,x)",30)
```

```
20.51
```

Jawaban ini mengatakan akan menjadi negatif setelah 21 tahun.

Kita juga dapat menggunakan sisi simbolis Euler untuk menghitung rumus pembayaran.

Asumsikan kita mendapatkan pinjaman sebesar K, dan membayar n pembayaran sebesar R (dimulai setelah tahun pertama) meninggalkan sisa hutang sebesar Kn (pada saat pembayaran terakhir). Rumusnya jelas

```
>equ &= fs(K,R,P,n)=Kn; $&equ
```

Biasanya rumus ini diberikan dalam bentuk

lateks: i = \frac{P}{100}

```
>equ &= (equ with P=100*i); $&equ
```

Kita dapat menyelesaikan nilai R secara simbolis.

```
>$&solve(equ,R)
```

Seperti yang Anda lihat dari rumusnya, fungsi ini mengembalikan kesalahan floating point untuk i=0. Euler tetap merencanakannya.

Tentu saja, kami memiliki batasan berikut.

```
>$&limit(R(5000,0,x,10),x,0)
```

Yang jelas tanpa bunga kita harus membayar kembali 10 tarif 500.

Persamaan tersebut juga dapat diselesaikan untuk n. Akan terlihat lebih bagus jika kita menerapkan beberapa penyederhanaan padanya.

```
>fn &= solve(equ,n) | ratsimp; $&fn
```

Materi Matematika

* ALJABAR

Aljabar merupakan dasar dari banyak disiplin ilmu matematika. Cabang ini berfokus pada penggunaan simbol, seperti huruf dan angka, untuk merepresentasikan kuantitas yang tidak diketahui atau dapat berubah. Dengan aljabar, kita bisa menyusun persamaan dan pertidaksamaan untuk memecahkan masalah yang lebih umum. Konsep-konsep utamanya mencakup variabel (simbol yang mewakili nilai yang tidak diketahui), konstanta (nilai yang tetap), dan berbagai operasi matematika. Aljabar juga mengajarkan cara menyederhanakan ekspresi dan menyelesaikan persamaan, menjadikannya fondasi esensial untuk memahami konsep matematika yang lebih kompleks, termasuk kalkulus.

Operasi Bentuk-Bentuk Aljabar

1) Menjabarkan
Menjabarkan atau memperluas ekspresi aljabar adalah proses menghilangkan tanda kurung dengan cara mendistribusikan perkalian ke setiap suku di dalamnya.

```
>$&expand((x+2)*(x-3))
>$&expand((x^2+2*x+5)*(x+1)*(x^3+2))
```

2) Menyederhanakan
Menyederhanakan adalah menggabungkan suku-suku yang serupa untuk membuat ekspresi lebih ringkas.

```
>$&5*x^2 - 3*x + 7*x^2 + 2*x
>$&2*x^5+4*x^4-5*x^5
```

3) Memfaktorkan
Memfaktorkan adalah kebalikan dari menjabarkan. Proses ini mengubah ekspresi aljabar menjadi bentuk perkalian dua atau lebih faktor.

```
>$&factor(2*x^2+5*x+3)
>$&factor(x^2+8*x+16)
```

Beberapa materi aljabar

1) Persamaan dan Sistem Persamaan
Gunakan perintah solve untuk menyelesaikan satu atau lebih persamaan.

```
>$&solve(3*x+5=10,x)
>$&solve([3*x+5*y=15,2*x+3*y=10],[x,y])
```

2) Pertidaksamaan
Gunakan perintah solve untuk menyelesaikan pertidaksamaan.
3) Fungsi Trigonometri

$$sin(\pi) = 0$$

$$cos(\pi) = -1$$

$$sin^2(x) + cos^2(x) = 1$$

```
>$&sin(pi)
>$&cos(pi)
>$&trigsimp(sin(x)^2+cos(x)^2)
```

4) Fungsi Logaritma
Bentuk Umum:

$$a^b = c \Leftrightarrow b = alogc$$

```
>log(exp(7))
```

7

```
>log(2)
```

```
0.69314718056
```

```
>$&log(2)+log(3)
>log(2)+log(3)
```

```
1.79175946923
```

Terdapat perbedaan ketika menggunakan simbol & dan tidak menggunakan simbol &

5) Nilai mutlak

$$|x| = x, \text{untuk } x > 0$$

$$|-x| = x, \text{untuk } x < 0$$

```
>abs(-10)
```

```
10
```

```
>abs(10)
```

```
10
```

1) Definisi Matriks
Matriks adalah susunan angka (disebut elemen) yang diatur dalam baris (horizontal) dan kolom (vertikal). Ukuran matriks dinyatakan sebagai m×n, di mana m adalah jumlah baris dan n adalah jumlah kolom. Matriks digunakan untuk mempermudah penyelesaian sistem persamaan linear dan transformasi geometris.

