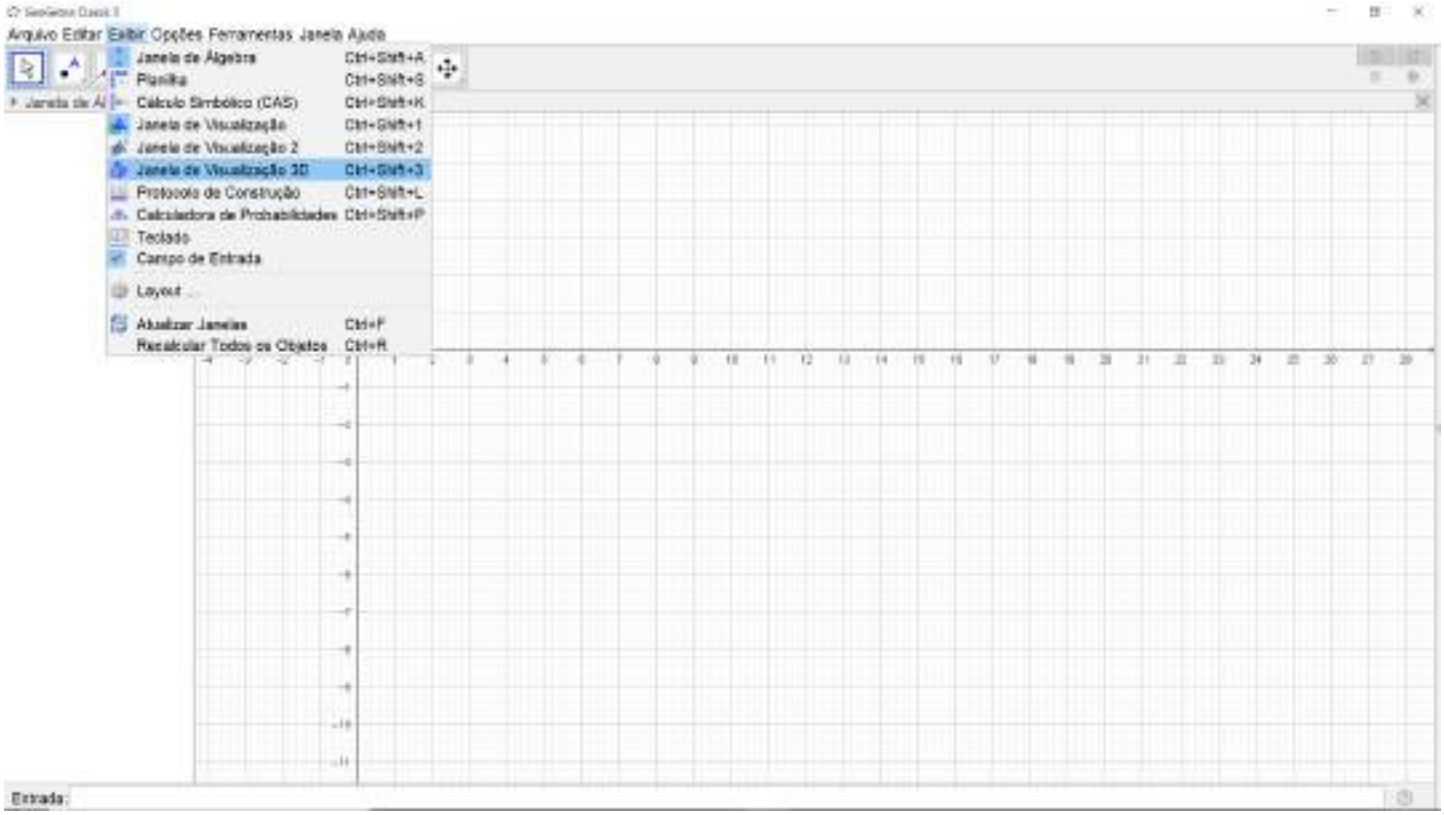
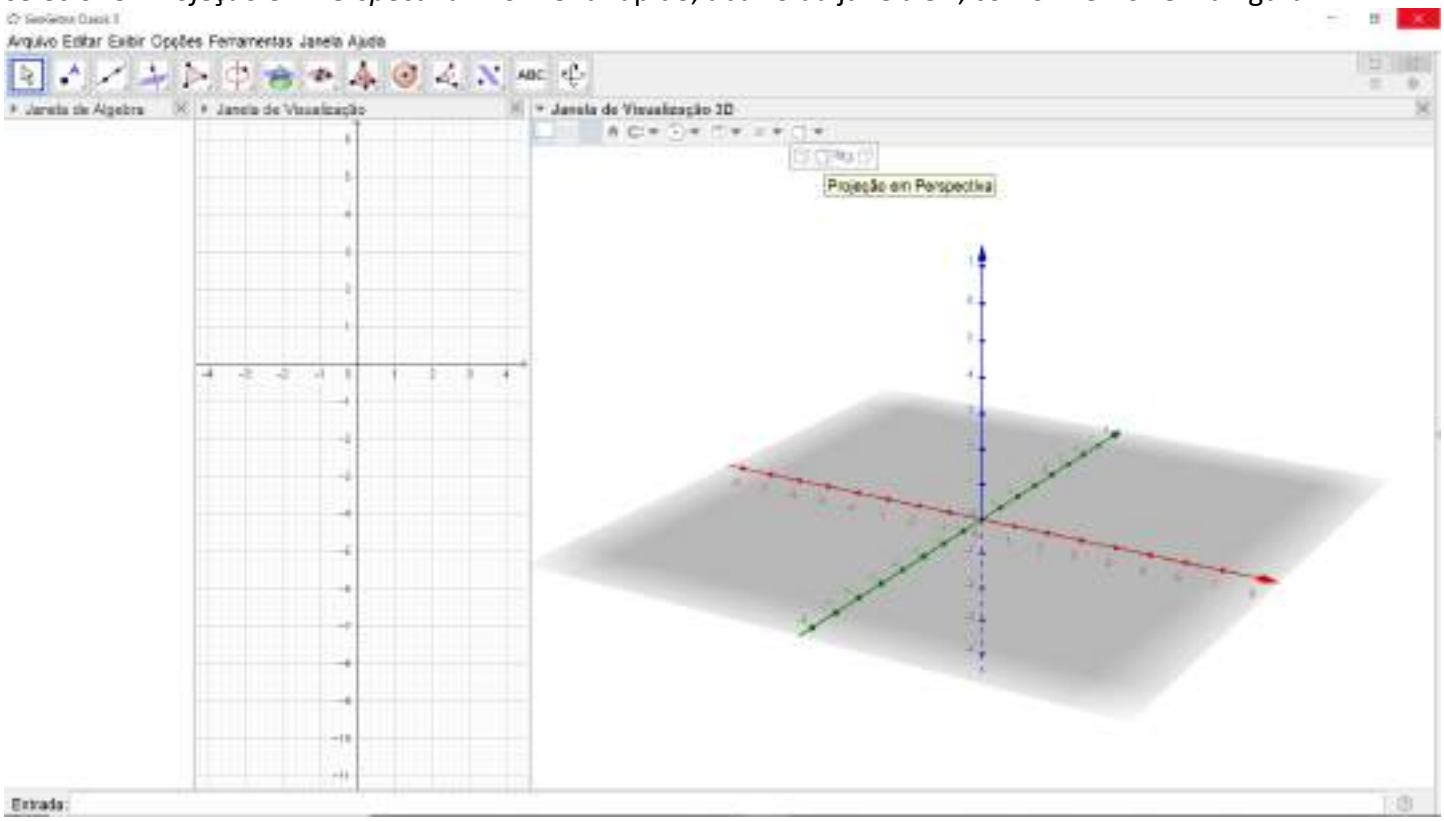
Roteiro para a Oficina
Planificação de Sólidos: brincando de desmontar

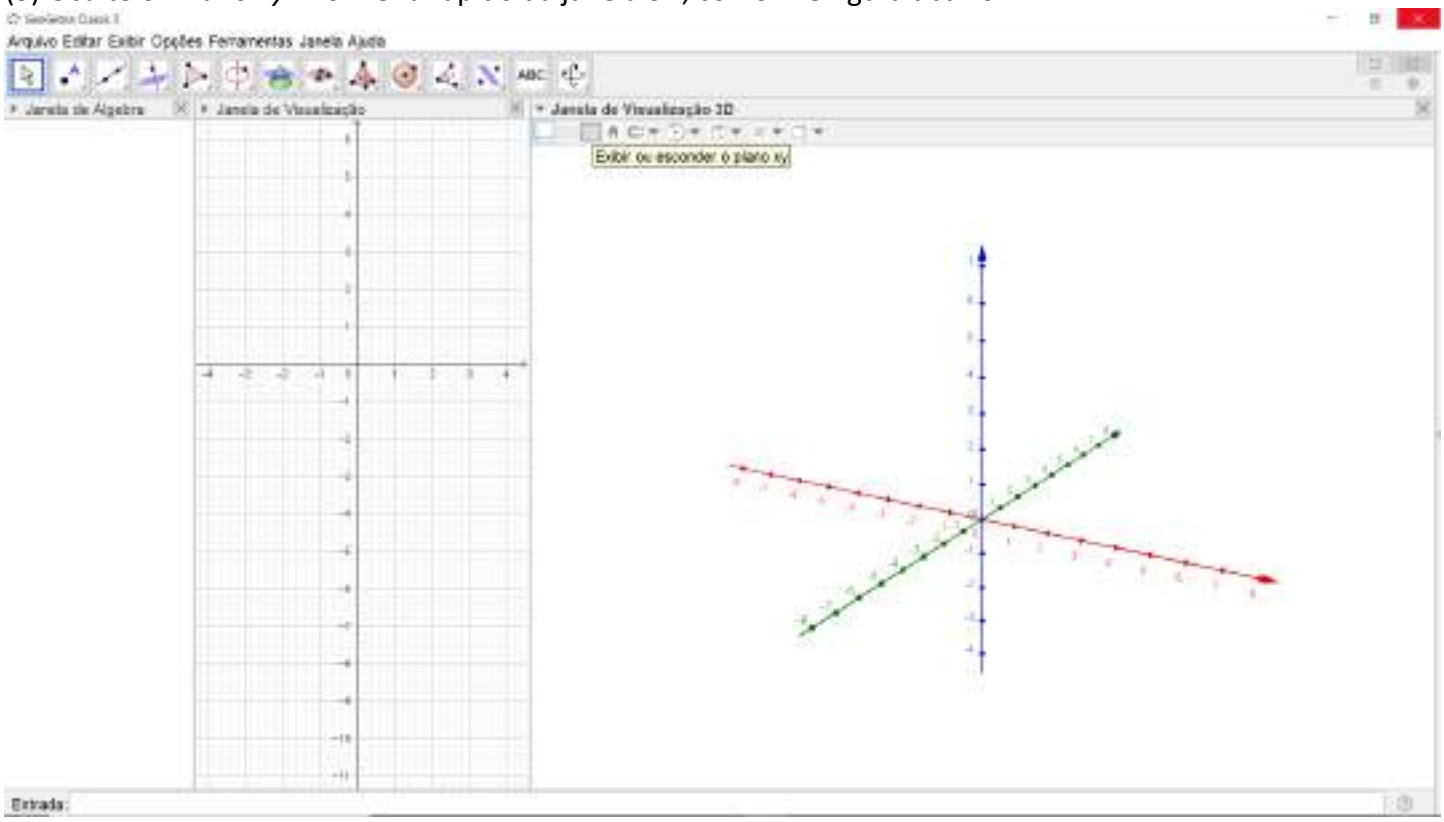
(1) Abra o GeoGebra, acesse o menu "*Exibir*" e clique o item "*Janela de Visualização 3D*".



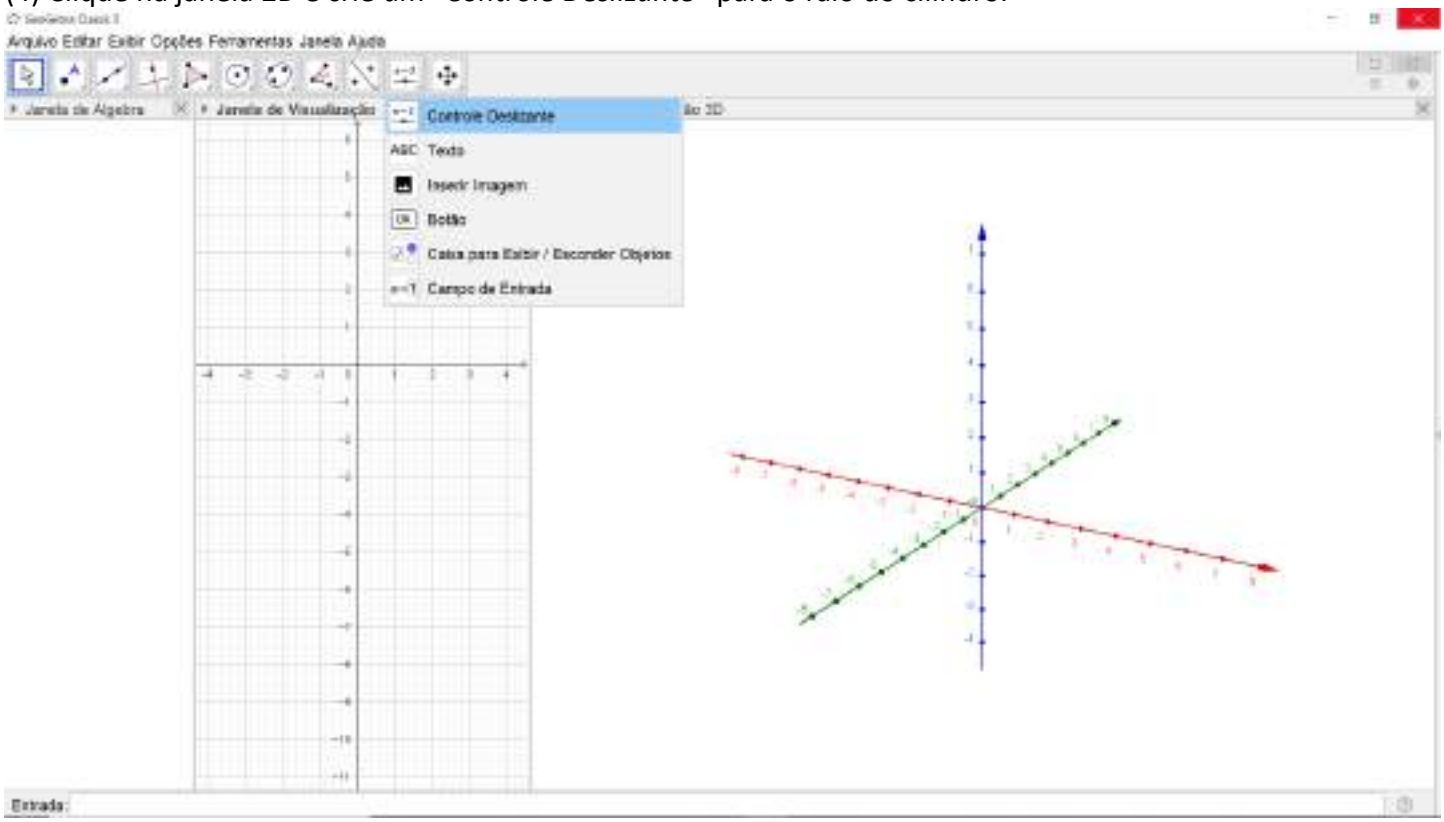
(2) Redimensione as janelas de visualização 2D e 3D, mais ou menos, como na figura abaixo. Além disso, selecione "*Projeção em Perspectiva*" no menu rápido, abaixo da janela 3D, conforme visível na figura.



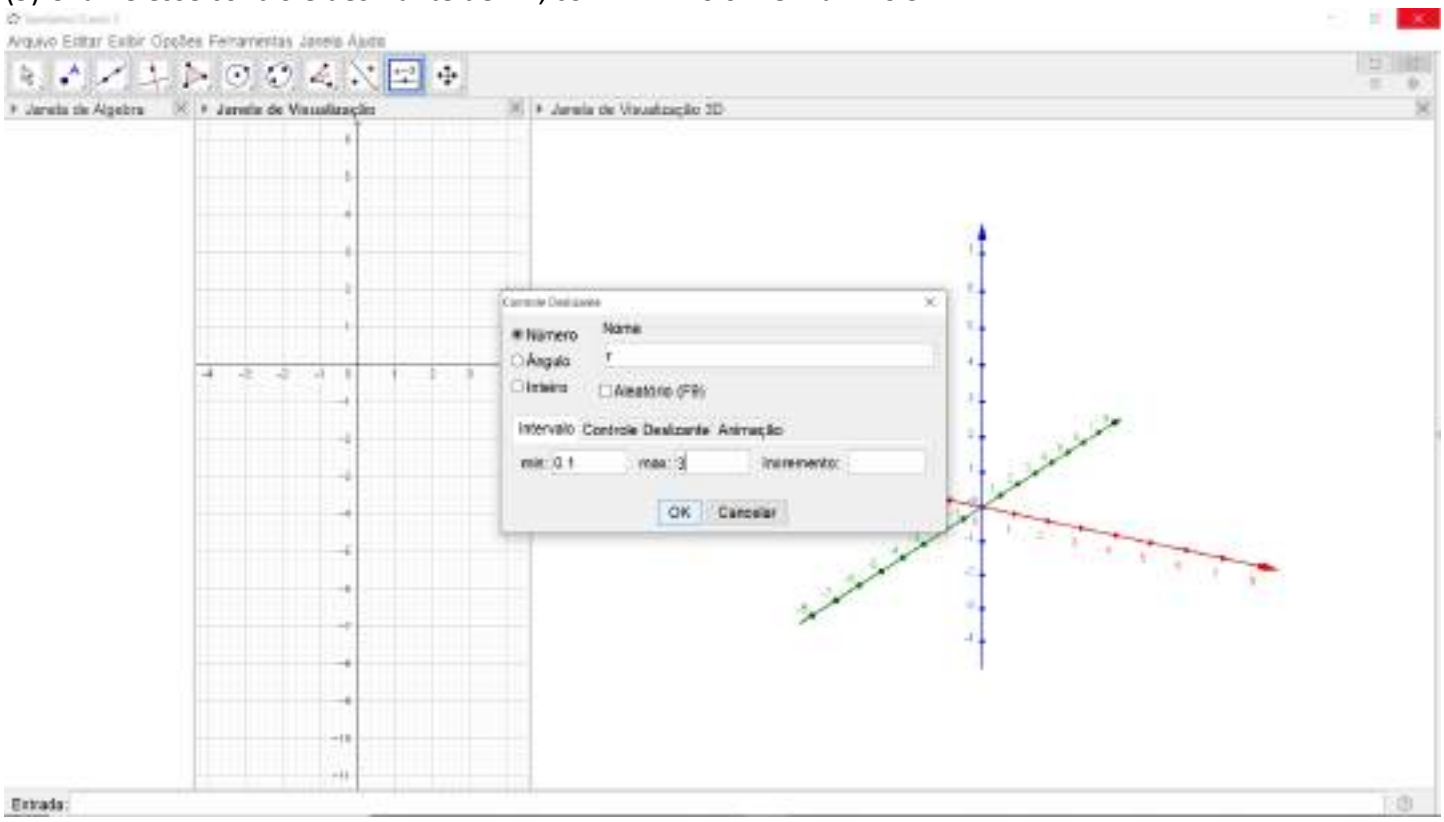
(3) Oculte o "*Plano xy*" no menu rápido da janela 3D, conforme figura abaixo.



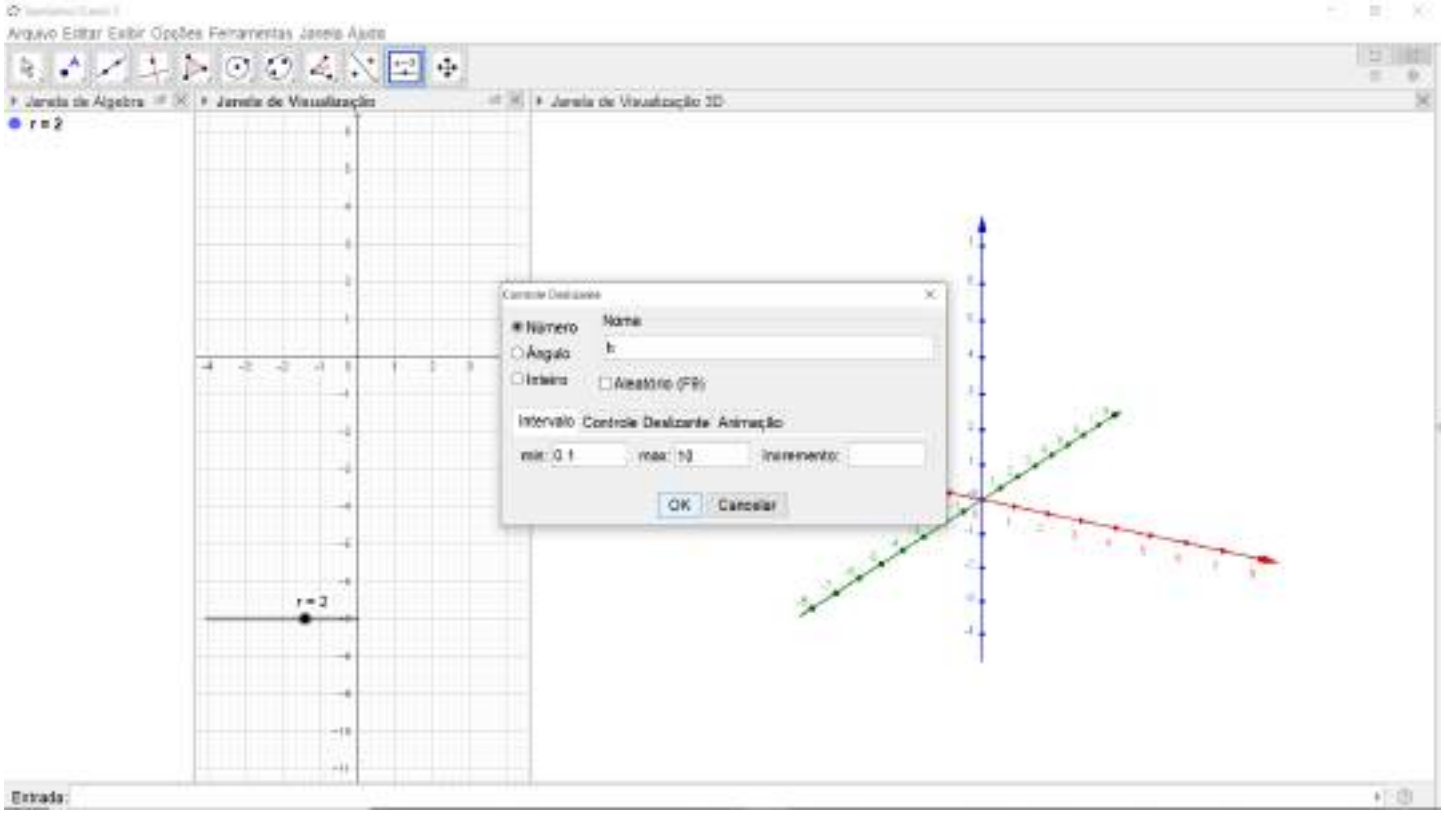
(4) Clique na janela 2D e crie um "*Controle Deslizante*" para o raio do cilindro.



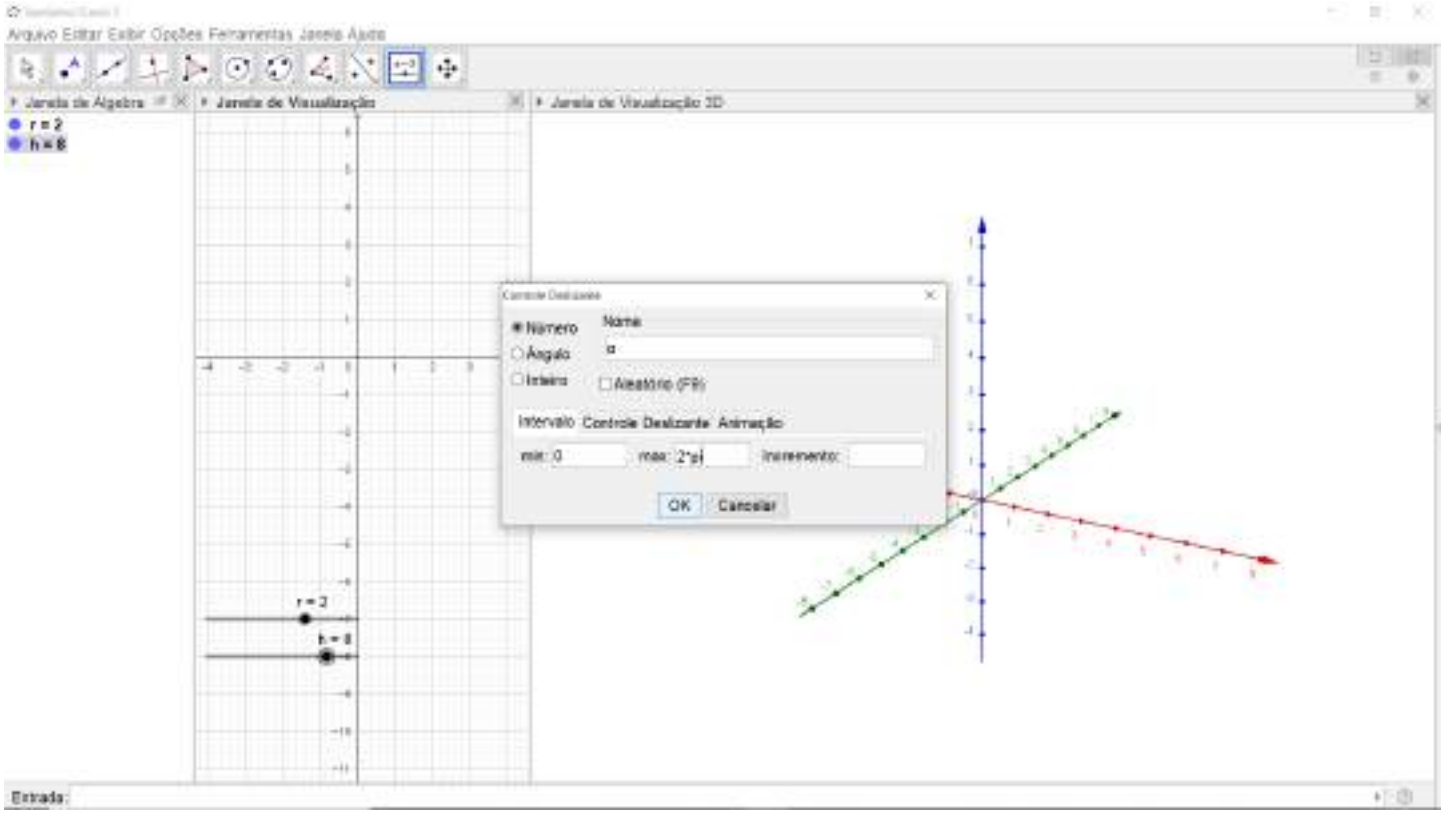
(5) Chame esse controle deslizante de “*r*”, com mínimo *0.1* e máximo *3*.



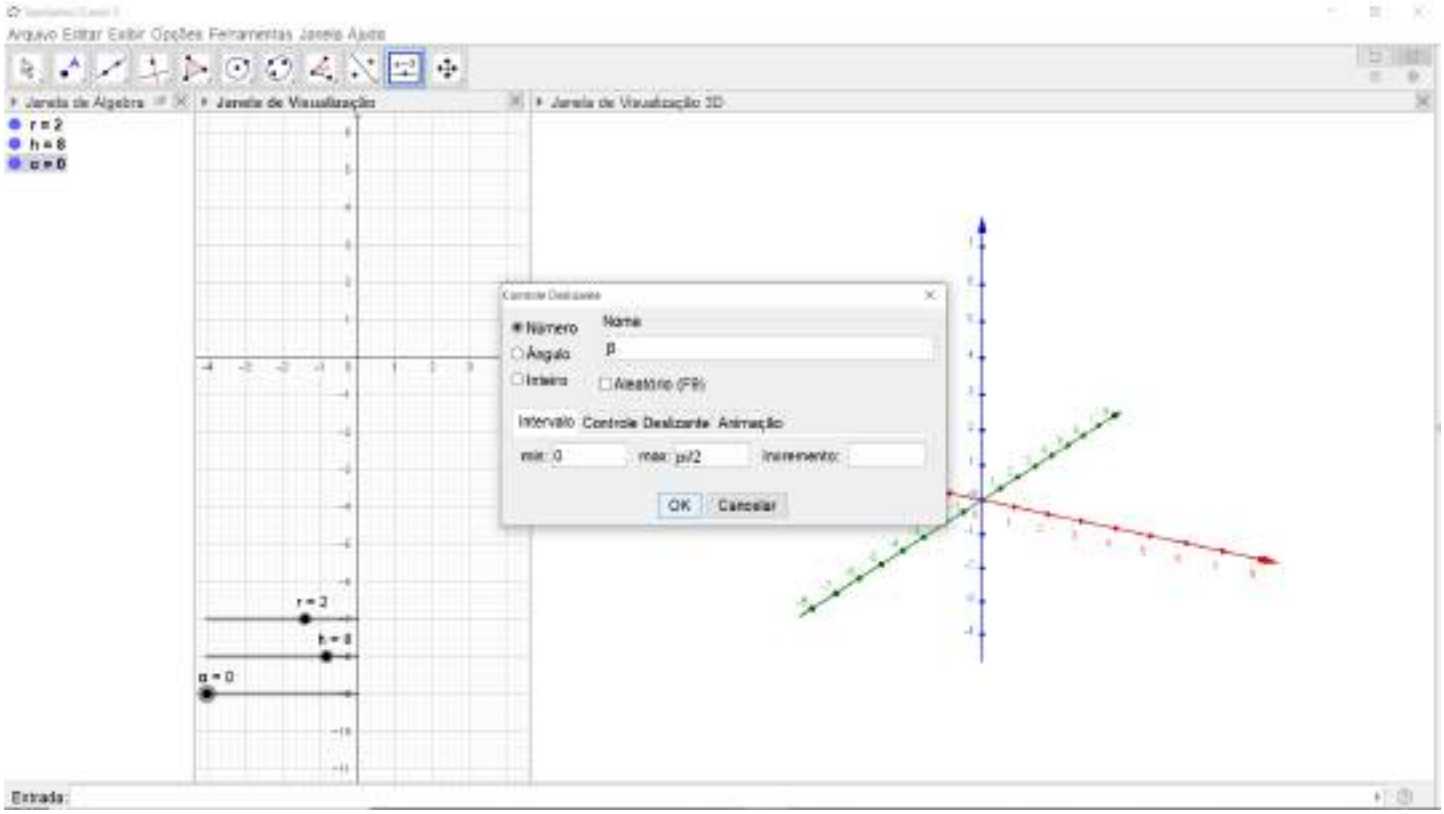
(6) Crie um “*Controle Deslizante*” para a altura do cilindro. Chame de “*h*”, com mínimo *0.1* e máximo *10*.



