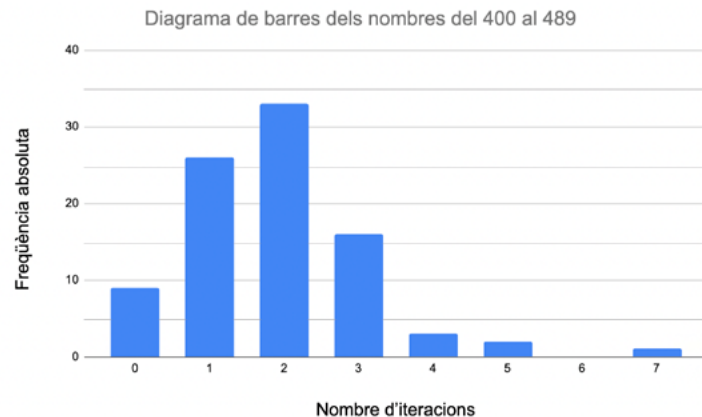




1. La taula de freqüències següent mostra el nombre d'iteracions de l'algoritme «Suma i revers» que calen per arribar a un capicua a partir dels nombres que van del 400 al 489.

	Nombre d'iteracions	Freqüència absoluta	Freqüència absoluta acumulada
	0	9	9
Primer quartil →	1	26	35
Mediana, tercer quartil →	2	33	68
	3	16	84
	4	3	87
	5	2	89
	6	0	89
	7	1	90

- a. Representa les dades en un diagrama de barres. Quina informació n'extreus?



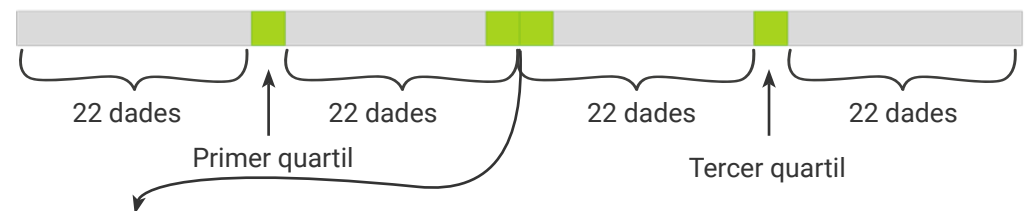
Quan fem un diagrama, és important etiquetar els eixos del gràfic i posar-li títol. Per dibuixar els eixos i les barres és útil ajudar-se d'un regle. Cal recordar que en aquest tipus de diagrama les barres no han de tocar-se.

Algunes observacions que podem fer són:

- La majoria de nombres arriben a un capicua en 2 iteracions. És a dir, la moda és 2.
- No hi ha cap nombre que necessiti 6 iteracions per arribar a un capicua.
- Tots els nombres arriben a un capicua, com a molt, en 7 iteracions. Com que el mínim és 0, llavors el rang és $7 - 0 = 7$.

- b. Completa la columna de freqüències acumulades. Quina és la mediana? I el primer i el tercer quartil?

Per determinar la posició de la mediana i els quartils ens podem ajudar d'un esquema com el següent:



La mediana és el valor (o valors) que queda al centre quan ordenem les 90 dades de manera creixent (o a l'inrevés). Com que és una quantitat parella, fem la mitjana entre les dues dades situades a les posicions 45 i 46:

$$Me = \frac{2 + 2}{2} = 2$$

El primer quartil correspon a la dada de la posició 23 i, el tercer, a la de la posició 68. Per tant, $Q_1 = 1$ i $Q_3 = 2$.

- c. Calcula la mitjana i compara-la amb la mediana i la moda.

Calculem la mitjana fent:

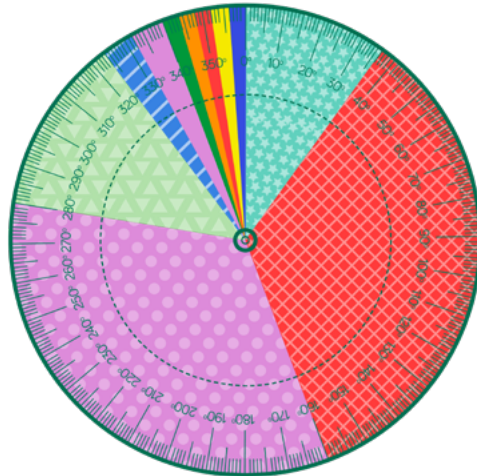
$$\bar{x} = \frac{26 + 2 \cdot 33 + 3 \cdot 16 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 2 + 7}{90} \approx 1,9$$

En comparar els tres paràmetres observem que $\bar{x} < Me = Mo$.



