REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES

Pasos a seguir:

1. DOMINIO

- Funciones polinómicas: Su dominio es todo R
- Funciones racionales: Su dominio es todo R excepto aquellos valores que anulan el denominador.
- Funciones irracionales: $y = \sqrt[n]{g(x)}$
  - Si n es par, su dominio se obtiene resolviendo la inecuación:

$$g(x) \geq 0$$

  - Si n es impar, su dominio es el dominio del radicando.
- Funciones exponenciales:

$$f(x) = a^{g(x)},\ a > 0,\ a \neq 0$$

  Su dominio es el dominio de $g(x)$
- Funciones logarítmicas:

$$f(x) = \log_a g(x),\ a > 0,\ a \neq 0$$

  Su dominio se obtiene resolviendo la inecuación

$$g(x) > 0$$

2. PUNTOS DE CORTE CON LOS EJES

- Con el eje OX: Se resuelve el sistema $\begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \end{cases}$
- Con el eje OY: Se resuelve el sistema $\begin{cases} y = f(x) \\ x = 0 \end{cases}$

3. SIMETRÍAS

- Simetría par o simetría respecto al eje OY:
  Se tiene que cumplir que :

$$f(x) = f(-x)$$

- Simetría impar o simetría respecto al origen de coordenadas:
  Se tiene que cumplir que :

$$f(x) = -f(-x)$$

4. ASÍNTOTAS

- Verticales: Son de la forma $x = a$. Para ello he de obtener:

$$\lim_{x \to a} f(x) = \infty$$

  Además se hallan los límites laterales.

- Horizontales: Son de la forma $y = b$. Para ello he de obtener:

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = b$$

- Oblícuas: Son de la forma $y = mx + n$. Si hay asíntotas horizontales, no hay oblícuas. Para calcularlas, basta con dividir el numerador entre el denominador si es una función racional. En el resto de los casos, se calcula:

$$m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$n = \lim_{x \to \infty} f(x) - mx$$

5. MONOTONÍA:INTERVALOS DE CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO

Se resuelve la ecuación:

$$f'(x) = 0$$

Estos puntos críticos o singulares dividen al dominio en intervalos. Se estudia el signo en esos intervalos:

- Si $f'(x) > 0$, la función es creciente.
- Si $f'(x) < 0$, la función es decreciente.

6. MÁXIMOS Y MÍNIMOS

Los puntos críticos o singulares obtenidos en el paso anterior son posibles máximos y mínimos.

- Si x_0 es un punto crítico y $f''(x_0) < 0$, entonces $(x_0, f(x_0))$ es un máximo.
- Si x_0 es un punto crítico y $f''(x_0) > 0$, entonces $(x_0, f(x_0))$ es un mínimo.

7. CURVATURA

Se resuelve la ecuación:

$$f''(x) = 0$$

Estos puntos dividen al dominio en intervalos. Se estudia el signo en esos intervalos:

- Si $f''(x) > 0$, la función es cóncava hacia arriba.
- Si $f''(x) < 0$, la función es cóncava hacia abajo.

8. PUNTOS DE INFLEXIÓN

Los puntos obtenidos en el paso anterior son posibles puntos de inflexión. Si x_0 es una solución de la ecuación $f''(x_0) = 0$ y $f'''(x_0) \neq 0$ entonces $(x_0, f(x_0))$ es un punto de inflexión.