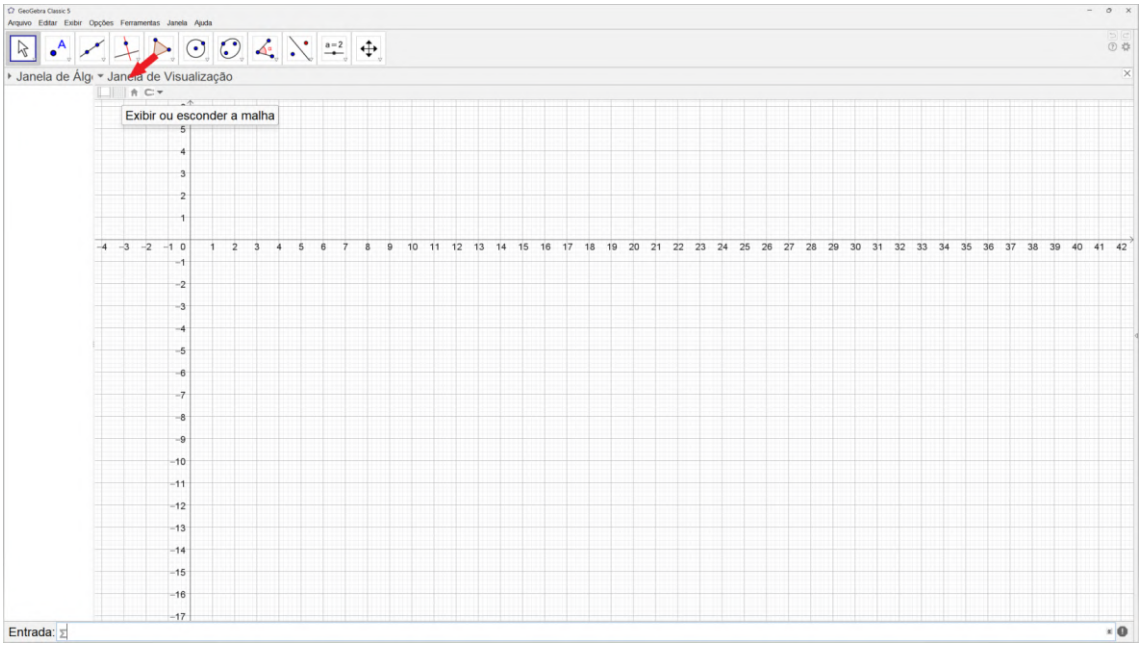
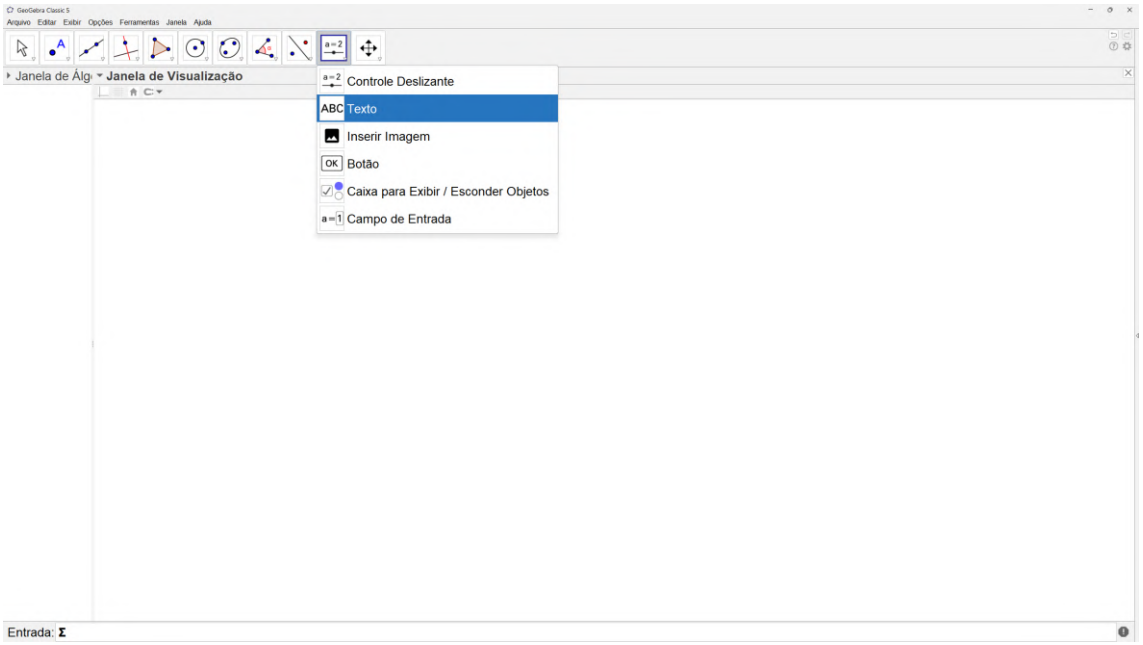
**SISTEMAS LINEARES 2x2**

**Roteiro ilustrado**

(1) Nesta construção vamos utilizar o GeoGebra Clássico 5. Primeiramente, no menu rápido, vamos esconder os eixos e a malha da Janela de Visualização.




(2) Vamos criar um campo de texto com o título da oficina. No penúltimo botão do menu, clique na setinha no canto inferior direito, selecione a ferramenta Texto e clique na Janela de Visualização.




(3) Copie e cole o comando abaixo dentro do campo “Editar”. Perceba que é possível visualizar o resultado final.

\fbox{\text{Estudo de Sistemas Lineares 2}\times\text{2}:

\left\{

\begin{tabular}\textcolor{red}{a_{11}x} \hspace{-0.5cm}& \textcolor{red}{+} &

\hspace{-0.5cm}\textcolor{red}{a_{12}y} \hspace{-0.5cm}& \textcolor{red}{=} &\hspace{-0.5cm} \textcolor{red}{b_1}\\

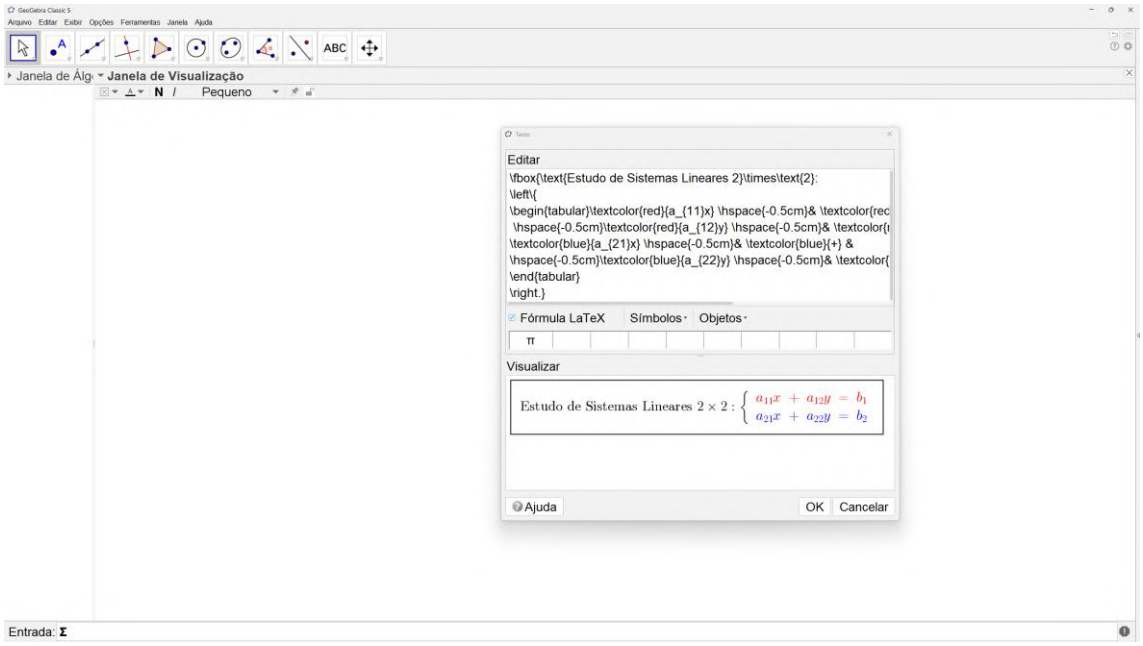
\textcolor{blue}{a_{21}x} \hspace{-0.5cm}& \textcolor{blue}{+} &

\hspace{-0.5cm}\textcolor{blue}{a_{22}y} \hspace{-0.5cm}& \textcolor{blue}{=} & \hspace{-0.5cm}\textcolor{blue}{b_2}

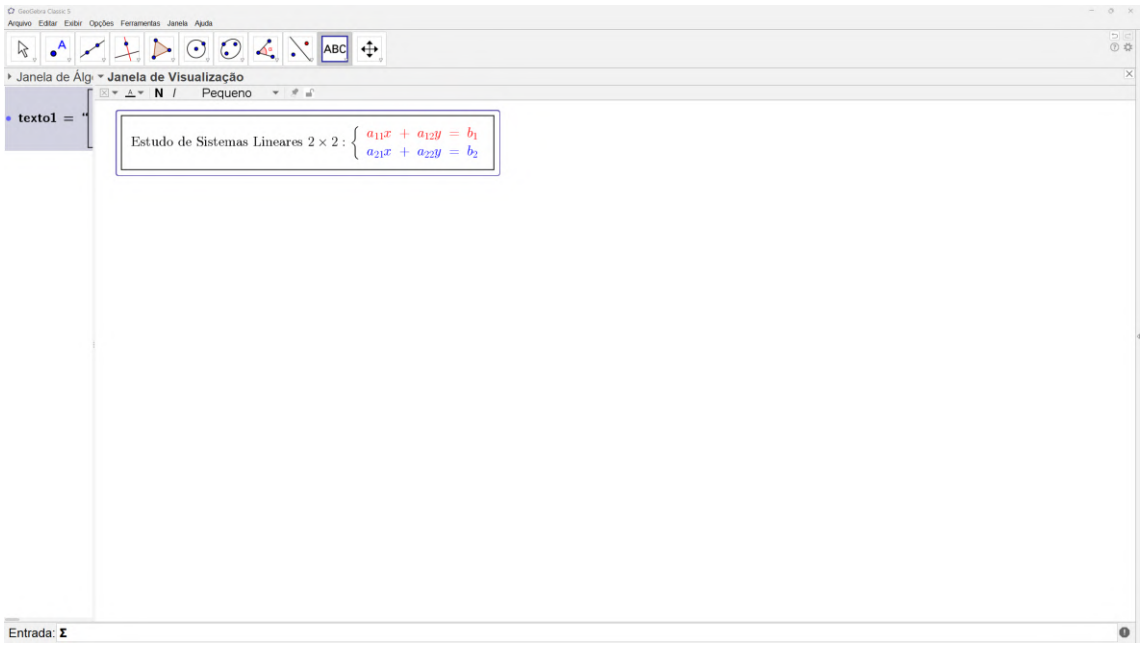
\end{tabular}

\right.}

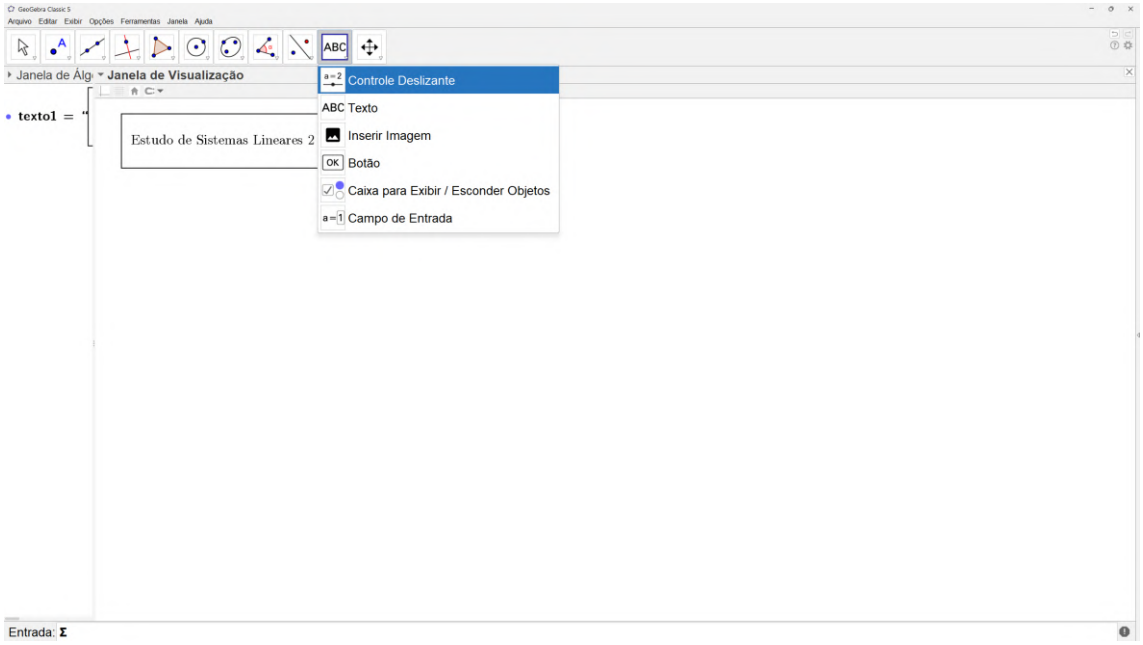
Clique em OK.



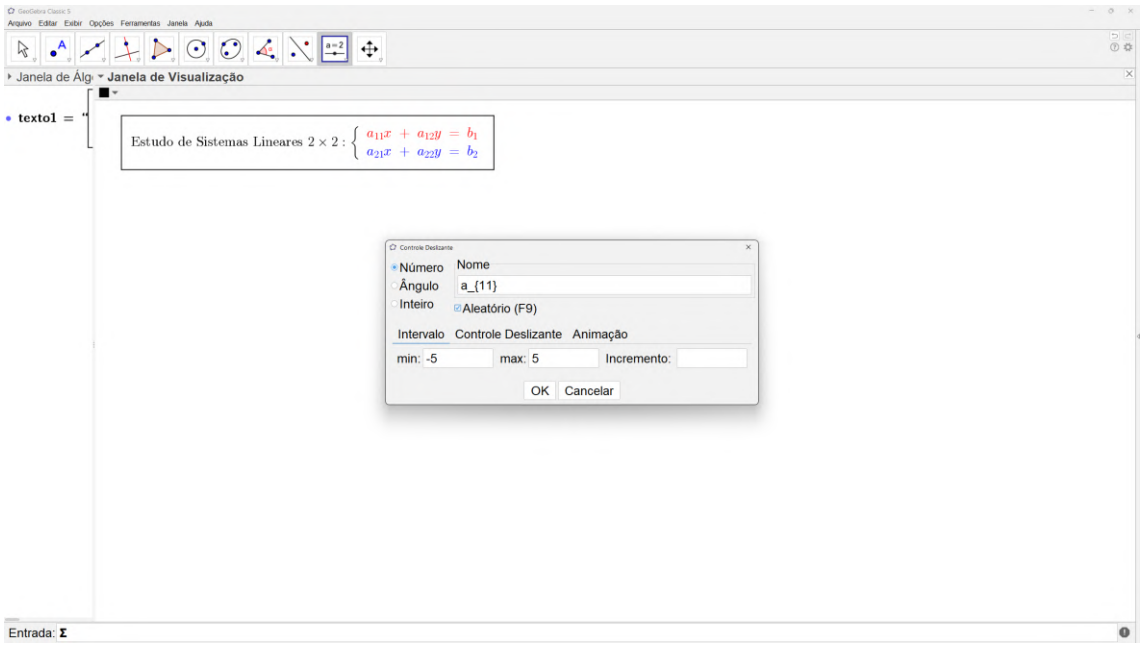

(4) Clique e arraste o texto para a parte superior esquerda da Janela de Visualização. Pressione Esc para tirar a seleção da ferramenta Texto.



