Paraboloide hiperbólico*

*Material elaborado por Raiane Lemke em sua pesquisa de mestrado.

Objetivos

- Dar exemplos práticos de funções de duas variáveis;
- Explorar os coeficientes de um paraboloide hiperbólico.

Paraboloide hiperbólico

- Os paraboloides hiperbólicos são exemplos de funções de duas variáveis. Por exemplo, $z = \frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} + z_0$, descreve um paraboloide hiperbólico ao longo do eixo z, com centro em (x_0, y_0, z_0) e coeficientes não nulos a e b. A parametrização dessa superfície é dada por:

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bu \\ z = z_0 + t^2 - u^2 \end{cases}$$

Qual é a relação entre uma batata Pringles e um paraboloide hiperbólico?

Batata Pringles

- Uma batata Pringles pode ser descrita por um paraboloide hiperbólico.

Fonte: https://pixabay.com/pt/pringles-chips-lanche-junk-food-331944/ Acesso em: 22 mai. 2017.

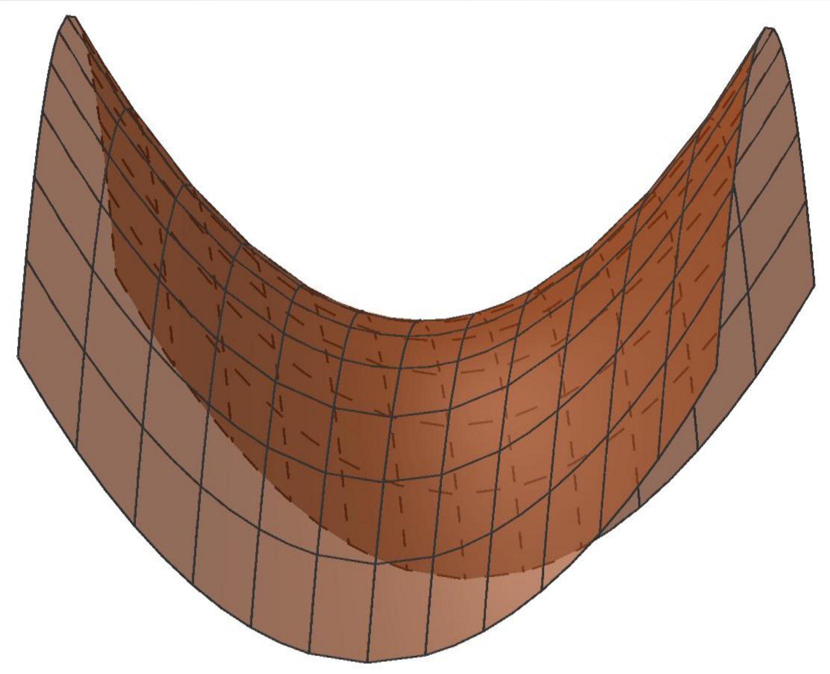
Para saber mais...

- De acordo com o departamento de marketing da marca, a forma de paraboloide hiperbólico permite a batata ser firmemente empilhada num recipiente cilíndrico para evitar a quebra durante o empacotamento e o transporte. No início, a lata de Pringles não pegou. As pessoas achavam esquisito que todas as batatas fossem iguais, do mesmo tamanho, e armazenadas em uma lata que mais parecia uma embalagem de bolas de tênis.

- Fonte: http://super.abril.com.br/cultura/o-revolucionario-da-batatinha Acesso em: 22 mai. 2017

Fonte: https://goo.gl/GvAMEE Acesso em: 22 mai. 2017

- O paraboloide hiperbólico também é chamado de **sela**, devido à sua semelhança com uma sela de cavalo.

