

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Dada las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

resolver la ecuación $AX + 2B = 3C$.

b) [1,5 puntos] Una empresa farmacéutica desea revisar la efectividad de un nuevo medicamento antipirético (reduce la fiebre). Se conoce que el tiempo en el que este medicamento comienza a hacer efecto sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica de 5 minutos. Para estimar la media poblacional, se ha seleccionado una muestra aleatoria de 10 individuos con fiebre y tras administrarse el medicamento, se han anotado los tiempos en los que comienza a remitir. Los tiempos obtenidos, en minutos, fueron: 20, 25, 30, 35, 35, 20, 20, 25, 30, 30. Determine un intervalo, con un nivel de confianza del 98%, para estimar el tiempo medio de respuesta de este medicamento. Según el intervalo obtenido, razone si puede admitirse que el tiempo medio en el que el medicamento comienza a hacer efecto es superior a 35 minutos.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Resuelve $\int \frac{2x^2+5x-1}{x(x^2+x-2)} dx$

b) [1,5 puntos] El 65% de los turistas que visitan una provincia elige alojamientos en la capital y el resto en zonas rurales. Además, el 75% de los turistas que se hospedan en la capital y el 15% de los que se hospedan en zonas rurales lo hace en hoteles, mientras que el resto lo hace en apartamentos turísticos. Se elige al azar un turista de los que se han alojado en la provincia. ¿Cuál es la probabilidad de que se haya hospedado en apartamentos turísticos?

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Resuelve $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{2x^2 + 1}}{3x - 6}$

b) [1,5 puntos] Obtener el dominio, los puntos de corte con los ejes de coordenadas, las asíntotas, los extremos relativos y los puntos de inflexión de la función $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] En un determinado centro educativo, el 50% del alumnado aprueba Historia, el 70% aprueba Matemáticas y el 30% aprueba ambas asignaturas. Si se elige un alumno al azar, halle la probabilidad de que apruebe solo una de las dos asignaturas.

Opción B

Ejercicio 1.- [1,5 puntos] Un centro de bricolaje, que almacena bidones de pintura de interior y de exterior, cuenta con una capacidad máxima de almacenaje de 160 bidones. Por una cuestión logística, en el almacén deben mantenerse al menos 60 bidones, siendo como mínimo 20 bidones de pintura interior. Además, el número de bidones de pintura exterior almacenados no podrá ser inferior al de pintura interior. Se sabe que el gasto diario por almacenar cada bidón de pintura interior es de 1,50€ y por cada bidón de pintura exterior es de 0,90€. Calcule cuántos bidones de cada tipo se deben almacenar para que el gasto diario sea mínimo e indique cuánto supone ese gasto mínimo.

b) [1 punto] La superficie de ampliación de un parque de atracciones, en decímetros cuadrados, coincide con el área de la región limitada por las gráficas de las funciones $f(x) = -x^2 + 6x$ y $g(x) = \frac{x^2}{5}$.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 16x}{x - 4} & \text{si } x < 4 \\ x - a & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$. Obtener el valor de a para que la función sea continua en el punto frontera $x_0 = 4$.

b) [1,5 puntos] Un grupo de turistas programa una visita a la Geoda de Pulpí. El 42% de los turistas del grupo proceden de Andalucía, el 32% de otras comunidades autónomas y el resto del extranjero. Son mayores de edad el 65% de los visitantes que proceden de Andalucía y el 75% de los que proceden de otras comunidades autónomas. Son menores de edad el 20% de los visitantes extranjeros. Elegido un turista de este grupo al azar, halle la probabilidad de que sea mayor de edad.

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Una cooperativa envasa zumos de naranja, zumos de piñas y zumos de melocotón en botellas de 1 litro y de 2 litros. Se sabe que el 60% de las botellas son de zumo de naranja y el 30% de piña. Además, el 80% de las botellas de zumo de naranja y el 70% de los zumos de piña son de 2 litros, mientras que el 60% de las botellas de melocotón son botellas de 1 litro.

Se elige al azar una botella envasada por la cooperativa. Calcula la probabilidad de que el zumo sea de naranja, sabiendo que la botella es de 2 litros.

b) [1,5 puntos] Obtener la primitiva de $f'(x) = \ln(x^2 + 1)$ que pase por el origen de coordenadas.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} 3 + e^x & \text{si } x < 1 \\ x^2 + ax + 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Para $a = -3$, represente la región limitada por la gráfica de la función, las rectas $x = 2$, $x = 4$ y el eje de abscisas. Calcule el área de la región.