1. La taula de freqüències següent mostra el nombre d'iteracions de l'algoritme «Suma i revers» que calen per arribar a un capicua a partir dels nombres que van del 300 al 389.

	Nombre d'iteracions	Freqüència absoluta	Graus
	0	9	36°
	1	31	124°
	2	30	120°
	3	11	44°
	4	2	8°
	5	2	8°
	6	1	4°
	7	1	4°
	11	1	4°
	15	1	4°
	23	1	4°



- a. Representa les dades en un diagrama de sectors. Quina informació n'extreus? Algunes observacions que podem fer són:

- La majoria de nombres arriben a un capicua en 1 iteració. És a dir, la moda és 1.
- Aproximadament, el 75 % dels nombres del 300 al 389 necessiten 2 iteracions o menys per arribar a un capicua.

- b. Indica algun avantatge i algun desavantatge del diagrama de sectors i de la taula de freqüències.

Diagrama de sectors:

- Permet identificar fàcilment els nombres amb freqüències més grans.
- És difícil identificar les freqüències absolutes per calcular la mitjana.

Taula de freqüències absolutes:

- Permet identificar fàcilment la informació necessària per calcular paràmetres estadístics com la mitjana o la mediana.
- És més difícil observar si les dades es distribueixen o no de manera uniforme.

- c. Fes una taula de freqüències acumulades. Quina és la mediana? I el primer i el tercer quartil?

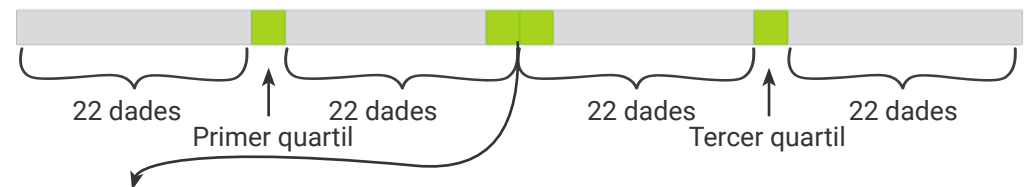
Nombre d'iteracions	Freqüència absoluta	Freqüència absoluta acumulada
0	9	9
1	31	40
2	30	70
3	11	81
4	2	83
5	2	85
6	1	86
7	1	87
11	1	88
15	1	89
23	1	90

Primer quartil →

Mediana, tercer quartil →

- d. Calcula la mitjana i compara-la amb la mediana i la moda.

Per determinar la posició de la mediana i els quartils ens podem ajudar d'un esquema com el següent:



La mediana és el valor (o valors) que queda al centre quan ordenem les 90 dades de manera creixent (o a l'inrevés). Com que és una quantitat parella, fem la mitjana entre les dues dades situades a les posicions 45 i 46: $M_e = \frac{2 + 2}{2} = 2$.

El primer quartil correspon a la dada de la posició 23 i, el tercer, la de la posició 68. Per tant, $Q_1 = 1$ i $Q_3 = 2$.

- e. Calcula la mitjana i compara-la amb la mediana i la moda.

Calculem la mitjana fent:

$$\bar{x} = \frac{31 + 2 \cdot 30 + 3 \cdot 11 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 2 + 6 + 7 + 11 + 15 + 23}{90} \approx 2,3$$

En comparar els tres paràmetres observem que $\bar{x} > M_e > M_o$



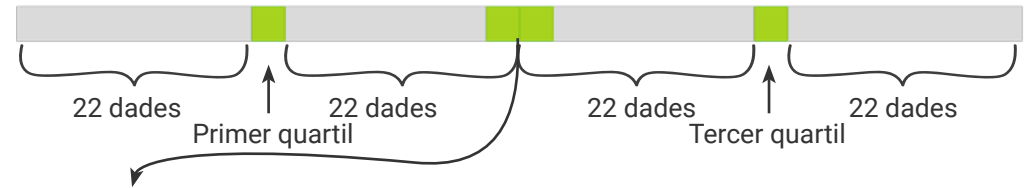
1. La taula de freqüències següent mostra el nombre d'iteracions de l'algoritme «Suma i revers» que calen per arribar a un capicua a partir dels nombres que van del 500 al 589, però està incompleta:

- a. Si sabem que el nombre d'iteracions de la primera columna apareix una vegada o més a la taula, podries completar la taula?