```
>A := matrix([1,2],[3,4]);
>A
```

```
1              2
3              4
```

2) Penjumlahan Matriks
Penjumlahan dan pengurangan matriks hanya bisa dilakukan jika kedua matriks memiliki ukuran yang sama. Operasinya dilakukan dengan menjumlahkan atau mengurangkan elemen-elemen yang berada di posisi yang sama.

```
>$&A := matrix([1,2],[3,4])
>$&B := matrix ([5, 6],[7,8])
>$&A+B
>$&A-B
```

3) Perkalian Matriks
Perkalian matriks lebih rumit dari penjumlahan. Perkalian dua matriks A dan B hanya dapat dilakukan jika jumlah kolom matriks A sama dengan jumlah baris matriks B.

Rumus: Elemen pada baris ke-i dan kolom ke-j dari matriks hasil perkalian didapat dari penjumlahan perkalian elemen-elemen baris ke-i dari matriks pertama dengan elemen-elemen kolom ke-j dari matriks kedua.

```
>$&A.B
```

4) Determinan Matriks
Determinan adalah nilai skalar yang dapat dihitung dari elemen-elemen matriks persegi (matriks dengan jumlah baris dan kolom yang sama). Determinan digunakan untuk mencari invers matriks dan menyelesaikan sistem persamaan linear.

Rumus determinan matriks 2x2:

$$det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ad - bc$$

```
>$&A := matrix([1,2],[3,4])
>det(A)
```

```
  -2
```

```
>$&B := matrix ([5, 6],[7,8])
>det(B)
```

```
-2
```

```
>det(A).det(B)
```

```
4
```

5) Invers Matriks
Invers matriks (dilambangkan A ^(-1)) adalah matriks yang jika dikalikan dengan matriks aslinya akan menghasilkan matriks identitas (matriks yang elemen diagonalnya 1 dan sisanya 0). Matriks hanya memiliki invers jika determinannya bukan nol.

```
>$&invert(A)
>$&invert(B)
```

6) Transpose Matriks
Transpose dari sebuah matriks (dilambangkan A^T) adalah matriks baru yang diperoleh dengan menukar baris dan kolom dari matriks aslinya. Artinya, baris pertama menjadi kolom pertama, baris kedua menjadi kolom kedua, dan seterusnya.

```
>$&transpose(A)
>$&transpose(B)
```

Soal 1
Renn membeli apel dan jeruk. Apel seharga Rp5.000 per buah, jeruk Rp3.000 per buah. Jika ia membeli total 10 buah dan menghabiskan Rp40.000, berapa banyak apel dan jeruk yang dibeli?

Jawab:
Diketahui:
x:= jumlah apel
y:= jumlah jeruk

Persamaan:
1) x + y = 10
2) 5000x + 3000y + 40000

Solusi:

$$x + y = 10....(1)$$

$$5000x + 3000y + 40000....(2)$$

$$\Leftrightarrow 5000x + 3000(10 - x) = 40000$$

$$\Leftrightarrow 5000x + 30000 - 3000x = 40000$$

$$\Leftrightarrow 2000x = 10000 \Rightarrow x = 5$$

$$y = 10 - 5 = 5$$

Jadi, jumlah yang dibeli adalah 5 apel dan 5 jeruk

> ...

Soal 2
Bintang menabung Rp1.000.000 di bank dengan bunga tahunan 5%. Setelah berapa tahun tabungannya menjadi minimal Rp1.500.000?

Jawab:
Rumus:
M1 = M0(1 + b.t)

M1 = 1500000
M0 = 1000000
r = 5% = 0,05
t = ...?

M1 = M0(1 + b.t)

$$1500000 = 1000000(1 + 0,05 \times t)$$

$$\Leftrightarrow 1 + 0,05t = 1,5$$

$$\Leftrightarrow 0,05t = 0,5$$

$$\Leftrightarrow t = 10$$

Jadi, setelah minimal 10 tahun bisa mencapai tabungan Rp1.500.000

> ...