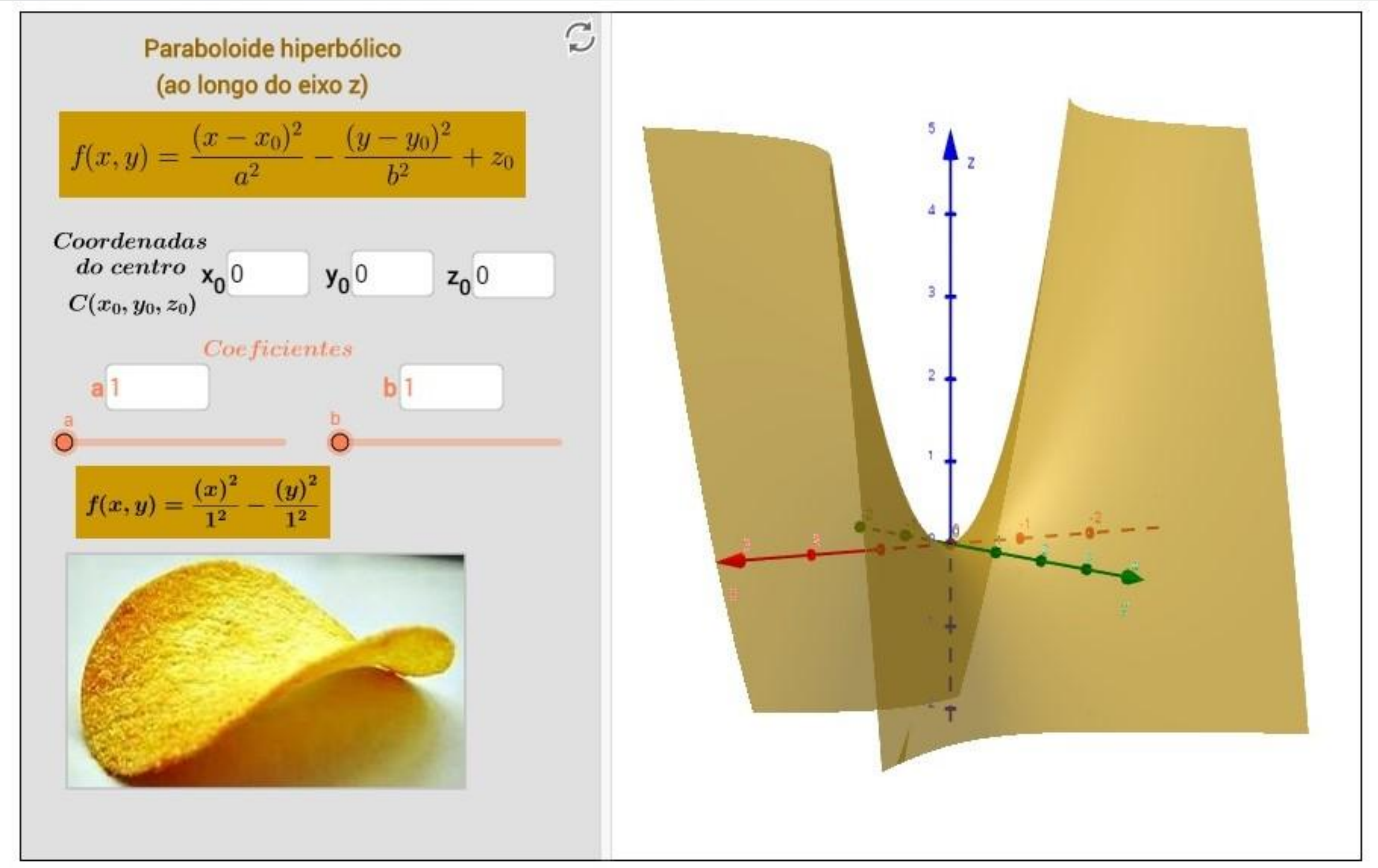


Fonte: Raiane Lemke, 2017

Fonte: https://goo.gl/kUoQIq Acesso em: 22 mai. 2017

Determine uma função que descreva uma batata Pringles. Justifique a relação encontrada.

