

33 Mètodes de càlcul. Exemples

33.13 Gràfic. Ritter-Strassner

A l'aplicació 4.2 s'analitza una biga de 5 trams pel mètode gràfic de Ritter-Strassner en funció de les explicacions que es donen al llibre '*Estática gráfica*' escrit per *Otto Henkel* i editat el 1949 per *Editorial Labor SA*. Es tracta d'un sistema de càlcul eminentment gràfic que a la present aplicació, i utilitzant el mateix mètode, es dona d'una manera més particularitzada i didàctica, tal com es fa en aquest capítol 33. La biga analitzada és la que es veu a la figura 33.48. És una biga contínua de tres trams i un voladís en el nus A, de secció uniforme i el mateix material en tota la seva longitud. A cadascun dels trams apareix una càrrega uniformement repartida al llarg del tram i una càrrega concentrada que es troba a qualsevol punt de la seva longitud. El procés gràfic es descompon en els punts que s'indiquen a continuació.

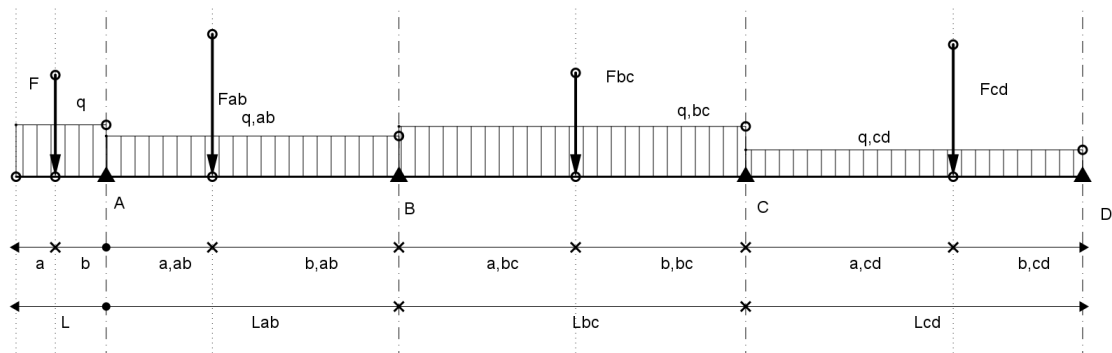


Fig. 33.48

1. Construcció focus. La proposta de definició gràfica dels focus és deguda a Ritter. Aquests defineixen el punt de pas de les línies de transmissió de moments entre trams. El procés de construcció es pot veure a la figura 33.49. A la part esquerra de la figura es defineix l'ordre de construcció gràfica dels focus: (1) A partir del suport B, es col·loca a l'esquerra un segment de longitud la llum del primer tram dividida per 3, $L_{ab}/3$ i, a partir d'aquest (2), es col·loca la llum del següent tram, també dividida per 3, $L_{bc}/3$. Aquesta última magnitud es posa a la dreta del suport B (3). Es traça una vertical (4) pel punt definit a la primera operació (1) i en aquesta es dibuixa un punt qualsevol. El punt s'uneix amb el suport A i forma un segment (5) que creua la vertical traçada per l'operació (2). Si unim el punt indicat anteriorment amb el suport B (6) fins que trobi la vertical traçada amb l'operació (3) es crearà el segment (7) que, quan creui la directriu de la biga, formarà el primer focus F_{bc} . El moviment del punt creat a la vertical (4) no modifica la posició del focus F_{bc} . La resta de focus es formen de la mateixa manera indicada anteriorment. Pels punts definits pels focus es tracen verticals que s'anomenen línies de focus.