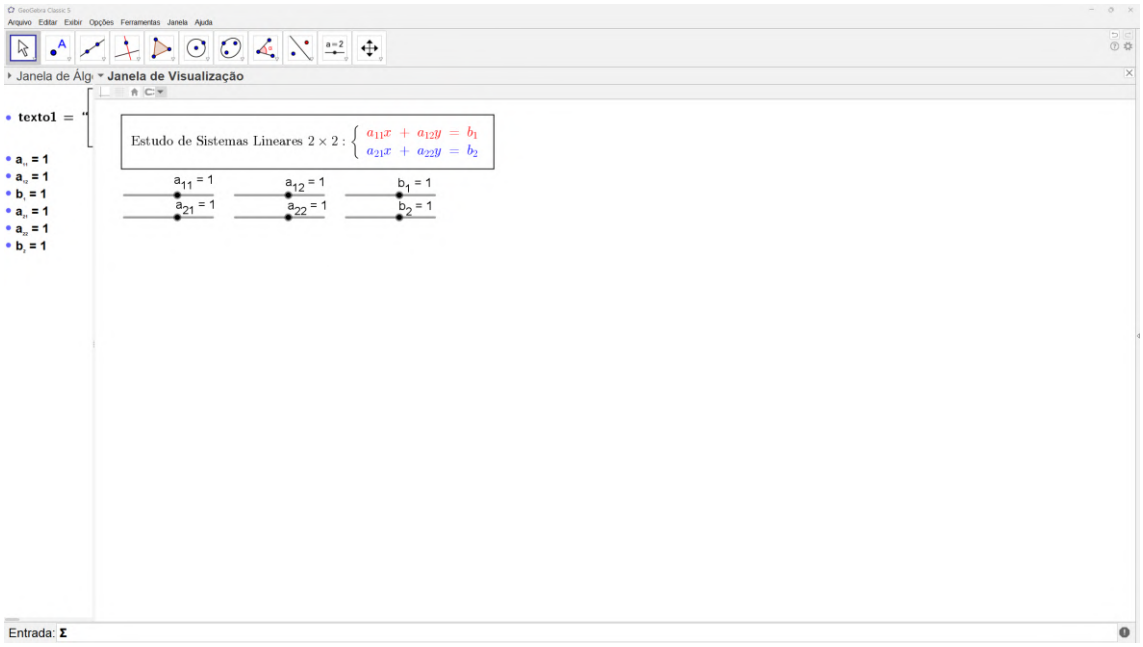

(5) Criaremos agora os 6 controles deslizantes referente aos coeficientes $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ e os termos independentes $b_1$ e $b_2$. No penúltimo item do menu, selecione Controle Deslizante e clique na Janela de Visualização.



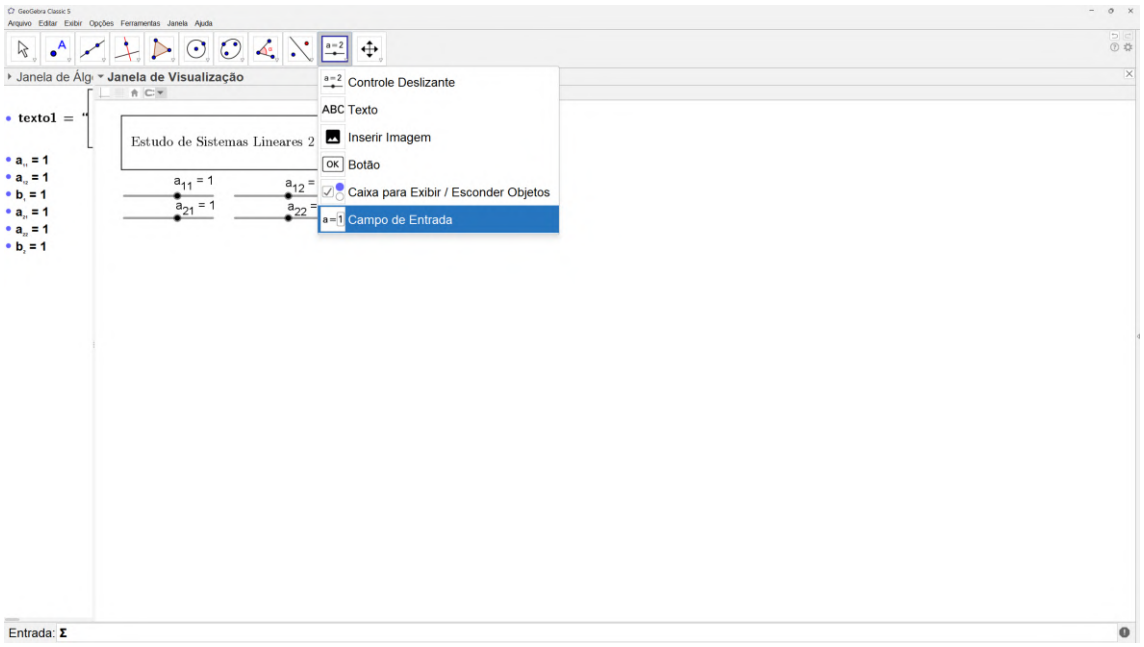

(6) Na janela que se abre, digite a_{11} no campo Nome, marque a caixa “Aleatório (F9)” e não altere as outras configurações.



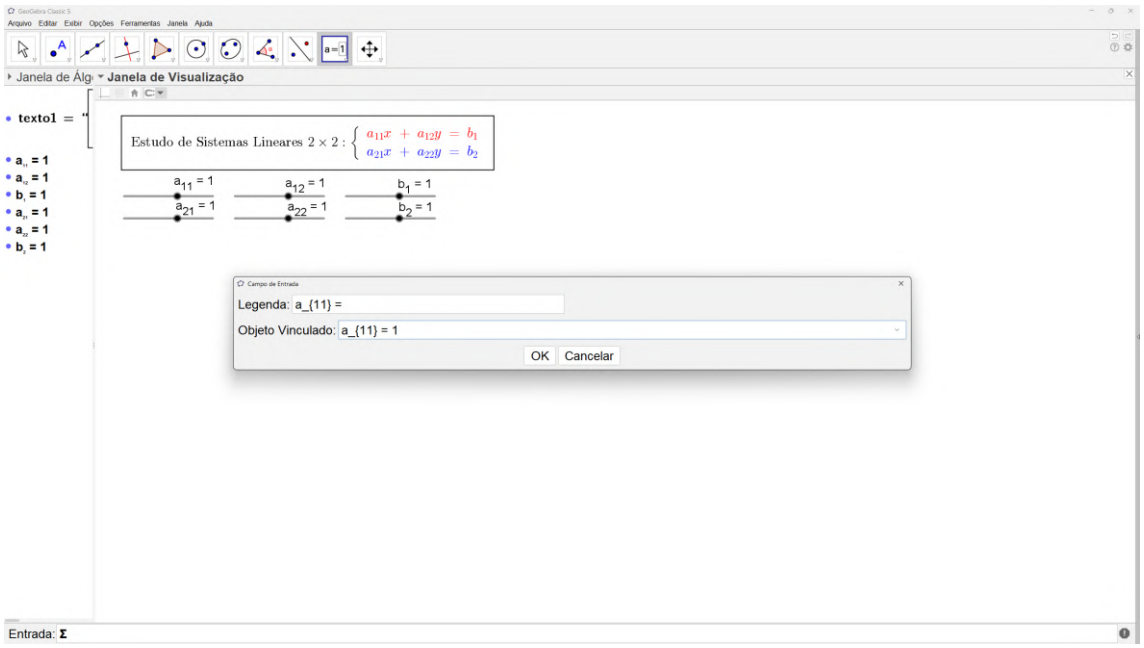

(7) Com a ferramenta Controle Deslizante ainda selecionada, clique na Janela de Visualização e crie outras caixas de maneira análoga colocando no campo Nome a_{12}, b_1, a_{21}, a_{22} e b_2. Não se esqueça de selecionar o “Aleatório (F9)” em todos os controles deslizantes. Ao final teremos 6 controles deslizantes. Posicione-os conforme figura abaixo. Aperte Esc para tirar a seleção da ferramenta Controle Deslizante.




(8) Agora criaremos 6 campos de entrada, um para cada controle deslizante, pois queremos que o usuário possa selecionar valores tanto pelo controle deslizante, quanto digitando os valores na caixa de entrada. No penúltimo botão, selecione a ferramenta Campo de Entrada e clique na Janela de Visualização.



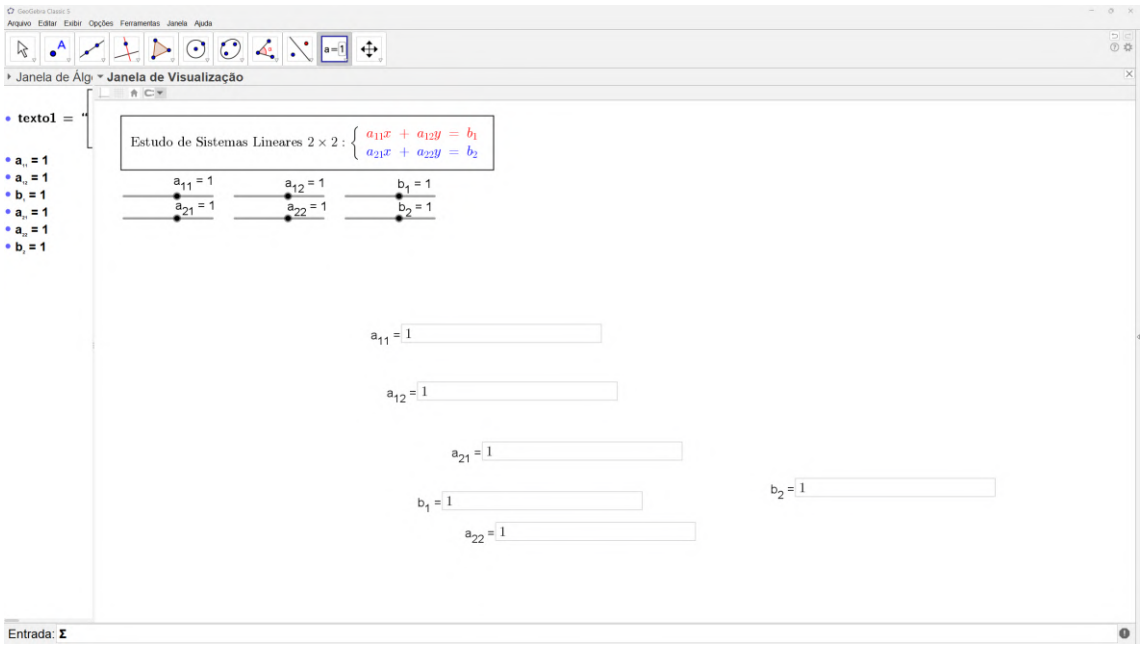

(9) Para o primeiro Campo de Entrada, digite na legenda a_{11} = (deixe um espaço após o = para que fique melhor visualmente) e em Objeto Vinculado, selecione o Controle Deslizante a_{11}=1.



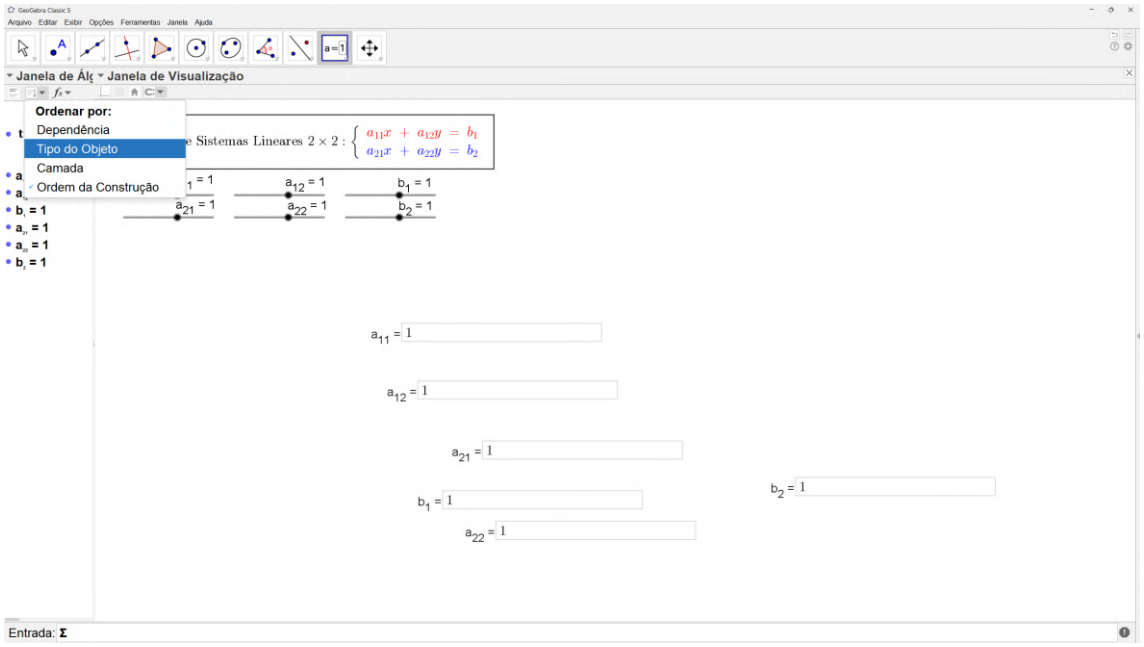

(10) Repita o processo para os outros Campos de Entrada:

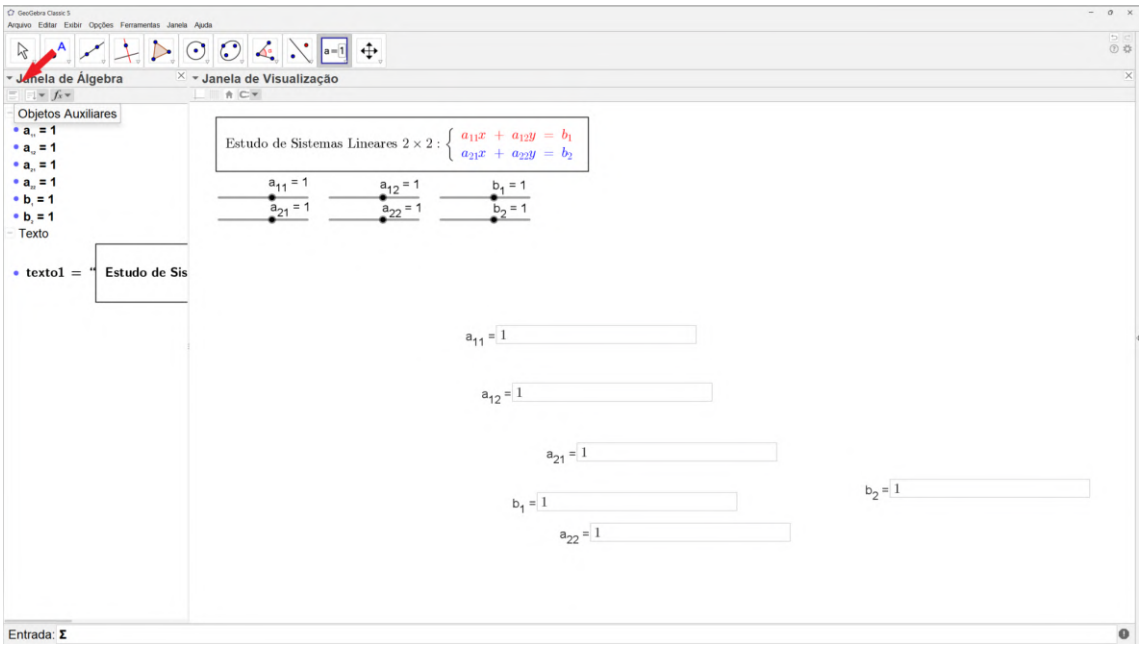
a_{12} = , a_{21} = , a_{22} = , b_1 = , b_2 =

Não se esqueça de vincular aos controles deslizantes correspondentes.