Objeto de aprendizagem no GeoGebra – batata Pringles

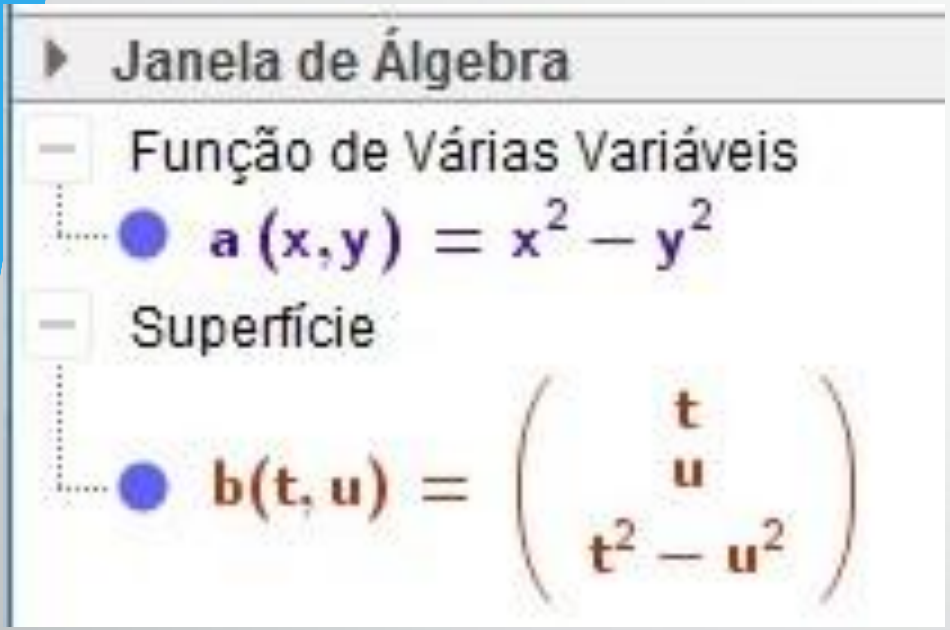


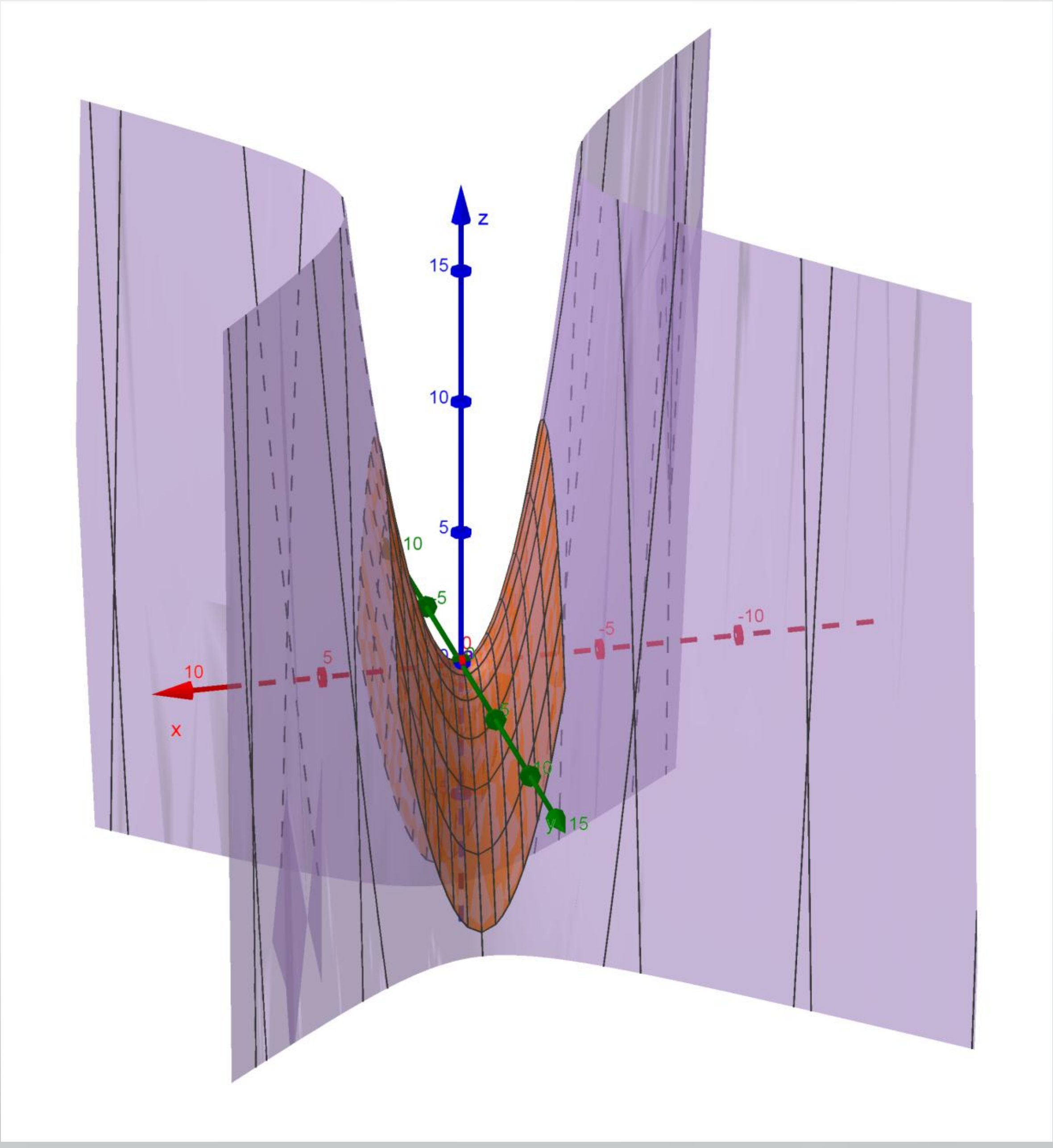
Paraboloide hiperbólico no GeoGebra

- No GeoGebra, podemos representar graficamente um paraboloide hiperbólico de duas maneiras, explicitamente ou com a sua parametrização. Vamos considerar o paraboloide hiperbólico $z = f(x, y) = x^2 - y^2$, ou seja, está centrado na origem e os coeficientes são $a = b = 1$.