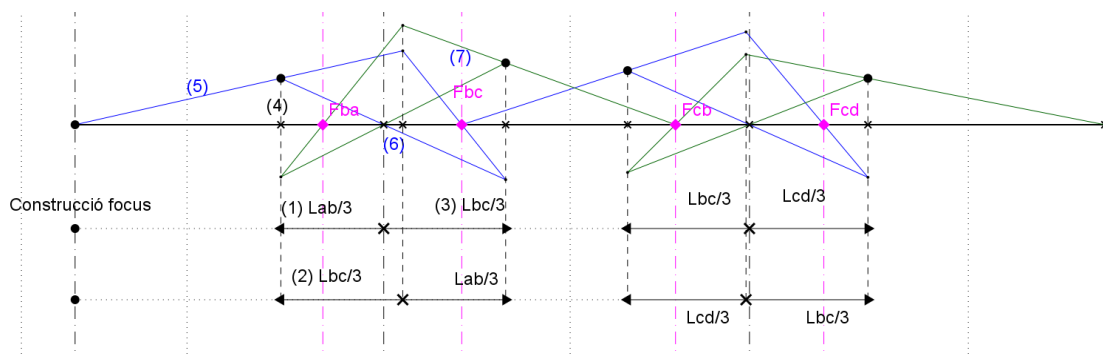


Fig. 33.49

2. Càrregues q_i . Moments negatius per trams. Ara es tracta de calcular els moments d'encastament en els diferents trams provocats per les càrregues uniformement repartides q_i . El procés gràfic de càlcul es deu a Strassner i serveix tant per a les càrregues uniformement repartides com per a les concentrades. El primer cas és el que s'indica a la figura 33.50. Com es pot veure en el primer tram, des del punt mig de la seva llum, $Lab/2$, es traça una vertical i es col·loca el doble del moment isostàtic positiu: $2 \cdot (q \cdot ab \cdot Lab^2 / 8)$. Unint aquesta magnitud amb el suport A, la intersecció amb la línia de focus ens donarà un punt que, unit amb el suport A, ens donarà un segment que, amb la intersecció amb la vertical del suport B, crearà el moment buscant $m_{ba,q}$. El traçat es repeteix a tots els trams on existeixi càrrega uniformement repartida. Si aquesta càrrega és parcial, és a dir, no cobreix tot el tram, el traçat es pot trobar al llibre que es dona al final d'aquesta memòria.

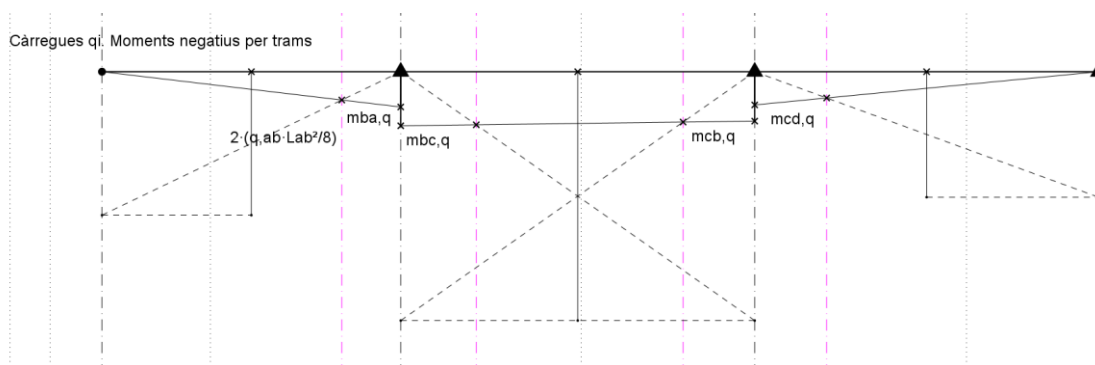


Fig. 33.50

3. Càrregues F_i . Moments negatius per trams. Quan la càrrega, en comptes de ser uniformement repartida, és concentrada F_i (fig. 33.51), el traçat és similar al cas anterior. En el punt on es defineix la càrrega es traça una vertical que, per exemple, en el primer tram és el moment isostàtic positiu, de valor $Fab \cdot a \cdot ab \cdot b \cdot ab / Lab$. Des del punt trobat es traça una horitzontal fins trobar les verticals dels suports A i B, i des d'aquests, diagonals als suports A i B. La intersecció de la paral·lela a les diagonals des de la posició de la força a la línia de focus ens donarà la magnitud de l'encastament $m_{ba,f}$. El traçat es repeteix a tots els trams on existeixi càrrega concentrada.