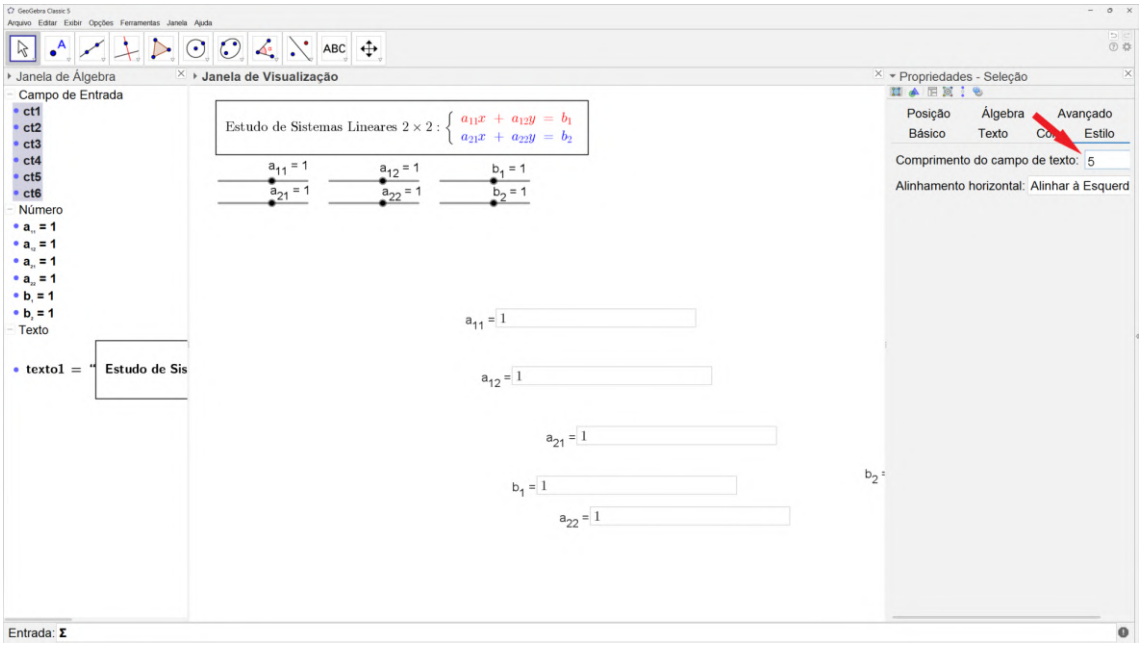



(11) Perceba que os Campos de Entrada estão compridos. Vamos diminuir o comprimento mas, antes, no menu rápido da Janela de Álgebra, vamos organizar os elementos por Tipo de Objeto. Abra o menu rápido da Janela de Álgebra e ordene os objetos desta janela por Tipo do Objeto. E ao lado desse menu para organizar, vamos clicar em Objetos Auxiliares.

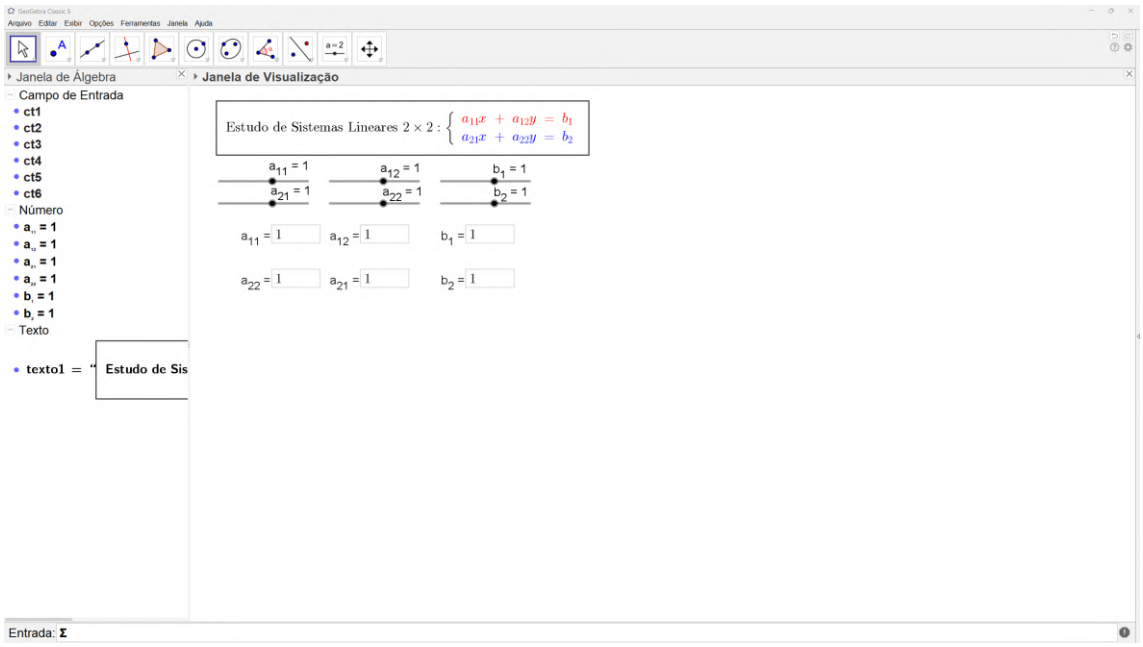




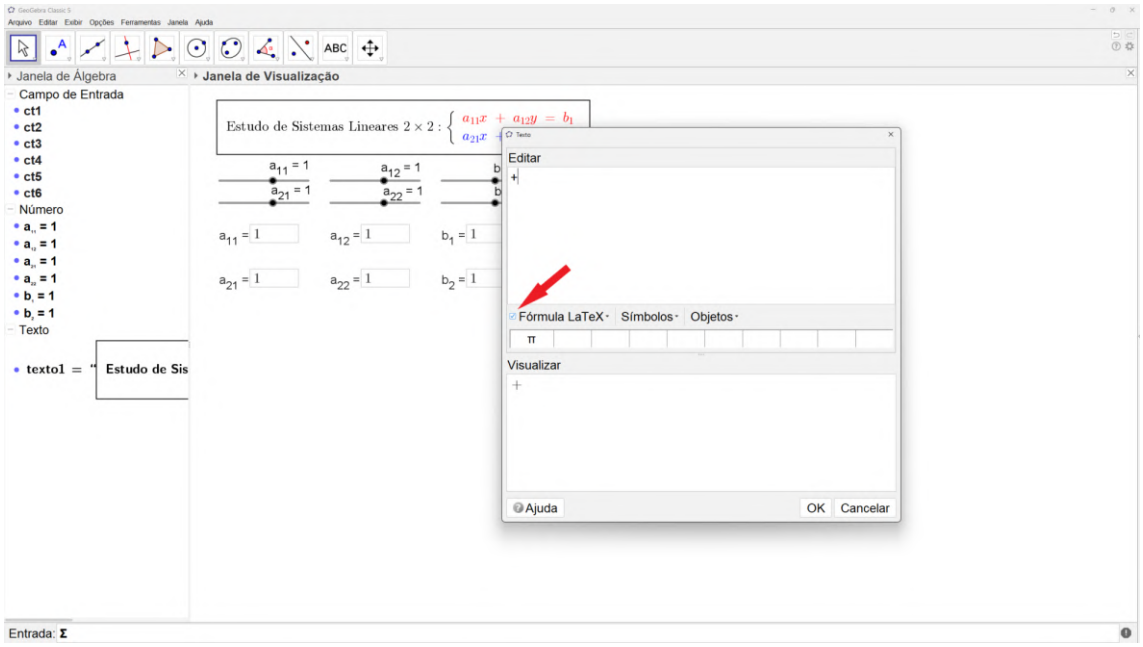

(12) Em seguida, na Janela de Álgebra, clique com o botão direito no texto Campo de Entrada e clique em Propriedades. Uma janela aparecerá do lado direito. Clique em Estilo e no campo Comprimento **de cada campo de texto**, digite 5 e digite Enter. Na sequencia, feche a janela de Propriedades.




(13) Pressione Esc e, com o botão direito do mouse, arraste os Campos de Entrada e organize-os conforme figura abaixo.




(14) Vamos criar agora dois textos que nos ajudarão na estética de textos que virão a seguir. No penúltimo botão, selecione a ferramenta Texto. Clique na Janela de Visualização e, em Editar, digite +, selecione Fórmula LaTeX logo abaixo e clique em OK. Faça o mesmo processo e crie o texto -. Perceba na Janela de Álgebra que tais textos ficaram nomeados como texto2 e texto3. Desmarque as caixas de seleção azuis na Janela de Álgebra para ocultar os objetos da Visualização.




(15) Criaremos agora o texto dinâmico que altera os valores dos coeficientes e dos termos independentes de acordo com o que o usuário altera os controles deslizantes e/ou os campos de entrada.

Com a ferramenta texto ainda selecionada, clique na Janela de Visualização. Em Editar, cole o texto abaixo – MAS NÃO CLIQUE EM OK AINDA. Nós faremos alterações nos textos que estão entre * *.

\fbox{\left\{

\begin{tabular}\textcolor{red}{*a_{11}*x} \hspace{-0.5cm}& \textcolor{red}{*Se(a_{12}>=0,texto2,texto3)*} &

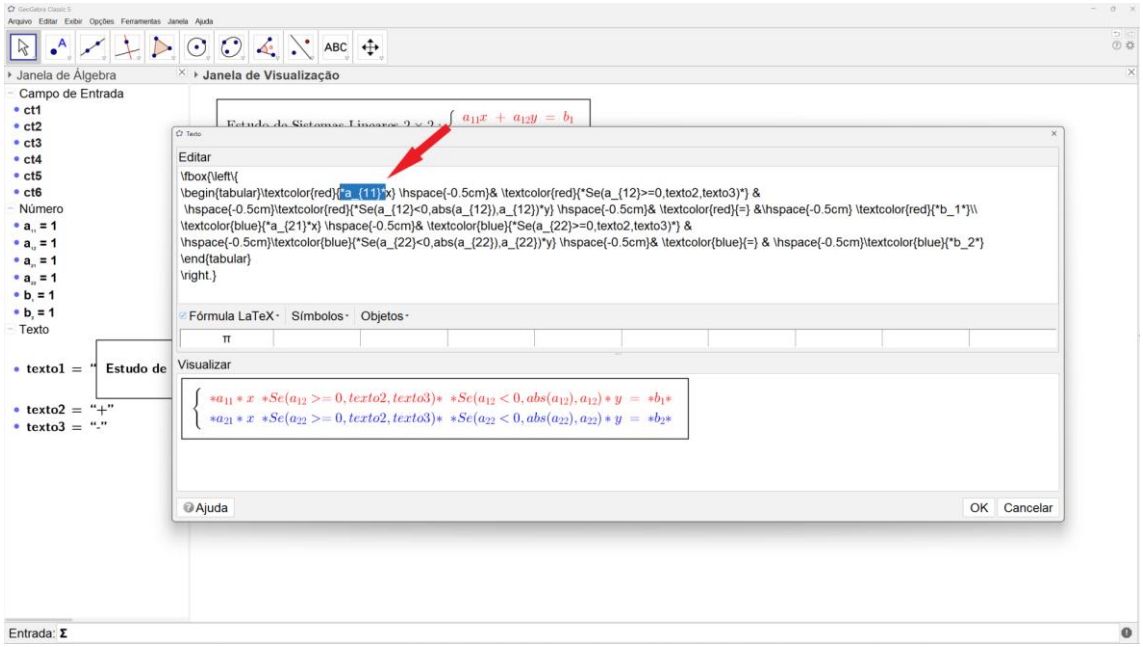
\hspace{-0.5cm}\textcolor{red}{*Se(a_{12}<0,abs(a_{12}),a_{12})*y} \hspace{-0.5cm}& \textcolor{red}{=} &\hspace{-0.5cm} \textcolor{red}{*b_1*}\\

\textcolor{blue}{*a_{21}*x} \hspace{-0.5cm}& \textcolor{blue}{*Se(a_{22}>=0,texto2,texto3)*} &

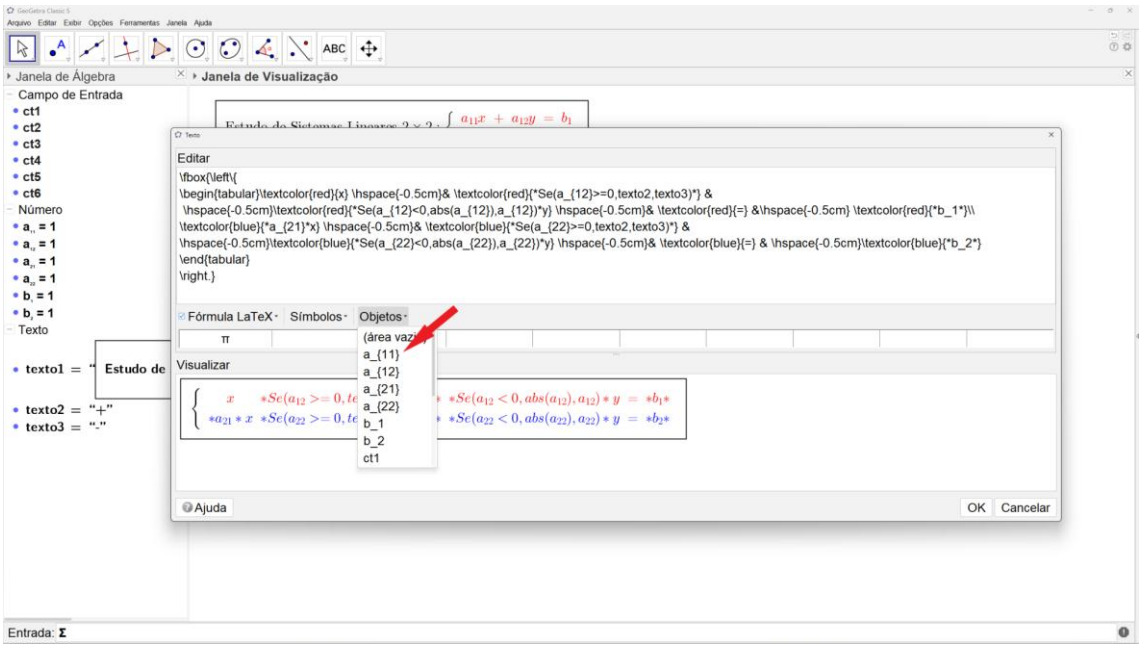
\hspace{-0.5cm}\textcolor{blue}{*Se(a_{22}<0,abs(a_{22}),a_{22})*y} \hspace{-0.5cm}& \textcolor{blue}{=} & \hspace{-0.5cm}\textcolor{blue}{*b_2*}