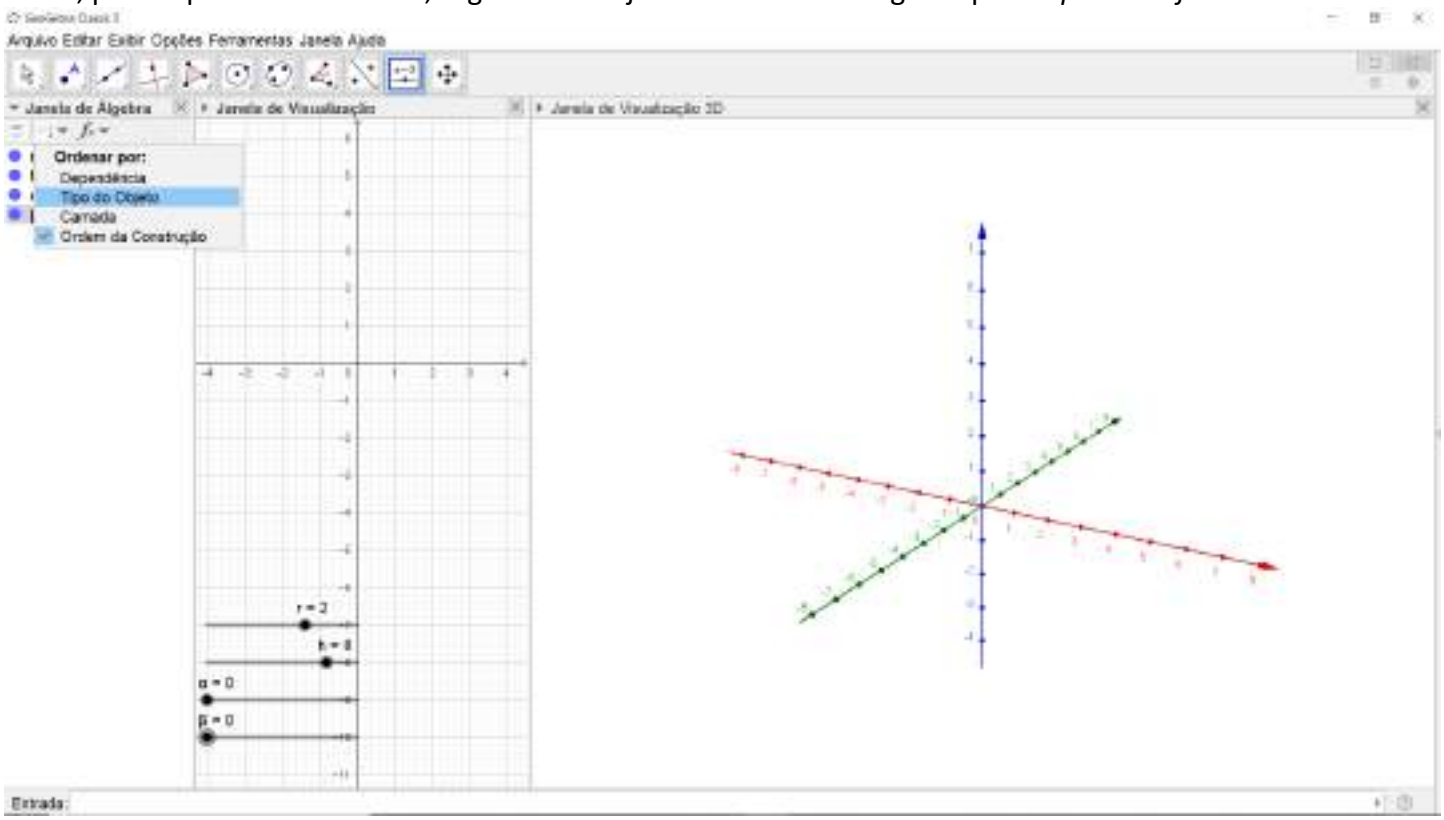
(7) Crie um controle deslizante para o ângulo de giro que será utilizado na planificação da superfície lateral do cilindro. Chame de "α", com mínimo *0* e máximo *2*pi* (radianos).



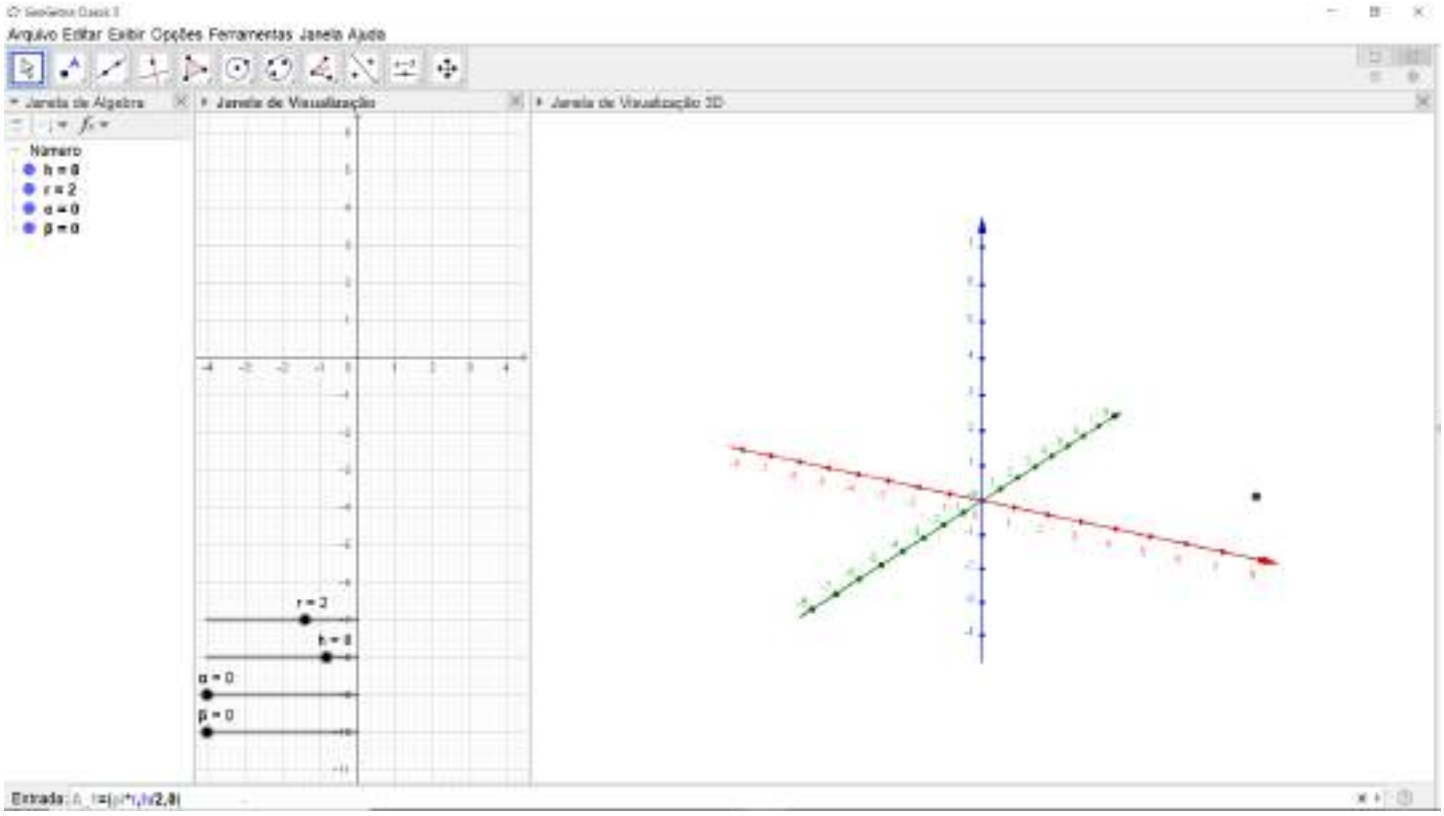
(8) Crie um "*Controle Deslizante*" para o ângulo de giro que será utilizado na planificação dos dois discos (base e topo) do cilindro. Chame de "β", com mínimo *0* e máximo *pi/2* (radianos).



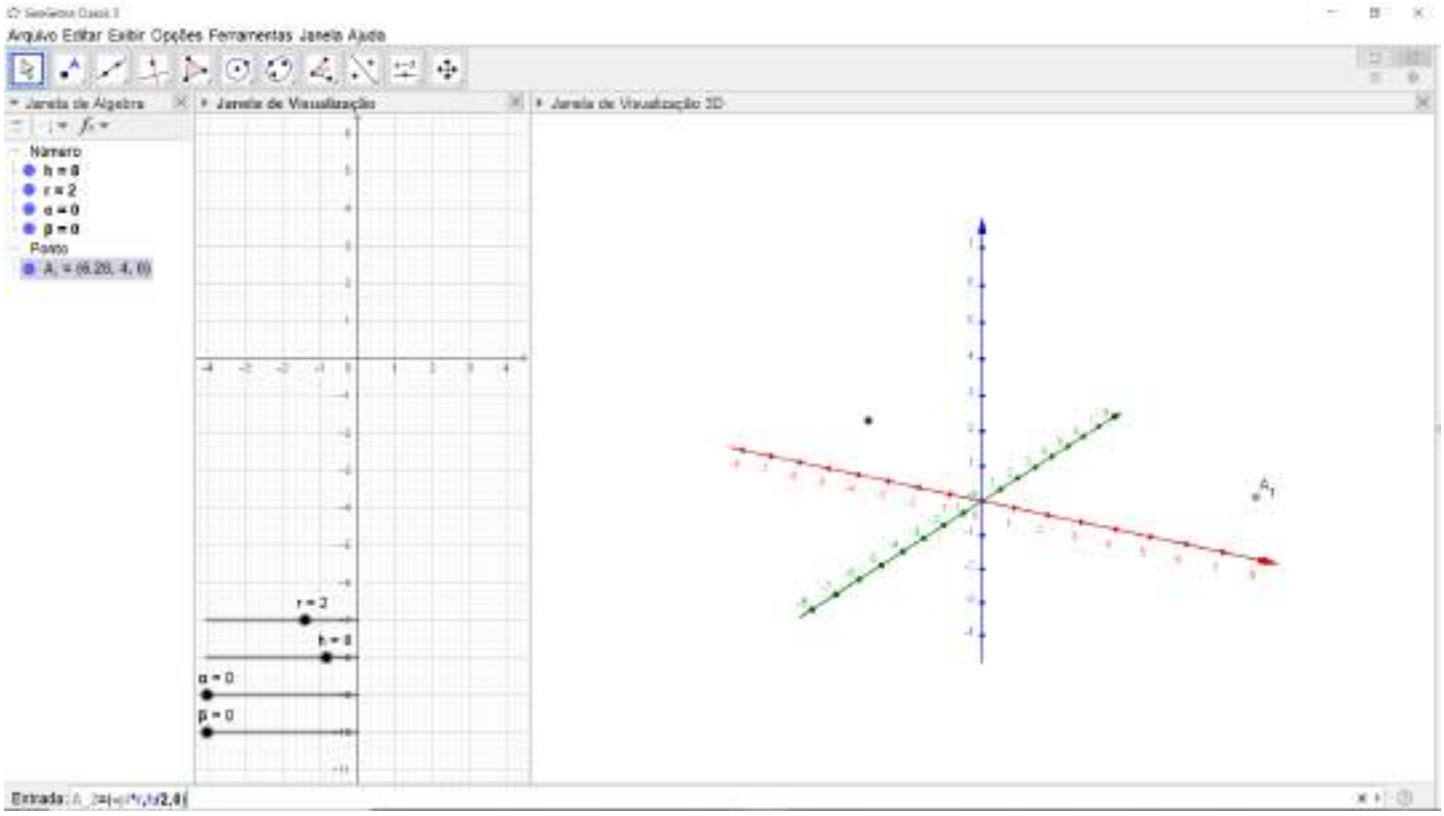
(9) Organize os quatro controles deslizantes na janela 2D, mais ou menos, como na figura abaixo. Coloque *r=2* e *h=8*, por enquanto. Além disso, organize os objetos na Janela de Álgebra por "*Tipo de Objeto*".



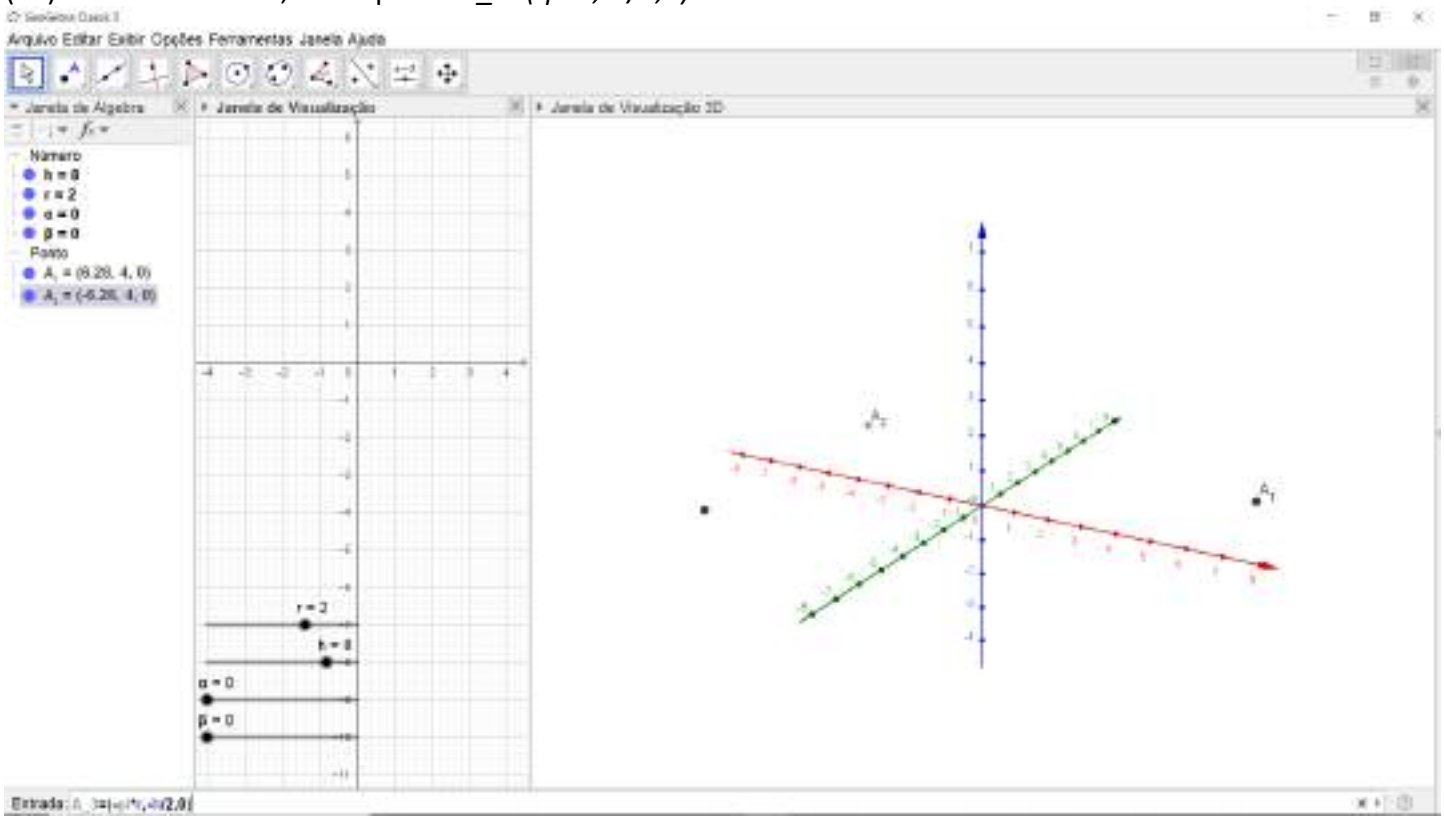
(10) Vamos criar os quatro vértices do retângulo que será a planificação da superfície lateral do cilindro.
Na linha *Entrada*, crie o ponto *A_1=(pi*r,h/2,0)*.



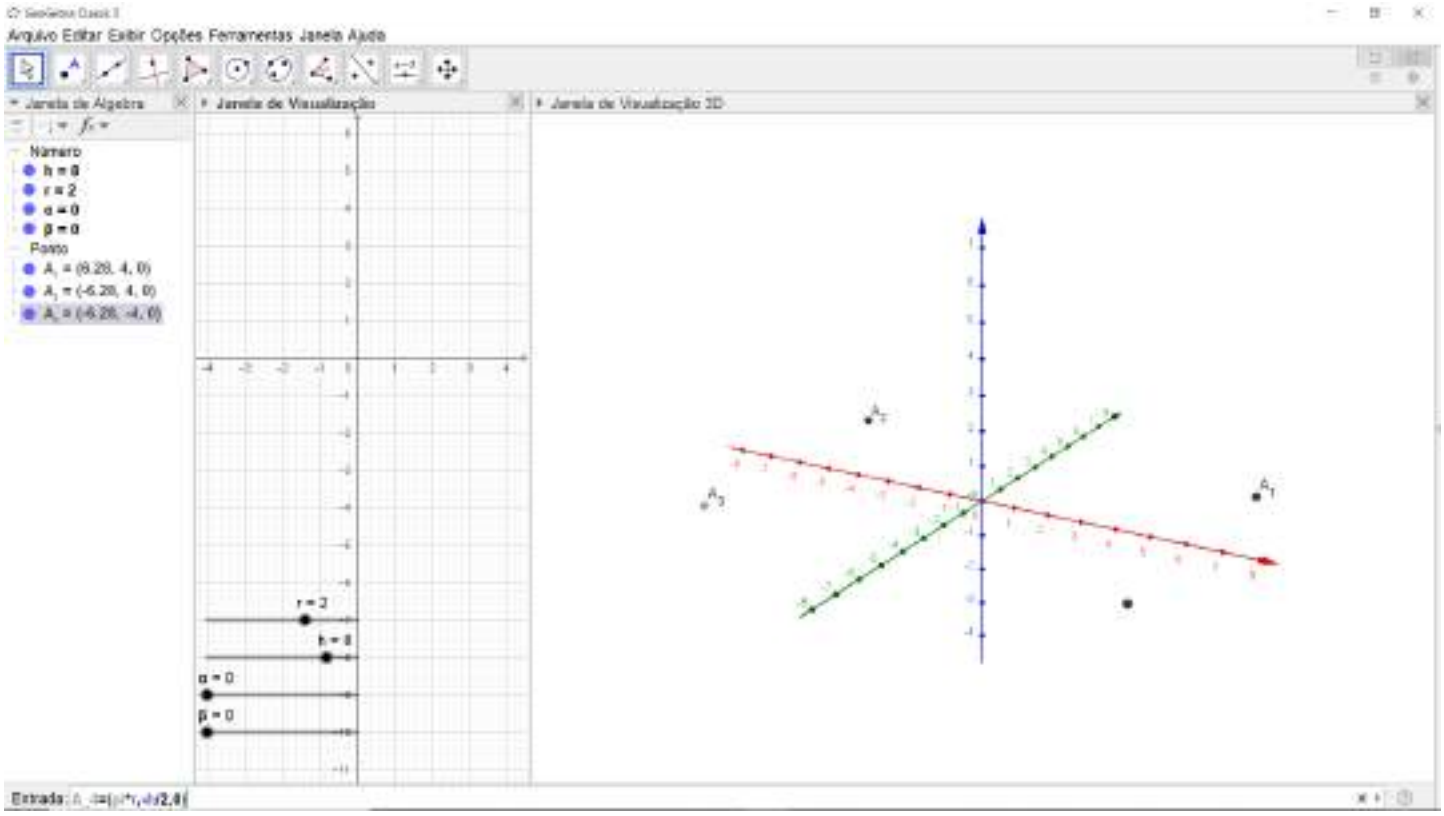
(11) Na linha *Entrada*, crie o ponto *A_2=(-pi*r,h/2,0)*.



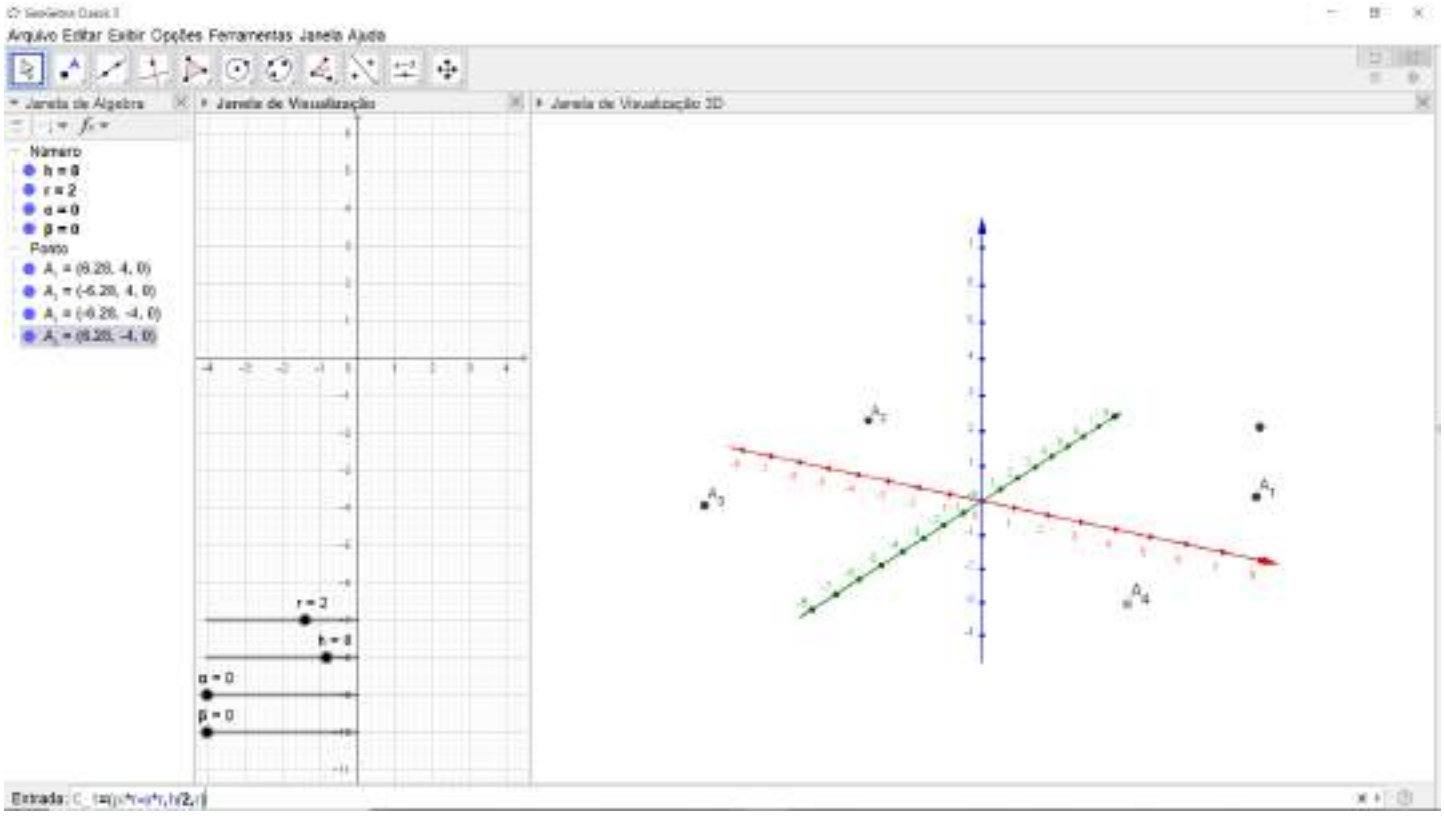
(12) Na linha *Entrada*, crie o ponto *A_3=(-pi*r,-h/2,0)*.



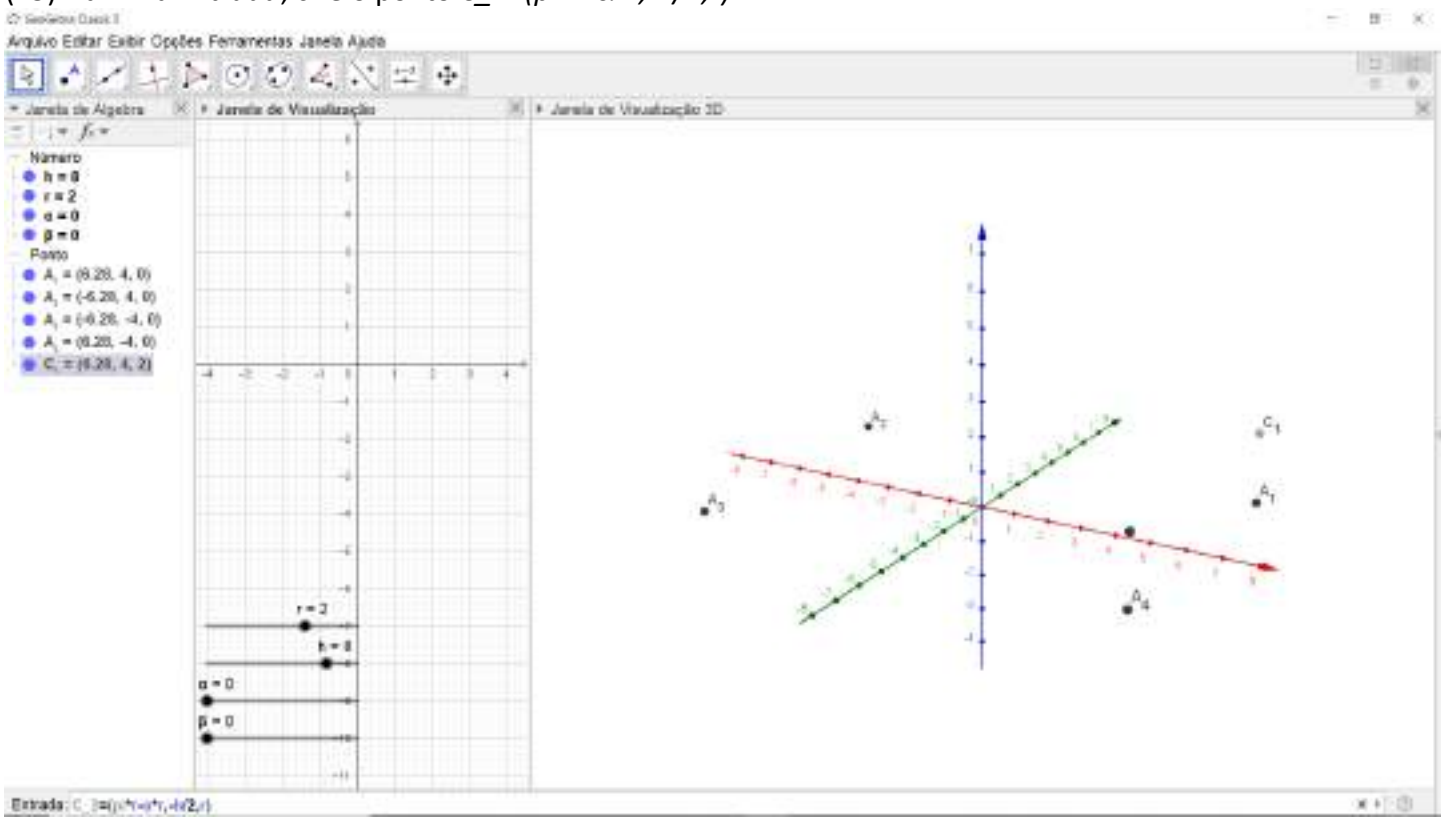
(13) Na linha *Entrada*, crie o ponto *A_4=(pi*r,-h/2,0)*.