	Nombre d'iteracions	Freqüència absoluta	Freqüència absoluta acumulada
	0	9	9
Primer quartil →	1	26	35
Mediana →	2	26	61
Tercer quartil →	3	17	78
	4	4	82
	5	3	85
	7	1	86
	8	1	87
	11	1	88
	15	1	89
	23	1	90

- b. Quina és la mediana? I el primer i el tercer quartil?

Per determinar la posició de la mediana i els quartils ens podem ajudar d'un esquema com el següent:



La mediana és el valor (o valors) que queda al centre quan ordenem les 90 dades de manera creixent (o a l'inrevés). Com que és una quantitat parella, fem la mitjana entre les dues dades situades a les posicions 45 i 46: $M_e = \frac{2+2}{2} = 2$.

El primer quartil correspon a la dada de la posició 23 i, el tercer, la de la posició 68. Per tant, $Q_1=1$ i $Q_3=2$.

- c. Calcula la mitjana i compara-la amb la mediana i la moda. Calculem la mitjana fent:

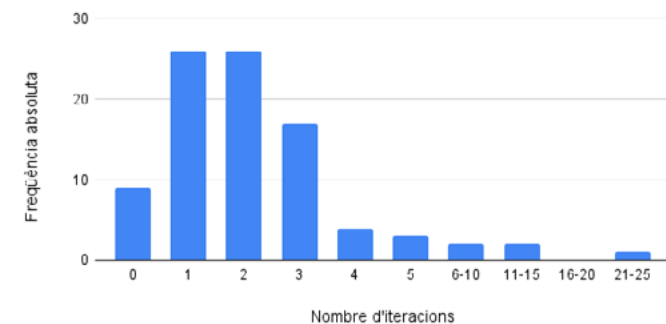
$$\bar{x} = \frac{26 + 2 \cdot 26 + 3 \cdot 17 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 3 + 7 + 8 + 11 + 15 + 23}{90} \approx 2,5$$

Observem a la taula que hi ha dues modes: 1 i 2.
En comparar els paràmetres trobem que:

- $\bar{x} > M_e$
- La mediana coincideix amb una de les dues modes ($M_e = M_o = 2$) i és més gran que l'altra ($M_e > M_o = 1$).

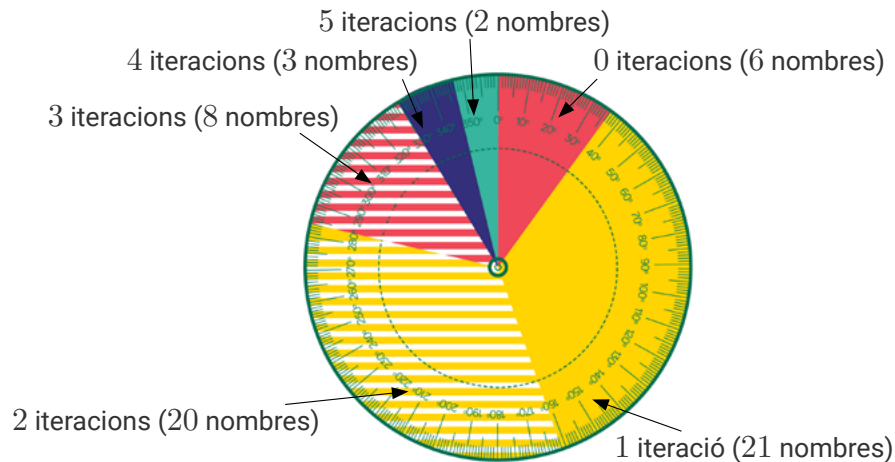
- d. Representa les dades de la freqüència absoluta en un diagrama de barres. Quan fem un diagrama, és important etiquetar els eixos del gràfic i posar-li títol. Per dibuixar els eixos i les barres és útil ajudar-se d'un regle. Cal recordar que en aquest tipus de diagrama les barres no han de tocar-se.