\end{tabular}

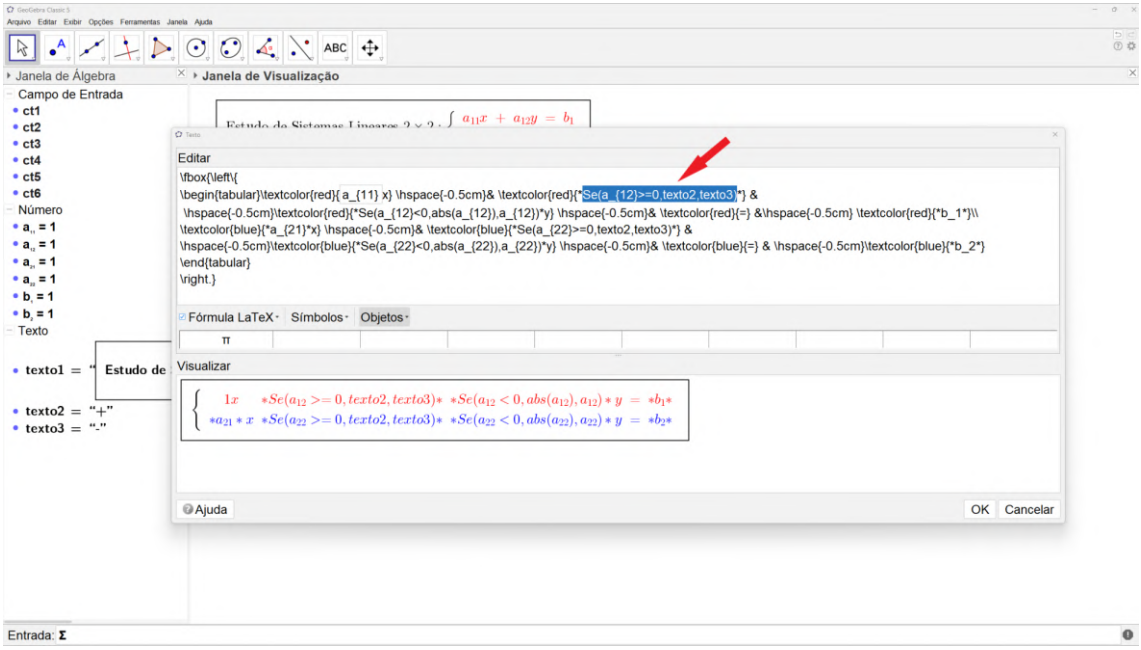
\right.}



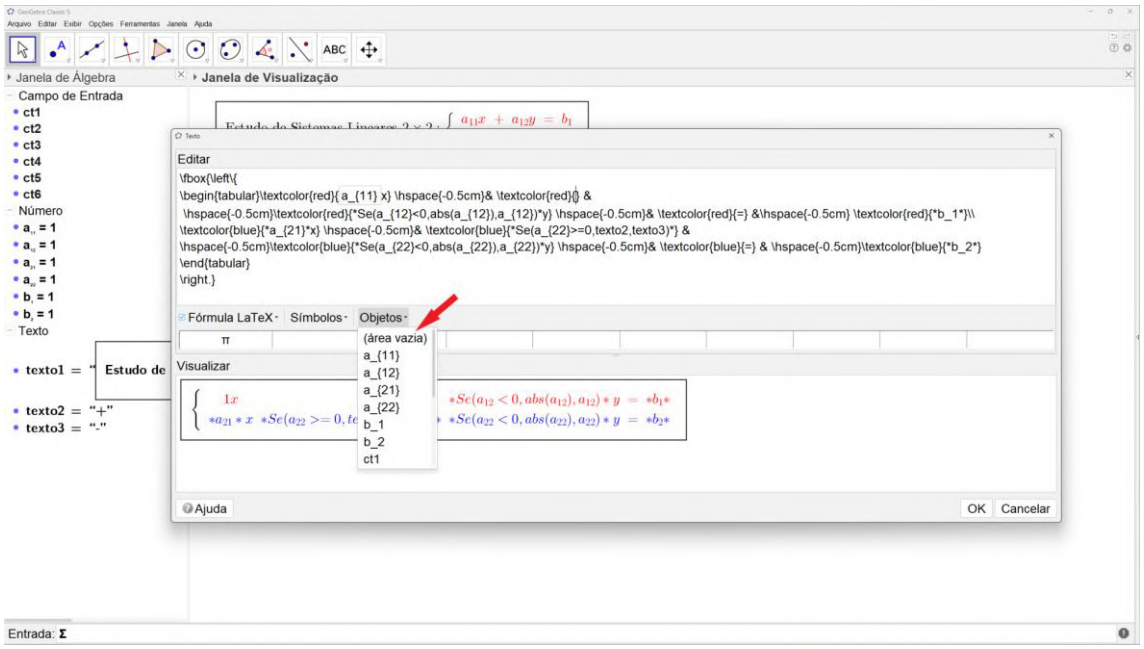

(16) Na segunda linha, selecione *a_{11}* conforme figura anterior (inclusive os asteriscos). Apague, abra o menu Objetos logo abaixo e selecione a_{11} na lista. Perceba a mudança que ocorrerá embaixo na visualização.



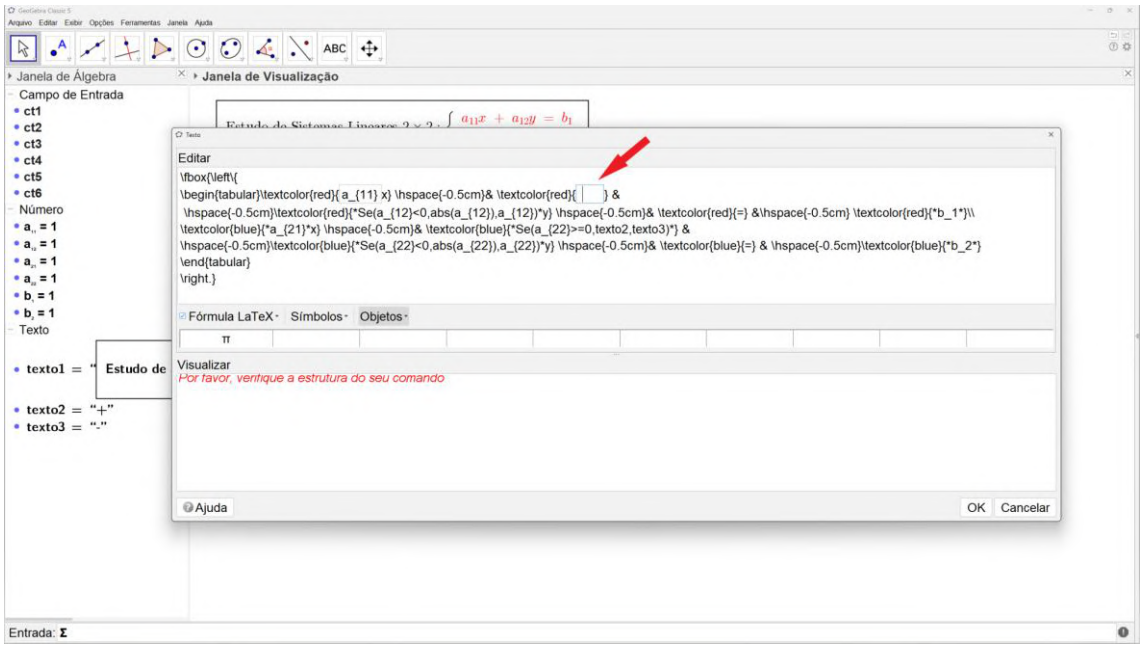

(17) Ainda na segunda linha, selecione todo o texto entre os asteriscos, copie o texto e delete o texto e os asteriscos (se por acaso apagar antes de copiar, esse é o texto desse passo: Se(a_{12}>=0,texto2,texto3) ).



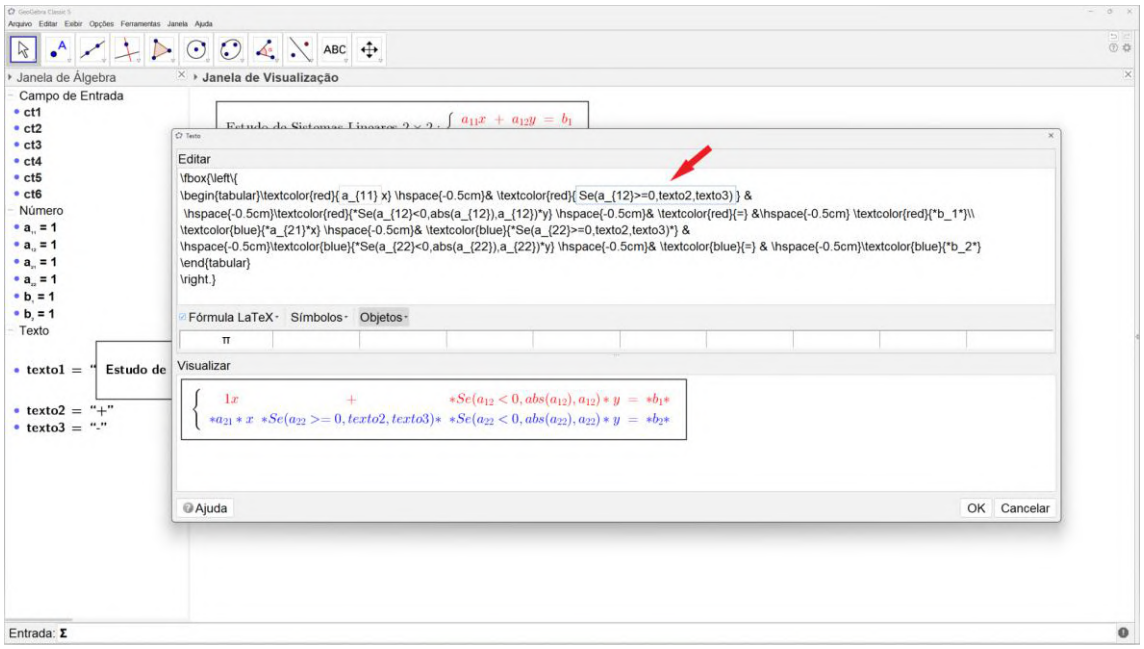

(18) Sem mover o cursor da posição em que estava (onde acabamos de apagar os asteriscos), clique em Objetos e selecione (área vazia).



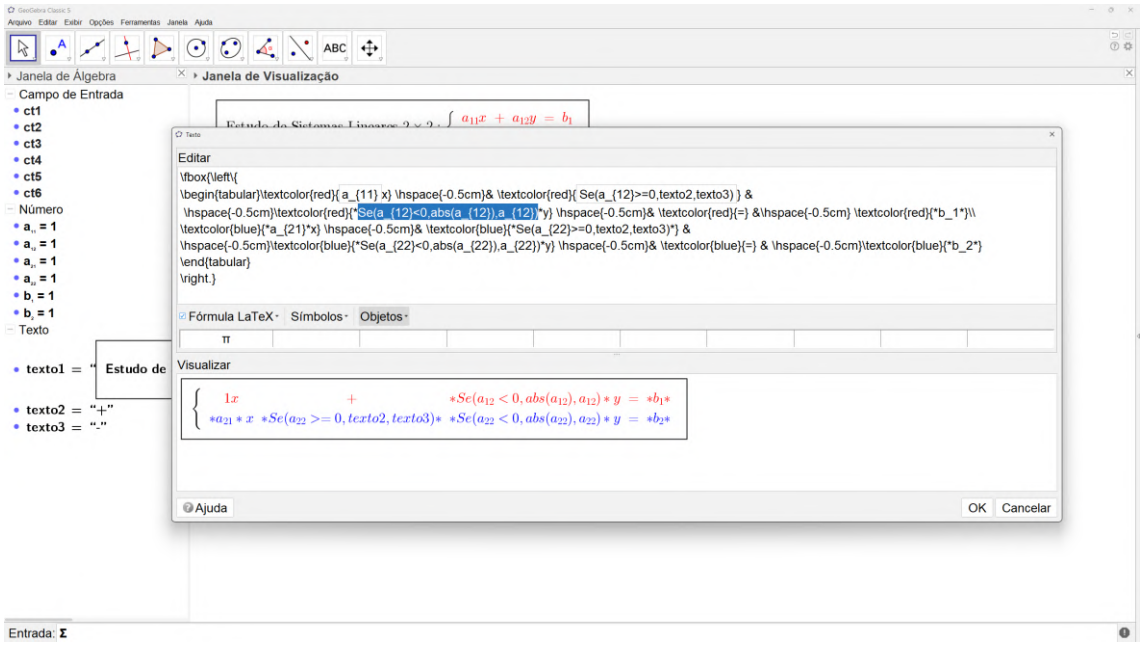

(19) Irá aparece um retângulo vazio com o cursor dentro. Nesse lugar, cole o texto que você havia copiado.



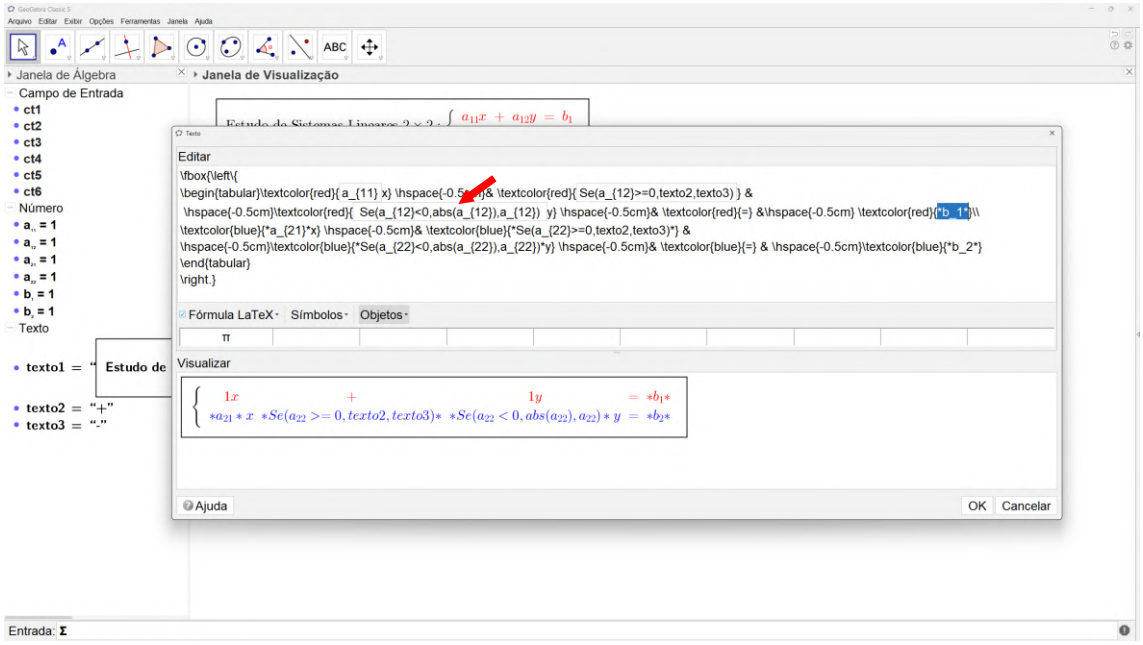

(20) O comando Se(a_{12}>=0,texto2,texto3) que colamos é um condicional que diz pra imprimir o texto2 se a_{12}>=0 e, caso contrário, imprimir o texto3. Perceba que na área de visualização aparecerá o símbolo de + que é o texto2 pois, no caso do print, a_{12} = 1.



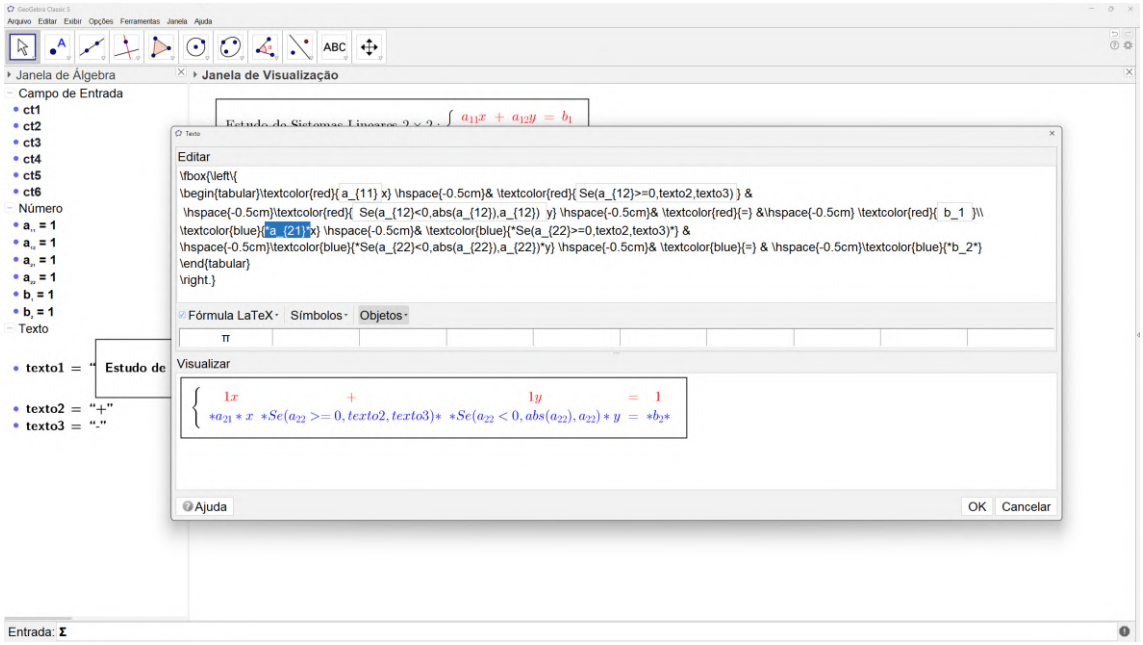

(21) O próximo texto a ser substituído é Se(a_{12}<0,abs(a_{12}),a_{12}). Copie esse texto, apague ele e os asteriscos e não mexa no cursor. Clique em Objeto, selecione (área vazia) e no espaço retangular que irá aparecer, cole o texto copiado.




