

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [0,5 puntos] Calcula la derivada de $f(x) = \operatorname{sen}(x^3 + x + 2)$

b) [0,5 puntos] Calcula la derivada de $f(x) = \operatorname{tg}\left(\frac{1}{x^2}\right)$

c) [1,5 puntos] Calcula la ecuación explícita de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de la función $f(x) = x^4 - 2x + 1$ en el punto de valor de abscisa $x = 1$.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x}$

b) [1,5 puntos] Calcula los puntos de inflexión de $f(x) = e^{-x^2}$

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] La suma de las partes reales de dos números complejos conjugados es 8, y la suma de sus módulos es 20. Determina esos complejos en forma binómica y polar.

b) [1 punto] Dibuja la gráfica de la función $f(x) = |4 - x^2|$. Indica las coordenadas de los puntos de corte de la función con los ejes de coordenadas y las coordenadas del vértice de la parábola.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Un rectángulo está inscrito en un semicírculo de $\sqrt{5}$ cm de radio, de forma que uno de sus lados está contenido en el diámetro del semicírculo y el lado opuesto tiene sus vértices sobre la semicircunferencia. Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que es el de mayor perímetro posible. Calcula también el valor de este perímetro máximo.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Obtener la recta tangente a $f(x) = \operatorname{arctg}(x)$ paralela a la recta que pasa por los puntos $A(1,3)$ y $B(-2,0)$.

b) [1 punto] Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4e^x + x^2 + 2}{3e^x}$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Aplica la definición formal de derivada a $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x - 1}}$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia y representa gráficamente la función $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos]. Un jardinero desea construir un jardín con forma de sección circular de 40 metros de perímetro. ¿Cuál debe ser el radio para que la superficie sea máxima? Calcula también dicha área máxima.

Ayuda: La imagen adjunta muestra la forma del jardín.