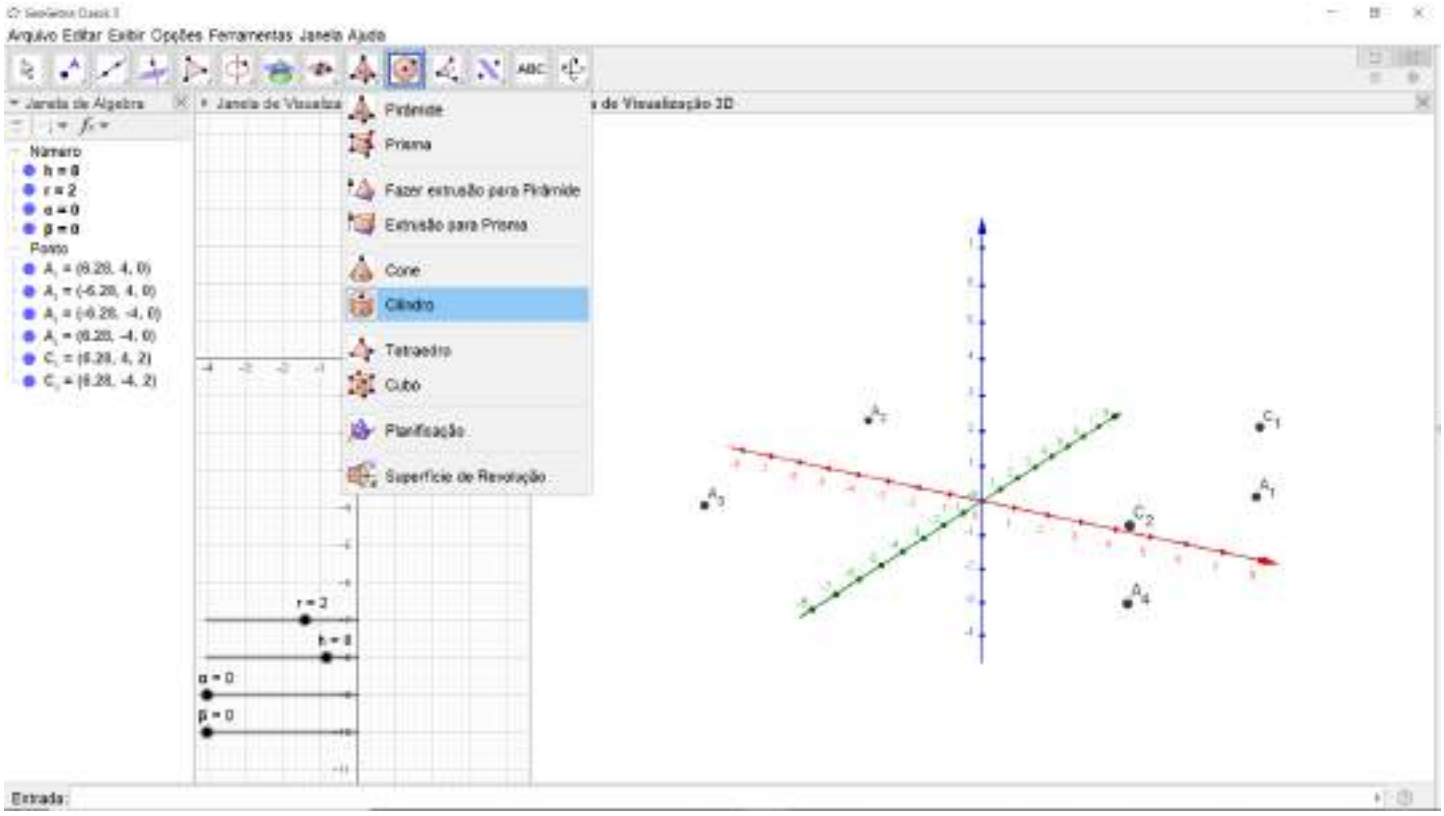
(14) Vamos criar os centros da base e do topo do cilindro. Na linha *Entrada*, crie o ponto *C_1=(pi*r-α*r,h/2,r)*.



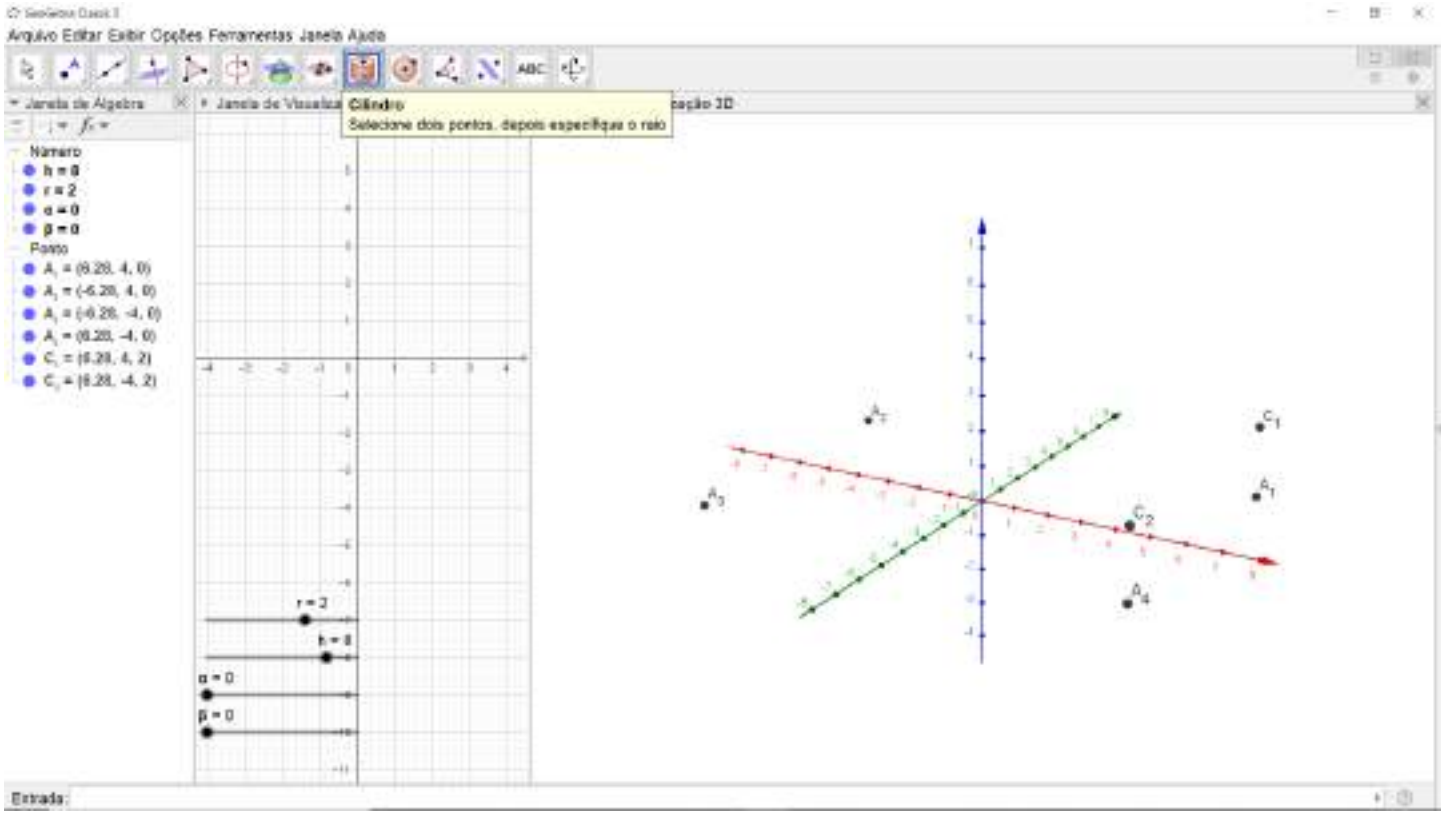
(15) Na linha *Entrada*, crie o ponto *C_2=(pi*r-α*r,-h/2,r)*.



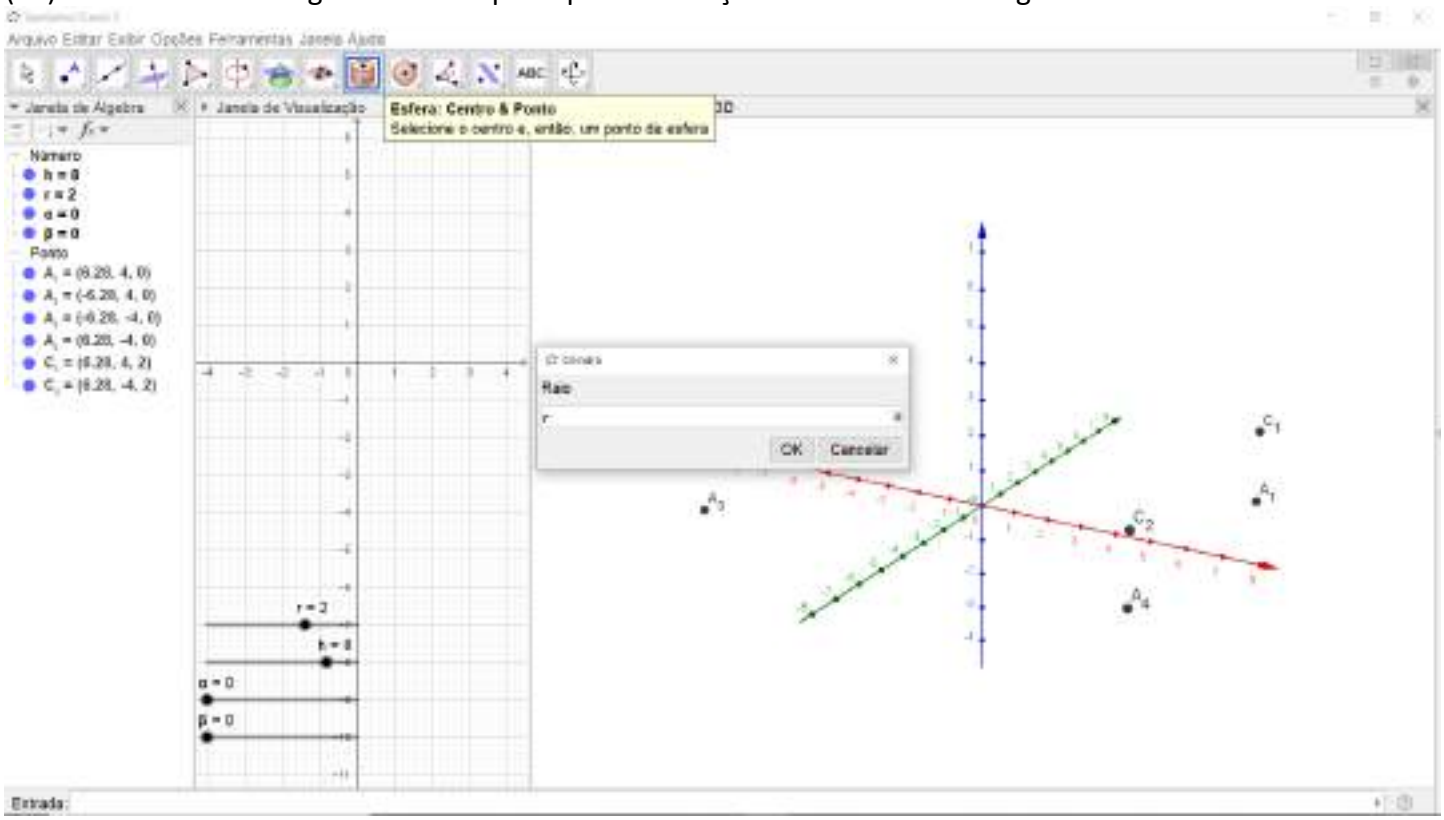
(16) Vamos criar o cilindro: clique na janela 3D e abra o menu do nono botão. Escolha o item "*Cilindro*".



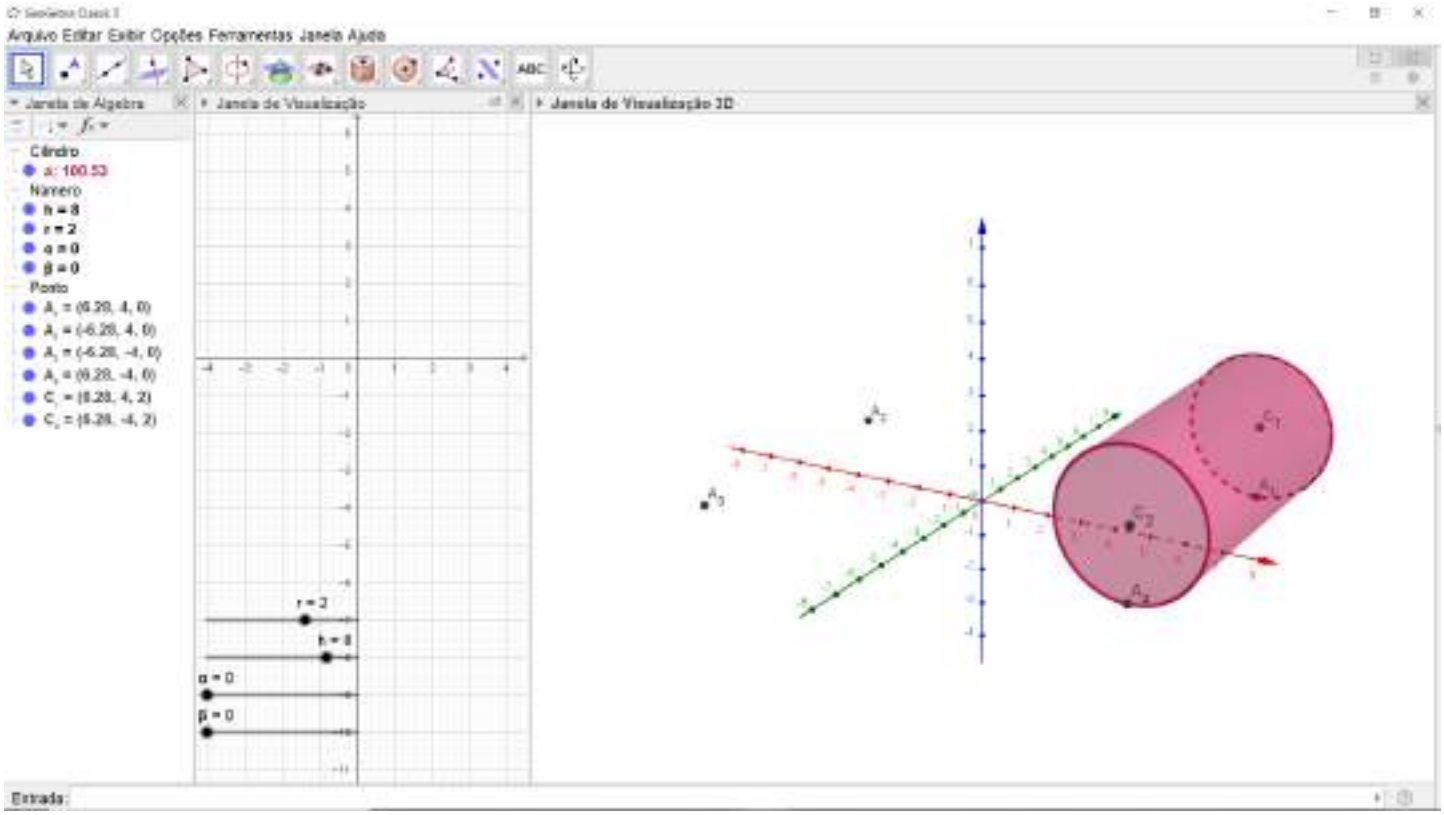
(17) Clique nos pontos *C_1* e *C_2* (estamos fornecendo o eixo do cilindro).



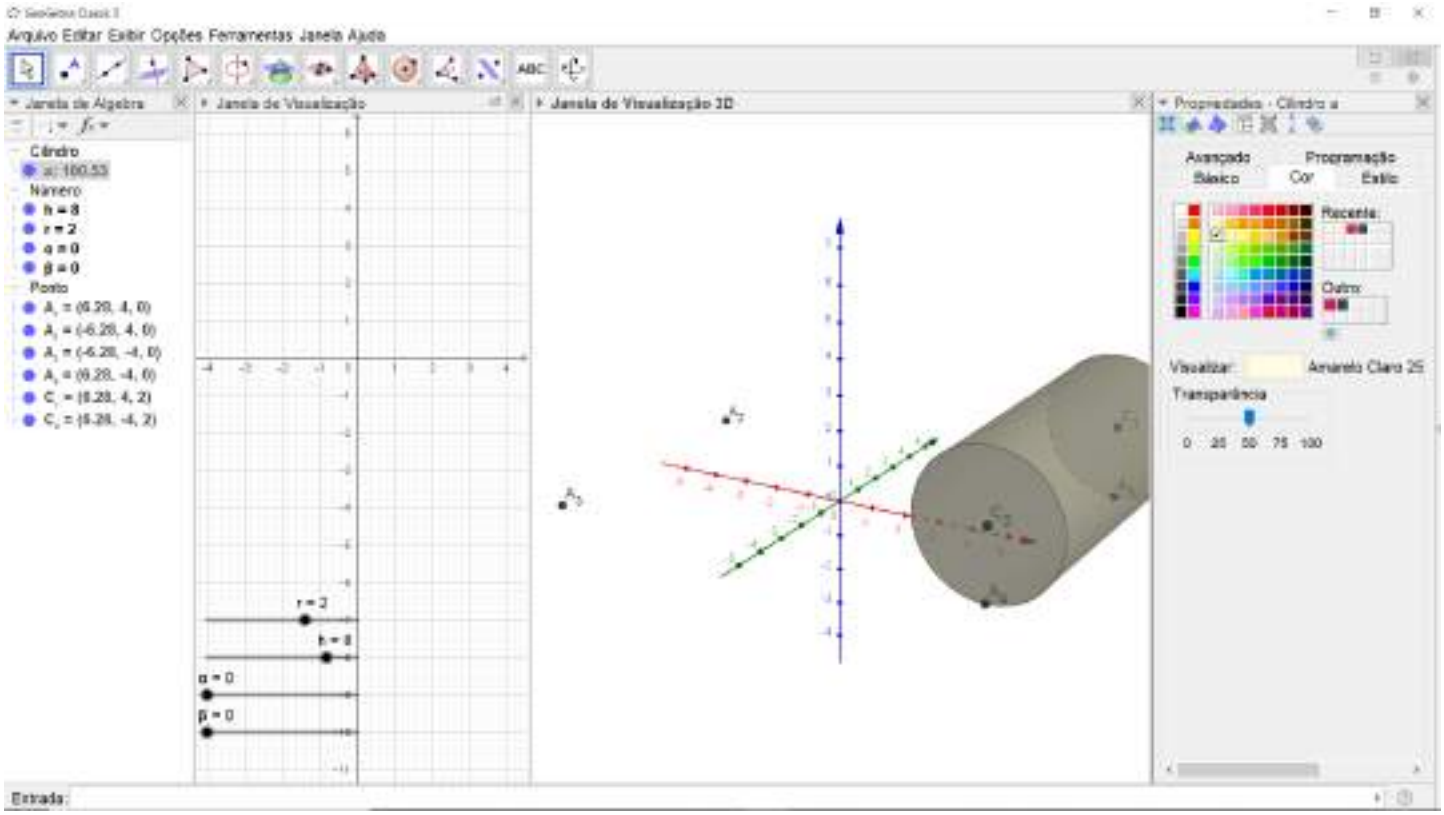
(18) Uma caixa de diálogo irá se abrir para que se forneça o raio do cilindro. Digite "*r*" nesta caixa.



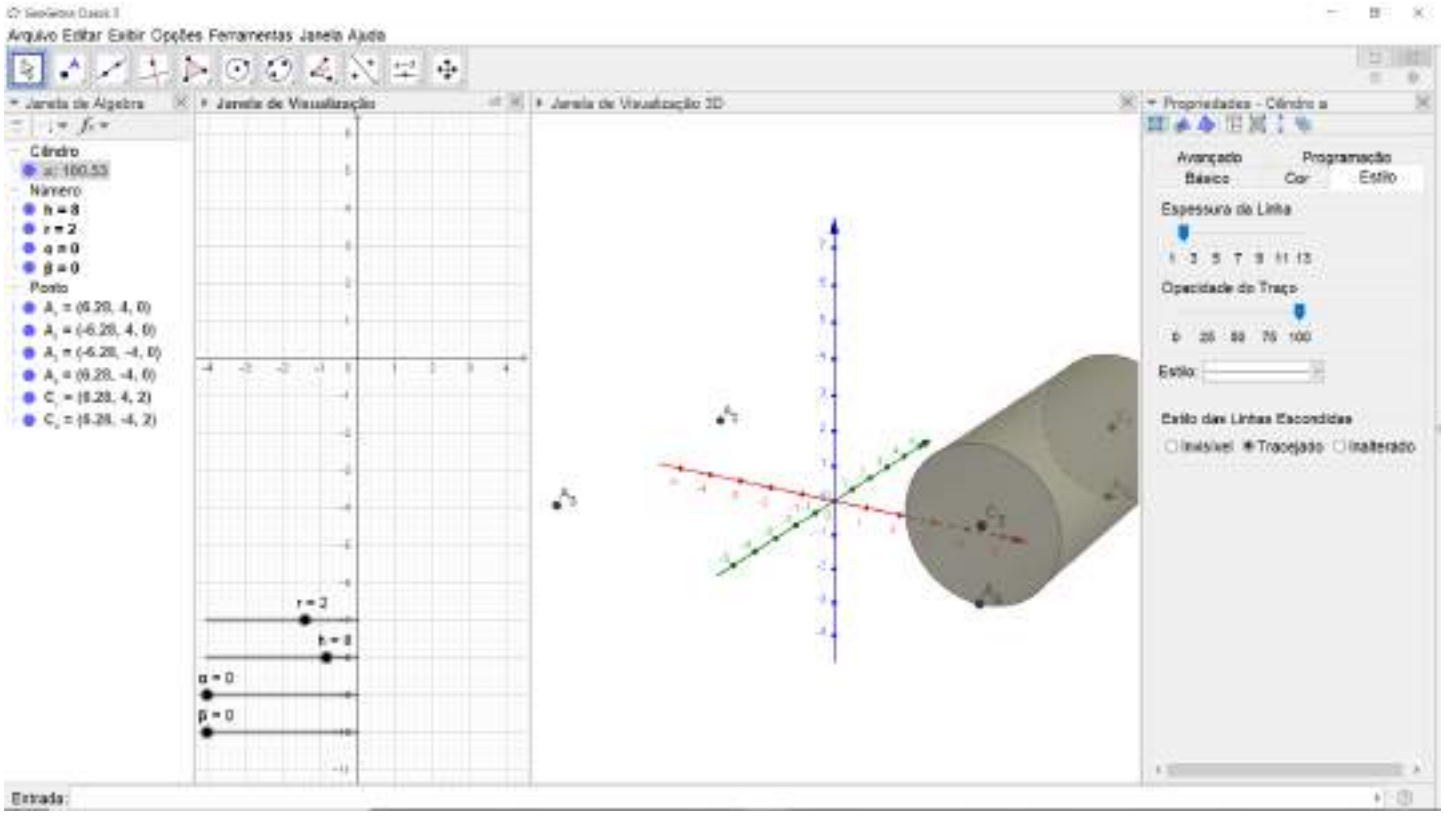
(19) Se tudo deu certo, temos um cilindro de raio *r* e altura *h* “deitado” sobre o plano cartesiano xy, mais ou menos, como na figura abaixo. Você pode testar os controles deslizantes *r*, *h* e a e ver o efeito deles no cilindro.



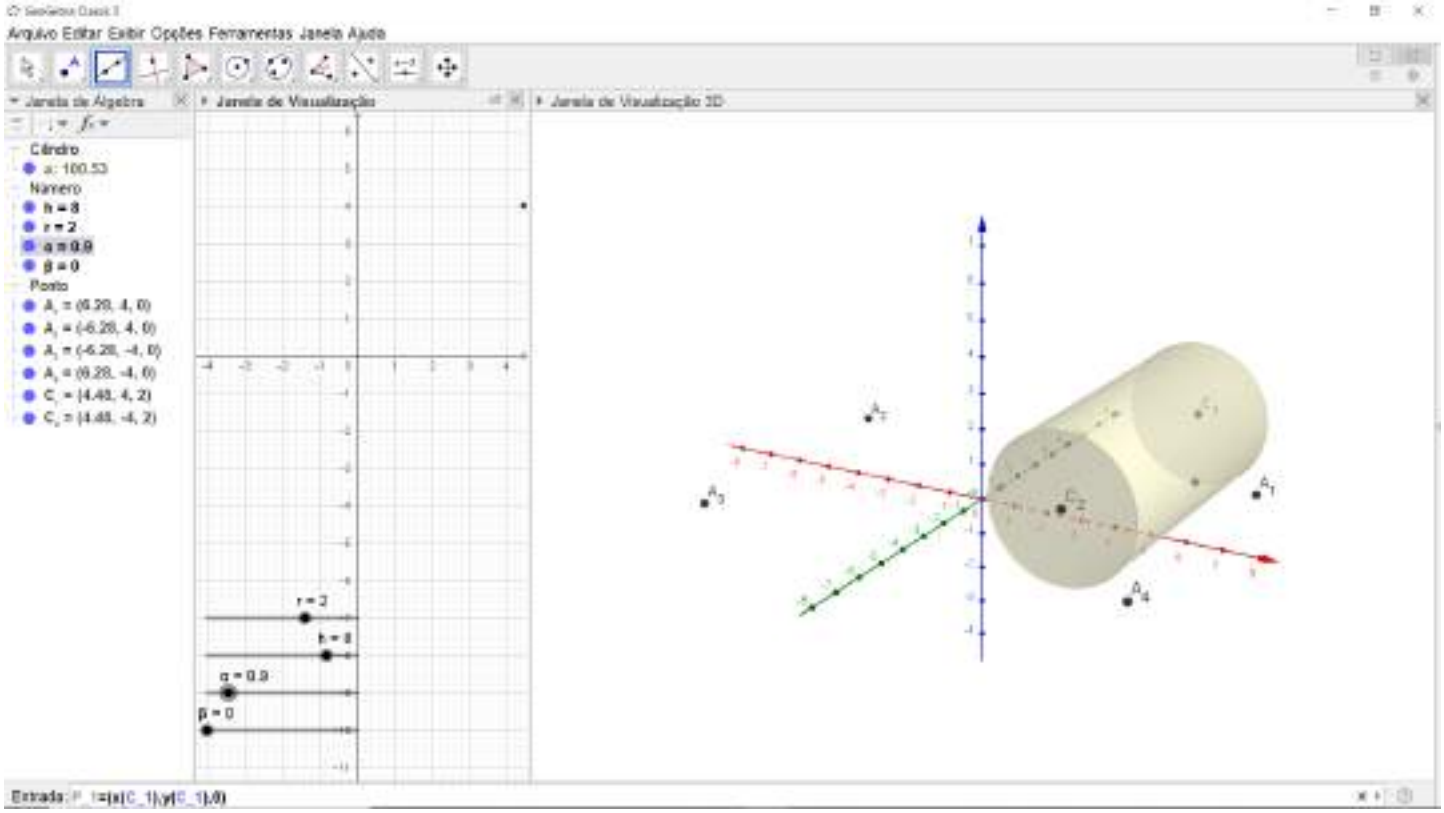
(20) Geralmente, a cor e a espessura dos contornos do cilindro não são muito adequados para o que planejamos fazer. Podemos acessar as *Propriedades* do cilindro pela Janela de Álgebra (clicando com o botão direito do mouse sobre o cilindro que, neste caso foi chamado de “*a*” - o número que aparece na frente do “*a*” é o volume do cilindro). Escolha um amarelo claro e transparência 50%, conforme a figura abaixo.



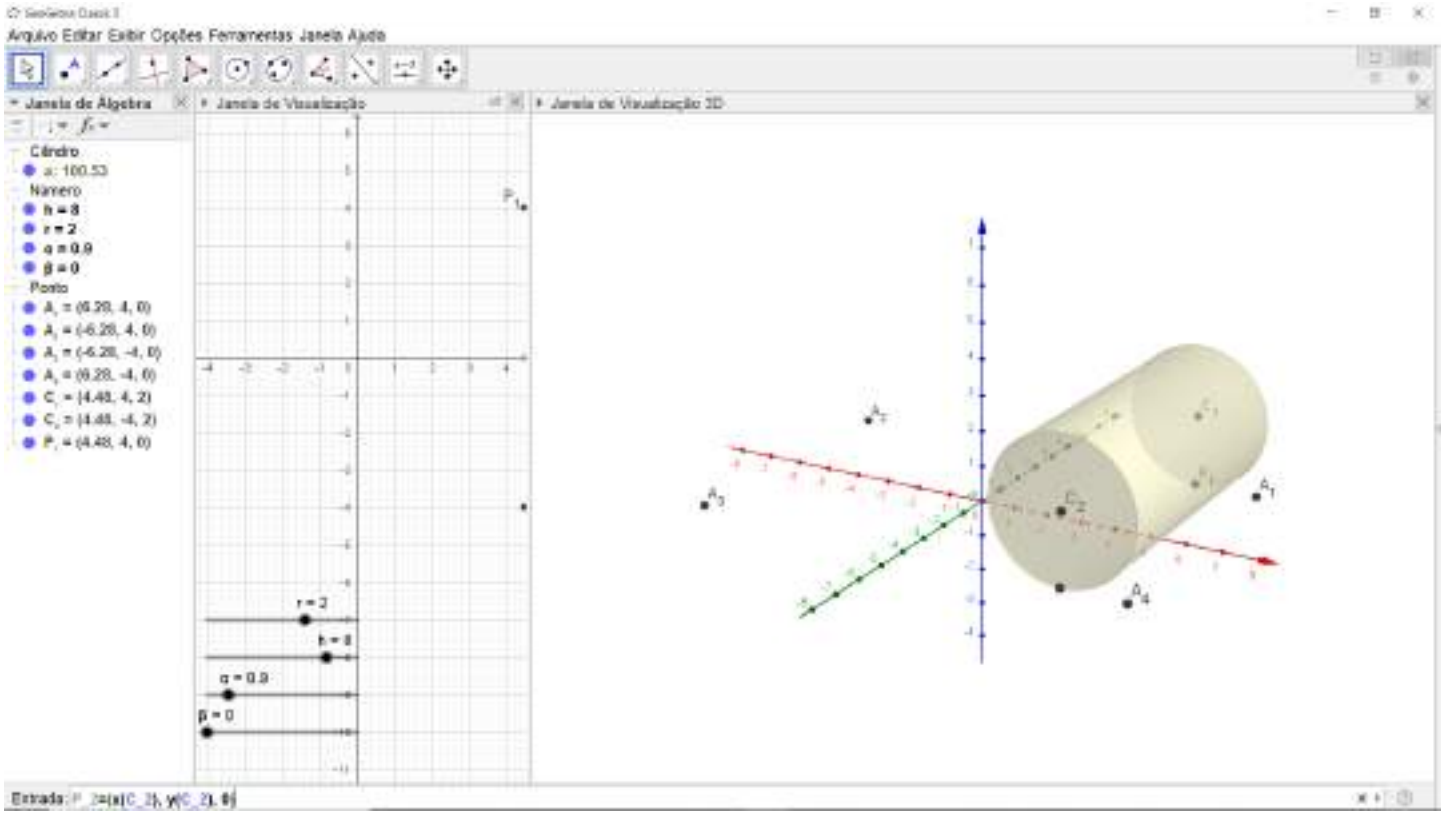
(21) Na aba “*Estilo*”, coloque a espessura da linha como sendo “*2*”.