(22) Ao final da terceira linha, selecione *b_1* e apague. Em Objetos, procure b_1 e selecione. (Se por acaso ao selecionar b_1 aparecer apenas a caixa vazia ao invés de b_1, basta digitar b_1)

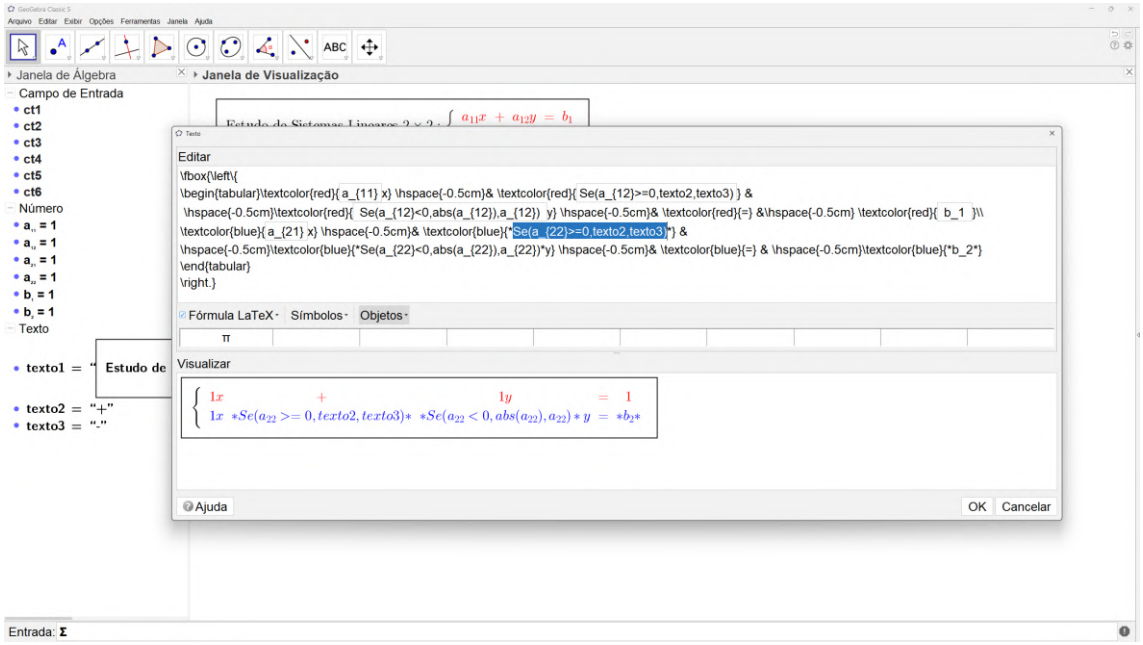



(23) Vamos repetir o processo para *a_21*. Apague (incluindo os asteriscos) e selecione a_21 em Objetos.

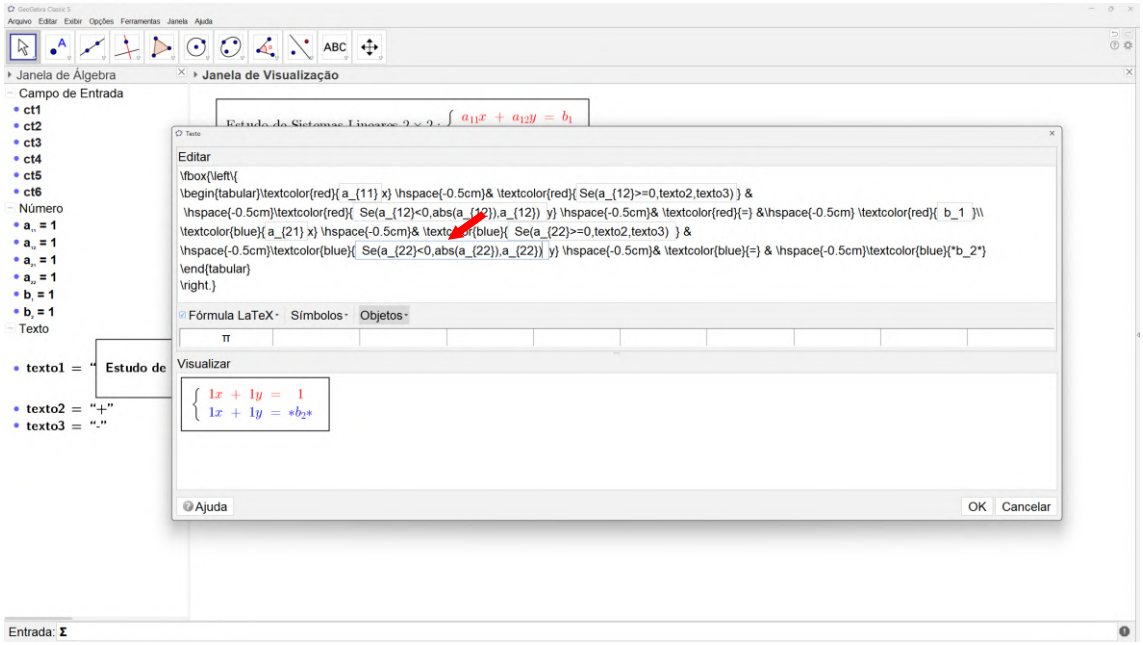



(24) Ainda na quarta linha, selecione Se(a_{22}>=0,texto2,texto3), copie, apague o texto juntamente com os asteriscos. Em Objeto, selecione (área vazia) e cole o

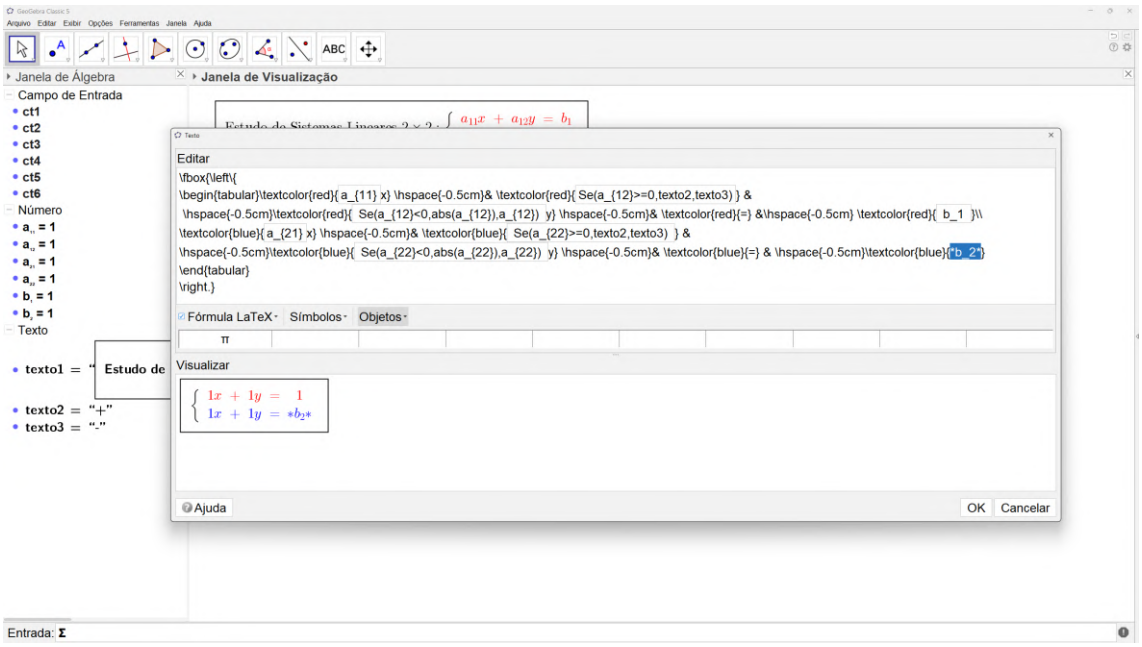
texto copiado no retângulo que irá aparecer.



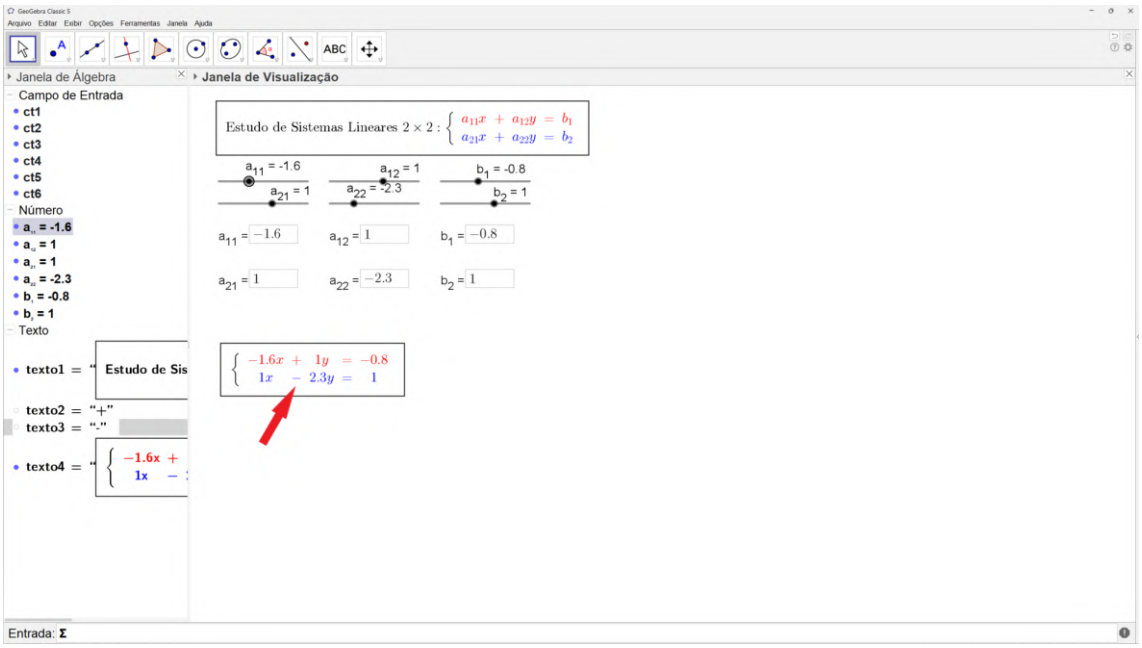

(25) Repita o processo para Se(a_{22}<0,abs(a_{22}),a_{22}).



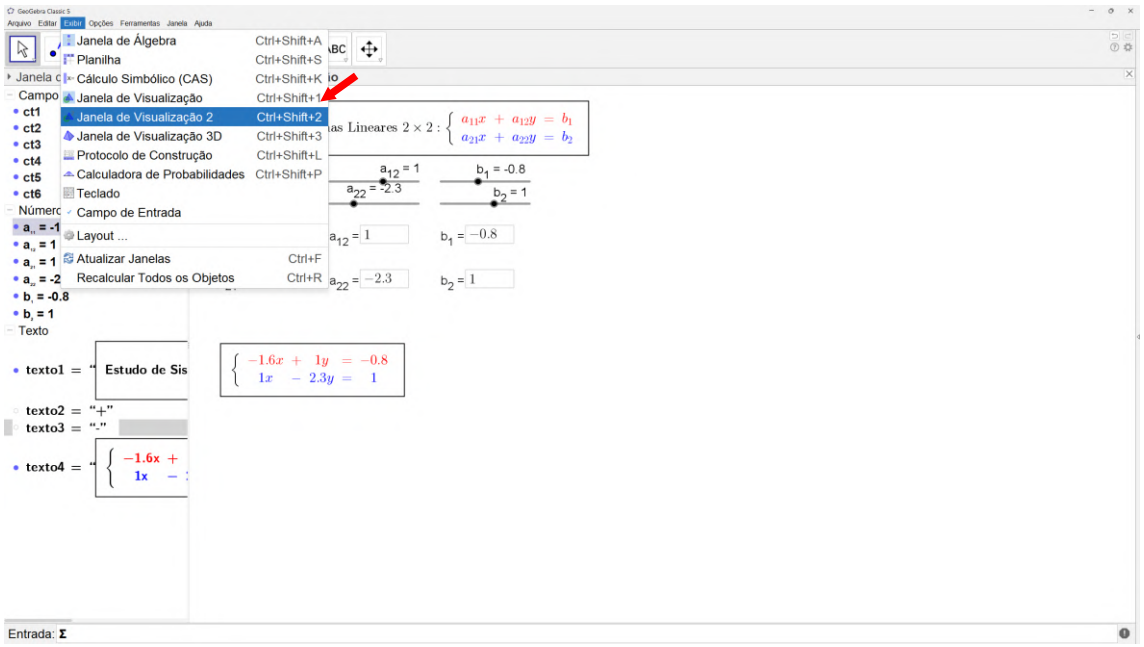

(26) Finalmente, substitua *b_2*. Apague (incluindo os asteriscos) e selecione b_2 em Objetos. Clique em OK.



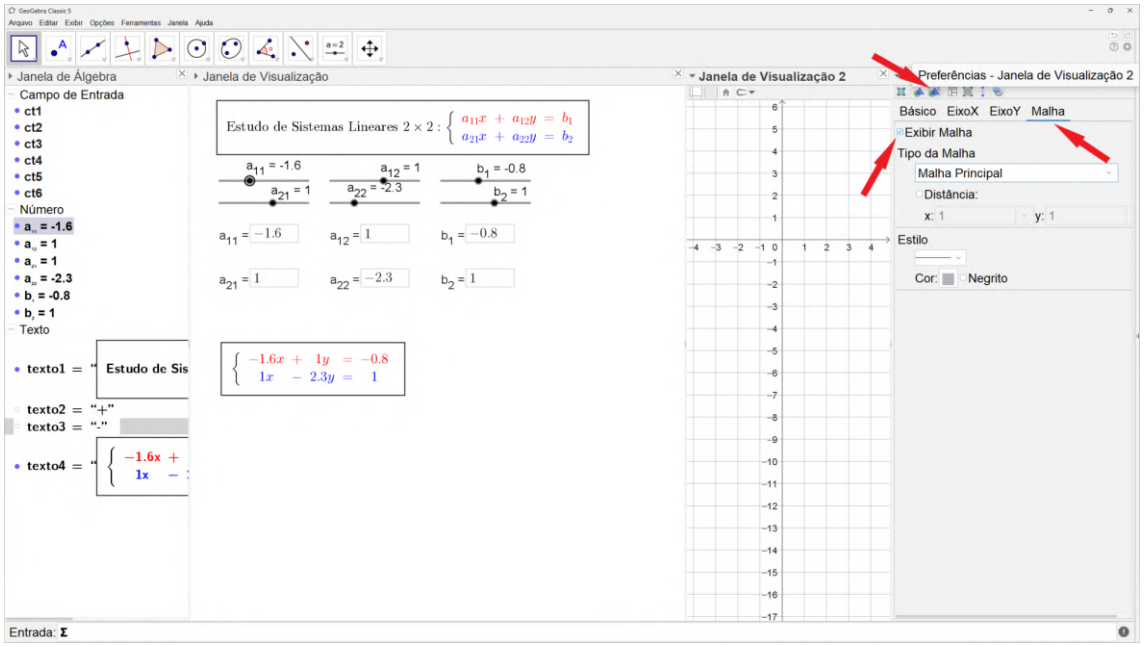

(27) O sistema com texto dinâmico aparecerá na caixa de texto criada. Teste os valores negativos de a_{12} e a_{22}. Caso o comando tenha funcionado, aparecerá os sinais conforme figura abaixo e não +-2.3, por exemplo.



