

33 Mètodes de càlcul. Exemples

33.2 Cross

El mètode de Cross és un sistema iteratiu de càlcul, de successives aproximacions i per tant aproximat, de pòrtics hiperestàtics, molt utilitzat a les dècades dels 70 i 80 del segle passat, és a dir, quan encara els ordinadors no tenien una penetració com l'actual. Per entendre l'operativa amb un programa com GeoGebra, s'ha triat un pòrtic com el que apareix a la figura 33.14. Es tracta d'un pòrtic format per dues bigues i dos suports en el qual en el punt A existeix un encastament i en els punts D i E entregues simples o articulacions. Aquest exemple està inspirat en l'estudi *'Elaboración de notas de clase de la asignatura Análisis de Estructuras II'* de Jorge Eliécer Escobar Florez de la *Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, 2007*. És un exemple molt ben desenvolupat i especialment adequat, tenint en compte la limitació de recursos de GeoGebra. El procés de càlcul, suposant que es coneix la geometria, les dimensions de les barres i el material de què està compost el pòrtic, qüestions que es troben a la segona pantalla gràfica en forma de punts lliscants, és el següent.

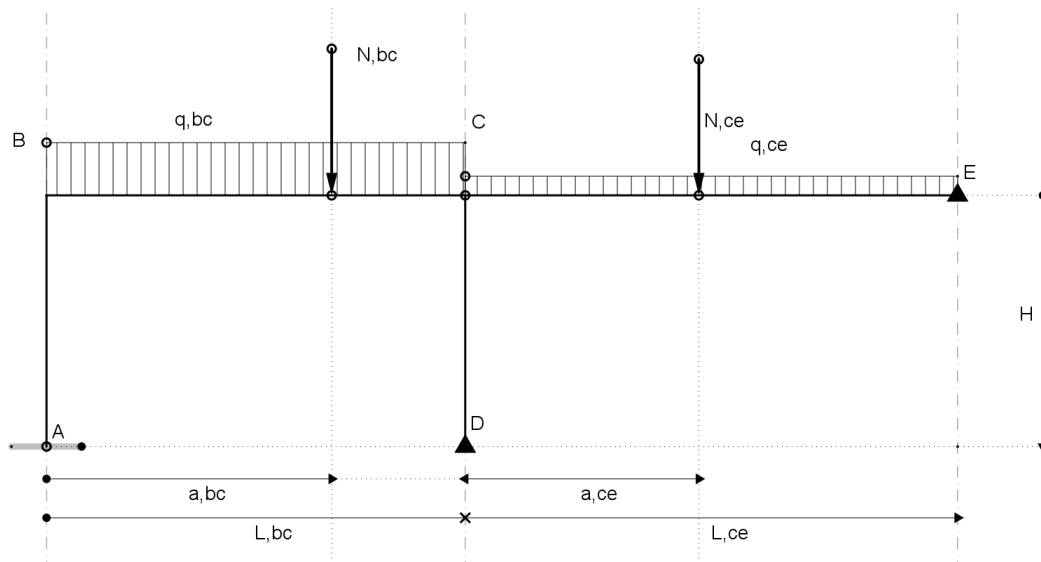


Fig. 33.14

1. Rigideses. Per a cada barra es calcula la rigidesa $K = 4 \cdot E \cdot I / L$, sent I , el moment d'inèrcia de les barres (com són totes rectangulars, serà $I = b \cdot h^3 / 12$, sent b la base de la secció i h el cantell), L la longitud i E el mòdul d'elasticitat del material que conforma el pòrtic. Com que les rigideses es relacionen entre elles i se suposa que el material del pòrtic és el mateix, es prescindeix del valor d' E . La rigidesa de les barres que tenen un extrem articulat, la C-E i la D-C, es multiplica per $3/4$.

2. Factor de distribució. Es determina el factor de distribució μ de les barres a partir de la seva rigidesa relativa. Per exemple, a la barra C-B serà $\mu_{cb} = K_{cb} / (K_{cb} + K_{ce} + K_{cd})$.

3. Moments d'encastament. Les barres carregades se suposen doblement encastades i es calcula el moment d'encastament a cadascun dels seus extrems. Quan la barra té un dels seus extrems articulats, es calcula el moment d'encastament com si es tractes d'una biga encastada-articulada.

4. Iteracions. A partir d'aquest moment i amb els càlculs efectuats de la manera indicada, ja es pot iniciar el procés iteratiu de Cross. Aquest es veu a la figura 33.15. En aquesta figura es veu una representació del pòrtic, mitjançant les línies de color gris, amb la numeració dels nusos. Pròxims a cada nus, de color blau i ressaltat, es troben els factors de distribució. I a continuació

dels factors de distribució es troben, en color vermell, els moments d'encastament de les barres. A les barres de color taronja es troba el procés de càlcul de Cross per al nus corresponent. En aquestes barres es designen els moments d'equilibri en color negre i en verd els moments transmesos. La casella groga, amb el número de color negre, indica el resultat final de Cross. Es tindran en compte els següents aspectes:

B				C		E
		0.61	0.44		0.14	
		109.67	-128.97		120.55	0
0.39	-42.96	-66.71	-33.35	0.41	17.32	5.91
	-3.63	9.27	18.54		1.17	0.4
	-0.25	-5.64	-2.82		0.08	0.03
	-46.83	0.63	1.25		18.57	126.89
		-0.38	-0.19			
		46.83	0.08			
			-145.45			
0						
	-23.42					
	-0.12					
	-1.82					
	-21.48					
A				D		

Fig. 33.15

B. Oper. 1	109.67	x	0.61	=	-66.71
	109.67	x	0.39	=	-42.96
Tras. B→C	-66.71	x	0.5	=	-33.35
Tras. B→A	-42.96	x	0.5	=	-21.48
C. Oper. 2	-128.97				
	-33.35				
	120.55				
	-41.77	x	0.44	=	18.54
		x	0.14	=	5.91
		x	0.41	=	17.32
.....					

Fig. 33.16

a. Els moments d'encastament en els extrems de les barres tenen signe contrari. S'ha adoptat com a positiu el de l'extrem esquerre i negatiu el de la dreta. És el criteri normalment utilitzat a la Resistència de Materials. Això contrasta amb els signes finals de resultats atès que s'anomena moment negatiu el que produeix traccions a la testa superior de la biga.

b. A la figura 33.16 es dona una mostra dels primers passos del procés iteratiu de Cross. El camí seguit pot ser diferent de l'indicat, però el procés de convergència pot ser el mateix o similar. El moment d'encastament desequilibrant (que pot ser directament aquest valor en el nus B o la diferència de moments en el nus C) es multiplica pels factors de distribució corresponents, tenint en compte que el nus sempre ha d'estar equilibrat, cosa que implica que els signes dels moments distribuïts seran contraris als moments d'encastament que els produeixen.

c. Atès que les seccions de les barres són constants a tota la seva llargària, els moments equilibrants es traslladen al nus oposat dividits per dos. Es produeixen nous desequilibris que s'han de compensar, i així successivament, fins que les diferències finals es troben suficientment baixes.

5. Resultats. A continuació, a les figures 33.17, 33.18 i 33.19 es donen els diagrames de reaccions, esforços tallants i moments flectors respectivament. En els resultats de la segona pantalla gràfica es troben els valors numèrics dels punts singulars dels diagrames. També es troben els càlculs previs de Cross.

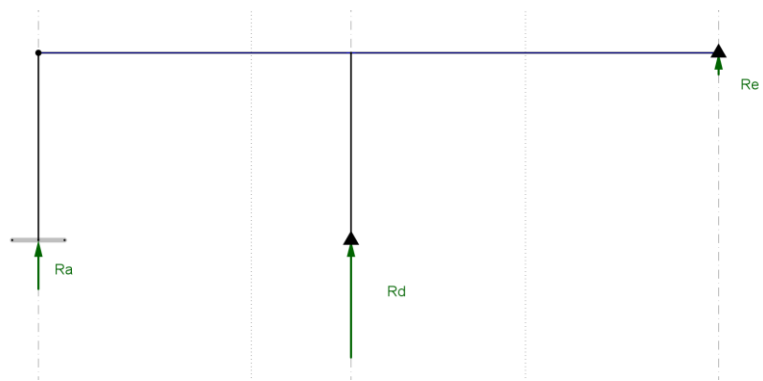


Fig. 33.17

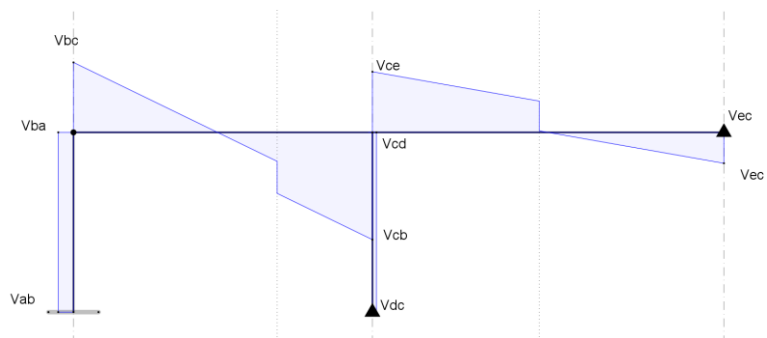


Fig. 33.18

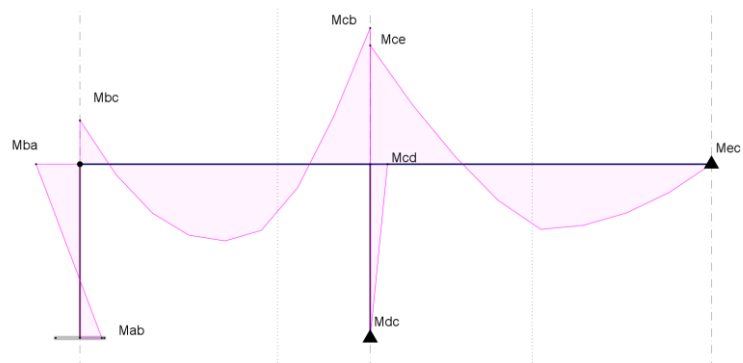


Fig. 33.19