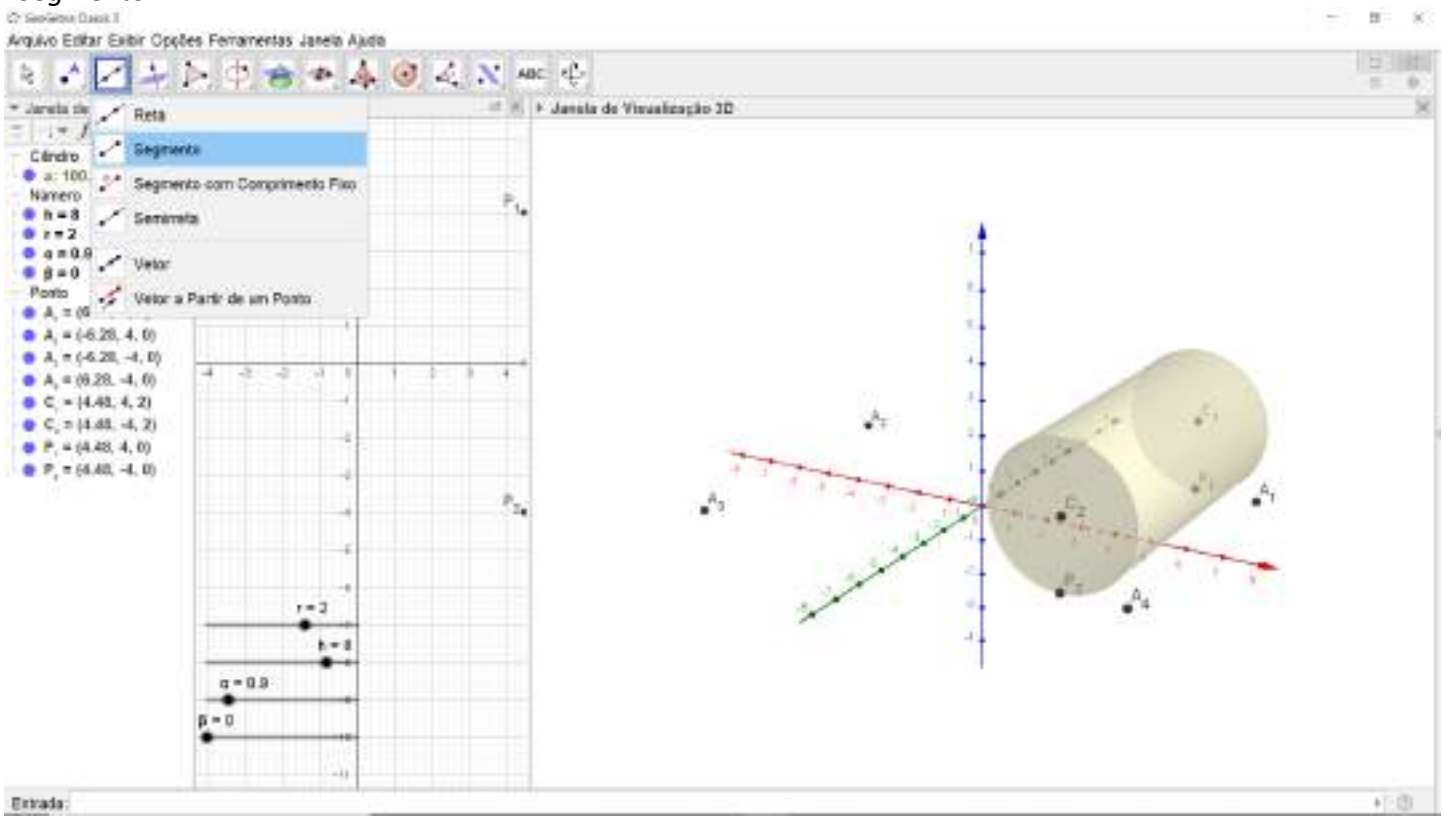
(22) Vamos criar os pontos que são projeções ortogonais de *C_1* e *C_2* no plano cartesiano xy. Na linha *Entrada*, crie o ponto *P_1=(x(C_1),y(C_1),0)*.



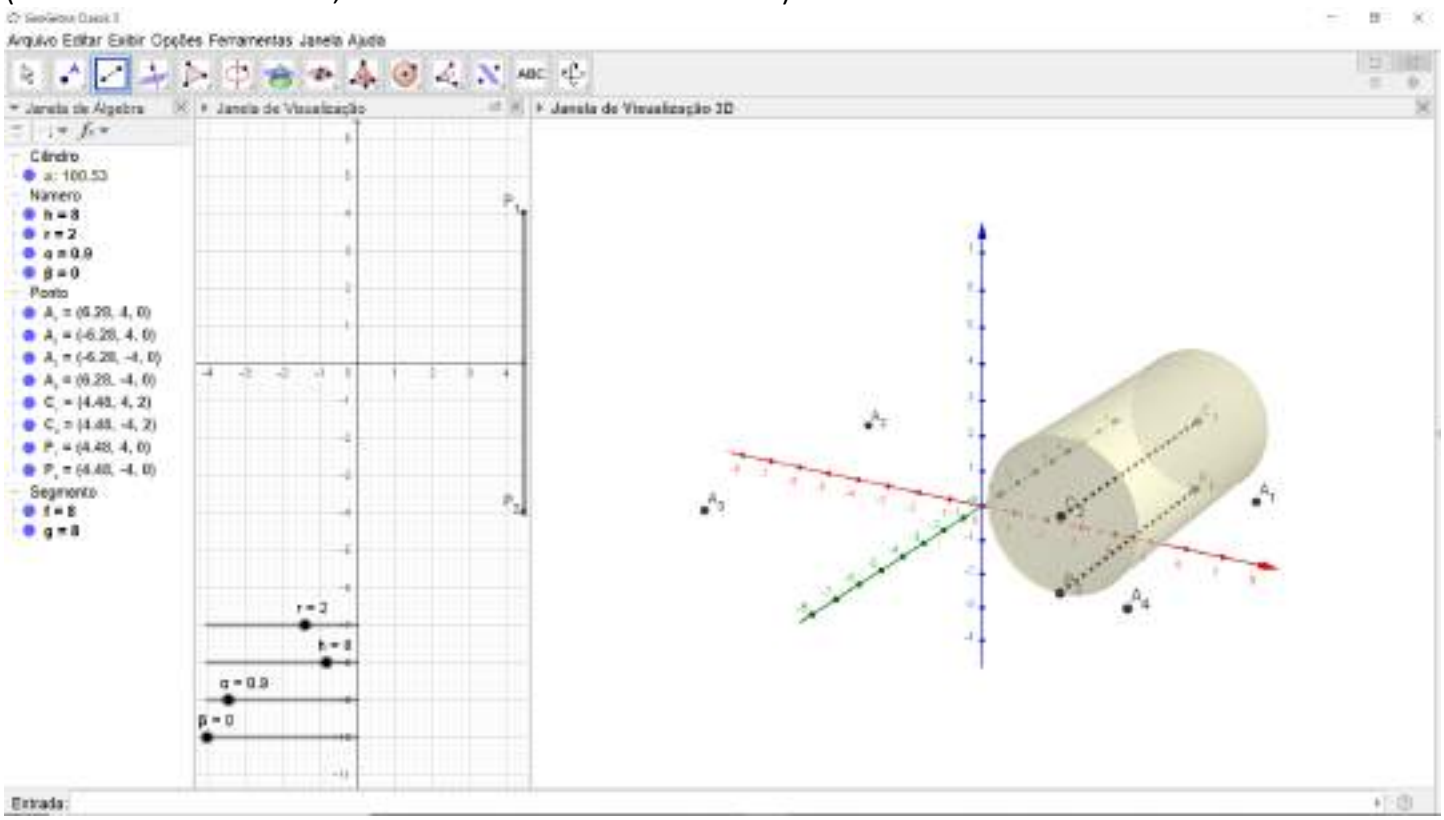
(23) Na linha *Entrada*, crie o ponto *P_2=(x(C_2),y(C_2),0)*.



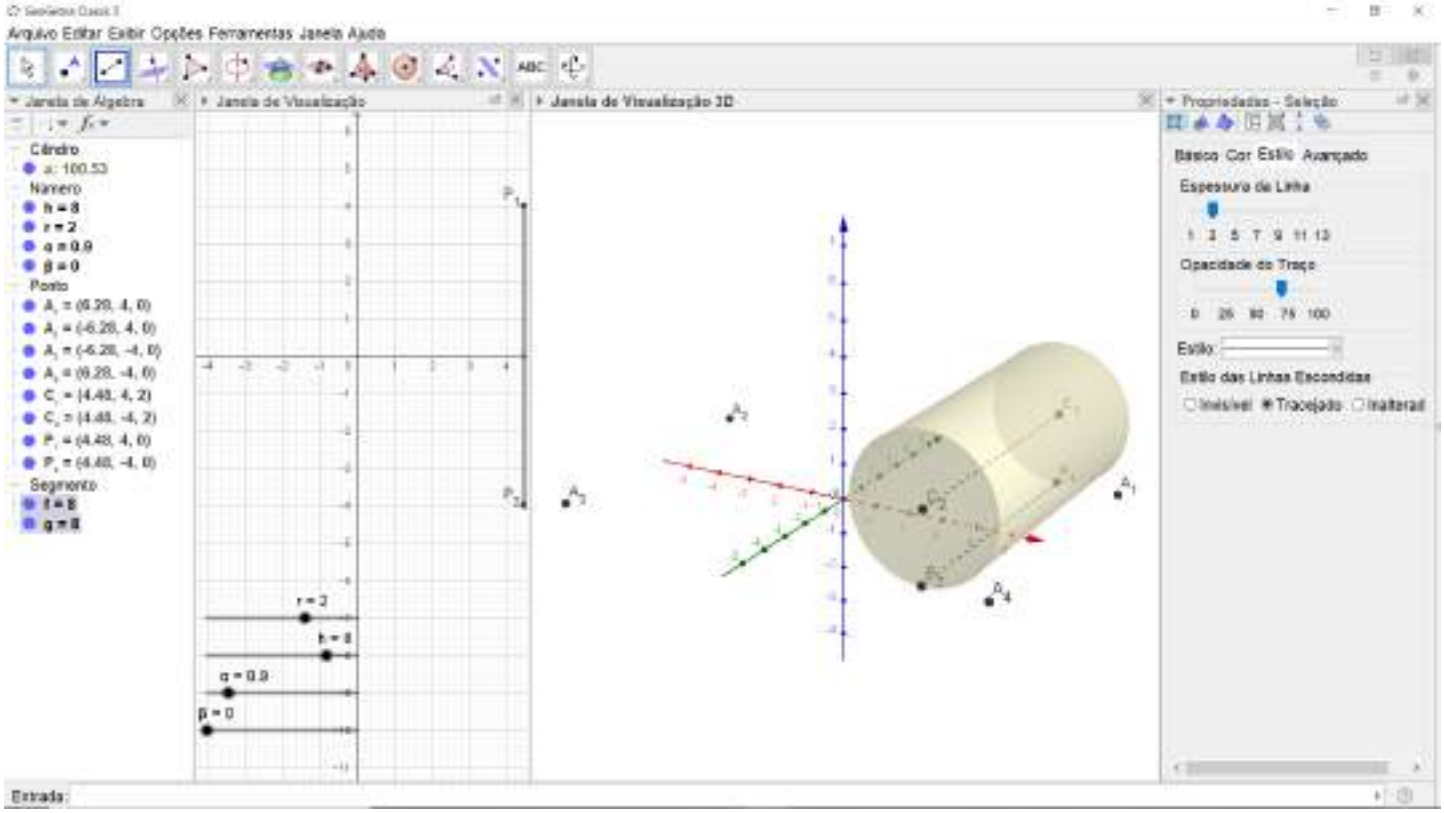
(24) Clique na janela 3D. Na barra de ferramentas, acesse o menu do terceiro botão e escolha o item "*Segmento*".



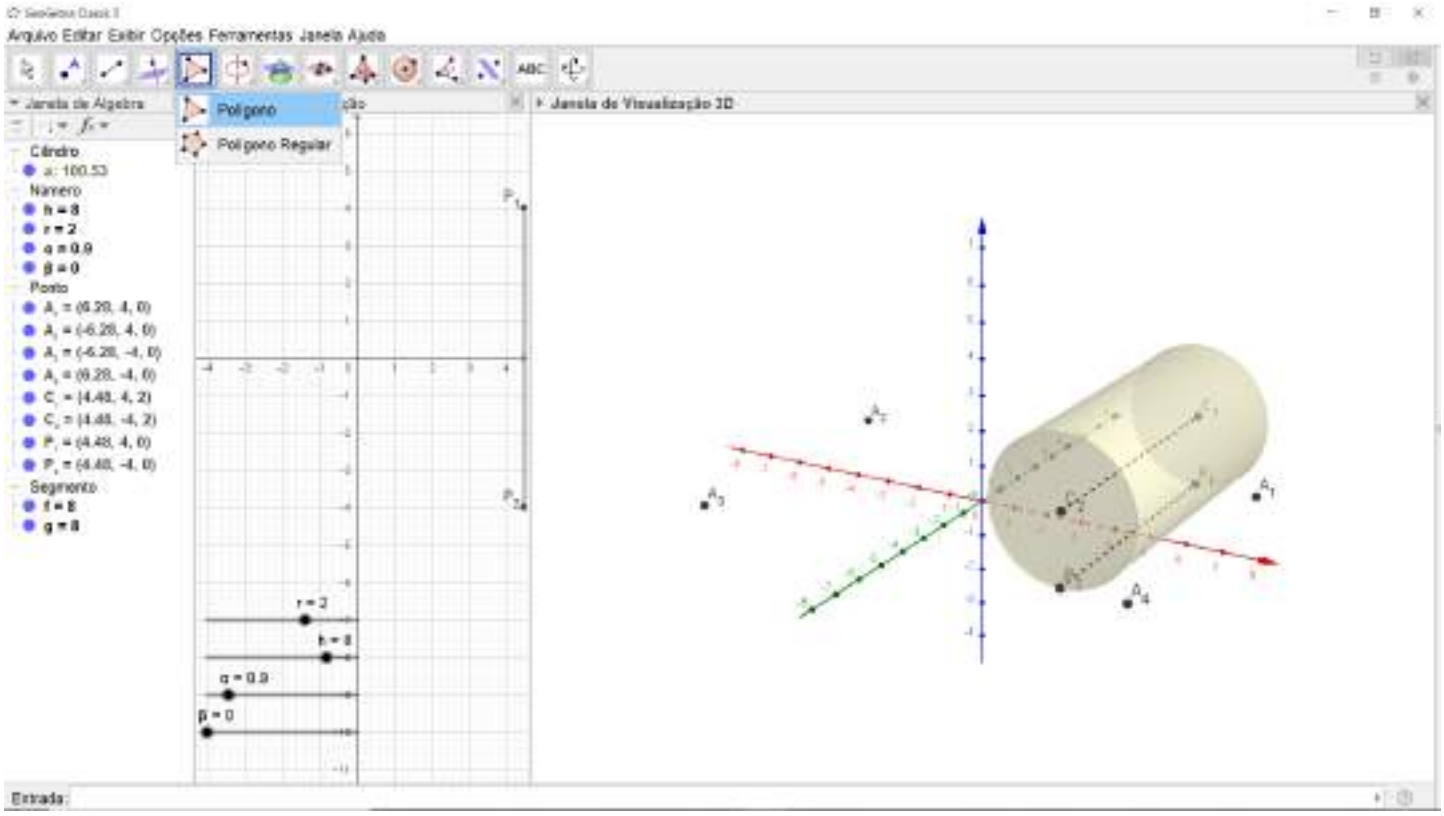
(25) Crie os segmentos *C_1C_2* e *P_1P_2*. Na figura abaixo eles foram chamados de "*f*" e "*g*", respectivamente, (lembre-se desses nomes, eles serão utilizados mais adiante).



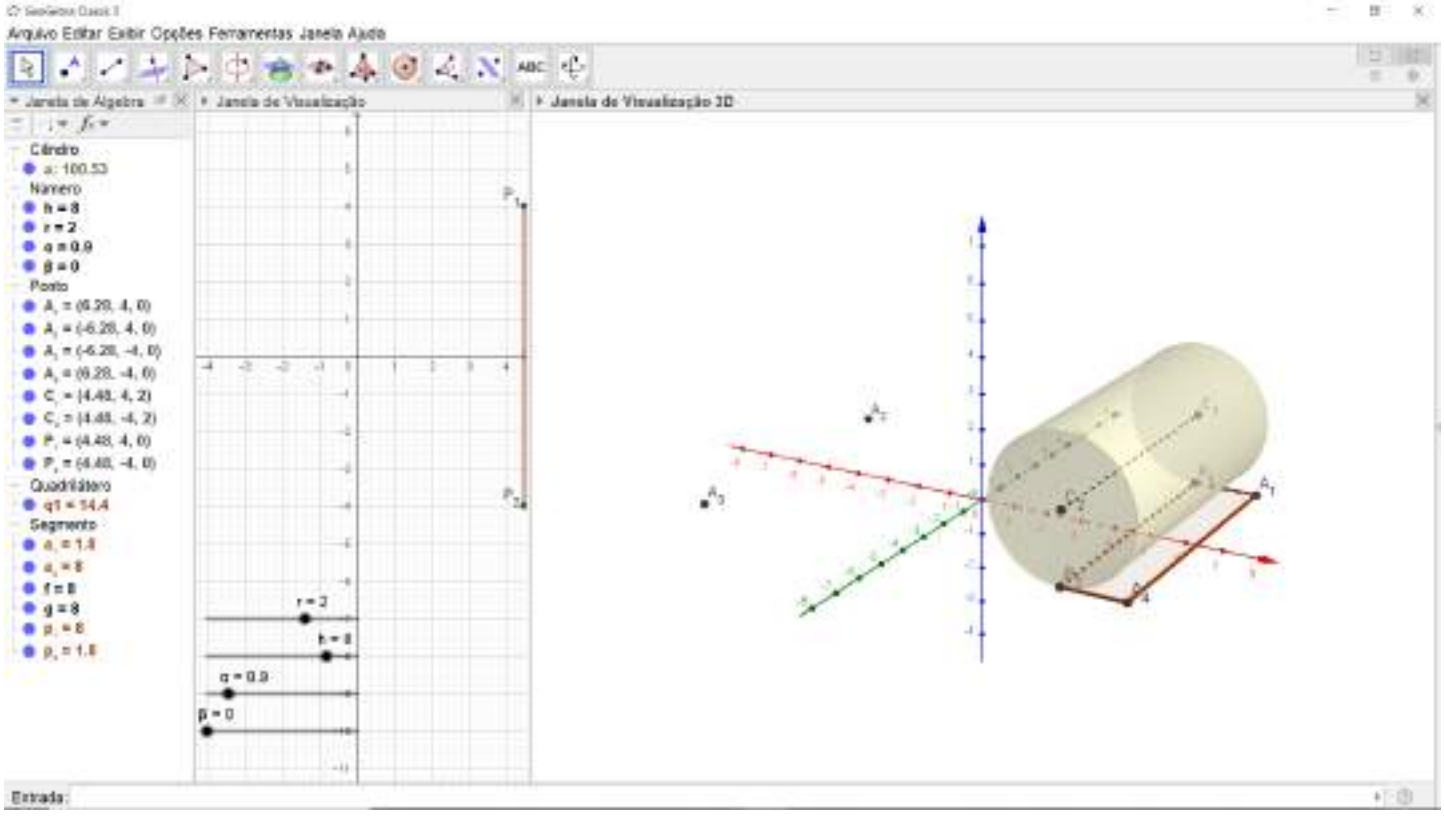
(26) Nas *Propriedades* desses dois segmentos, acesse a aba "*Estilo*" e coloque espessura "*3*".



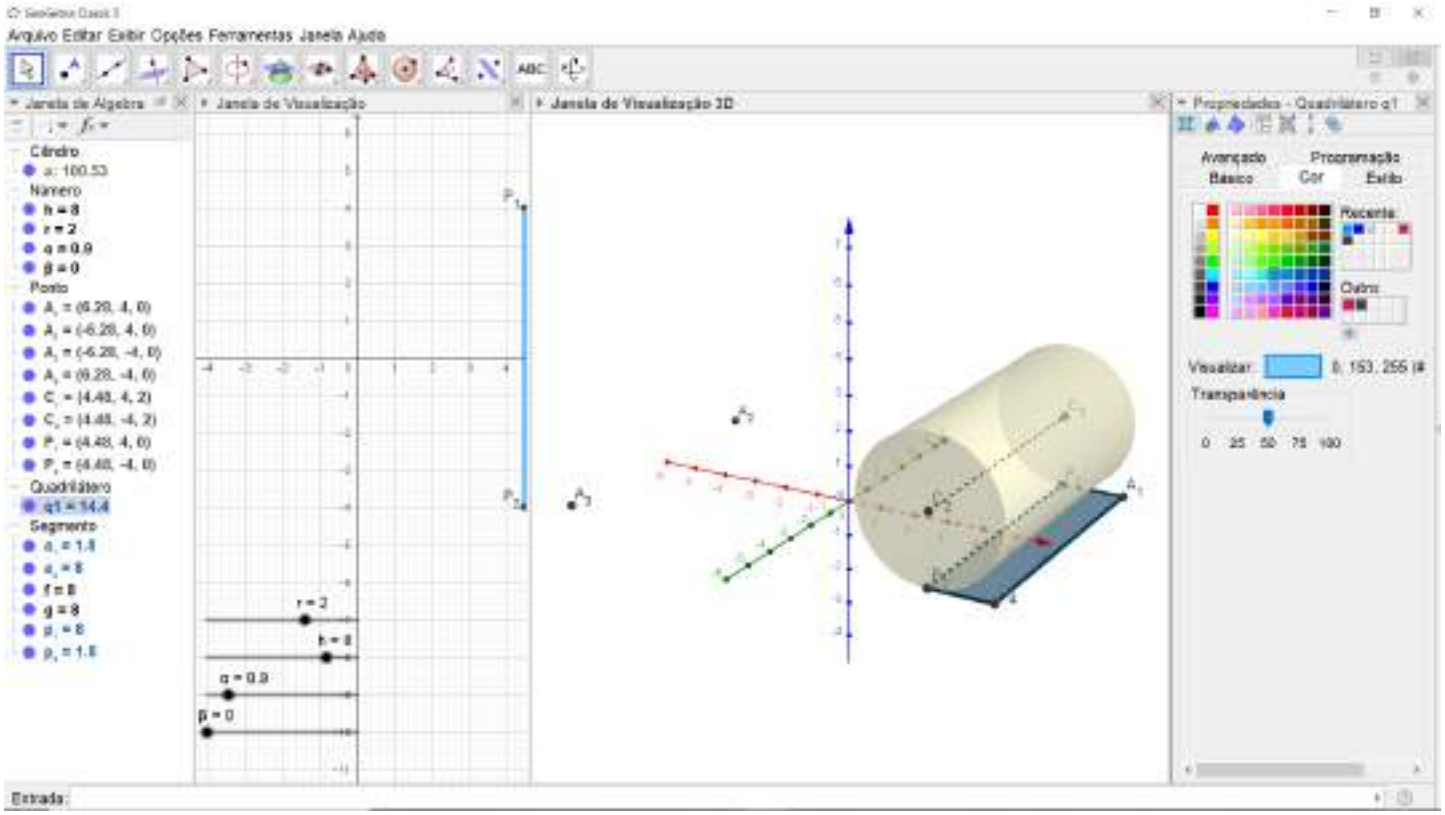
(27) Clique na janela 3D. Na barra de ferramentas, acesse o menu do quinto botão e escolha o item "*Polígono*".



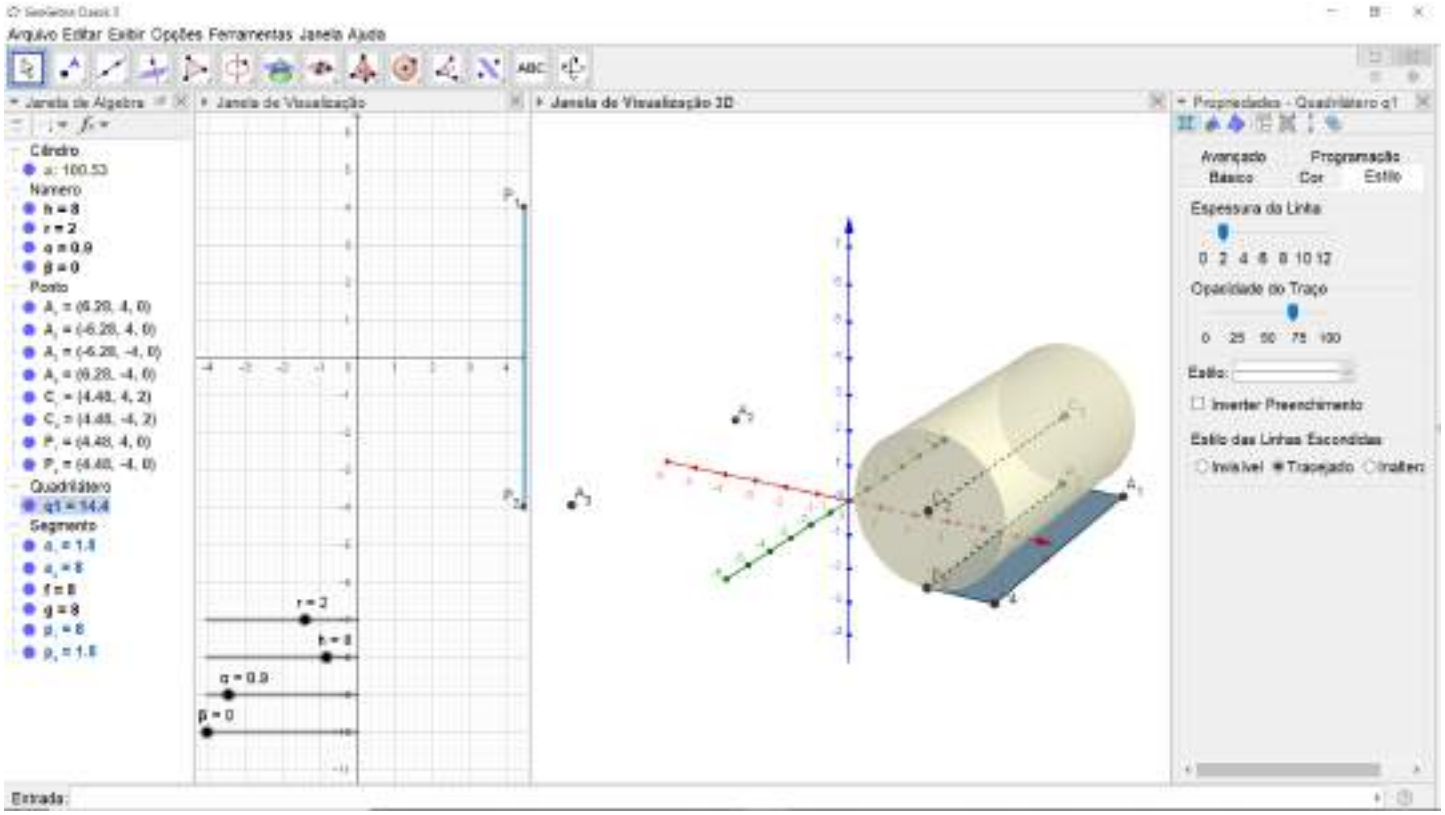
(28) Clique nos pontos *A_1*, *P_1*, *P_2* e *A_4*, criando um retângulo.