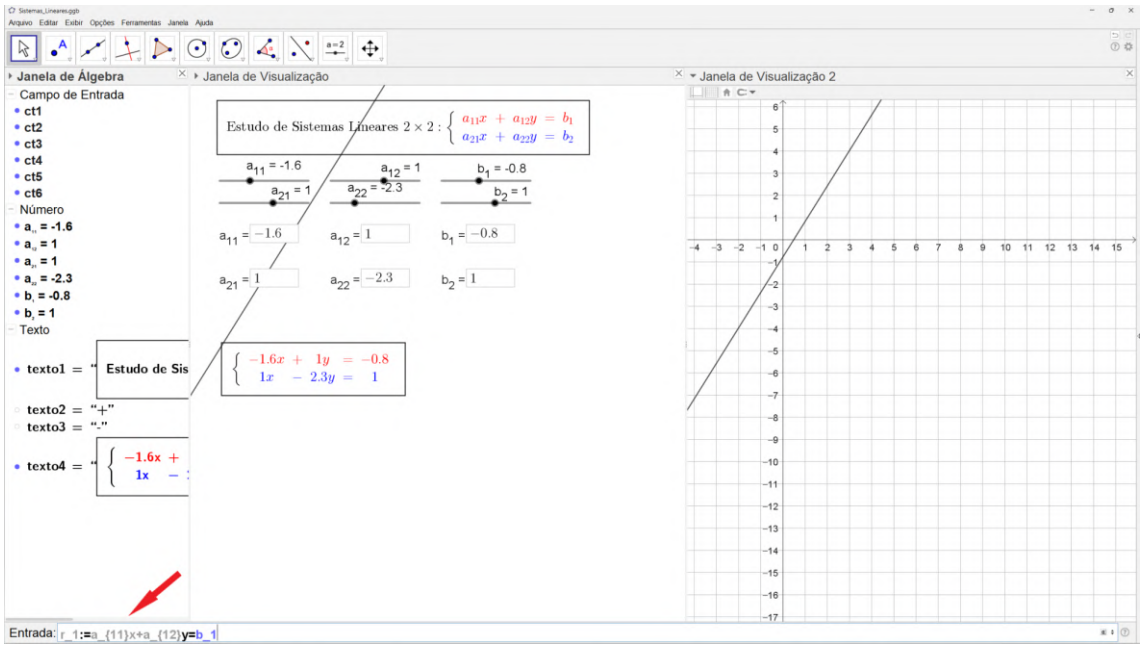

(28) Em Exibir, abra a Janela de Visualização 2.



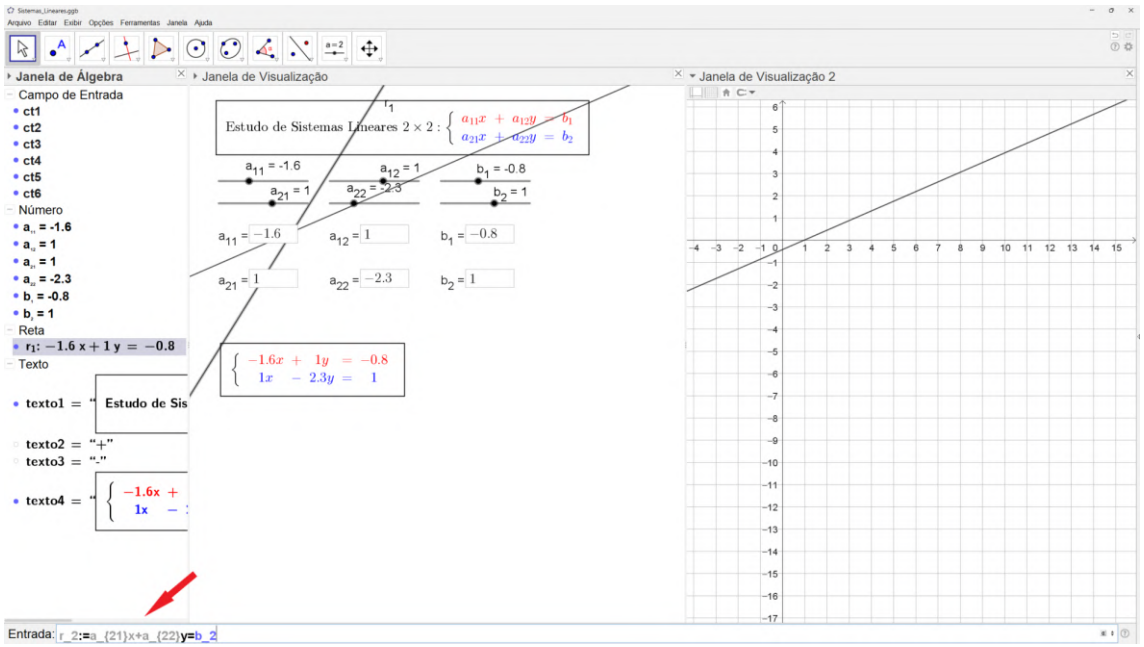

(29) Clique com o botão direito na Janela de Visualização 2 e selecione Propriedades. Caso não esteja selecionado, selecione Preferências – Janela de Visualização 2. Em seguida, clique em Malha, marque Exibir Malha e, em Tipo da Malha, selecione Malha Principal. Feche a janela de propriedades.



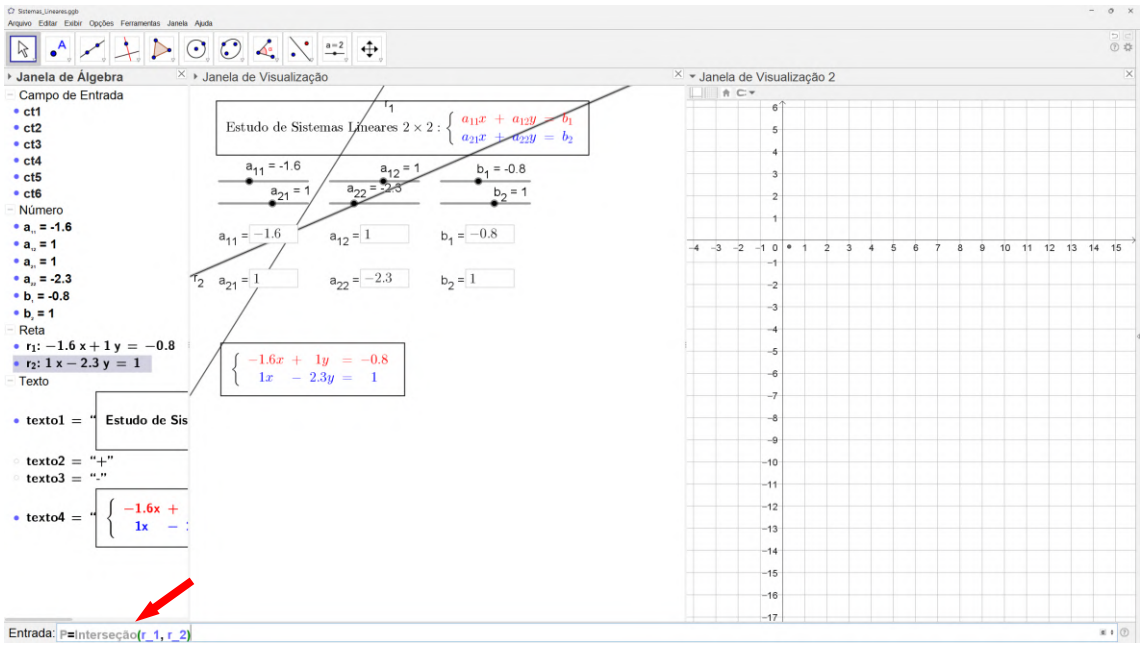

(30) Na linha de Entrada, digite r_1:=a_{11}x+a_{12}y=b_1 e dê Enter. Perceba que já irá aparecer uma pré-visualização em ambas as Janelas de Visualização.



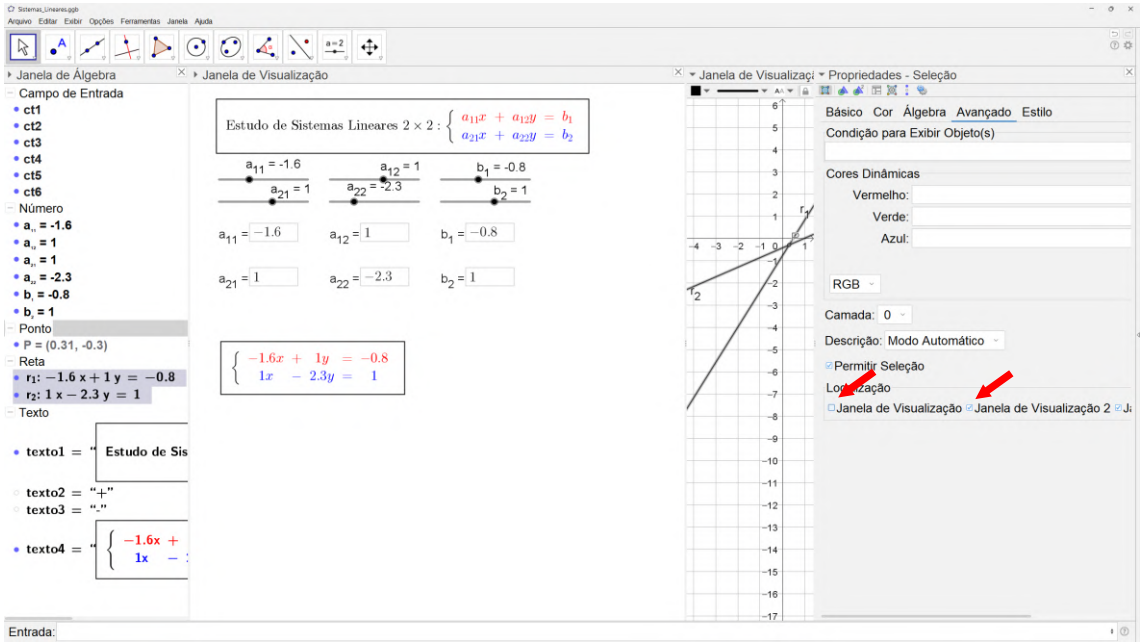

(31) Vamos criar agora a reta r_2. Na linha de Entrada, digite r_2:=a_{21}x+a_{22}y=b_2 e dê Enter.




(32) Vamos criar o ponto P de interseção das duas retas. Na linha de Entrada, digite: P=Interseção(r_1, r_2) e dê Enter.

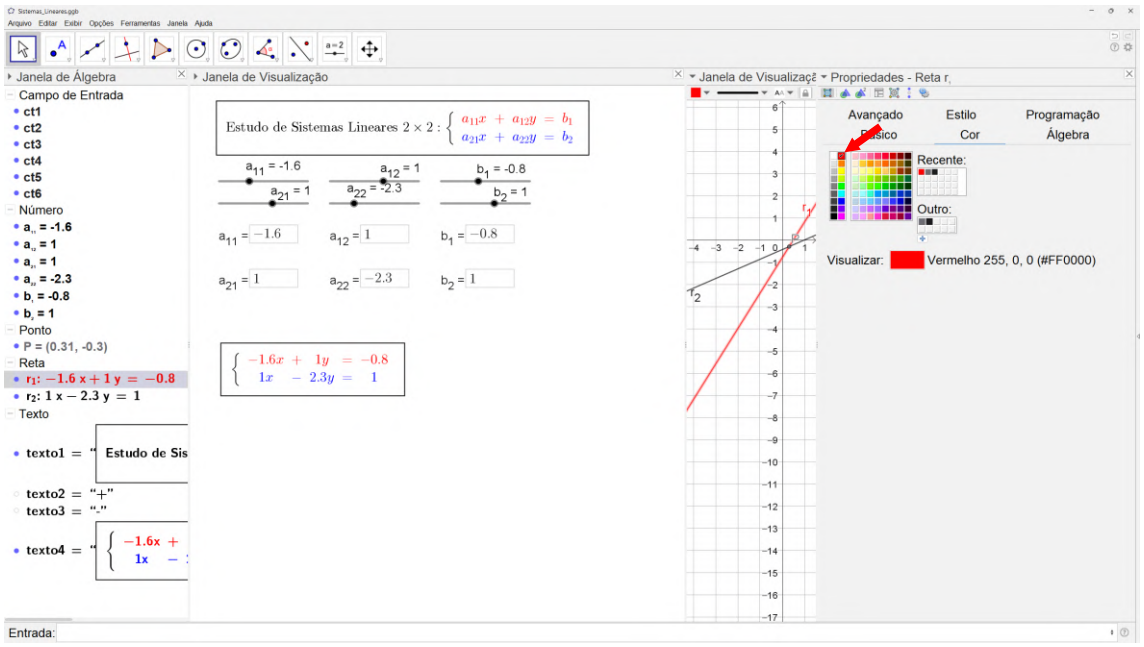



(33) Na Janela de Álgebra, clique em cima de Reta e, com o botão direito do mouse, clique em Propriedades. Selecione a aba Avançado e, em Localização, desmarque Janela de Visualização e selecione Janela de Visualização 2. Faça a mesma coisa para o Ponto P.

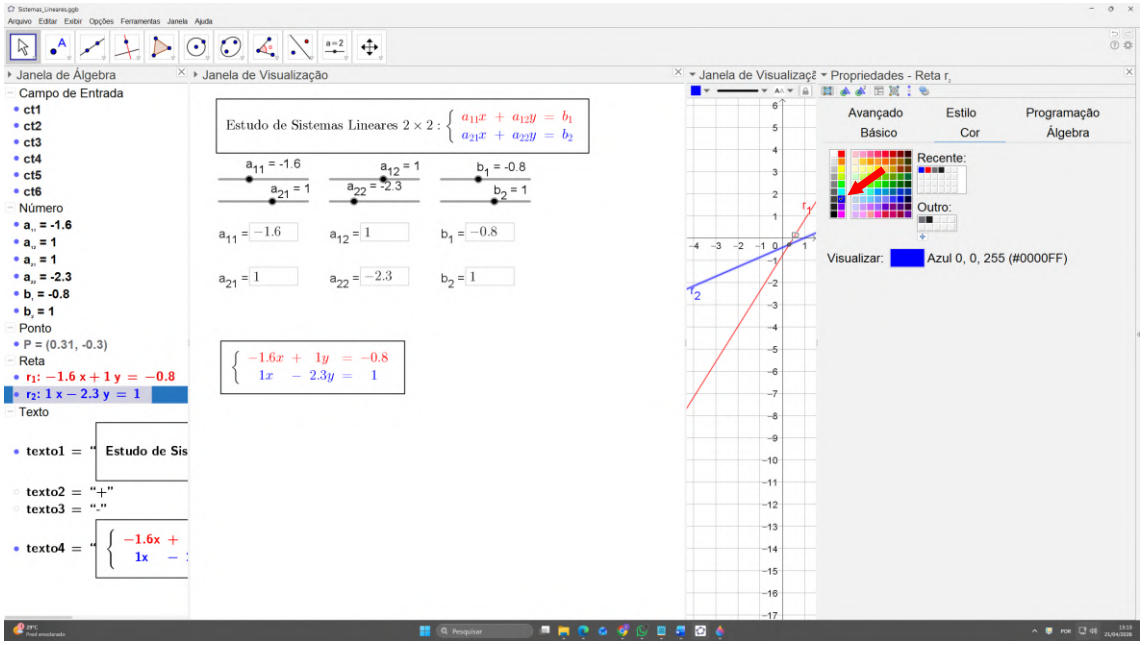



Agora vamos pintar as retas de acordo com o texto correspondente.

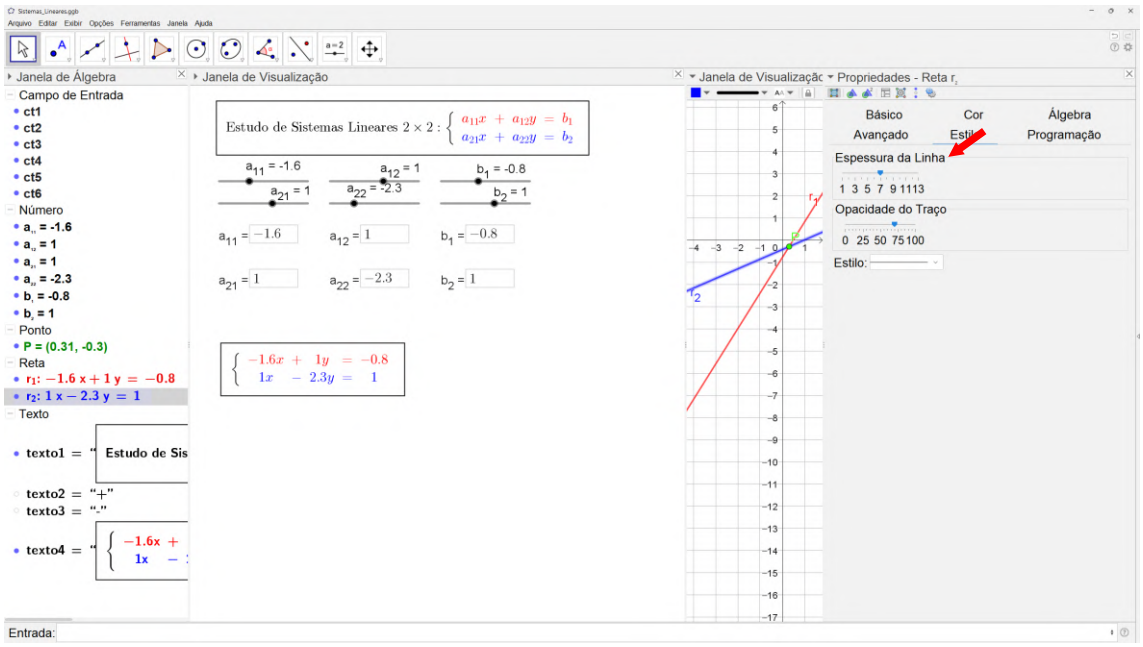
(34) Nas Propriedades da reta r_1, selecione a aba Cor e escolha Vermelho.