Diagrama de barres del nombre d'iteracions dels nombres del 500 al 589



- El diagrama de sectors següent mostra el nombre d'iteracions de l'algoritme «Suma i revers» que calen per arribar a un capicua a partir dels nombres que van del 600 al 659.

Diagrama de sectors del nombre d'iteracions dels nombres del 600 al 659



Valida o refuta les afirmacions següents:

- Més de la meitat dels nombres arriben a un capicua en 2 o més iteracions.

Certa: els nombres amb 2 o més iteracions representen més de la meitat del cercle del diagrama, és a dir, més del 50 %. També podem validar-ho sumant la freqüència absoluta (20 + 8 + 3 + 2 = 33). Observem que 33 dels 60 nombres (més de la meitat) arriben a un capicua en 2 iteracions o més.

- El 25 % dels nombres arriben a un capicua en 3 iteracions o més.
Falsa: els nombres amb 3 o més iteracions representen menys d' $\frac{1}{4}$ del cercle del diagrama, és a dir, menys del 25 %.
- El nombre d'iteracions més habitual per arribar a un capicua és 1 iteració.
Certa: la moda del nombre d'iteracions és 1 (21 nombres) perquè té la freqüència absoluta més gran.
- La mitjana d'iteracions que calen per arribar a un capicua entre els nombres del 600 al 659 és de 2 iteracions.

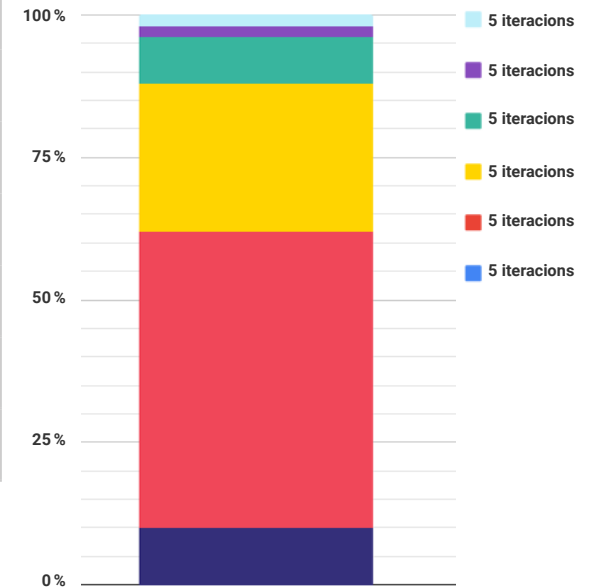
Falsa: si calculem la mitjana trobem que no és 2.

$$\bar{x} = \frac{21 + 2 \cdot 20 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 2}{60} = \frac{107}{60} \approx 1,8$$

- Representa la freqüència relativa (%) en un diagrama de barres apilades a partir del diagrama de barres següent:

Ens ajudem d'una taula de freqüències per organitzar els percentatges abans de representar-los:

Nombre d'iteracions	Freqüència relativa
0	$\frac{5}{50} = 0,1 = 10 \%$
1	$\frac{26}{50} = 0,52 = 52 \%$
2	$\frac{13}{50} = 0,26 = 26 \%$
3	$\frac{4}{50} = 0,08 = 8 \%$
4	$\frac{1}{50} = 0,02 = 2 \%$
5	$\frac{1}{50} = 0,02 = 2 \%$