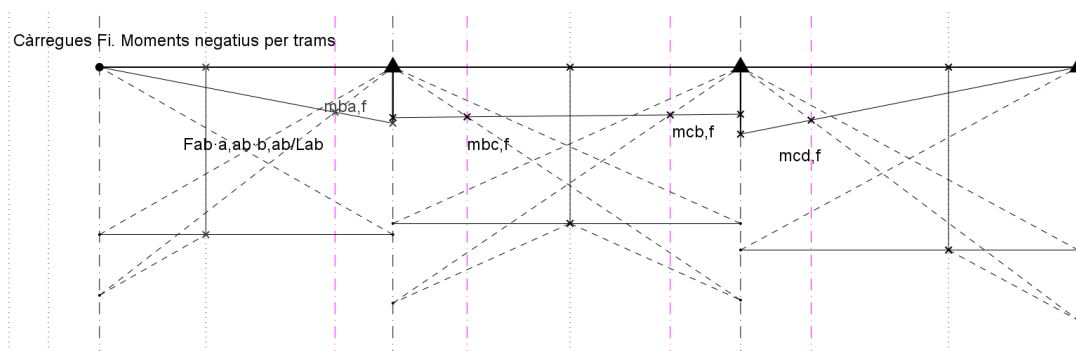


Fig. 33.51

4. Suma de moments negatius per trams. A cadascun dels trams, els moments d'encastament trobats per les càrregues uniformement repartides s'han de sumar als trobats per les càrregues concentrades. Així es forma el dibuix de la figura 33.52. S'ha de fer l'observació que el moment negatiu o d'encastament produït pel voladís és exterior i independent del traçat indicat en els punts 2 i 3 anteriors, però el seu valor queda definit en el suport A.



Fig. 33.52

5. Transferències. Cadascun dels moments negatius acabats de trobar s'han de transferir als suports veïns. Això s'aconsegueix fent passar línies des de cadascun dels moments als suports veïns mitjançant els focus. Com es veu a la figura 33.53, les línies de transferència creen en els suports corresponents moments negatius o positius segons el cas que es tracti. Finalment, aquestes transferències se sumen, amb el seu signe, als moments d'encastament trobats en el punt 4 anterior, obtenint els moments definitius M_a , M_b , M_c i M_d .

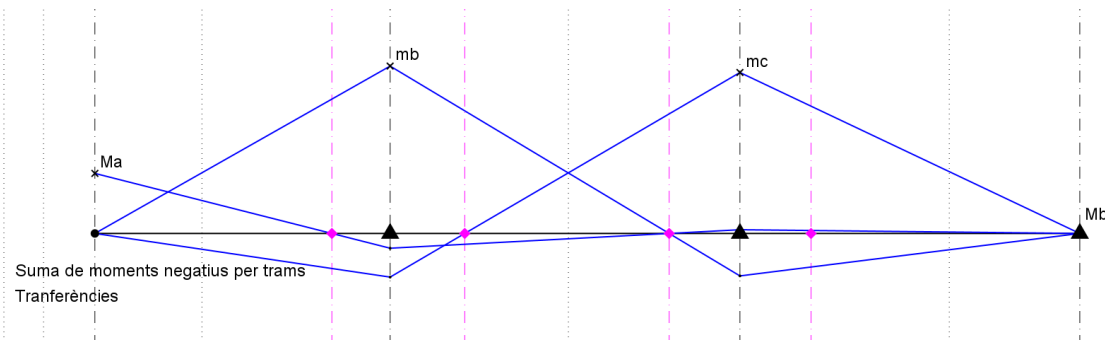


Fig. 33.53

Dels moments negatius, obtinguts finalment en el punt anterior, es pegen els diagrames de moments flectors isostàtics, obtenint els diagrames definitius de moments flectors, tal com es veu a la figura 33.56. L'obtenció dels diagrames de reaccions (fig. 33.54) i d'esforços tallants (fig. 33.56) és immediata. Es poden veure els càlculs al full de càlcul de l'aplicació.