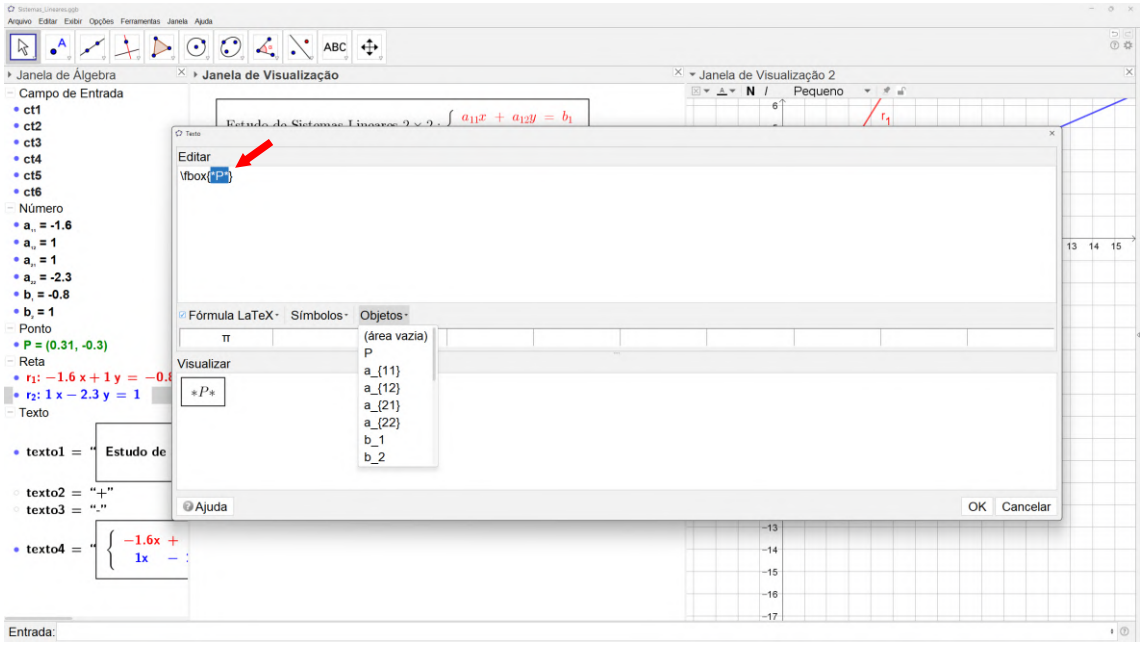

(35) Clique com o botão esquerdo da reta r_2 e escolha a cor Azul.



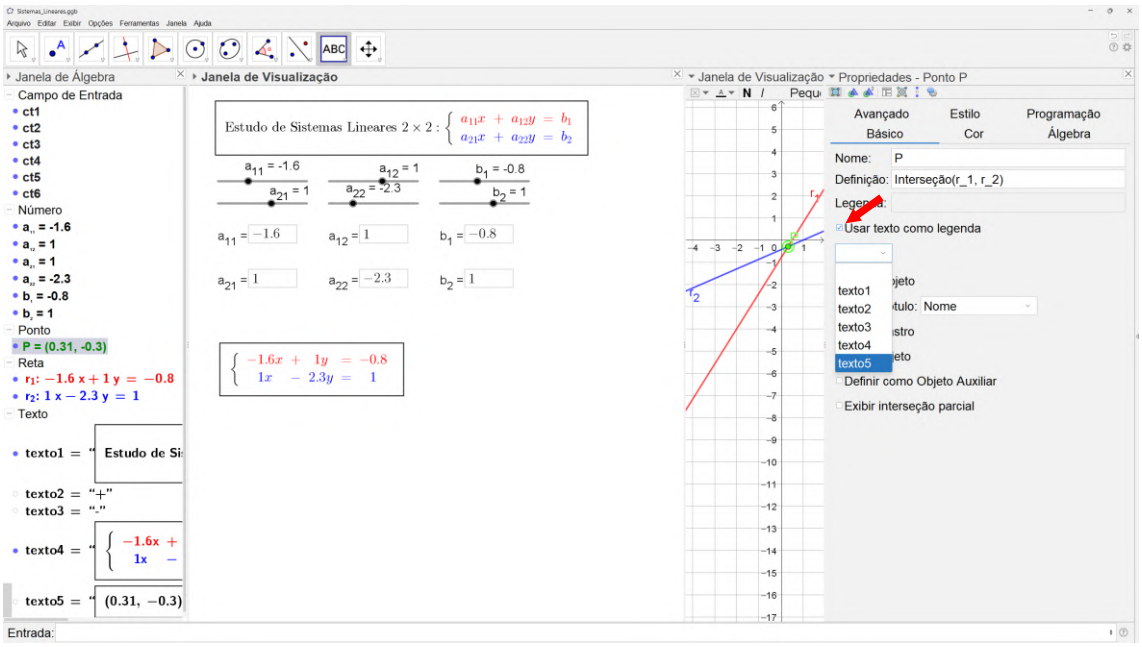

(36) Ainda com a aba Propriedades aberta, selecione o ponto P e escolha a cor Verde. Além disso, altere a Espessura da Linha das retas r_1 e r_2 para 7 e o Tamanho do ponto P para 7.




(37) Agora criaremos um texto que servirá de legenda para o ponto P. No penúltimo botão do menu, selecione a ferramenta Texto e clique na Janela de Visualização. Em Editar copie \fbox{*P*}. Apague *P* e, em Objetos, selecione P. Clique em OK.

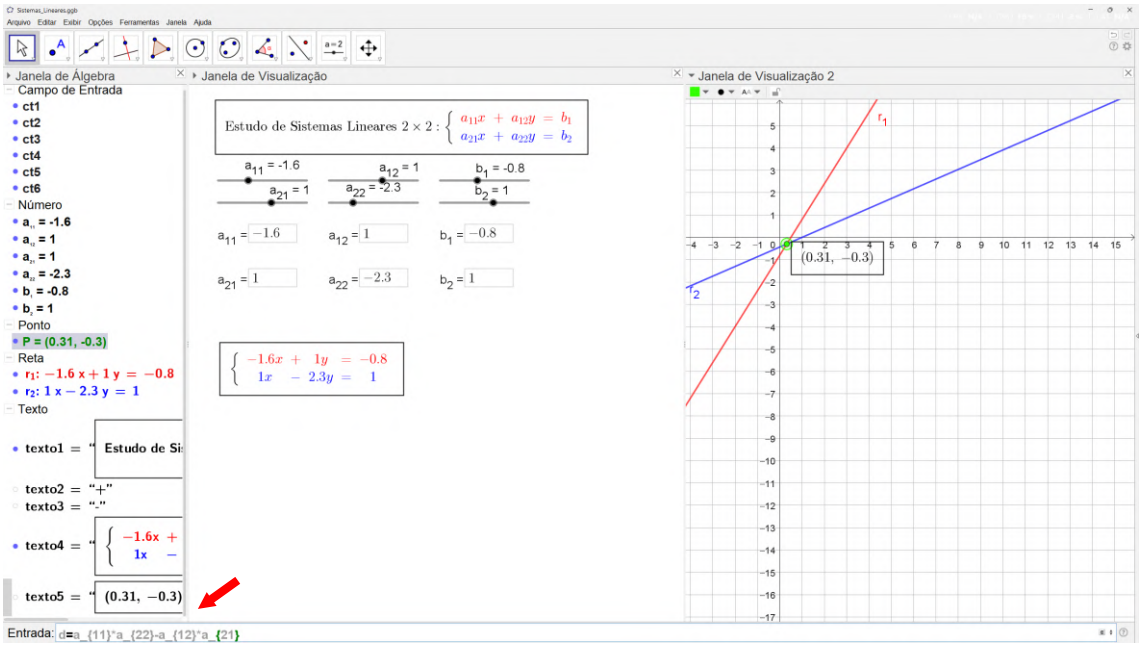



(38) Clique na bolinha azul ao lado do texto na Janela de Álgebra para ocultar o texto5. Em Propriedades do texto5, na aba Avançado, desmarque Janela de Visualização e marque Janela de Visualização 2. Em seguida, clique com o botão direito no ponto P e vá em Propriedades. Na aba Básico, selecione Usar texto como legenda e no menu suspenso selecione texto5. Feche a janela de Propriedades.



Vamos calcular o determinante da matriz dos coeficientes do sistema para saber qual o tipo de solução teremos.

(39) Na linha de Entrada, digite d=a_{11}*a_{22}-a_{12}*a_{21} e dê Enter.



Criaremos agora três textos dinâmicos que dizem qual tipo de solução temos.

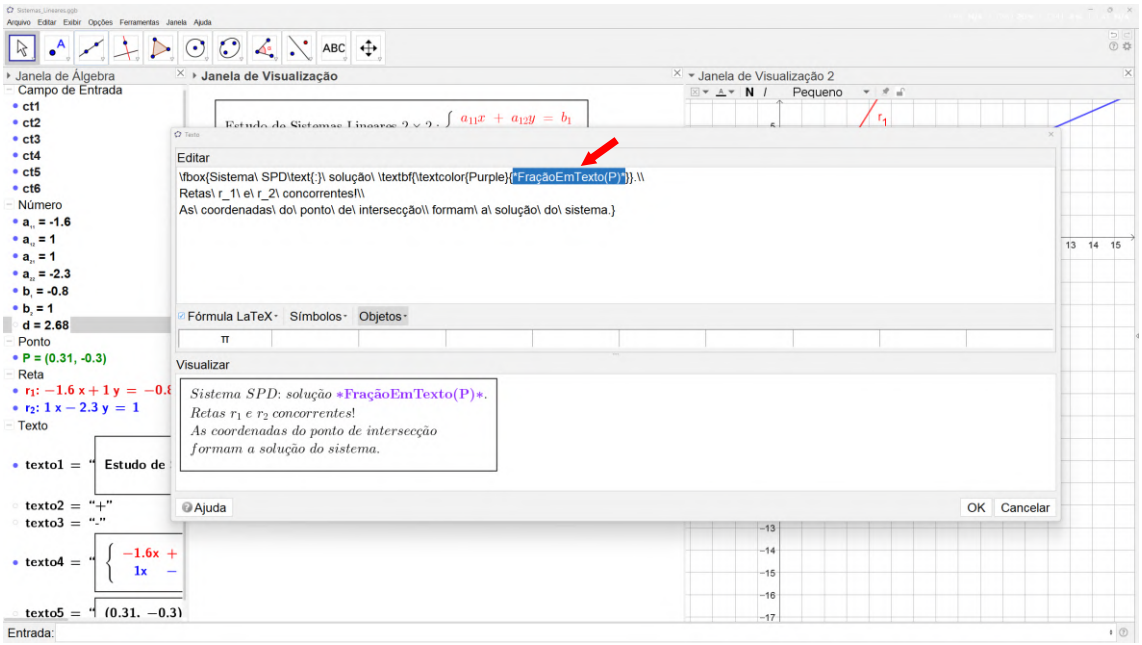
(40) No penúltimo botão do menu, selecione a ferramenta Texto e clique na Janela de Visualização. Em Editar, cole:

\fbox{Sistema\ SPD\text{:}\ solução\
\textbf{\textcolor{Purple}{*FraçãoEmTexto(P)*}}.\\

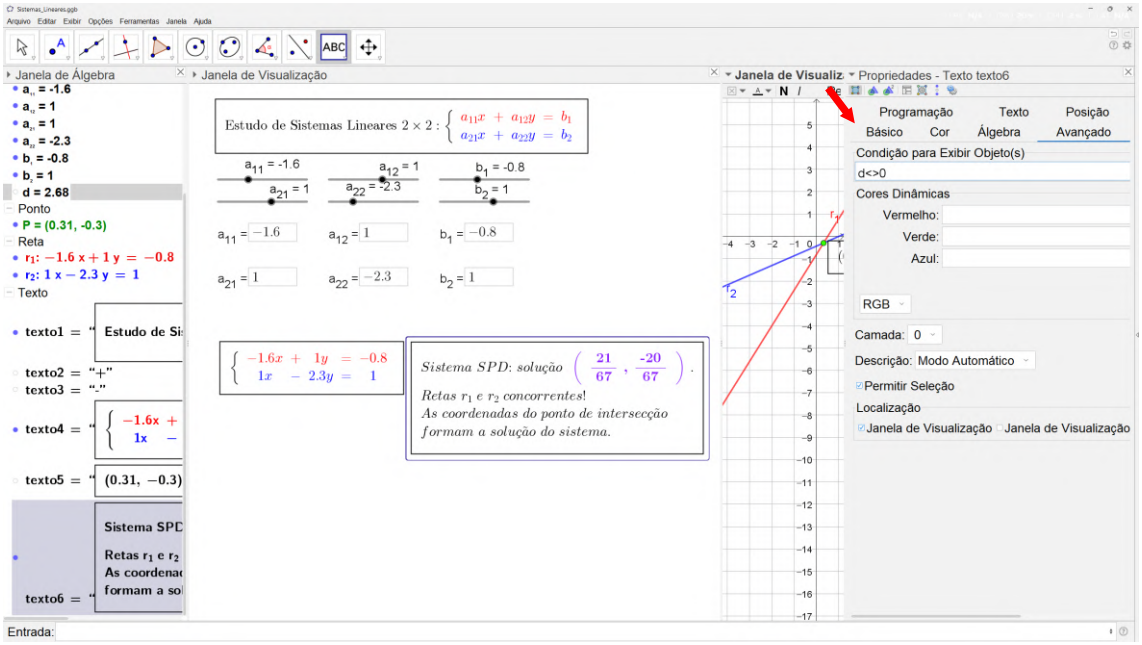
Retas\ r_1\ e\ r_2\ concorrentes!\\

As\ coordenadas\ do\ ponto\ de\ intersecção\\ formam\ a\ solução\ do\ sistema.}

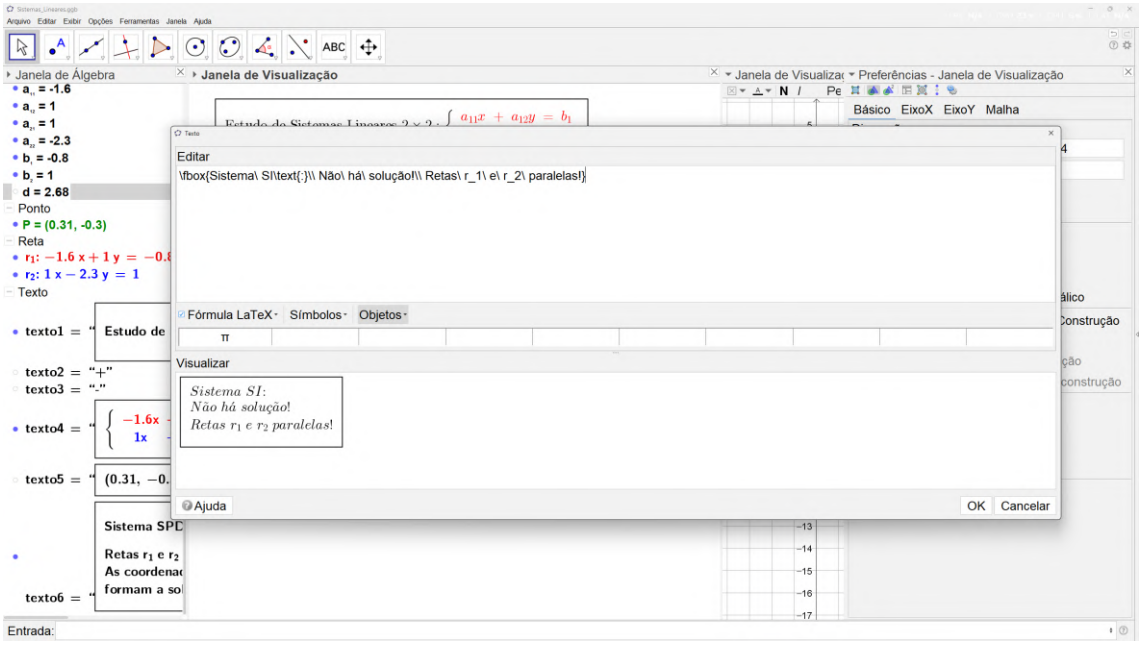
Copie o texto entre os asteriscos, apague *FraçãoEmTexto(P)* e, em Objetos, selecione (área vazia) e cole o texto copiado e clique em OK. Posicione a caixa de texto em local adequado.



