

Teoría – Tema 5

CCSS Teoría - 2 - Dominio en operaciones elementales con funciones

Casos más usuales para estudiar el dominio en operaciones con funciones elementales

Suma, resta y producto de dos funciones

Dominio: la intersección de los dominios de cada función.

Ejemplo: $f(x) = x \cdot \ln(x) \rightarrow \text{Dom}(f) \rightarrow \text{Dom}(x) = \mathbb{R} , \text{Dom}(\ln(x)) = (0, +\infty)$

Intersección: $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} \cap (0, +\infty) = (0, \infty)$

Cociente de funciones

Dominio: dominio del numerador intersectado con dominio del denominador, menos los valores que anulen al denominador.

Ejemplo: $f(x) = \frac{x}{\ln(x)} \rightarrow \text{Dom}(f) \rightarrow \text{Dom}(x) = \mathbb{R} , \text{Dom}(\ln(x)) = (0, +\infty)$

Intersección: $\mathbb{R} \cap (0, +\infty) = (0, \infty)$

A la intersección quitamos valores que hacen cero al denominador: $\ln(x) = 0 \rightarrow x = 1$

$\text{Dom}(f) = (0, +\infty) - \{1\} = (0, 1) \cup (1, +\infty)$

Cociente de polinomios

Dominio: Aplicando la consecuencia del apartado anterior, en un cociente de polinomios tendremos como dominio todos los reales menos los valores que anulan al denominador.

Ejemplo: $f(x) = \frac{x-3}{x+5} \rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-5\}$

Raíz de un polinomio o de un cociente de polinomios

Dominio: resolver la inecuación para que el discriminante sea mayor o igual a cero.

Ejemplo: $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x-5}} \rightarrow \text{Dom}(f) : \frac{1}{x-5} \geq 0 \rightarrow \text{Dom}(f) = (5, +\infty)$

Logaritmo de un polinomio o de un cociente de polinomios

Dominio: resolver la inecuación para que el argumento sea estrictamente mayor que cero.

Ejemplo: $f(x) = \ln(1-x) \rightarrow \text{Dom}(f) : 1-x > 0 \rightarrow \text{Dom}(f) = (-\infty, 1)$

Seno o coseno de una función

Dominio: coincide con el dominio de la función del argumento.

Ejemplo: $f(x) = \sin(\ln(x)) \rightarrow \text{Dom}(f) = \text{Dom}(\ln(x)) \rightarrow \text{Dom}(f) = (0, +\infty)$

Exponencial (base positiva elevada a una función)

Dominio: coincide con el dominio de la función del exponente.

Ejemplo: $f(x) = e^{1/x} \rightarrow \text{Dom}(f) = \text{Dom}(1/x) \rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

Potencia de funciones (función en la base y función en el exponente)

Dominio: por un lado la función de la base debe ser mayor o igual que cero. Y este intervalo deberemos intersectarlo con el dominio de la función del exponente.

Ejemplo: $f(x) = x^{1/x} \rightarrow \text{Base: } x \geq 0, \text{ Dom}(1/x) = \mathbb{R} - \{0\}$
 $[0, +\infty) \cap (0, \infty) \rightarrow \text{Dom}(f) = (0, +\infty)$