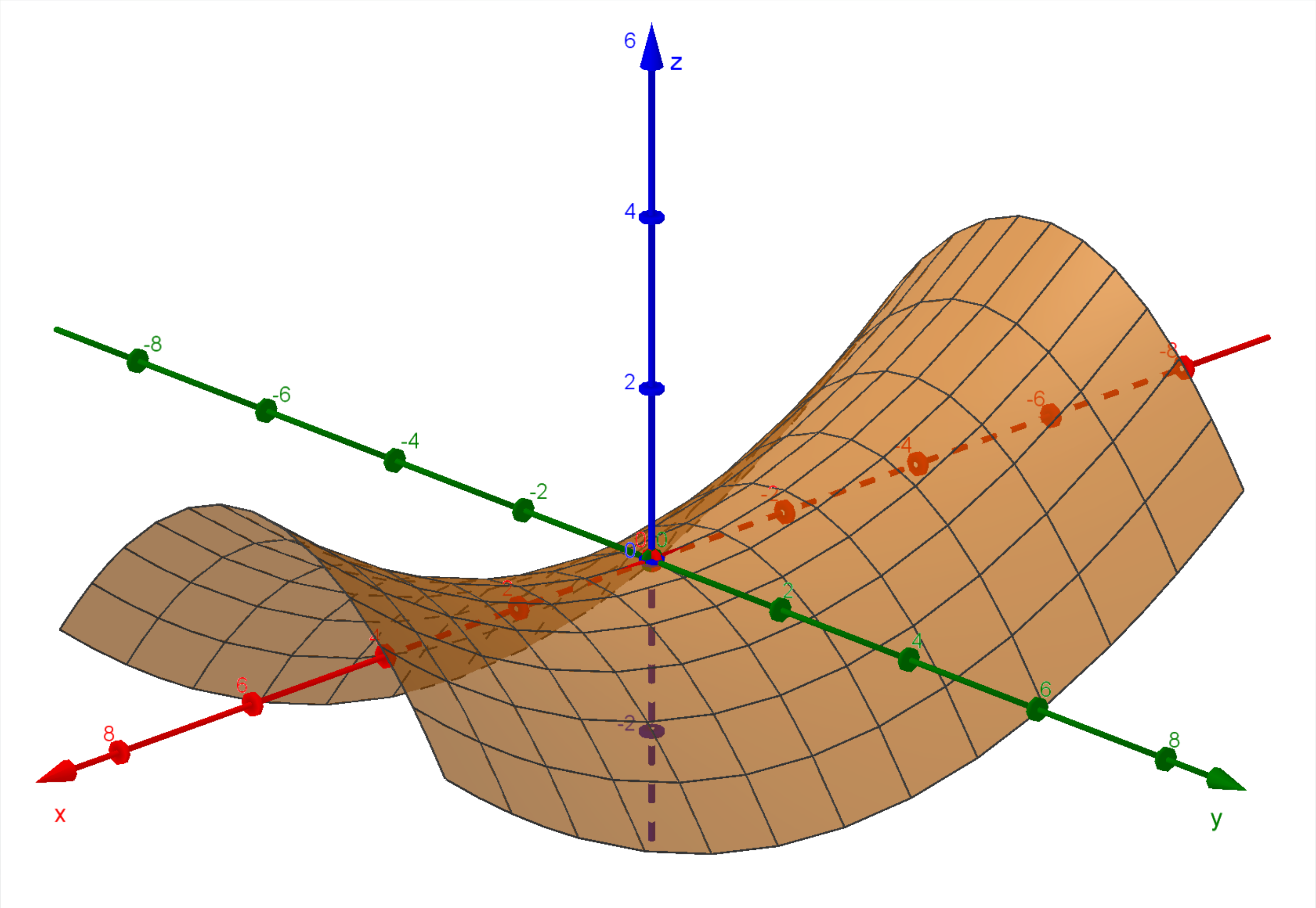
- Na sua forma explícita, digite x^2-y^2 no campo de entrada e dê enter. Pronto! Na janela de álgebra aparecerá Funções de Várias Variáveis e a função $a(x, y) = x^2 - y^2$, ao mesmo tempo, na janela de visualização 3D, aparecerá o gráfico.

- Na sua forma paramétrica, temos que $\begin{cases} x = t \\ y = u \\ z = t^2 - u^2 \end{cases}$, consideramos $t \in [-3,3]$ e $u \in [-3,3]$.
- No campo de entrada digite o comando superfície, e selecione-o, aparecendo no campo de entrada Superfície[<Expressão>, <Expressão>, <Expressão>, <Variável Parâmetro 1>, <Valor Inicial>, <Valor Final>, <Variável Parâmetro 2>, <Valor Inicial>, <Valor Final>]. Então com a parametrização em questão, preenchemos da seguinte maneira: Superfície[t, u, t^2 – u^2, t, -3, 3, u, -3, 3], dê enter.
- Em poucos cliques temos a representação paramétrica, que aparecerá na janela de álgebra como superfície, e na janela de visualização 3D a sua superfície gráfica. É possível alterar a cor e a transparência da superfície, clique com o botão direito do mouse no gráfico ou na representação algébrica e selecione a opção propriedades. No menu de propriedades há a opção cor. Julgamos que a melhor visualização é proporcionada pela representação paramétrica.





Fonte: Raiane Lemke, 2017



$$z = \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4}$$

Paraboloide hiperbólico

- Capítulo no GeoGebraBook: https://goo.gl/AJKw87

Obrigado!