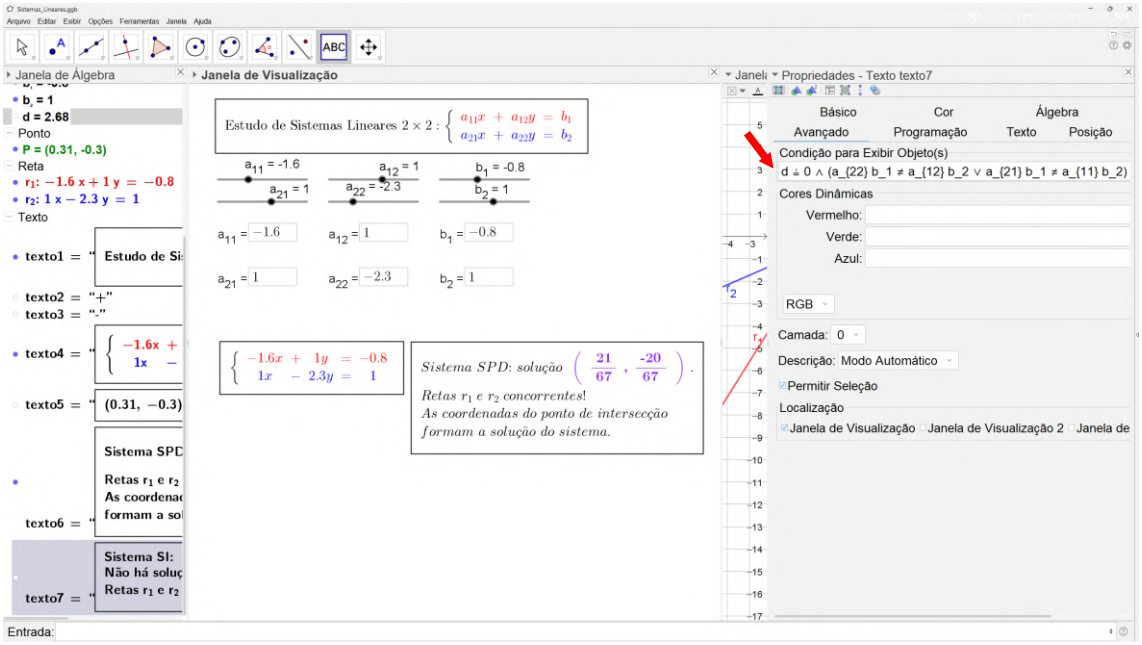

(41) Abra as propriedades do texto6 e, na aba Avançado, em condição para Exibir Objeto, cole d<>0.



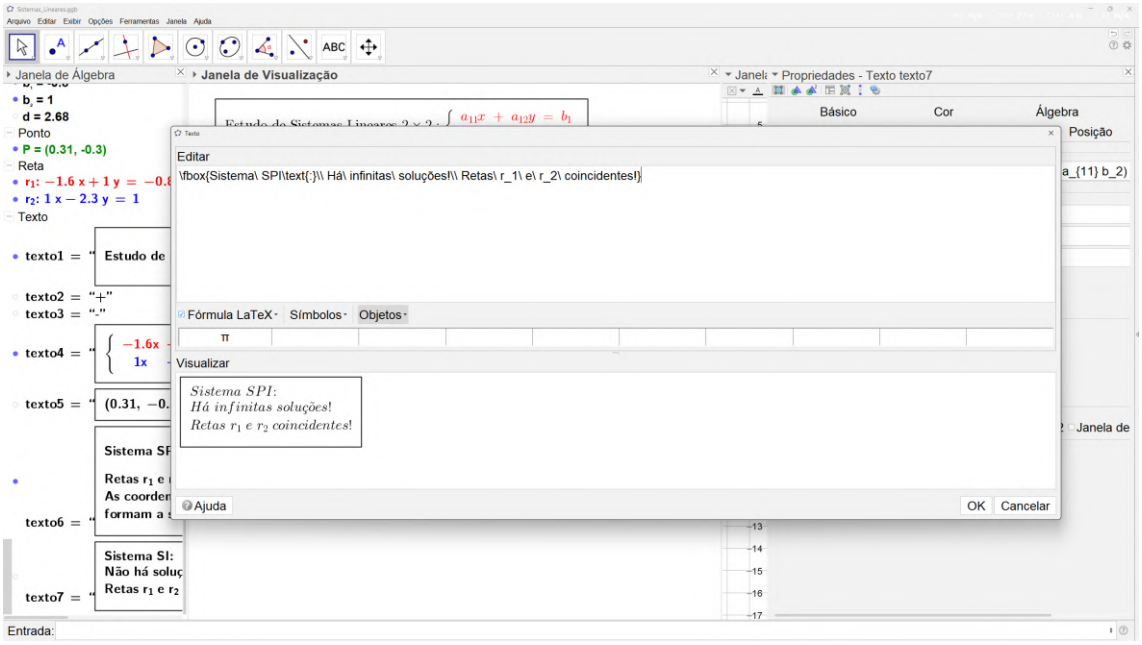

(42) Selecione a ferramenta Texto novamente e, em Editar, cole \fbox{Sistema\ SI\text{:}\\ Não\ há\ solução!\\ Retas\ r_1\ e\ r_2\ paralelas!}. Clique em OK. Observe que, nesse caso, não há texto entre asteriscos para substituir.



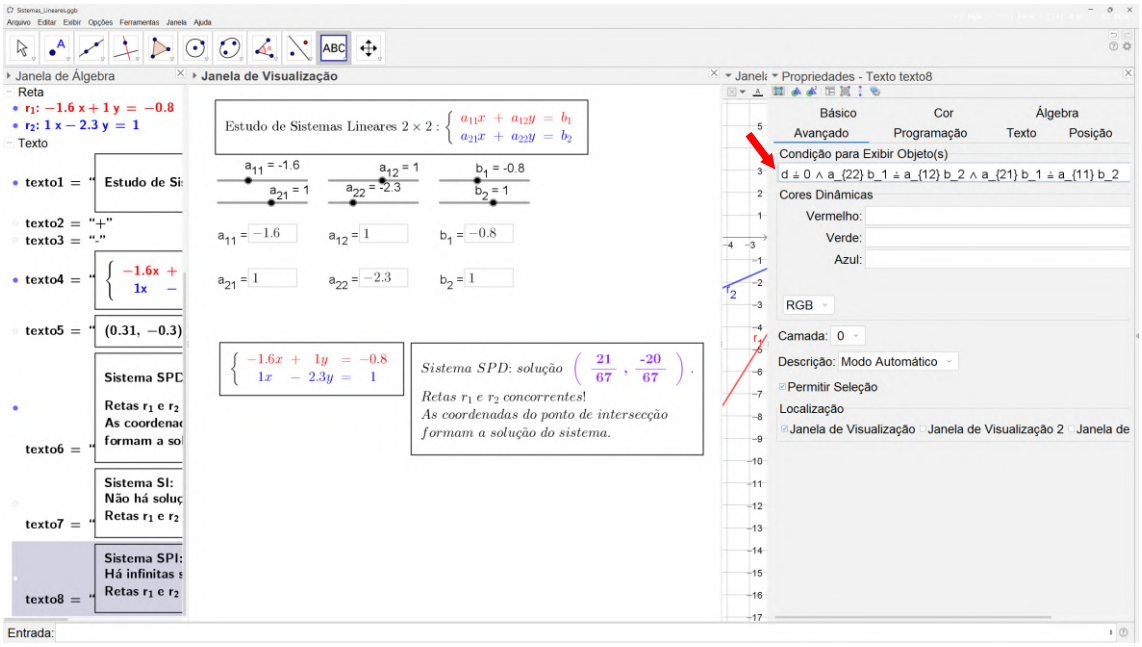

(43) Nas propriedades do texto7, na aba Avançado, cole d == 0 ∧ (a_{22} b_1 <> a_{12} b_2 ∨ a_{21} b_1 <> a_{11} b_2) em Condição para Exibir Objeto(s) e dê Enter. Perceba que, no print, o texto7 some ao incluir a condição já que para os valores selecionados, o sistema é SPD.




(44) Vamos criar o último texto. Selecione a ferramenta Texto novamente e, em Editar, cole \fbox{Sistema\ SPI\text{:}\\ Há\ infinitas\ soluções!\\ Retas\ r_1\ e\ r_2\ coincidentes!} e clique em OK.




(45) Em Propriedades do texto8, na aba Avançado, inclua d ≟ 0 ∧ a_{22} b_1 == a_{12} b_2 ∧ a_{21} b_1 == a_{11} b_2 em Condição para Exibir Objeto(s) e clique em OK.




Agora criaremos um botão que permitirá o usuário voltar a configuração dos Controles Deslizantes para o intervalo inicial de [-5,5] (já que se o usuário digitar algum número fora desse intervalo nos Campos de Entrada, o intervalo do Controle Deslizante correspondente irá se alterar).

(46) No penúltimo botão do menu, selecione a ferramenta Botão. Clique na Janela de Visualização. Em Legenda, digite Controles com intervalos [-5,5]. Em Código GeoGebra, digite

a_{11}=ControleDeslizante(-5, 5, 0.1, 1, 200)

a_{12}=ControleDeslizante(-5, 5, 0.1, 1, 200)

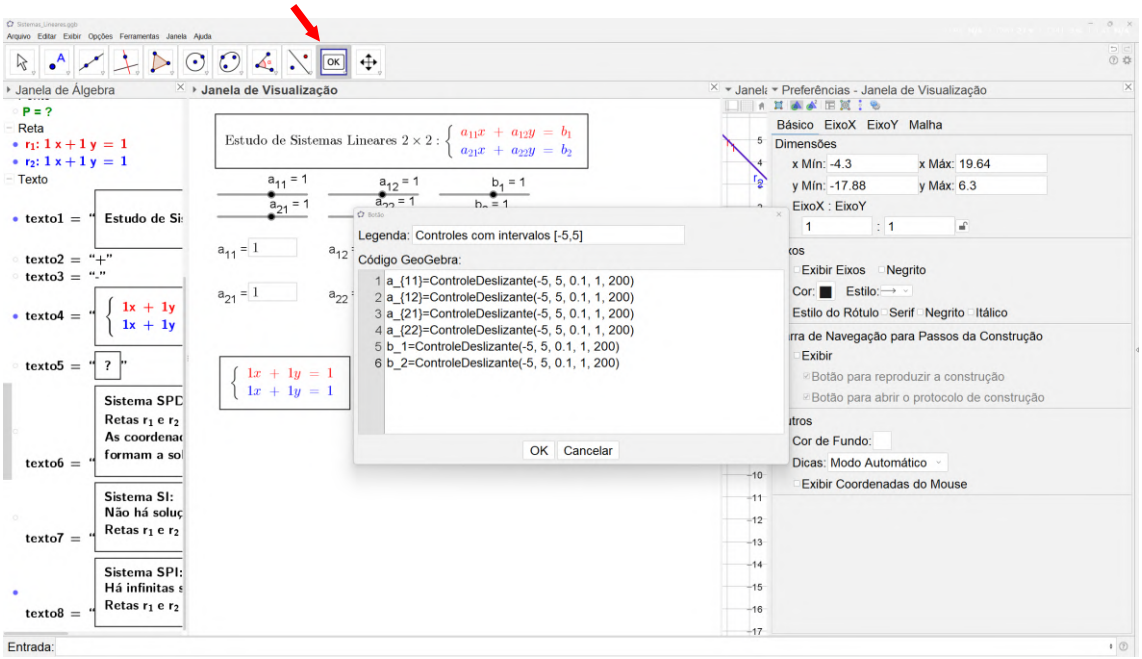
a_{21}=ControleDeslizante(-5, 5, 0.1, 1, 200)

a_{22}=ControleDeslizante(-5, 5, 0.1, 1, 200)

b_1=ControleDeslizante(-5, 5, 0.1, 1, 200)

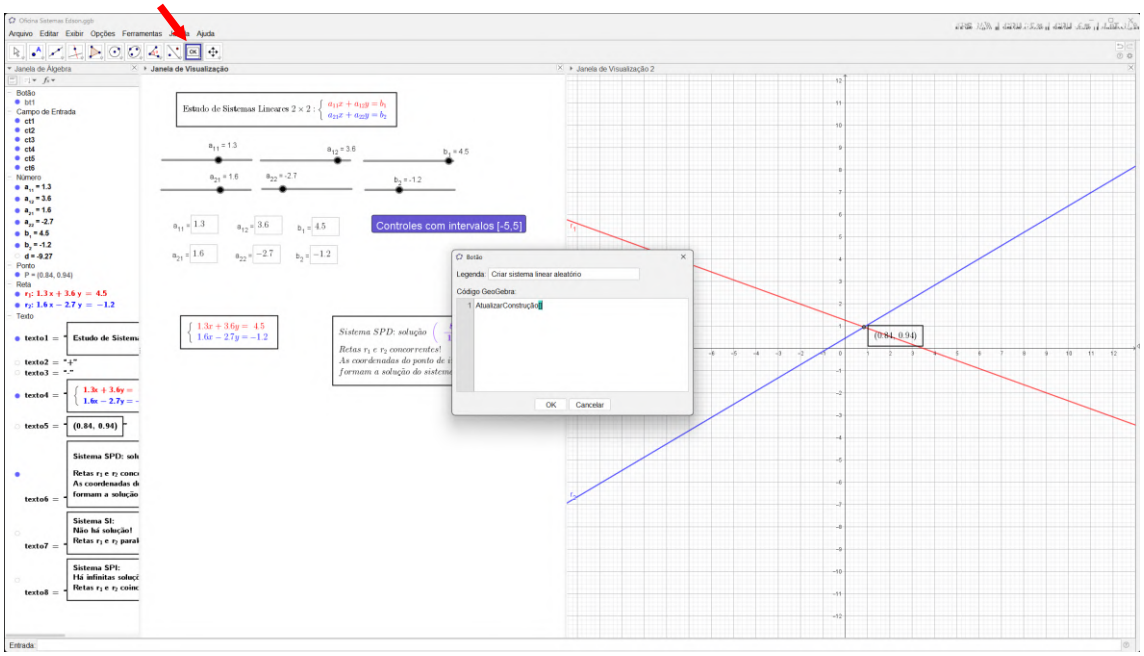
b_2=ControleDeslizante(-5, 5, 0.1, 1, 200)

Clique em OK.




Criaremos um botão que irá gerar um sistema linear aleatório.

(47) Com a ferramenta Botão ainda ativada, clique na Janela de Visualização. Em Legenda, digite Criar sistema linear aleatório. Em Código GeoGebra, digite AtualizarConstrução[] e clique em OK.




(48) Agora feche a Janela de Álgebra e personalize sua construção escolhendo as cores que quiser para os elementos da construção e posicionando os objetos da forma que achar adequada.