A feladat matematikai háttere

A probléma az első n darab pozitív egész szám összegének (azaz az $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$ alakú háromszögszámoknak) és egy p prímszámnak a kapcsolatát vizsgálja az alábbi egyenleten keresztül:

$$\frac{n(n+1)}{2} + p = 2027$$

A megoldás gondolatmenete (Algoritmus a diákok számára):

1. **Felső korlát meghatározása:** Mivel p pozitív prímszám (p ≥ 2), a háromszögszám értéke nem érheti el a 2027-et. Ebből adódik, hogy n(n+1) < 4054. Mivel $\sqrt{4054} \approx 63,67$, a vizsgálatot elegendő az $n \in [1;63]$ tartományra korlátozni.

2. **Paritásvizsgálat:** A 2027 páratlan szám. Ha a keresett prím a p=2 lenne, akkor az n(n+1) = 4050 egyenletet kapnánk, aminek nincs egész megoldása. Ebből következik, hogy p csak páratlan prím lehet, a háromszögszámnak (S_n) pedig minden esetben **párosnak** kell lennie.

3. **Szűrés és ellenőrzés:** Az intervallumon belül kiszámítjuk a páros háromszögszámokat, majd ellenőrizzük, hogy a $2027 - S_n$ különbség prímszámot ad-e.

A feladat megoldáskészlete:

A feltételeknek pontosan **14 darab (n; p) számpár** felel meg:

- **Kis n értékek (nagy prímek):** (4; 2017), (7; 1999), (12; 1949), (15; 1907)
- **Közepes n értékek:** (28; 1621), (31; 1531), (32; 1499), (36; 1361)
- **Nagy n értékek (kis prímek):** (51; 701), (55; 487), (56; 431), (59; 257), (60; 197), (63; 11)

Didaktikai gondolatok a GeoGebra alkalmazáshoz:

Ez a feladat kiválóan alkalmas a **dinamikus szemléltetésre**. A GeoGebra felületén egy csúszka segítségével változtatható az n értéke (1-től 63-ig), miközben a grafikus ablakban vizuálisan is megjeleníthető a háromszögszám növekedése (például pontrácsként vagy területként), a háttérben futó CAS-nézet pedig azonnal ellenőrizheti a maradék érték prímtulajdonságát. Sikerélményt ad a diákoknak, mert a tiszta algebrai keresést egy látványos, felfedező jellegű informatikai modellezéssé alakítja át.