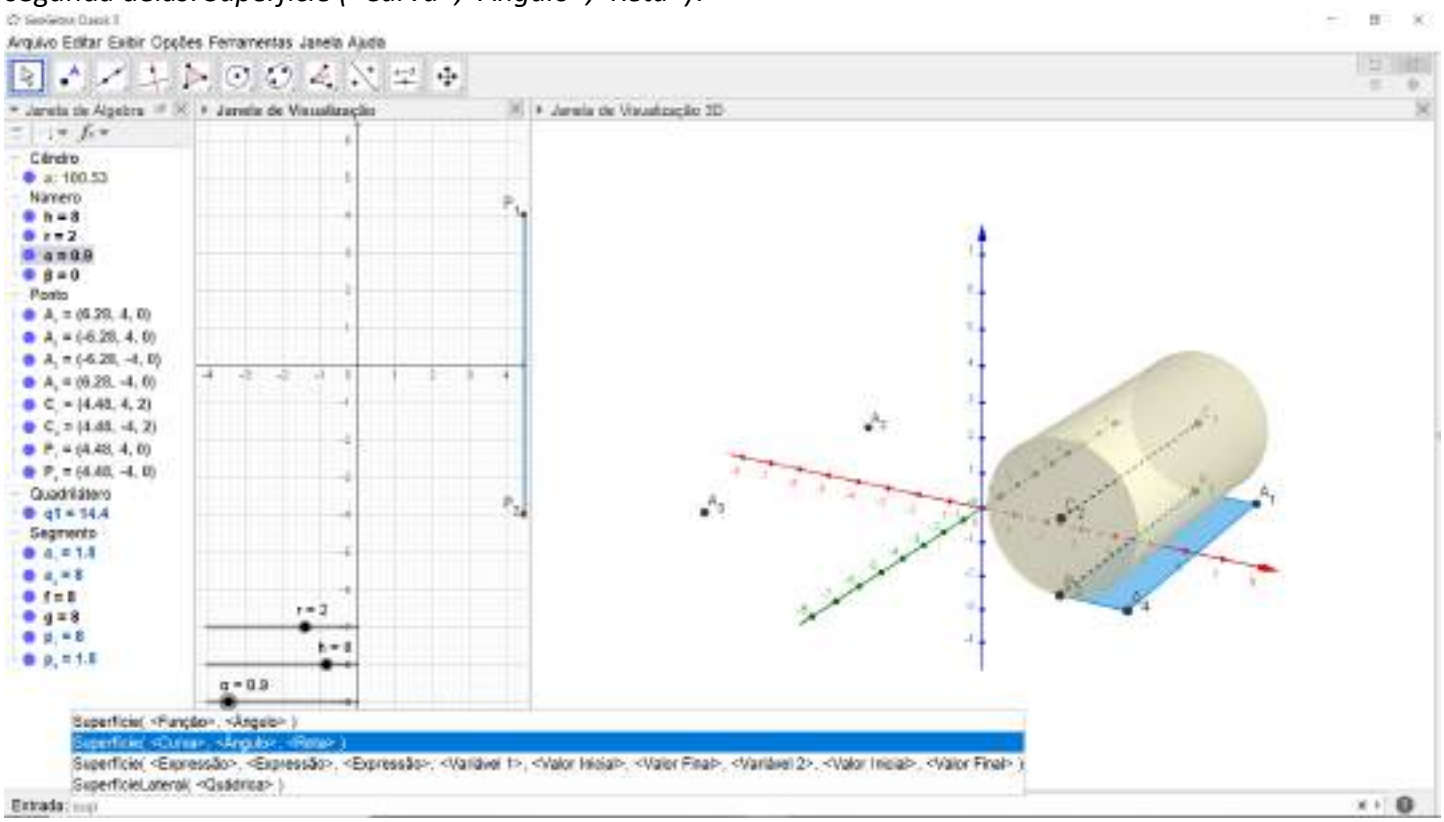
(29) Na Janela de Álgebra, clique com o botão direito do mouse no Quadrilátero *q1* (o número que aparece na frente do *q1* é a área) e acesse as Propriedades. Na aba "*Cor*", escolha um azul claro e coloque 50% de transparência.



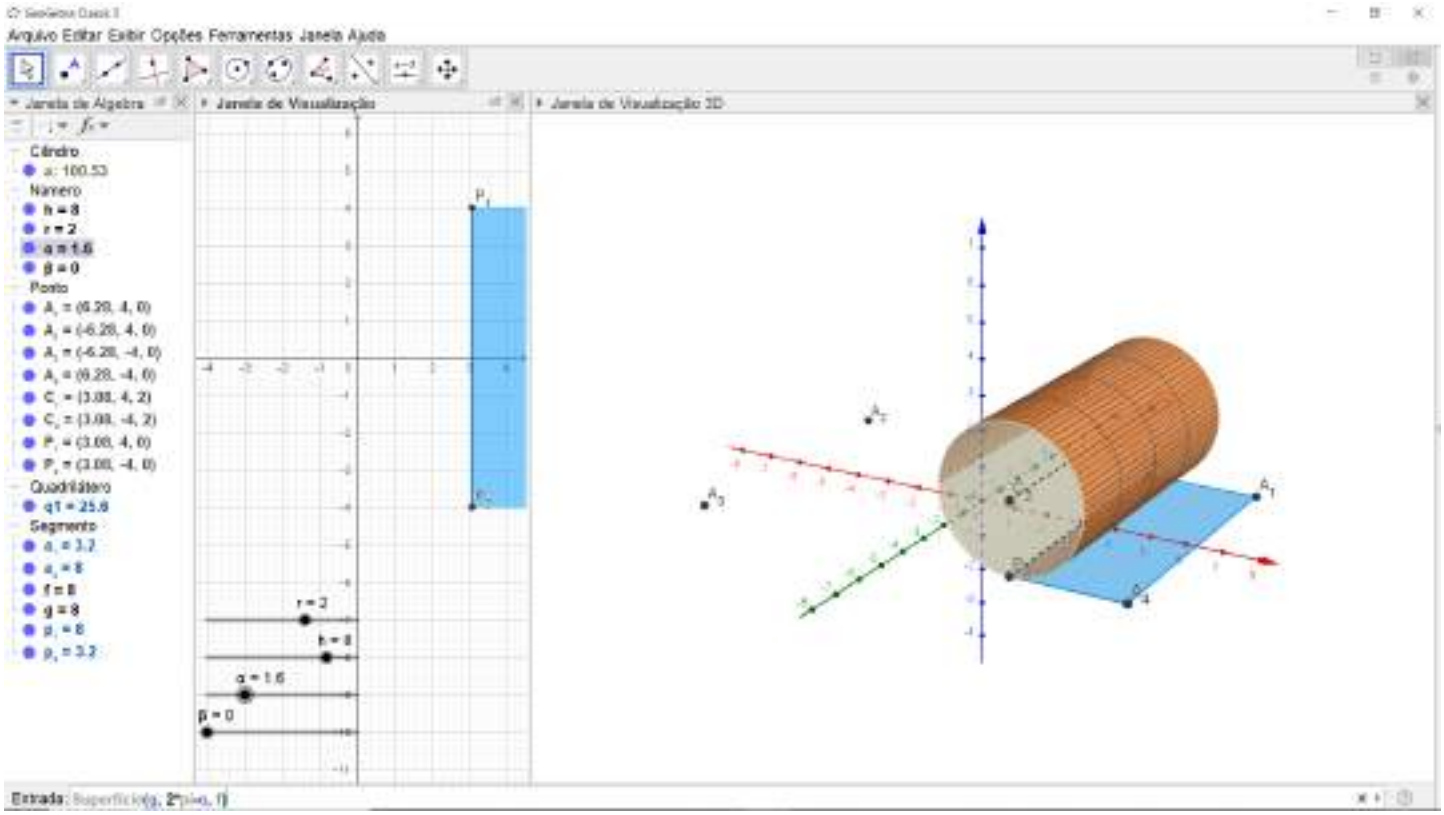
(30) Na aba "*Estilo*" coloque a espessura da linha em "*2*".



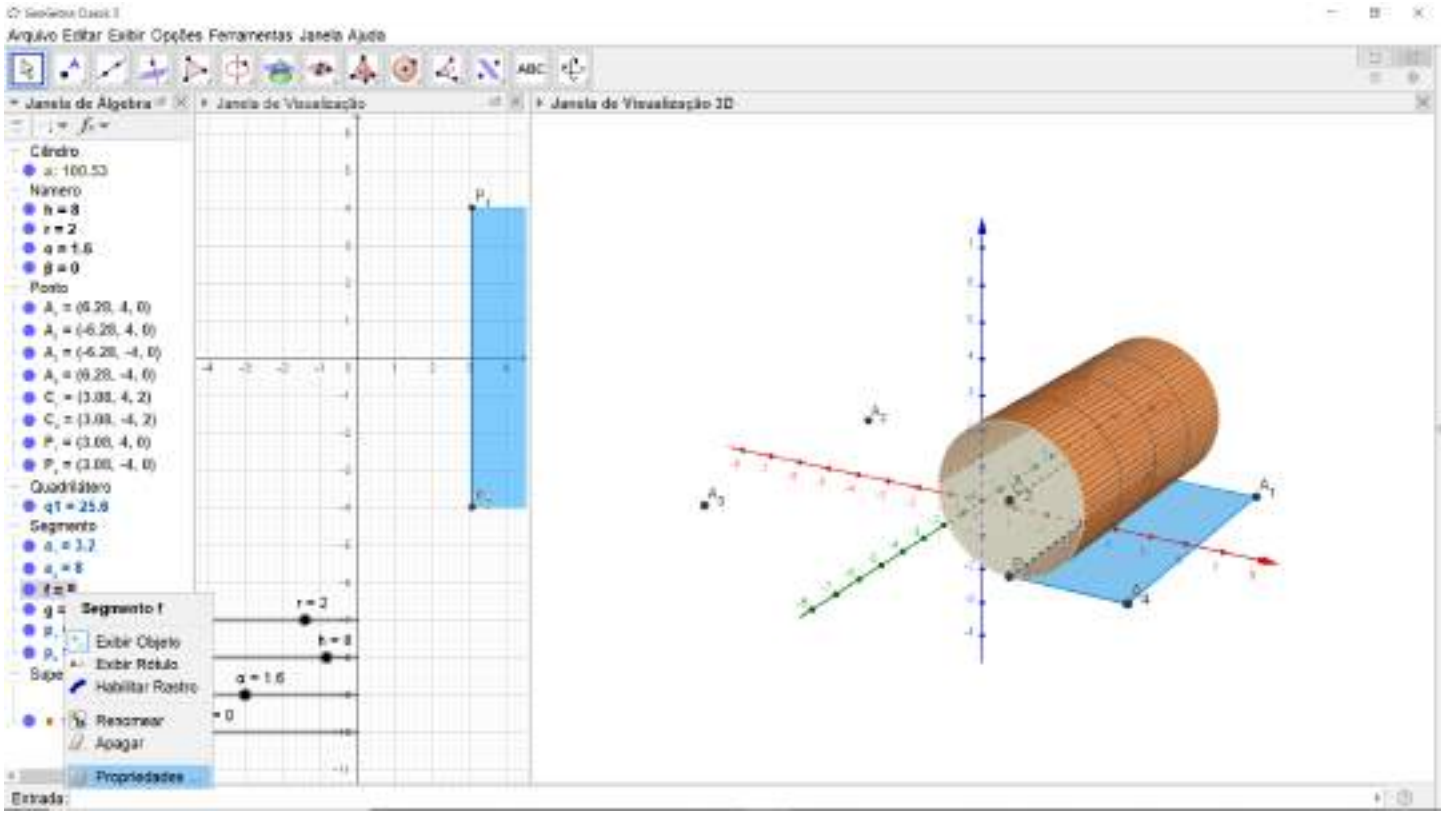
(31) Na linha *Entrada* comece a digitar a palavra “superfície”. Nas sugestões que aparecerão, escolha a segunda delas: *Superfície (<Curva>,<Ângulo>,<Reta>)*.



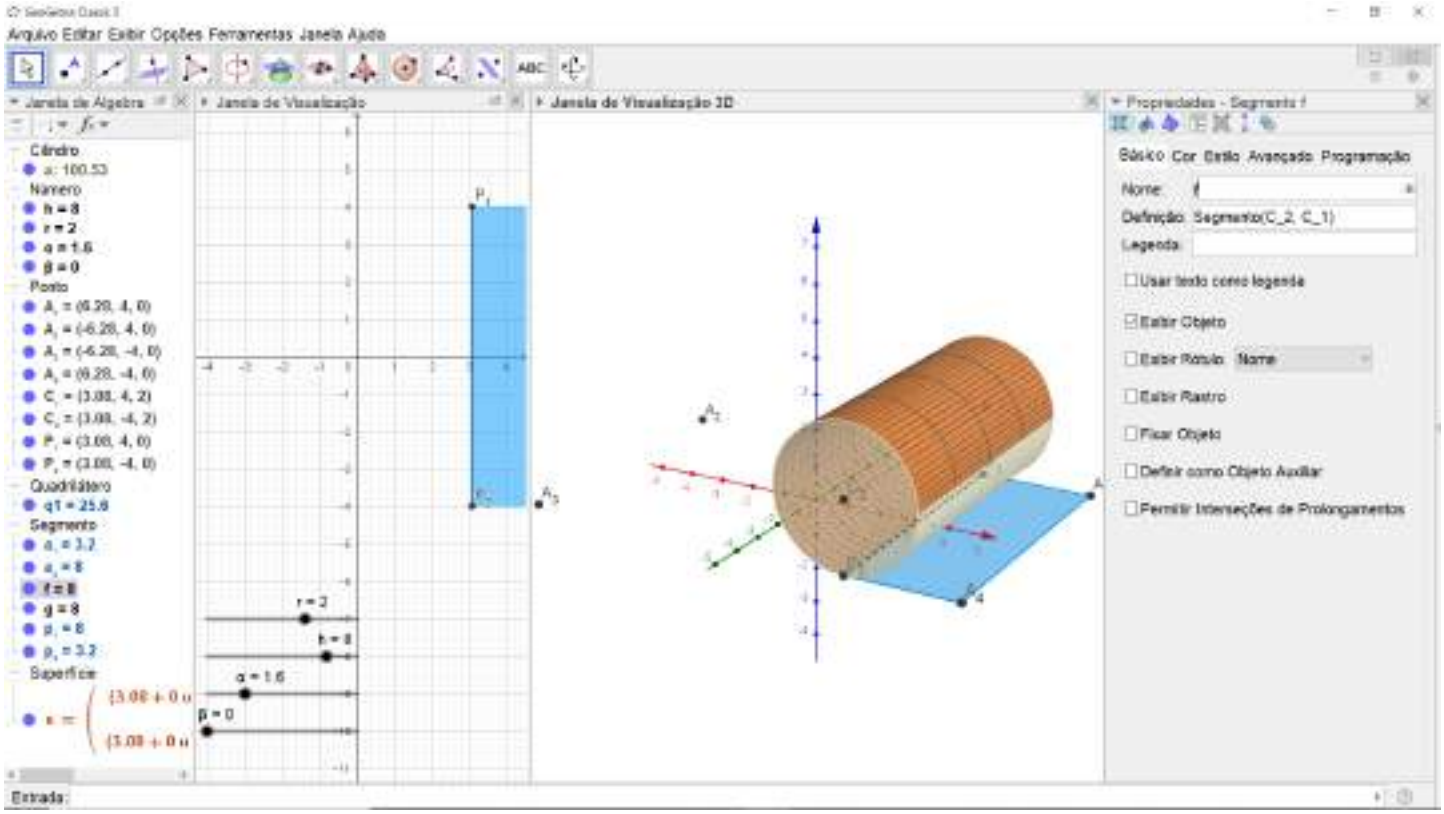
(32) Entre com o comando *Superfície(g,2*pi-α,f)*. O que estamos fazendo é uma **superfície de revolução**, que é obtida pelo giro de ângulo *2*pi-α* da geratriz *P_1P_2* em torno do eixo *C_1C_2* do cilindro. Aqui é importante verificar, nos rótulos dos segmentos do GeoGebra, se, de fato, “*g*” é a geratriz *P_1P_2* e “*f*” é o eixo *C_1C_2*.



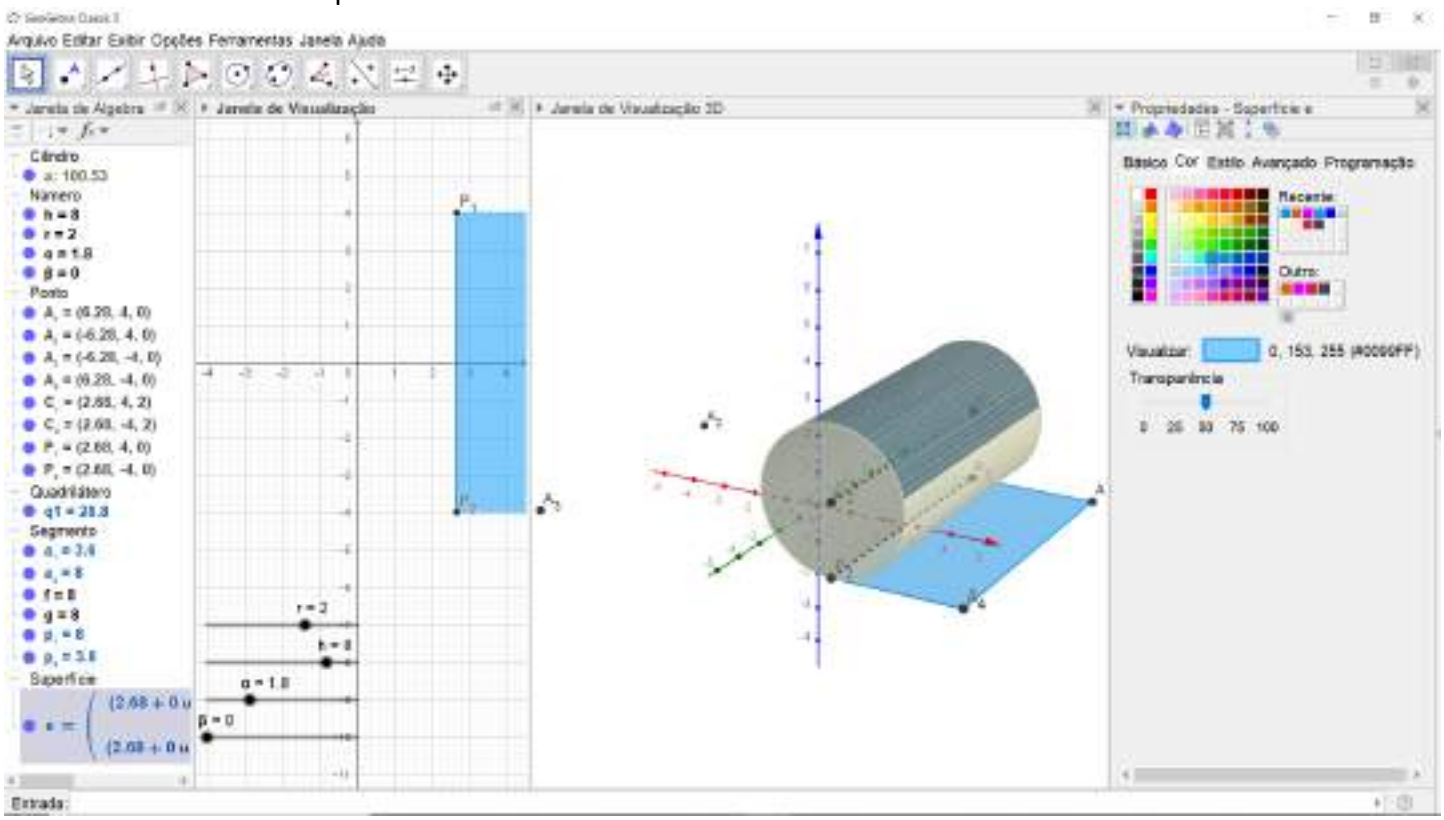
(33) Observe que a superfície de revolução que foi criada (na cor laranja) não é bem aquela que queremos. A ideia aqui é que parte da superfície lateral do cilindro (na cor laranja) vá se "desenrolando" no retângulo azul à medida que o cilindro gira. A figura abaixo não está ilustrando isso. Precisamos alterar o sentido do ângulo de giro no comando da superfície de revolução. Ele tem que ser no sentido oposto ao ângulo de medida 2*pi-α que digitamos, isto é, deveria ser um ângulo de medida -2*pi+α (ou seja, giro no sentido horário, quando olhamos o cilindro a partir do disco de centro C_2). O problema é que, ao contrário do comando "Girar", que aceita ângulos de medidas negativas, o comando "Superfície" (de revolução) não aceita ângulos de medidas negativas. Para contornar esse problema, precisamos inverter a "orientação do eixo de revolução", ou seja, ao invés de considerar o eixo *C_1C_2*, que está orientado de *C_1* para *C_2*, devemos orientá-lo de *C_2* para *C_1*, ou seja, basta redefinir o segmento "*f*" como sendo *C_2C_1*. Para fazer isso, na Janela de Álgebra, clique com o botão direito do mouse sobre o segmento "*f*" e clique em Propriedades.



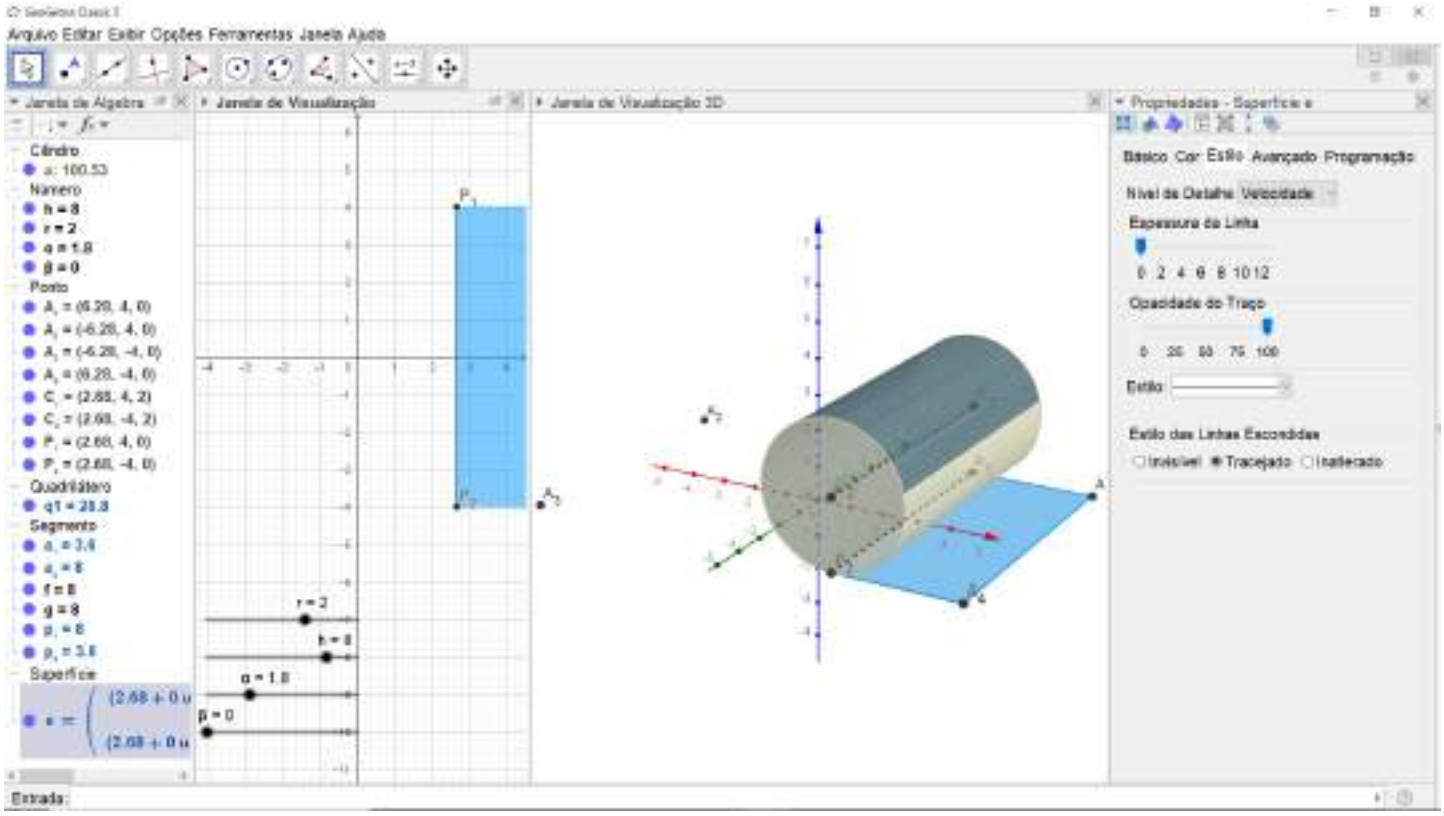
(34) Altere a definição do segmento *f* trocando "*Segmento(C_1,C_2)*" para "*Segmento(C_2,C_1)*".



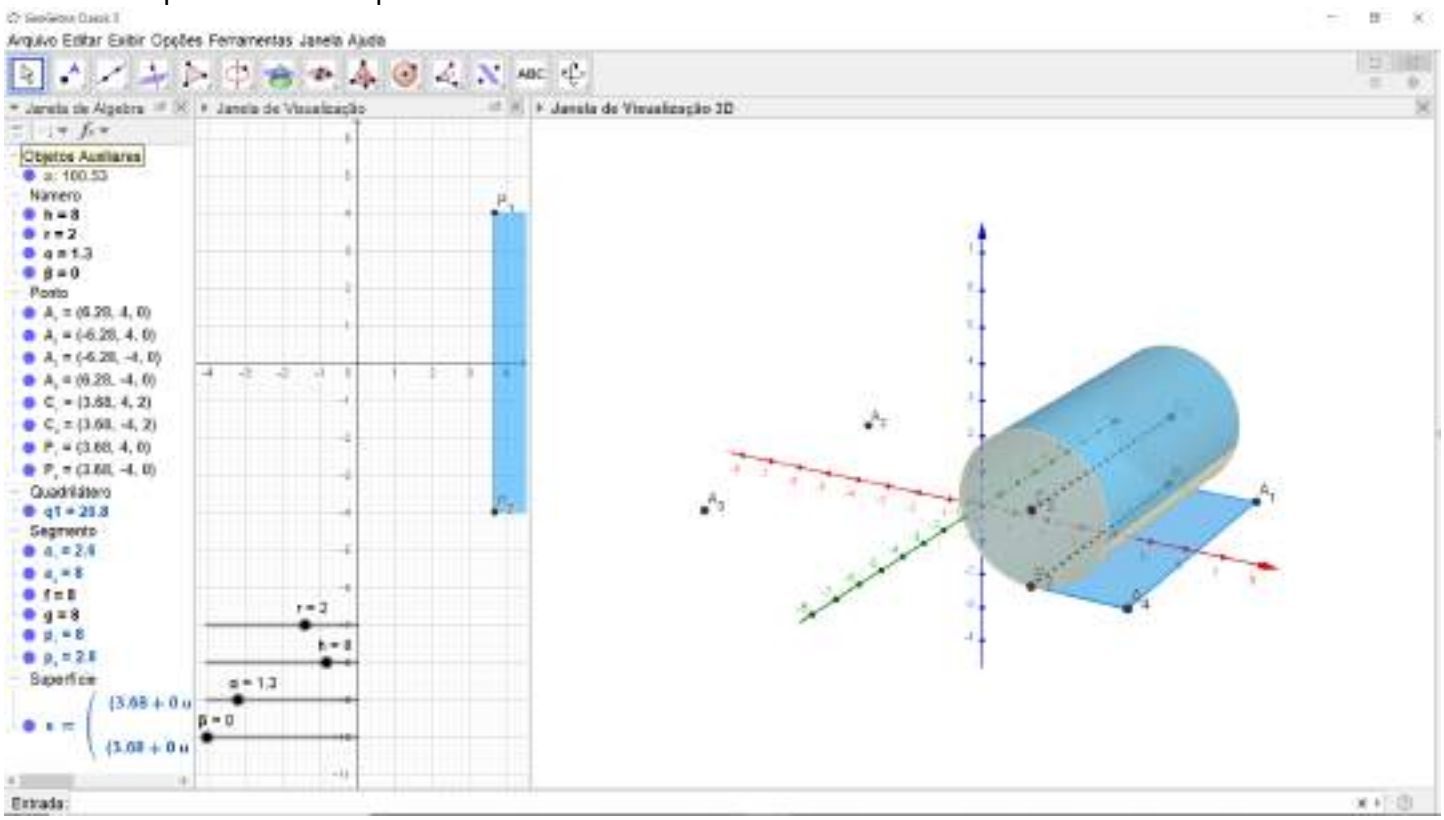
(35) Pronto! A superfície de rotação ficou do lado certo agora. Acesse as Propriedades da superfície e coloque a cor azul claro com transparência 50%.



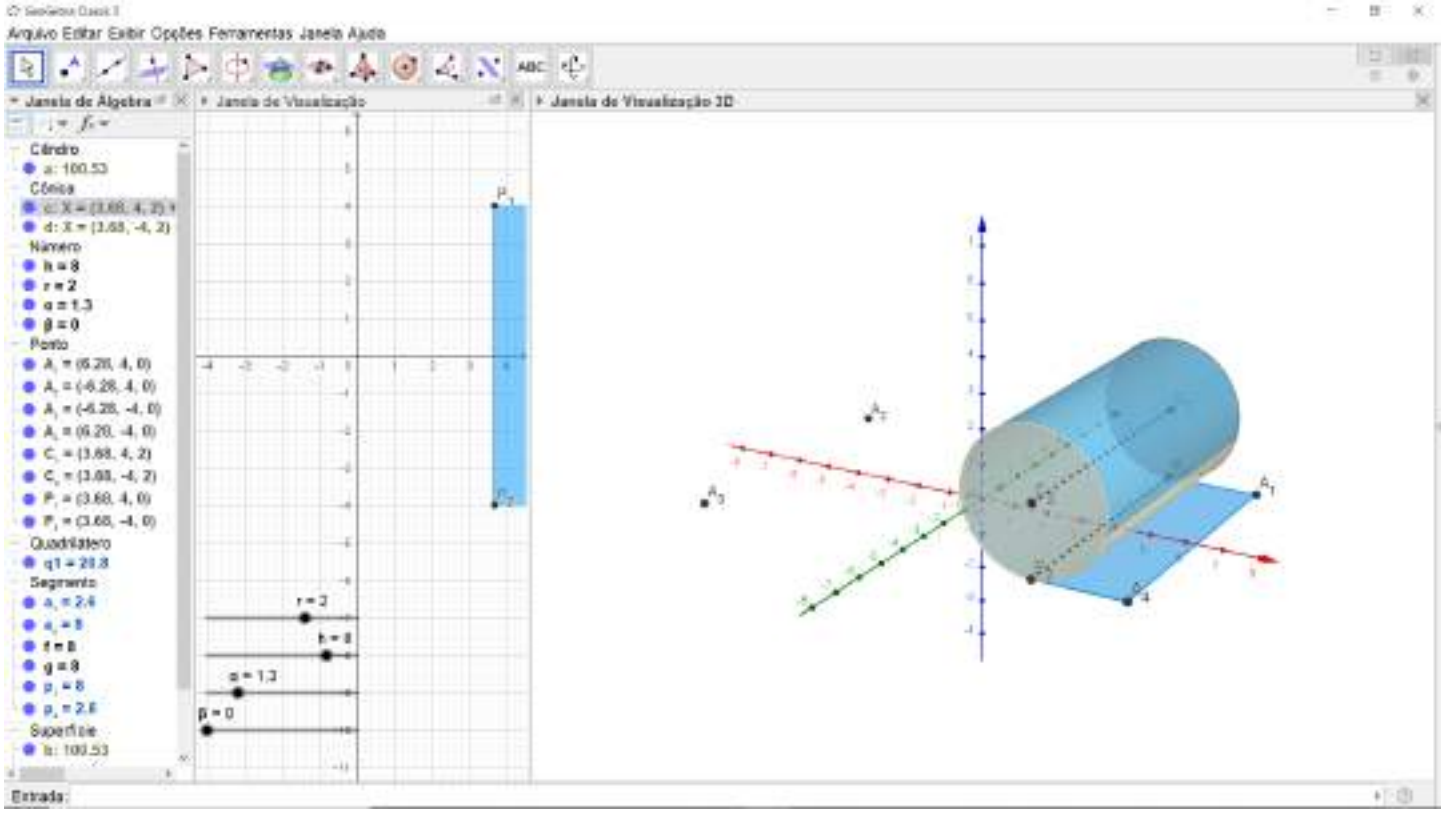
(36) Na aba "*Estilo*", coloque a espessura da linha como sendo "*0*". Isso ocultará a grade que o GeoGebra cria em torno da superfície (trata-se de uma superfície parametrizada).



