Lösungen zu den Aufgaben

1. Aufgabe

Hinweis: Zum Lösen der Aufgabe wird Regel a) verwendet.

i) Bestimme den Grenzwert von $(3 \cdot \frac{1}{n})_{n\geq 1}$, falls existent.

$$\lim_{n\to\infty} (3 \cdot \frac{1}{n}) = 3 \cdot \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 3 \cdot 0 = 0$$

ii) Bestimme den Grenzwert von $(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{n})_{n\geq 1}$, falls existent.

$$\lim_{n\to\infty} (\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{n}) = \frac{1}{2} \cdot \lim_{n\to\infty} \frac{2}{n} = \frac{1}{2} \cdot 0 = 0$$

iii) Bestimme den Grenzwert von $(-4 \cdot \frac{n+1}{n})_{n\geq 1}$, falls existent.

$$\lim_{n\to\infty} (-4 \cdot \frac{n+1}{n}) = -4 \cdot \lim_{n\to\infty} (\frac{n+1}{n}) = -4 \cdot 1 = -4$$

iv) Bestimme den Grenzwert von $(5 \cdot (2 - \frac{1}{n}))_{n\geq 1}$, falls existent.

$$\lim_{n\to\infty} (5 \cdot (2 - \frac{1}{n}) = 5 \cdot \lim_{n\geq 1}(2 - \frac{1}{n}) = 5 \cdot 2 = 10$$

v) Bestimme den Grenzwert von $((-1)^n \cdot \frac{2}{n})_{n\geq 1}$, falls existent.

$$\lim_{n\to\infty} ((-1)^n \cdot \frac{2}{n}) = 2 \cdot \lim_{n\to\infty} ((-1)^n \cdot \frac{1}{n} = 2 \cdot 0 = 0$$

2. Aufgabe

Hinweis: Zum Lösen der Aufgabe wird Regel b) verwendet.

i) Bestimme den Grenzwert von $(\frac{1}{n} + \frac{2}{n})_{n\geq 1}$, falls existent.

$$\lim_{n\to\infty} (\frac{1}{n} + \frac{2}{n}) = \lim_{n\to\infty} (\frac{1}{n}) + \lim_{n\to\infty} (\frac{2}{n}) = 0 + 0 = 0$$

ii) Bestimme den Grenzwert von $((1+\frac{1}{n})+(2-\frac{1}{n}))_{n\geq 1}$, falls existent.

$$\lim_{n\to\infty}((1+\frac{1}{n})+(2-\frac{1}{n}))=\lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})+\lim_{n\to\infty}(2-\frac{1}{n})=1+2=3$$

iii) Bestimme den Grenzwert von $(\frac{1}{n}+3)_{n\geq 1}$, falls existent.

$$\lim_{n\to\infty}(\frac{1}{n}+3)=\lim_{n\to\infty}(\frac{1}{n})+\lim_{n\to\infty}3=0+3=3$$

iv) Bestimme den Grenzwert von $((2-\frac{1}{n})+(-1+\frac{1}{n}))_{n\geq 1}$, falls existent.

$$\lim_{n\to\infty}((2-\frac{1}{n})+(-1+\frac{1}{n}))=\lim_{n\to\infty}(2-\frac{1}{n})+\lim_{n\to\infty}(-1+\frac{1}{n})=2-1=1$$

v) Bestimme den Grenzwert von $(\frac{1}{n}+n)_{n\geq 1}$, falls existent.

Bei dieser Folge handelt es sich nicht um die Summe zweier konvergenter Folgen. $\frac{1}{n}$ konvergiert zwar, allerdings konvergiert n nicht. Aus diesem Grund darf keine Rechenregel für Grenzwerte angewendet werden und die **Folge** $(\frac{1}{n}+n)_{n\geq 1}$ **divergiert**.

3. Aufgabe

Hinweis: Zum Lösen der Aufgabe wird Regel c) verwendet.

i) Bestimme den Grenzwert von $((1+\frac{1}{n})\cdot(3-\frac{2}{n}))_{n\geq 1}$, falls existent.

$$\lim_{n\to\infty}((1+\frac{1}{n})\cdot(3-\frac{2}{n}))=\lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})\cdot\lim_{n\to\infty}(3-\frac{2}{n})=1\cdot 3=3$$

ii) Bestimme den Grenzwert von $(\frac{2}{n}\cdot(5+\frac{1}{n}))_{n\geq 1}$, falls existent.

$$\lim_{n\to\infty}(\frac{2}{n}\cdot(5+\frac{1}{n}))=\lim_{n\to\infty}(\frac{2}{n})\cdot\lim_{n\to\infty}(5+\frac{1}{n})=0\cdot 5=0$$

iii) Bestimme den Grenzwert von $((2+\frac{1}{n})\cdot(-1+\frac{3}{n}))_{n\geq 1}$, falls existent.

$$\lim_{n\to\infty}((2+\frac{1}{n})\cdot(-1+\frac{3}{n}))=\lim_{n\to\infty}(2+\frac{1}{n})\cdot\lim_{n\to\infty}(-1+\frac{3}{n})=2\cdot(-1)=-2$$

4. Aufgabe

Hinweis: Zum Lösen der Aufgabe wird Regel d) (und c)) verwendet.

i) Bestimme den Grenzwert von $(\frac{2+\frac{1}{n}}{4+\frac{1}{n}})_{n\geq 1}$, falls existent.

$$\lim_{n\to\infty}(\frac{2+\frac{1}{n}}{4+\frac{1}{n}}) = \frac{\lim_{n\to\infty}(2+\frac{1}{n})}{\lim_{n\to\infty}(4+\frac{1}{n})} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

ii) Bestimme den Grenzwert von $(\frac{\frac{3}{n}}{3+\frac{2}{n}})_{n\geq 1}$, falls existent.

$$\lim_{n\to\infty}(\frac{\frac{3}{n}}{3+\frac{2}{n}}) = \frac{\lim_{n\to\infty}(\frac{3}{n})}{\lim_{n\to\infty}(3+\frac{2}{n})} = \frac{0}{3} = 0$$

iii) Bestimme den Grenzwert von $(\frac{5-\frac{2}{n}}{2+\frac{1}{n}})_{n\geq 1}$, falls existent.

$$\lim_{n\to\infty}(\frac{5-\frac{2}{n}}{2+\frac{1}{n}}) = \frac{\lim_{n\to\infty}(5-\frac{2}{n})}{\lim_{n\to\infty}(2+\frac{1}{n})} = \frac{5}{2}$$

iv) Bestimme den Grenzwert von $(\frac{(1+\frac{1}{n})\cdot(2+\frac{1}{n})}{2})_{n\geq 1}$, falls existent.

$$\lim_{n\to\infty}(\frac{(1+\frac{1}{n})\cdot(2+\frac{1}{n})}{2}) = \frac{\lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})\cdot\lim_{n\to\infty}(2+\frac{1}{n})}{\lim_{n\to\infty}2} = \frac{1\cdot 2}{2} = 1$$