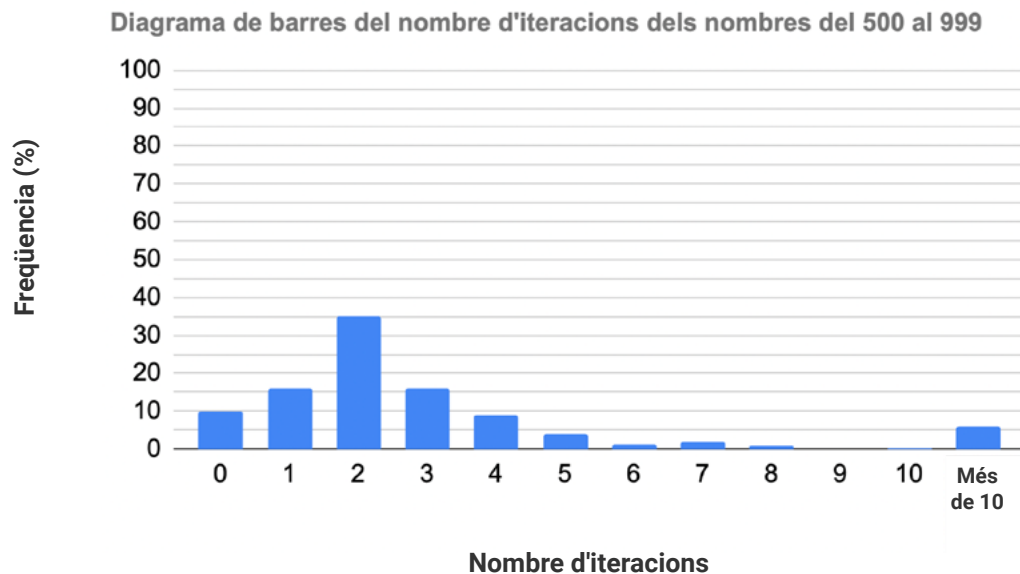


Troba un avantatge i un desavantatge del nou diagrama comparat amb el diagrama de barres.

El diagrama de barres apilades facilita el càlcul de la mediana i dels altres dos quartils, però fa que sigui més difícil interpretar la informació, per exemple, per calcular la mitjana.

- El diagrama de barres següent mostra la freqüència (%) en funció del nombre d'iteracions de l'algoritme «Suma i revers» que calen per arribar a un capicua a partir dels nombres que van del 500 al 999.

Diagrama de barres del nombre d'iteracions dels nombres del 500 al 999



Valida o refuta les afirmacions següents:

- La mediana és més petita que la moda.

Falsa: la mediana i la moda són iguals, 2 iteracions.

La moda la podem determinar fàcilment a partir del diagrama de barres, 2 iteracions (freqüència relativa més gran). D'altra banda, sabem que la mediana té el 50 % de les dades per sota, i l'altre 50 % per sobre. Per tant, fent la freqüència acumulada (%), trobem que el 50 % de les dades se situa per sota de 2 iteracions: $M_e = M_o = 2$.

- El rang interquartílic és 3.

Falsa: el rang interquartílic és 2 (3 – 1). Per comprovar-ho, calculem el primer i el tercer quartil, amb l'ajuda d'una taula de freqüències acumulades, per exemple.

Nombre d'iteracions	Freqüència acumulada «aproximada» (%)
0	10
1	26 ← Primer quartil
2	61
3	77 ← Tercer quartil
4	86
5	90
6	91
7	93
8	94
9	94
10	94
Més de 10	100

Podem omplir-la per complet, però n'hi ha prou amb trobar les freqüències acumulades fins a arribar (o superar) el 75 %.

- Hi ha més nombres que arriben a un capicua en una quantitat d'iteracions parella que en una de senar.

Certa. Per comprovar-ho, prenem els percentatges del diagrama per a les iteracions parelles i els anem sumant. Observem que n'hi ha prou amb arribar fins a 4 iteracions per superar el 50 %:

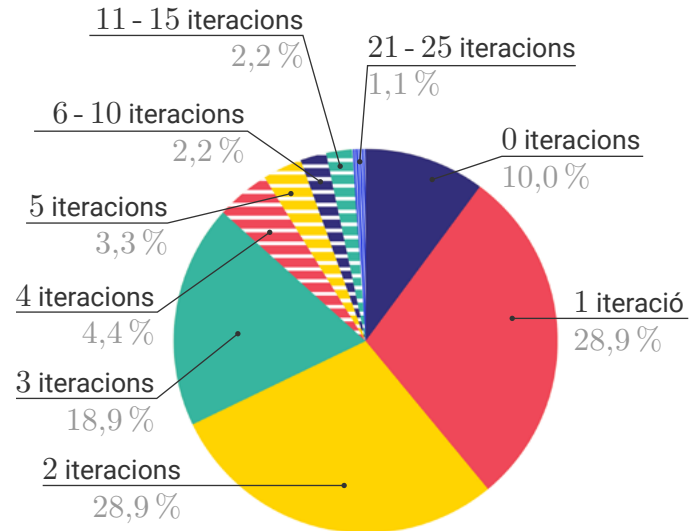
0 iteracions – 10 %

2 iteracions – 35 %

4 iteracions – >5 % (aproximadament, un 7,5 %)