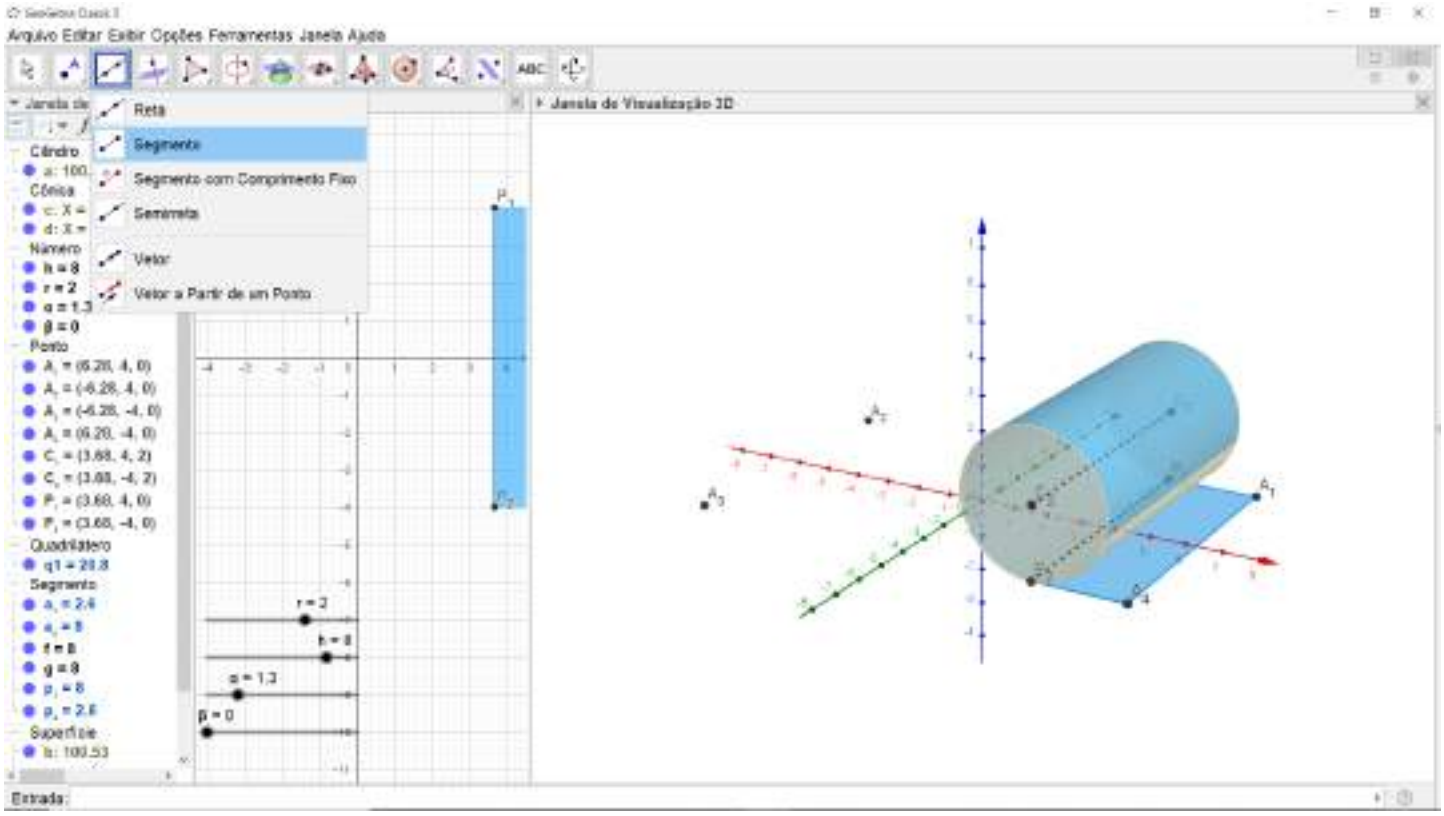
(37) No menu rápido da Janela de Álgebra, ative a opção "*Objetos Auxiliares*". Isto fará com que os dois discos, de base e topo do cilindro fiquem visíveis.



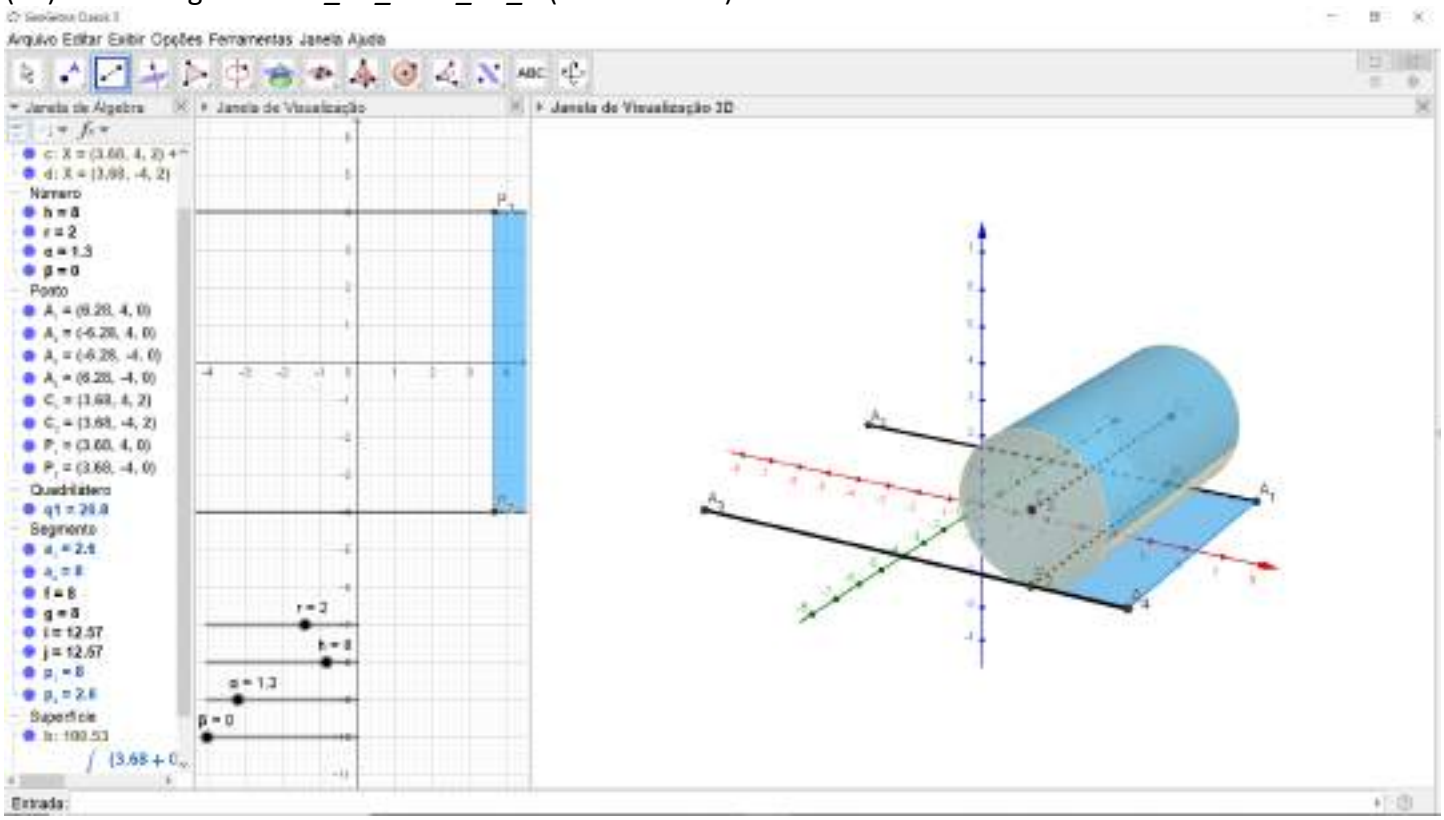
(38) Esses discos são as cônicas "*c*" e "*d*" da Janela de Álgebra.



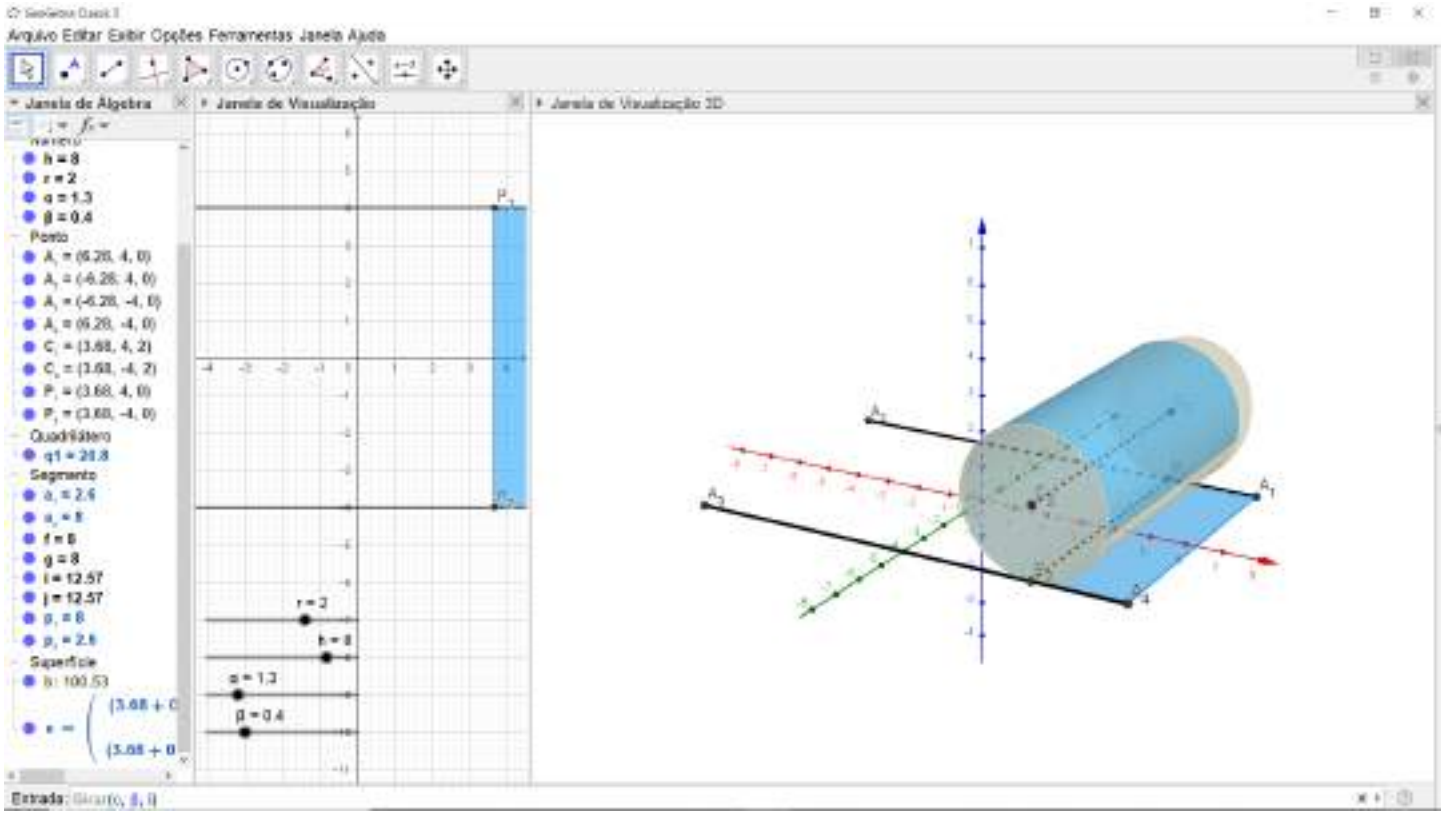
(39) Clique na janela 3D e selecione “*Segmento*” no terceiro botão da barra de ferramentas.



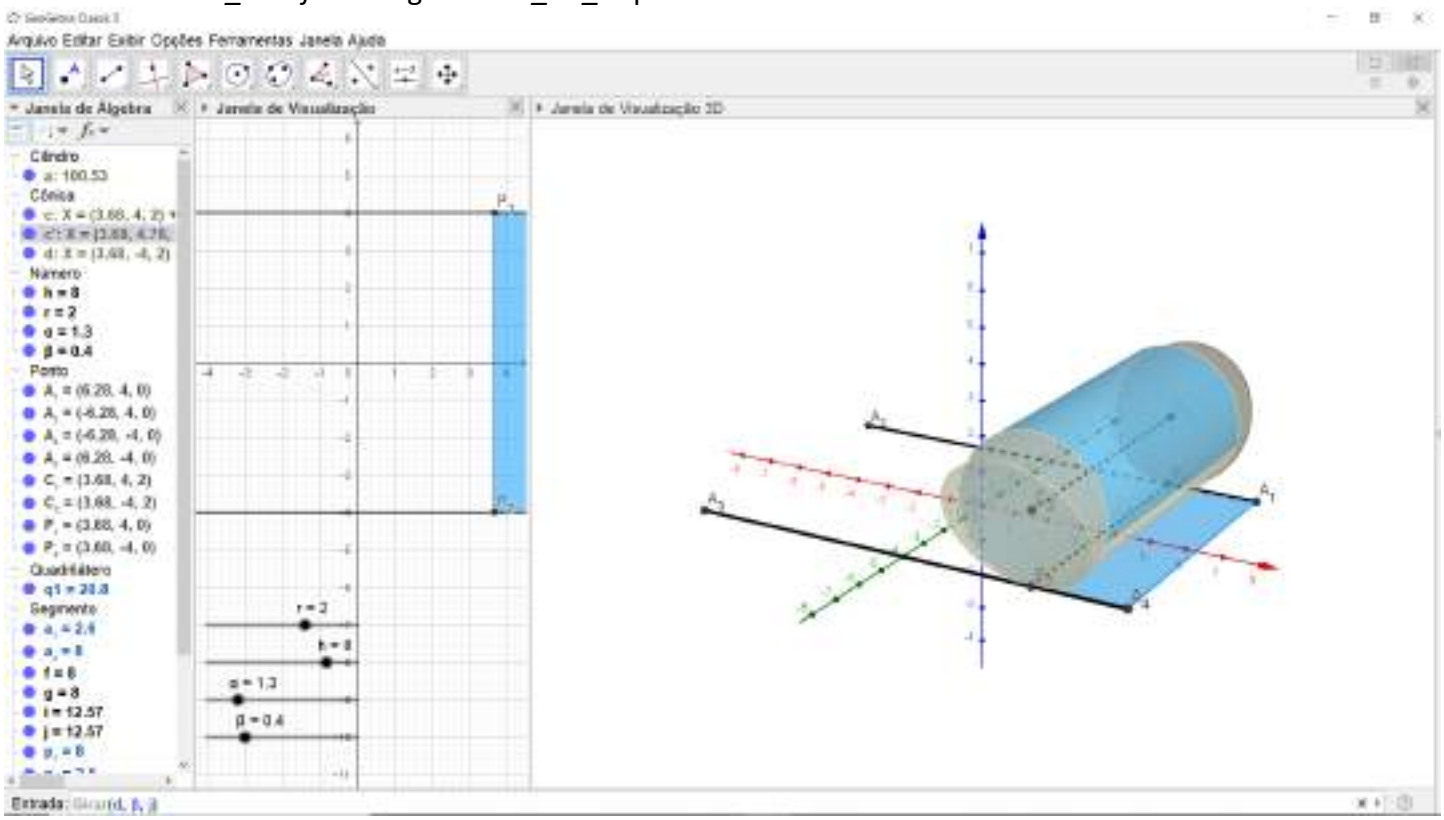
(40) Crie os segmentos *A_1A_2* e *A_3A_4* (nessa ordem).



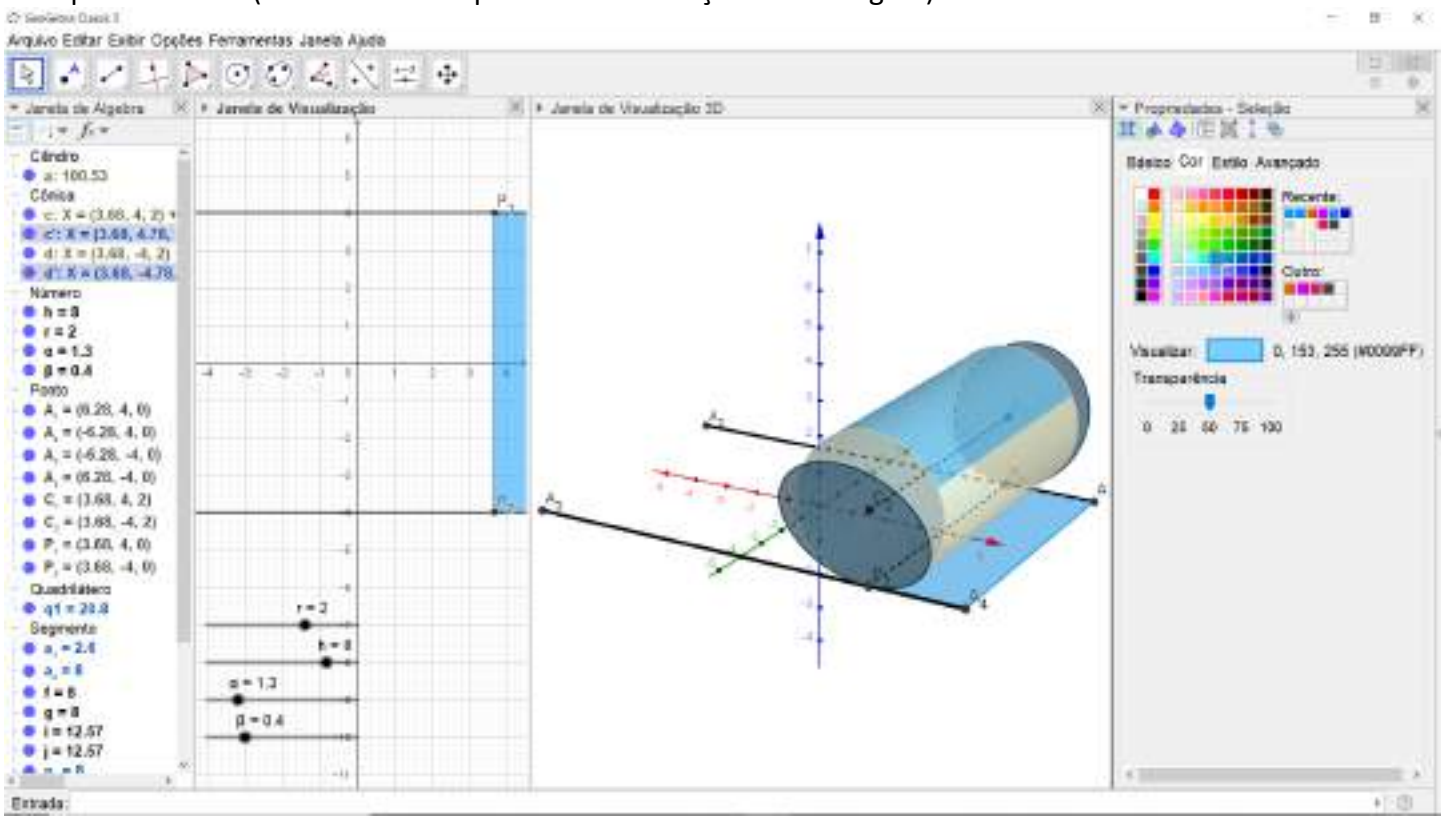
(41) Na linha *Entrada* comece a digitar a palavra “girar”. Irá aparecer algumas sugestões de comandos com a palavra “girar”. Escolha o comando *Girar(<Objeto>, <Ângulo>, <Eixo de Rotação>)*. Digite “*Girar(c,b,i)*”. Observe que “*c*” é o disco de centro *C_1* e “*i*” é o segmento *A_1A_2* que acabamos de criar.



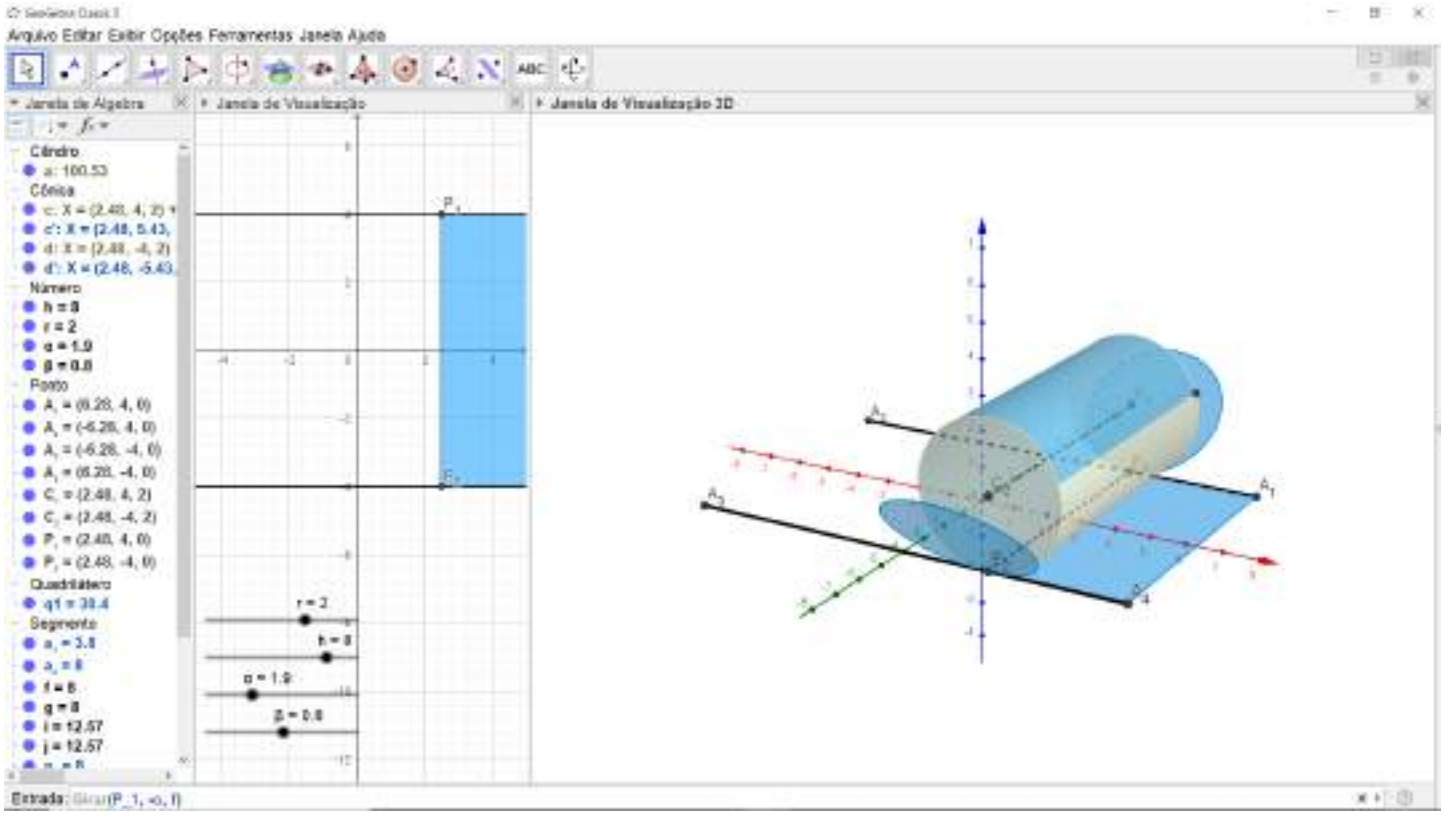
(42) Na linha *Entrada*, de modo análogo ao item anterior, digite “*Girar(d,b,j)*”. Observe que, neste caso, “*d*” é o disco de centro *C_2* e “*j*” é o segmento *A_3A_4* que acabamos de criar.



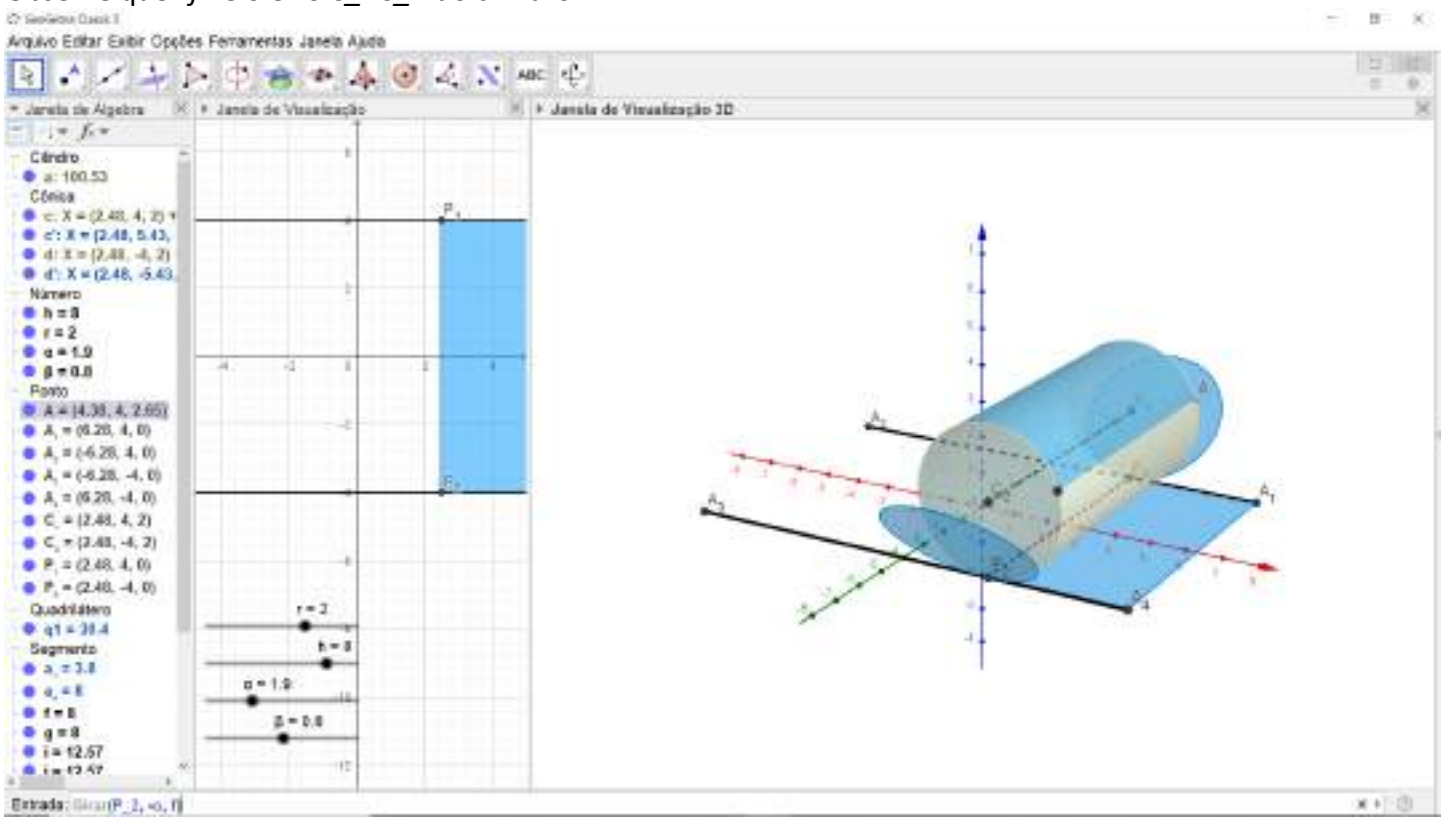
(43) Os discos “ *c'* ” e “ *d'* ” foram criados. Acesse suas propriedades e coloque-os na cor azul claro com transparência 50% (assim como a superfície de revolução e o retângulo).



