

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Escribe las ecuaciones de las posibles rectas que, siendo paralelas a $r: x - 2y - 3 = 0$, disten 5 unidades del origen de coordenadas.

b) [1 punto] Obtener ángulo formado por las rectas $r: 3x + 4y + 10 = 0$ y $s: x - y = 1$.

c) [0,5 puntos] Obtener punto simétrico de $A(1,0)$ respecto la recta $r: 3x + 4y + 10 = 0$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sean las rectas $r: \frac{-x}{2} = \frac{y-1}{2}$, $s: x - ay = 2$, $t: \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = -1 + a\lambda \end{cases}$.

Obtener el valor de a para que las tres rectas se corten en un solo punto.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Obtener las ecuaciones de las rectas tangentes a la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x + 4 = 1$ que pasan por el punto $P(1,0)$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones. Debes obtener la representación gráfica de la solución y los vértices que aparecen. Debes indicar si las semirectas y los vértices que limitan la zona solución pertenecen o no a la solución del sistema.

$$\begin{cases} x + 2y - 1 \geq 0 \\ x - 3y - 6 < 0 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$

Opción B

Ejercicio 1.- Sean las rectas $r: 3x + 4y + 10 = 0$ y $s: 3x + 4y - 10 = 0$.

- a) [1 punto] Escribe sus ecuaciones normales.
- b) [1 punto] Calcula la distancia de cada una respecto al origen.
- c) [0,5 puntos] Calcula la distancia entre ambas rectas.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Obtener el segmento simétrico de $\overline{AB}$ respecto al punto $P(-1, -2)$, siendo $A(1, 5)$ y $B(6, 2)$.

b) [1,5 puntos] Sea la recta $r: x + 2y - a = 0$ y la circunferencia $x^2 + y^2 = 9$. Calcula el parámetro a para que la recta y la circunferencia sean secantes (se corten en dos puntos).

Ejercicio 3.- Sea la elipse $x^2 + 5y^2 = 5$.

- a) [1,5 puntos] Obtener los puntos A, A', B, B', F, F' y representar gráficamente la elipse.
- b) [1 punto] Obtener ecuación de la recta tangente a la elipse que pase por el punto $P(0, 1)$.

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Halla los valores de a y b para que la ecuación $3x^2 + ay^2 + 2bxy - 12x + 3y + 4 = 0$ represente una circunferencia. Calcula las coordenadas del centro y su radio.

- b) [1 punto] Calcula la potencia del punto $P(0, 0)$ respecto la circunferencia.
- c) [0,5 puntos] Calcula el punto medio del segmento que tiene por extremos el centro de la circunferencia y el punto $P(0, 0)$.