2. Representa la freqüència absoluta en un diagrama de barres a partir del diagrama de sectors següent:

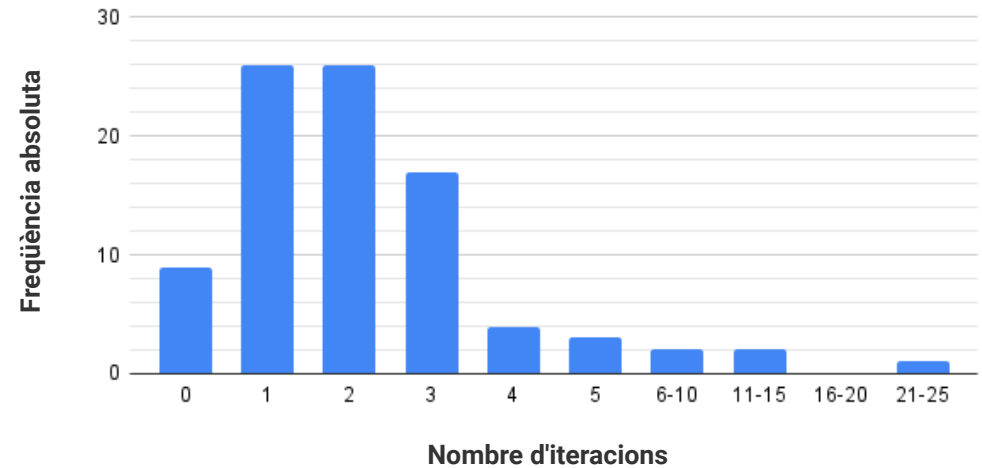
Diagrama de sectors del nombre d'iteracions dels nombres del 500 al 589



Omplim primer una taula de freqüències per ajudar-nos a fer el diagrama de barres. Cal arrodonir les freqüències absolutes perquè el resultat ha de ser un nombre natural:

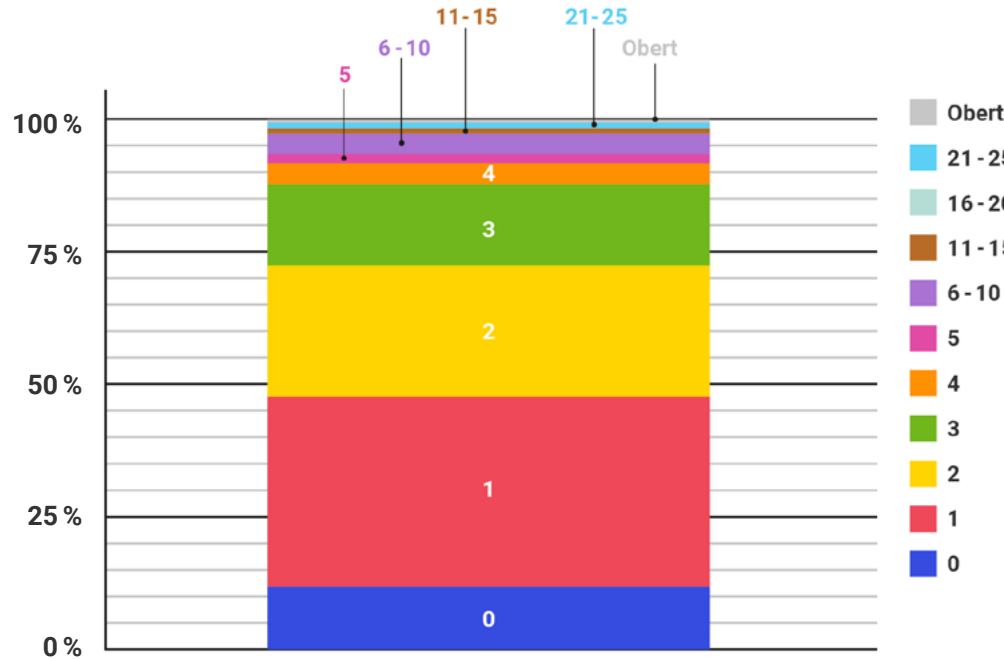
Nombre d'iteracions	Freqüència absoluta (%)	Freqüència absoluta
0	10	9
1	28,9	26
2	28,9	26
3	18,9	17
4	4,4	4
5	3,3	3
6-10	2,2	2
11-15	2,2	2
16-20	0	0
21-25	1,1	1

Diagrama de barres del nombre d'iteracions dels nombres del 500 al 589



- Les representacions gràfiques següents mostren la freqüència (%) en funció del nombre d'iteracions de l'algoritme «Suma i revers» que calen per arribar a un capicua per als rangs de l'1 al 500 i del 1 500 al 1 749, respectivament.