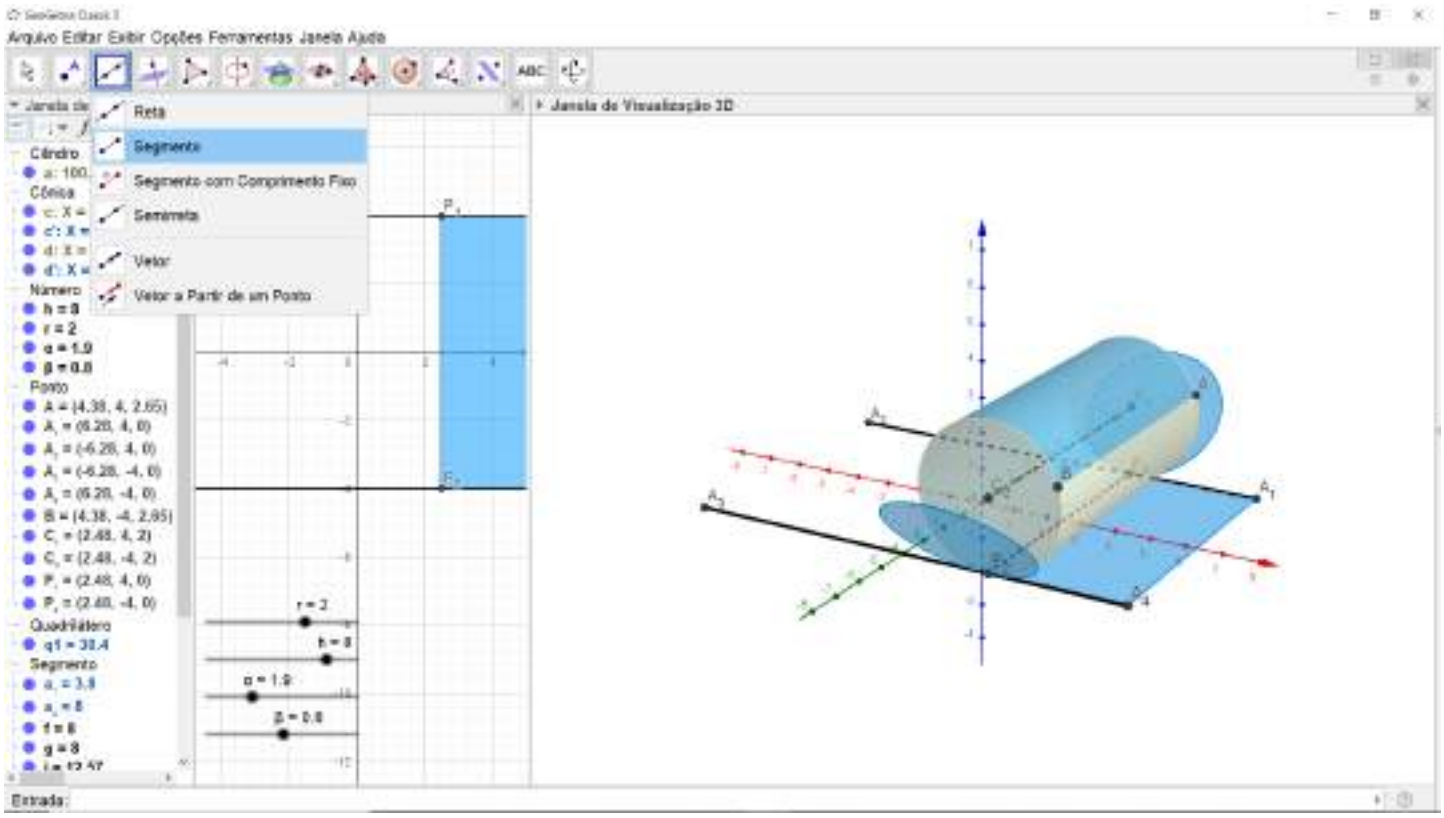
(44) Na linha *Entrada*, escolhendo o comando *Girar(<Objeto>, <Ângulo>, <Eixo de Rotação>)* e digite “*Girar(P_1,2*pi-α,f)*”. Isso criará um ponto no disco de centro *C_1* que será, também, um dos vértices da superfície lateral que está sendo “desenrolada”. Observe que “*f*” é o eixo *C_2C_1* do cilindro.



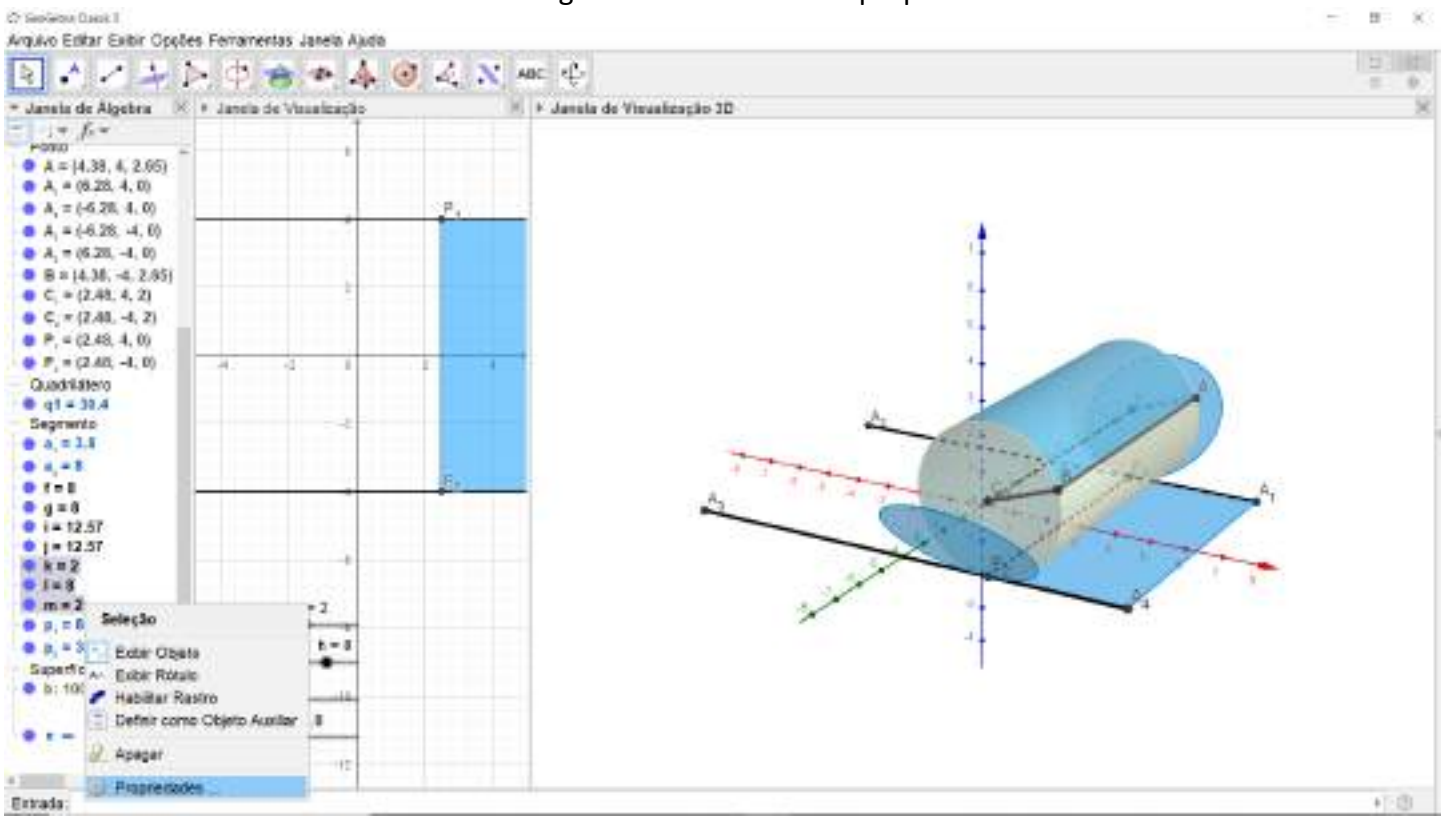
(45) Na linha *Entrada*, de modo análogo ao item anterior, digite "*Girar(P_2,2*pi-α,f)*". Isso criará um ponto no disco de centro *C_2* que será, também, um dos vértices da superfície lateral que está sendo "*desenrolada*". Observe que "*f*" é o eixo *C_2C_1* do cilindro.



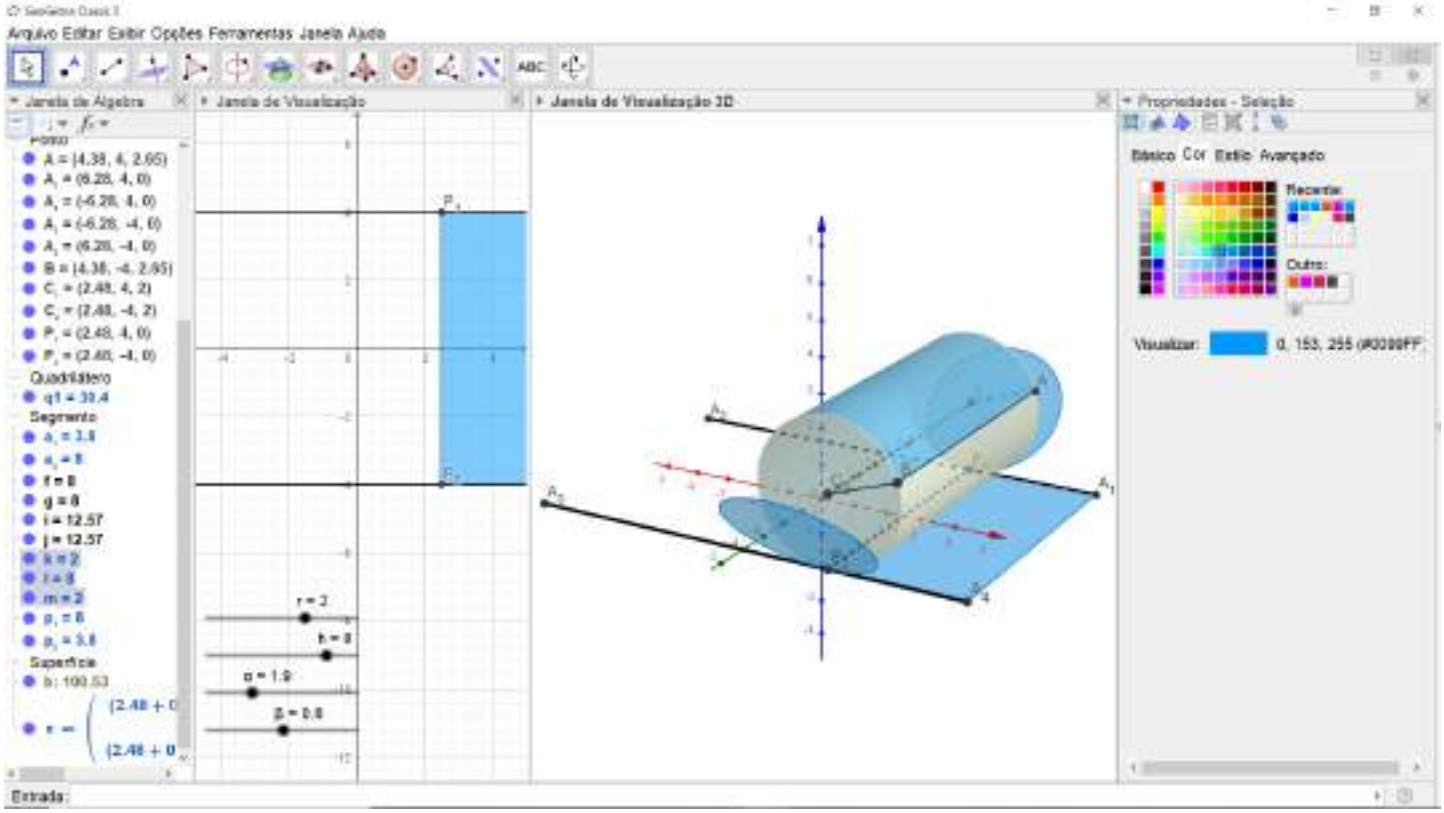
(46) Clique na janela de visualização 3D e selecione o item "*Segmento*" no menu terceiro botão da barra de ferramentas.



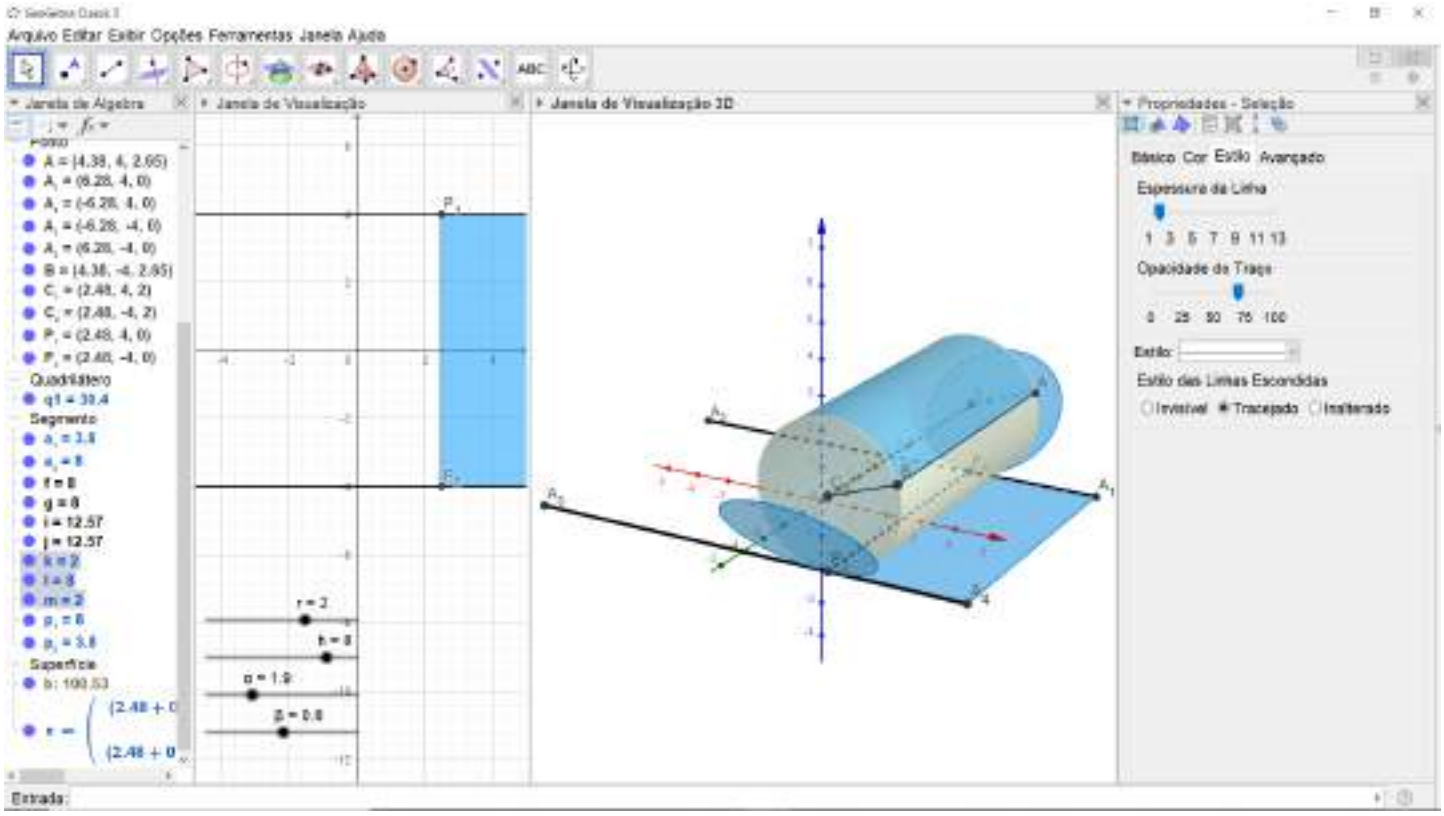
(47) Crie os segmentos *C_1A*, *AB* e *BC_2*. Na figura abaixo eles foram chamados de "*k*", "*l*" e "*m*". Clique com o botão direito do mouse sobre esses três segmentos e acesse suas propriedades.



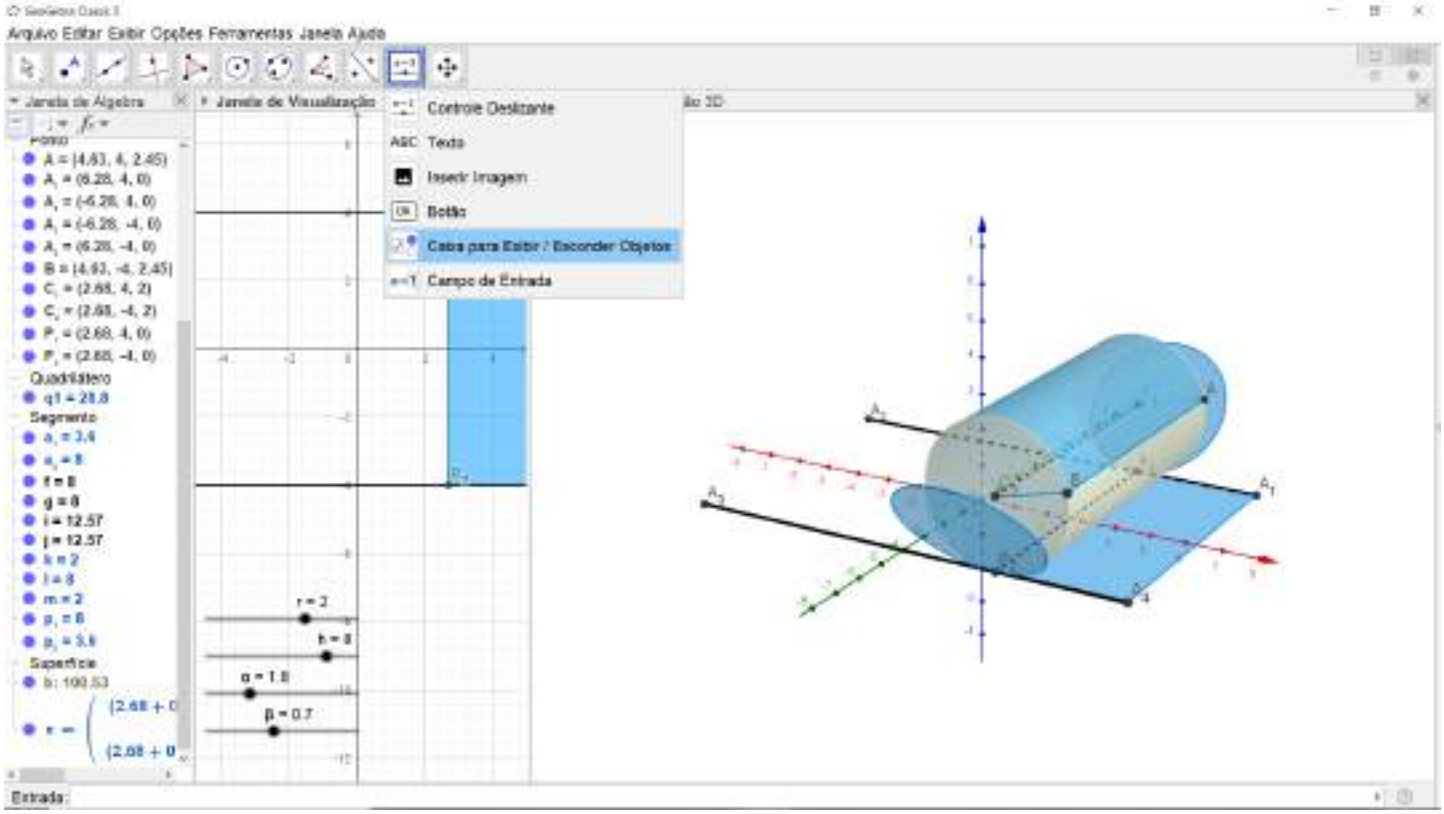
(48) Na aba "*Cor*", escolha o mesmo azul claro das superfícies.



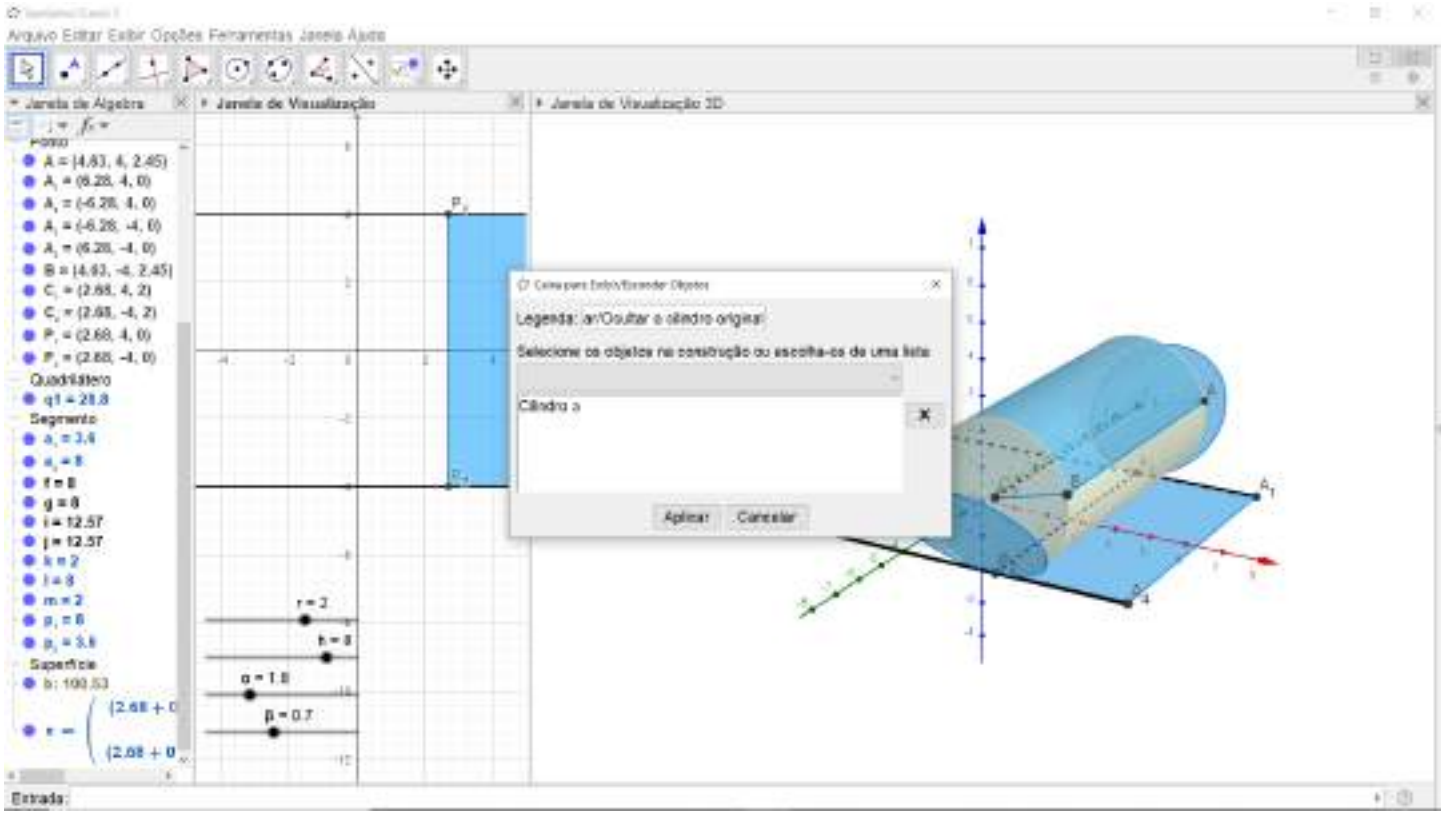
(49) Na aba “*Estilo*” coloque a espessura da linha em “*2*”.



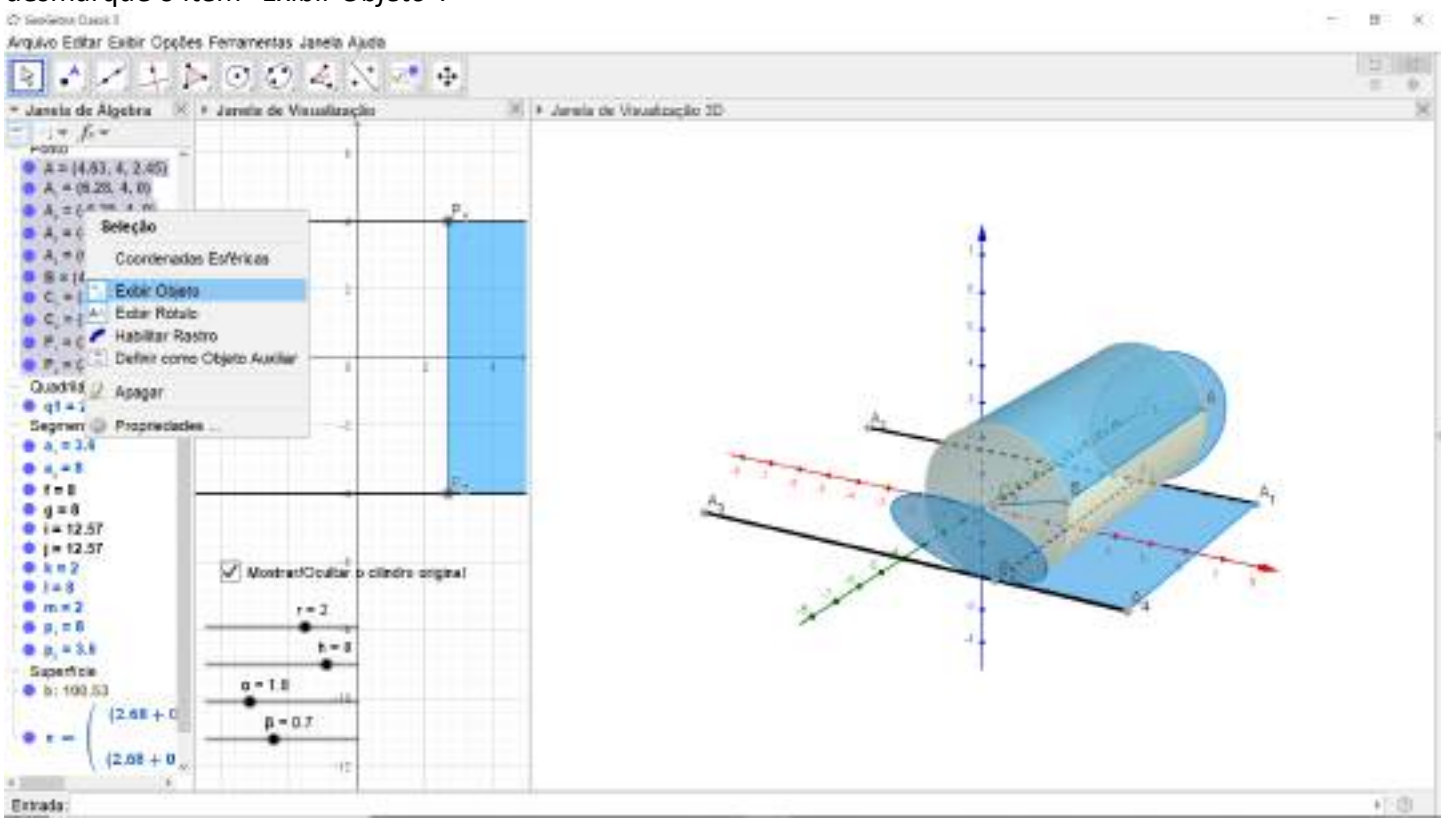
(50) Clique na janela 2D e no menu do décimo botão. Escolha o item “*Caixa para Exibir/Esconder Objetos*”.



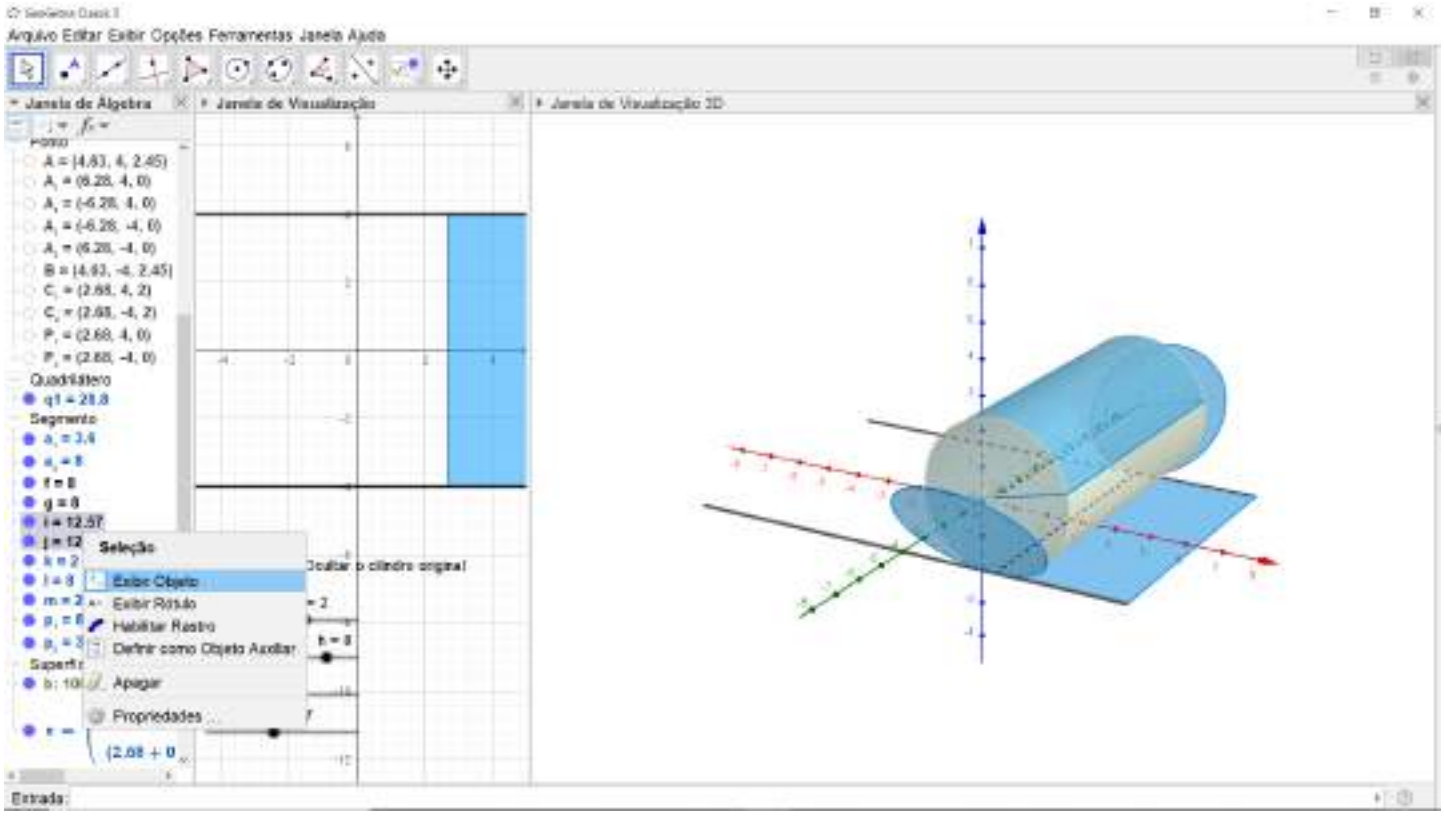
(51) Clique na janela 2D e na caixa de diálogo que irá se abrir digite na Legenda: "*Mostrar/Ocultar o cilindro original*". Depois, selecione na lista abaixo o cilindro original, que o GeoGebra está chamando de "*a*". Clique em "*Aplicar*".



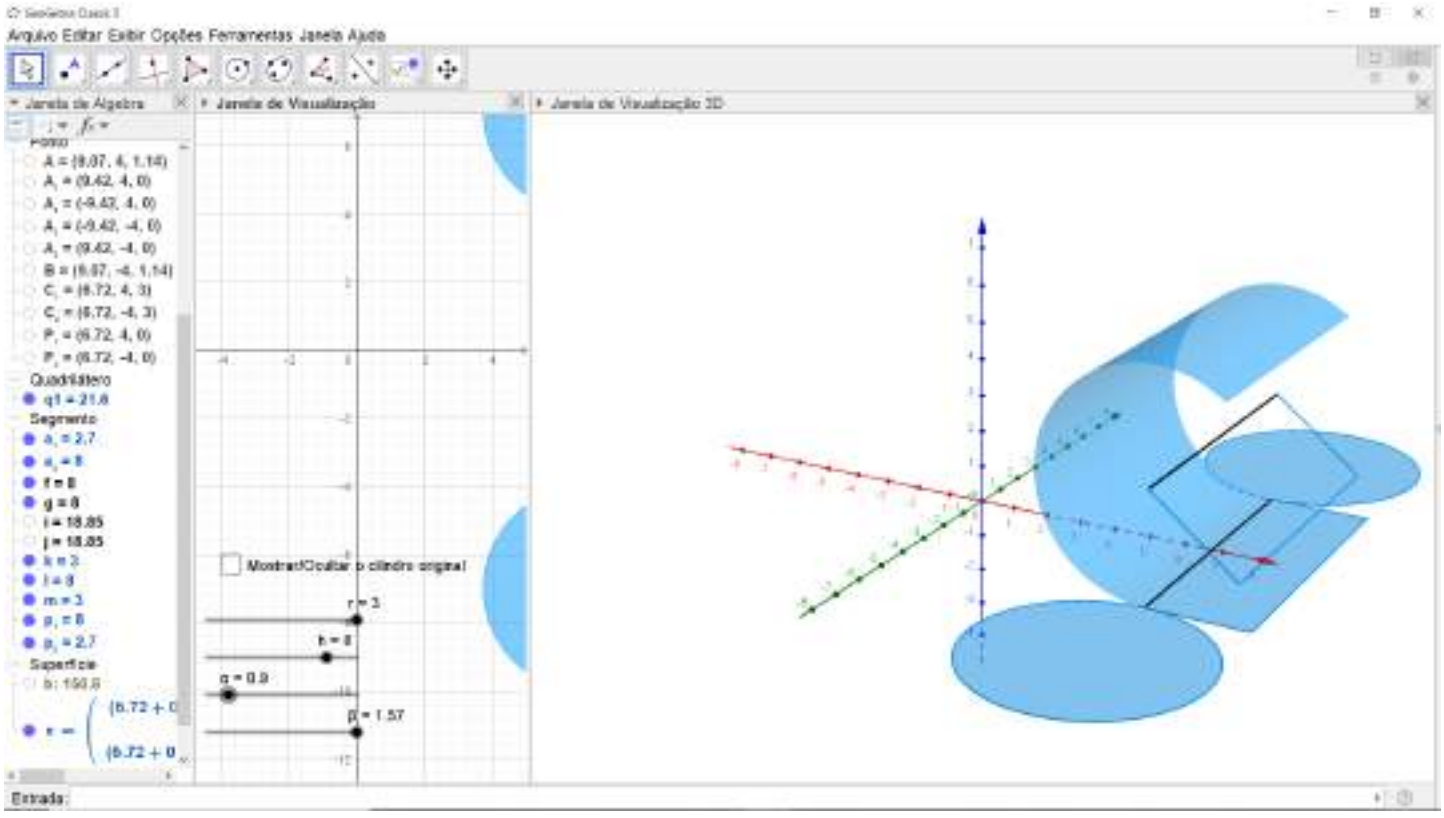
(52) Hora da limpeza: na Janela de Álgebra, selecione todos os pontos, clique com o botão direito do mouse e desmarque o item "*Exibir Objeto*".



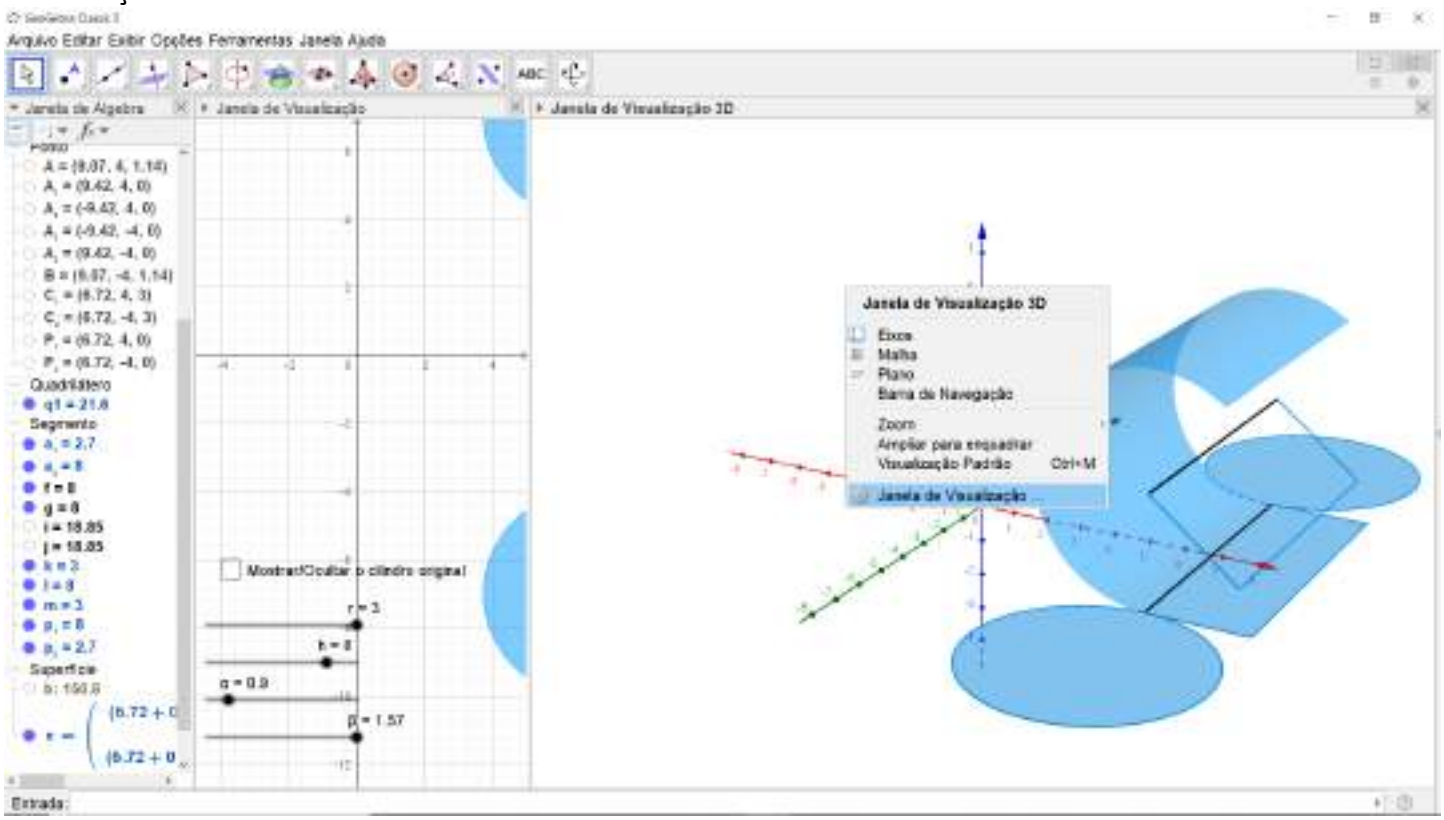
(53) Faça a mesma coisa com os segmentos “*i*” e “*j*” (segmentos *A_1A_2* e *A_3A_4*).



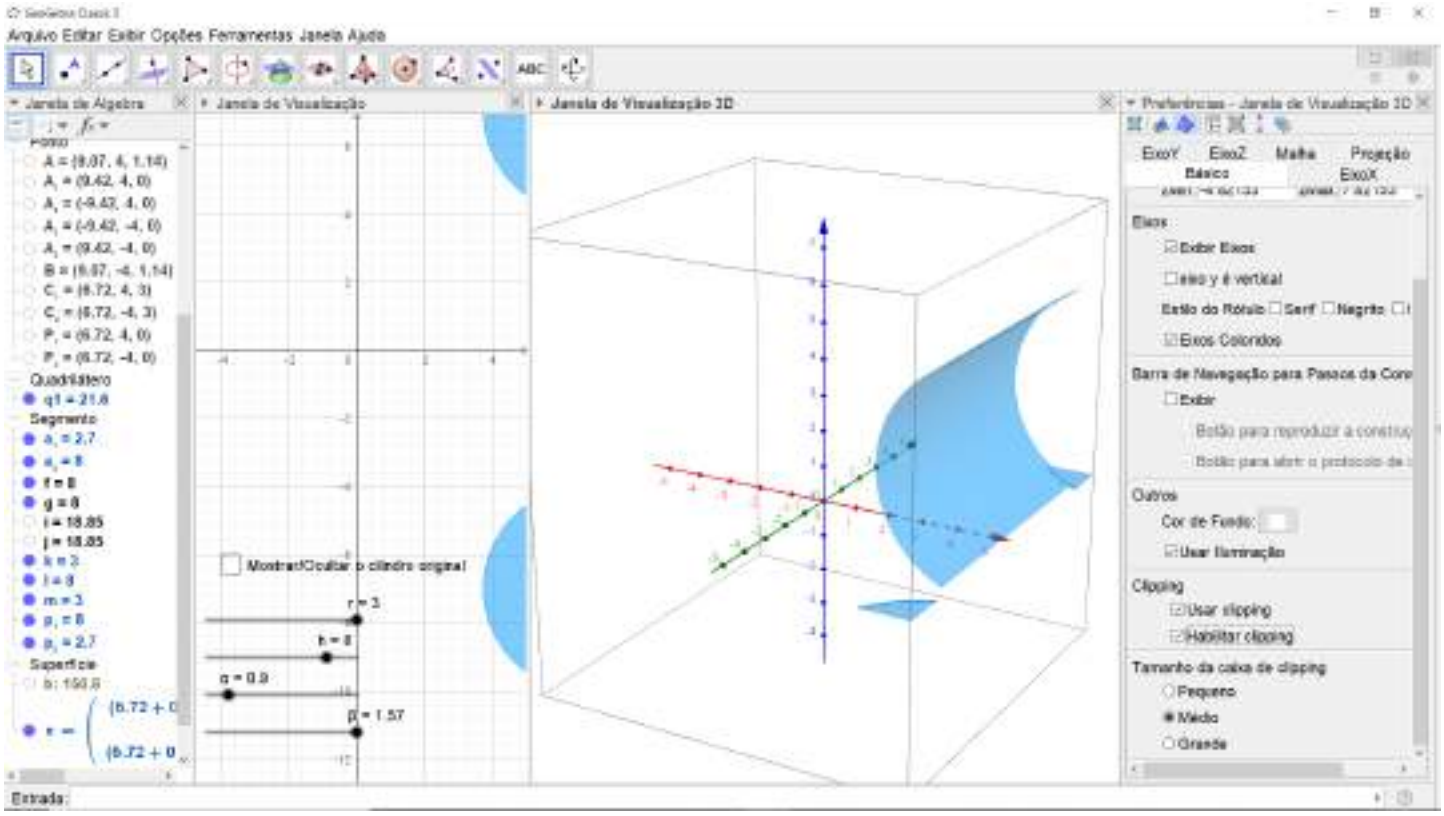
(54) Hora de brincar um pouco: movimente todos os controles deslizantes e analise seus efeitos sobre a construção. Clique na caixa para mostrar ou ocultar o cilindro original. Observe se tudo está funcionando como deveria. Observe, também, que a parte 2D, ou seja, a planificação completa do cilindro, é mostrada em ambas as janelas: 2D e 3D. Movimente, também, o sistema de coordenadas 3D (aperte “*Esc*”, clique na janela 3D e a arraste para movimentá-la). Observe a construção de diferentes pontos de vista. Você verá que há um problema nessa construção: quando o raio “*r*” é grande, às vezes, parte da superfície lateral “some”, enquanto que o cilindro original, os discos e o retângulo continuam visíveis. Isso ocorre porque a superfície de rotação está parametrizada e os intervalos dos parâmetros respeitam os intervalos visíveis dos eixos x, y e z na janela 3D. Para resolver isso, precisamos mexer na escala dos eixos, diminuindo toda a construção (por meio do “zoom”, por exemplo). Entretanto, vamos fazer um pouco diferente: vamos limitar toda a construção a uma “caixa”.



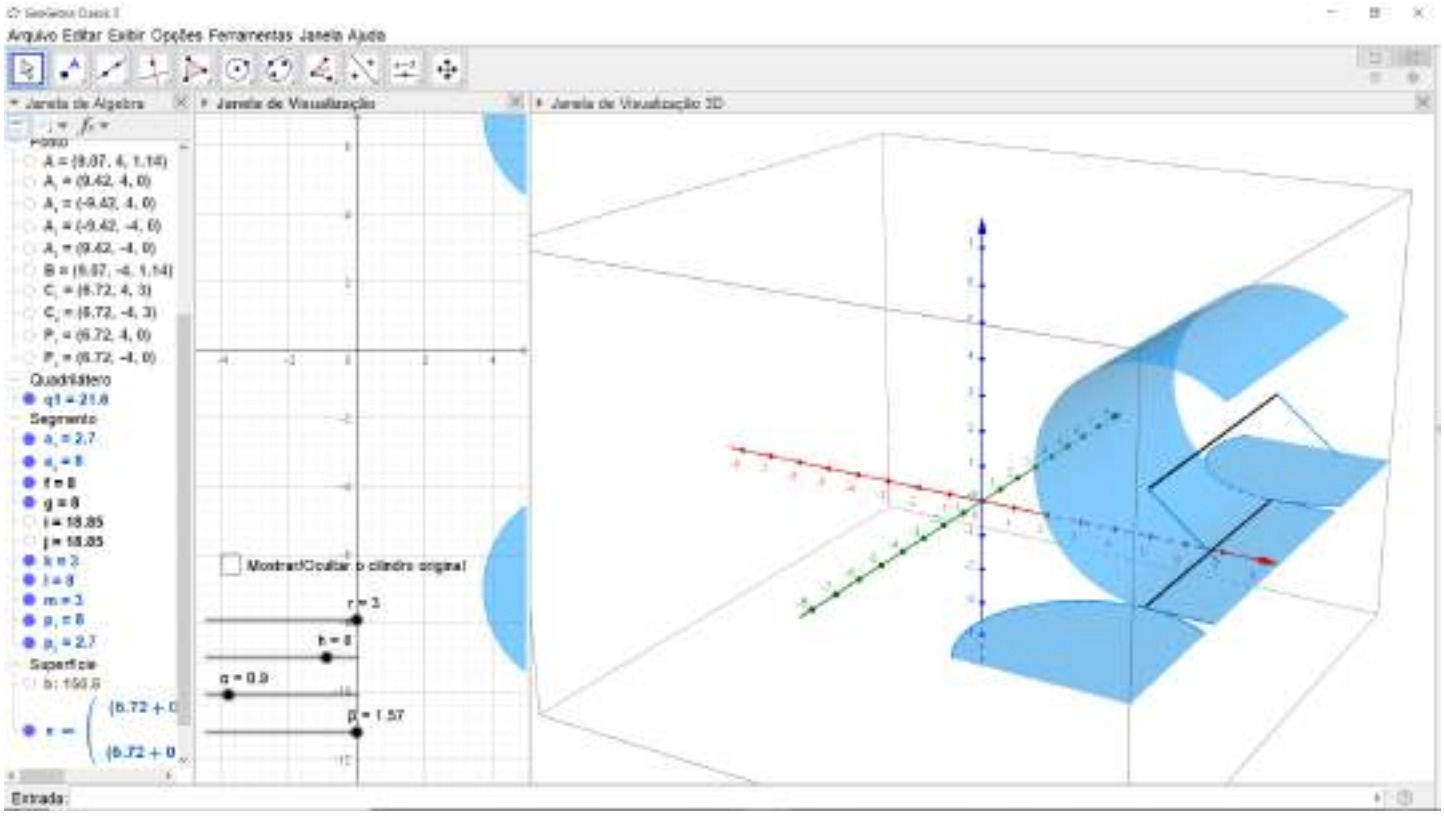
(55) Clique com o botão direito na “Janela de Visualização 3D”. No menu que se abre, escolha “Janela de Visualização”.



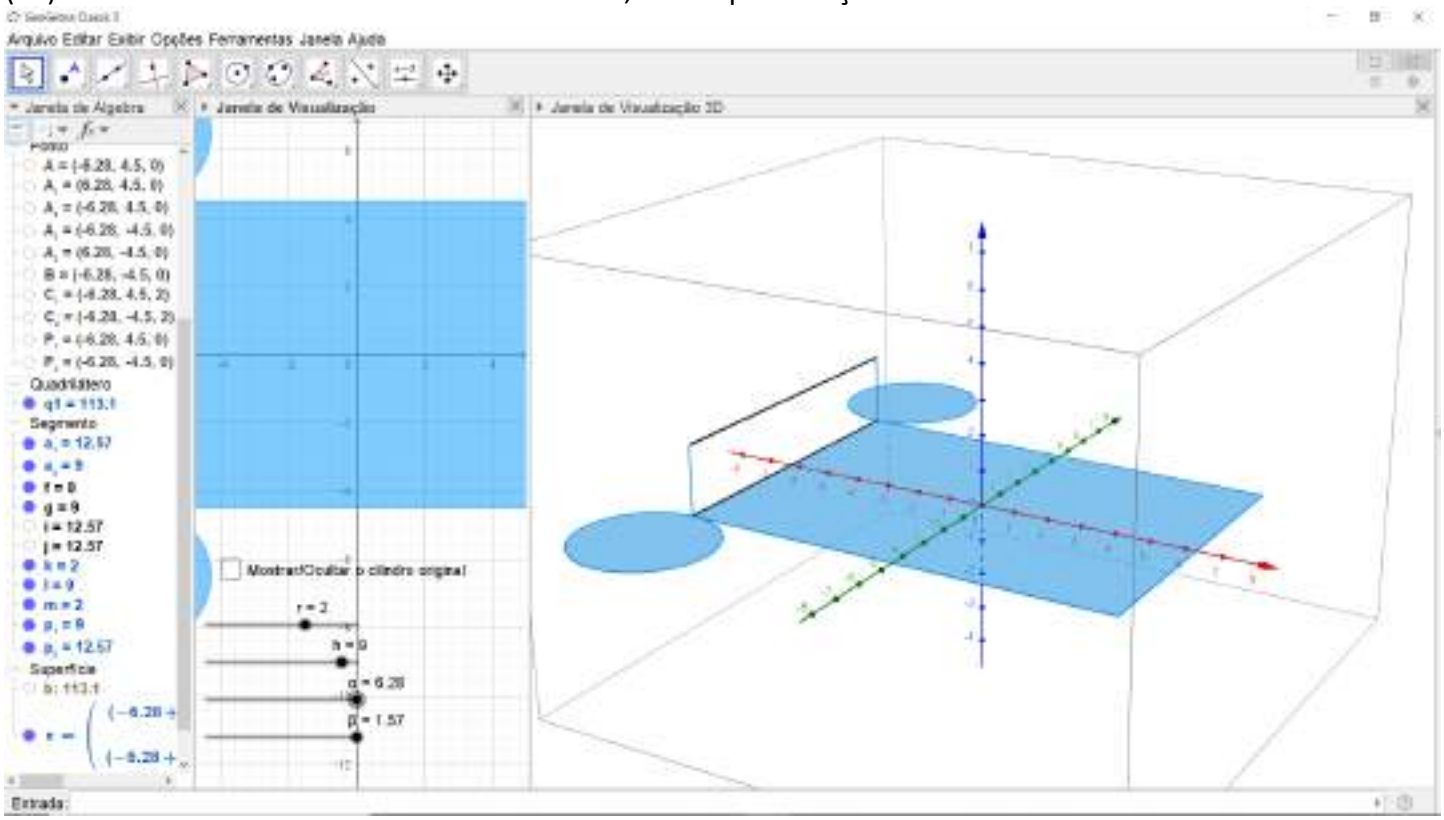
(56) Nas preferências da “Janela de Visualização 3D”, na aba “*Básico*”, observe que há um item chamado “*clipping*” (recortar). Marque as duas opções: “*Habilitar clipping*” (isso colocará uma “caixa” em torno do sistema de coordenadas) e “*Usar clipping*” (isso mostrará apenas as partes dos objetos que estão no interior da “caixa”).



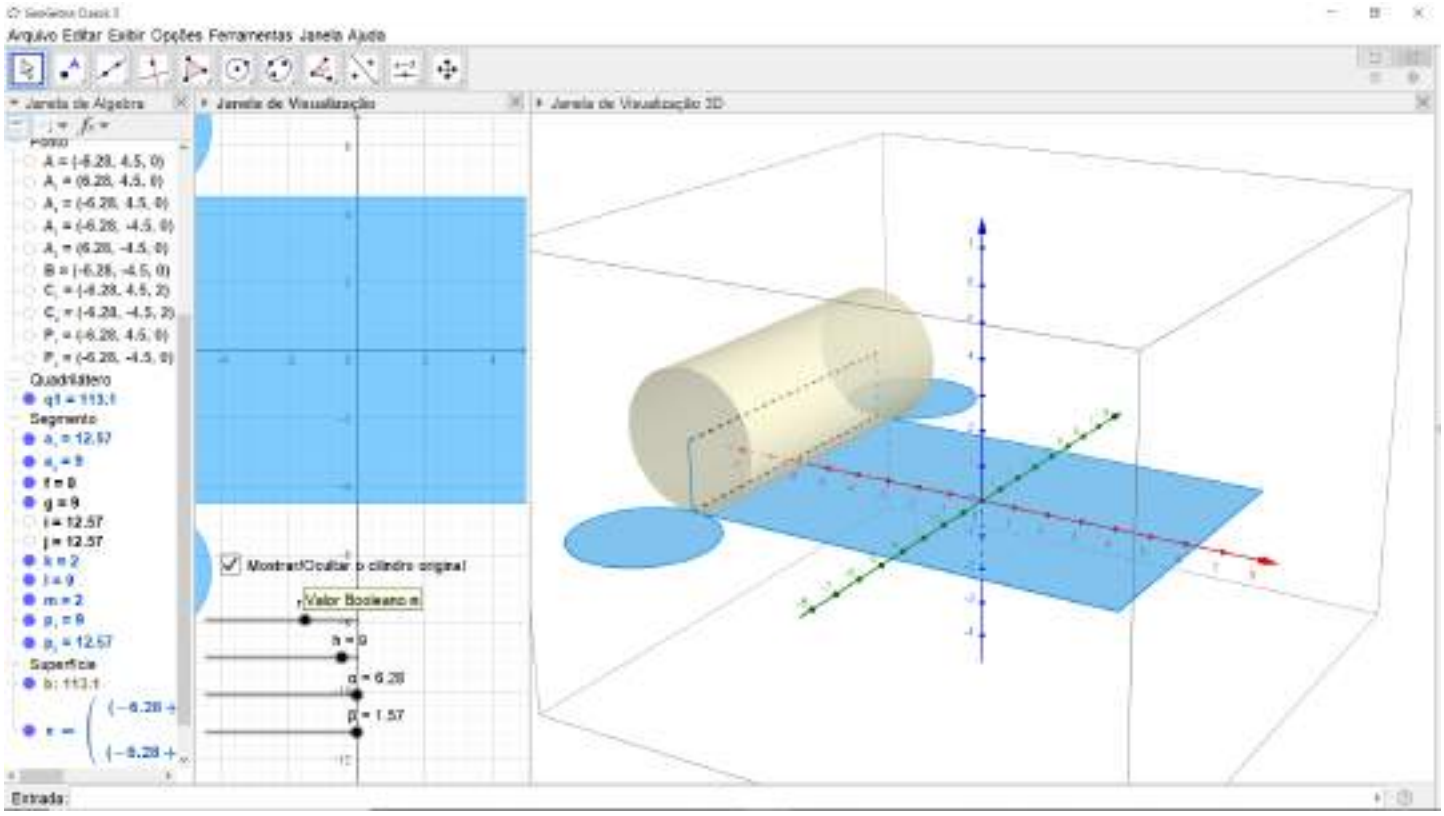
(57) Pronto! Observe o efeito: tudo fica dentro de uma “caixa” apenas.



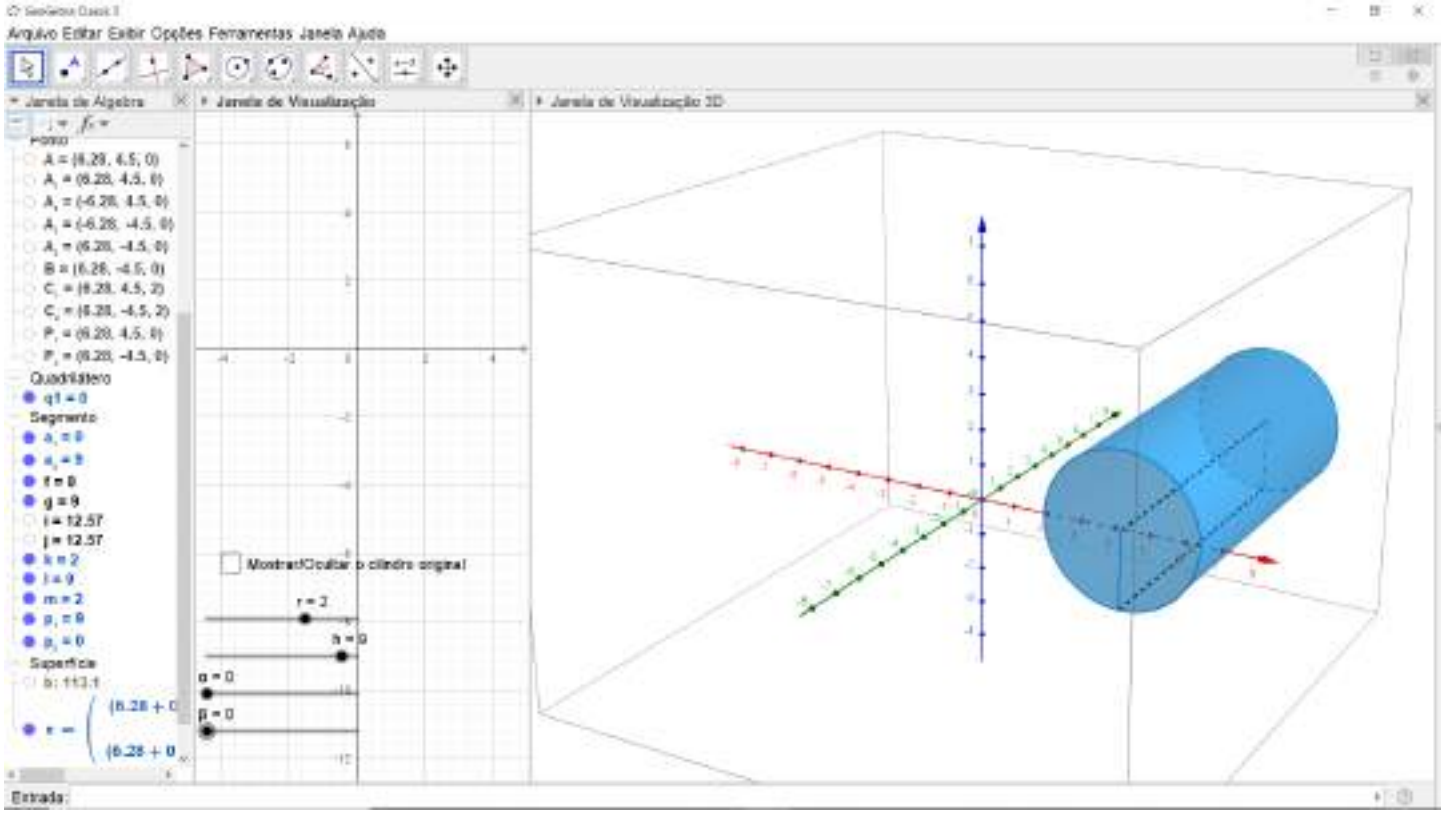
(58) Hora de brincar: se você escolher *r=2* e *h=8*, toda a planificação fica dentro da “caixa”.



(59) Inclusive o cilindro original junto com sua planificação.



(60) O cilindro original ainda não planificado.



Até a próxima construção!