Gràfic de columnes apilades del nombre d'iteracions de l'1 al 500.

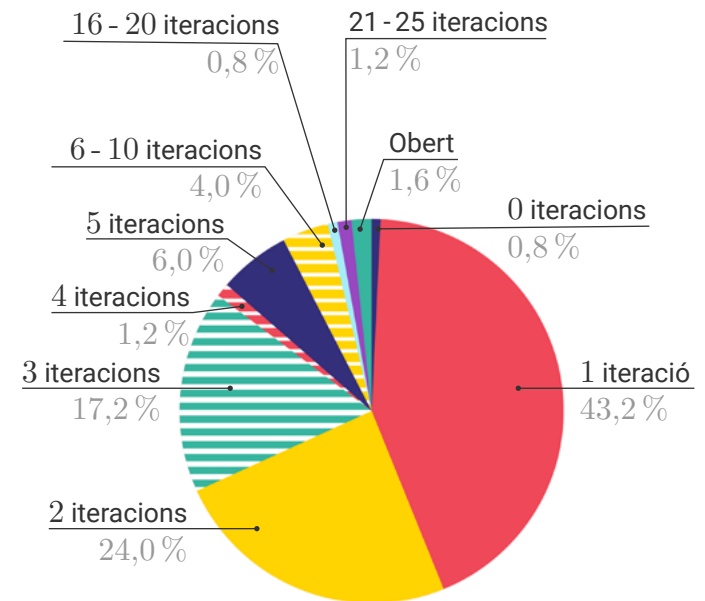


Valida o refuta les afirmacions següents:

- Dels dos rangs, el del 1 500 al 1 749 té més nombres que arriben a un capicua en 2 iteracions.

Falsa: en tots dos rangs, la quantitat de nombres que arriben a un capicua en 2 iteracions és, aproximadament, del 25 %; però del 1 500 al 1 749 hi ha 250 nombres, mentre que a l'altre rang n'hi ha 500.

Diagrama de sectors del nombre d'iteracions dels nombres del 1 500 al 1 749.



- En tots dos rangs, l'amplada del rang interquartílic és la mateixa. Certa: en tots dos casos el rang interquartílic és 2 ($3 - 1$). Per comprovar-ho, busquem el primer i tercer quartil a partir de cada diagrama.

Diagrama de barres apilades:

$Q_1=1$ iteració (25 % de les dades acumulades quan s'ordenen de manera creixent.)

$Q_3=3$ iteracions (75 % de les dades acumulades quan s'ordenen de manera creixent.)

Diagrama de sectors:

Podem fer la taula completa de percentatges acumulats per trobar on cau el 25 % i el 75 %, respectivament, però n'hi ha prou amb arribar al 75 %.

Nombre d'iteracions	Freqüència absoluta (%)
0	0,8
1	44 ← Primer quartil
2	68
3	85,2 ← Tercer quartil

O bé, com que les dades estan ordenades de manera creixent seguint el sentit horari,

busquem on cau l' $\frac{1}{4}$ i el $\frac{3}{4}$ de les dades començant pel sector de 0 iteracions.

- El percentatge de nombres que necessiten 2 o menys iteracions per arribar a un capicua és més gran dins el rang del 1 500 al 1 749.

Falsa: el percentatge acumulat fins a 2 iteracions en el rang del 1 500 al 1 749 és 68 % ($0,8 + 43,2 + 24$), mentre que el diagrama de barres apilades ens permet veure que el percentatge acumulat per al rang de l'1 al 500 se situa entre el 70 % i el 75 %.

- Dins el rang del 1 500 al 1 749 hi ha més nombres que arriben a un capicua amb una quantitat parella d'iteracions que una de senar.

Falsa. N'hi ha prou amb sumar els percentatges per a 1 i 3 iteracions per comprovar que superen de llarg el 50 % ($43,2 + 17,2$).