Fig. 33.54

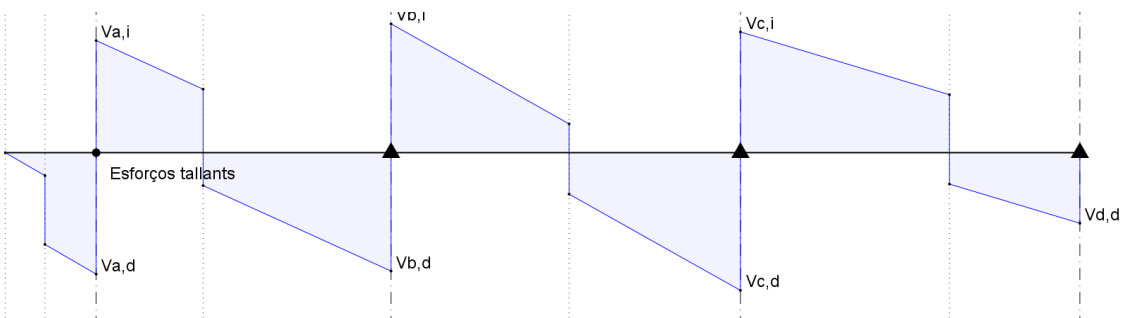


Fig. 33.55

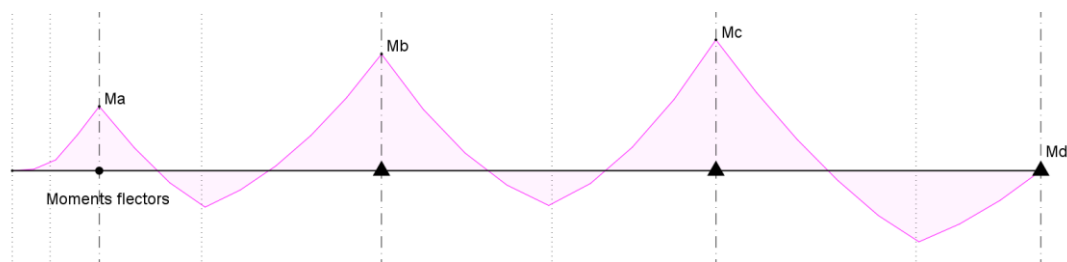


Fig. 33.56

S'ha fet un estudi comparatiu de l'exemple que s'exposa al sistema gràfic de Ritter-Strassner amb la biga que apareix a l'aplicació 33.7 'Clapeyron (Tres moments)', que casualment són coincidents. A la figura 33.57 es dona l'entrada de dades i els resultats segons el sistema de Clapeyron. A la figura 33.58 es dona l'entrada de dades i els resultats segons el sistema gràfic de Ritter-Strassner. Es pot observar que l'entrada de dades és la més aproximada que es pot aconseguir amb el moviment dels punts de GeoGebra. Els resultats obtinguts en els moments flectors, que són el més representatius, són raonablement semblants. La tendència és que els moments negatius pel mètode gràfic són una mica menys que els obtinguts analíticament per Clapeyron. Concretament, estan al voltant d'un 20% menys. Això no produeix problemes de seguretat, atès que els moments positius pegen dels valors dels moments flectors negatius.

Geometria (m)	Resultats	Geometria (m)	Resultats
L= 2.01	Reaccions (kN)	L= 2.01	Reaccions (kN)
Lab= 5.99	Ra= 73.33	Lab= 5.99	Ra= 74.26
Lbc= 5.01	Rb= 78.48	Lbc= 5.01	Rb= 77.62
Lcd= 4.15	Rc= 63.99	Lcd= 4.15	Rc= 62.7
	Rd= 13.21		Rd= 14.51
Càrregues	Esforços tallants (kN)	Càrregues	Esforços tallants (kN)
Fi...(kN)	Va,d= 40.02	Fi...(kN)	Va,d= 40.02
ai...bi...(m)	Va,i= 33.31	ai...bi...(m)	Va,i= 34.24
qi...(kN/m)	Vb,d= 34.07	qi...(kN/m)	Vb,d= 33.16
F= 11.52	Vb,i= 44.41	F= 11.52	Vb,i= 44.46
a= 0.65	Vc,d= 37.89	a= 0.65	Vc,d= 37.9
b= 1.36	Vc,i= 26.1	b= 1.36	Vc,i= 24.79
Fab= 10.9	Vc,d= 13.21	Fab= 10.91	Vc,d= 14.51
a,ab= 3.94		a,ab= 3.94	
b,ab= 2.05		b,ab= 2.06	
Fbc= 13.45		Fbc= 13.44	
a,bc= 1.8		a,bc= 1.8	
b,bc= 3.21		b,bc= 3.22	
Fcd= 8.83		Fcd= 8.84	
a,cd= 2.38		a,cd= 2.38	
b,cd= 1.77		b,cd= 1.77	
q= 14.17		q= 14.17	
q,ab= 9.43		q,ab= 9.42	
q,bc= 13.75		q,bc= 13.76	
q,cd= 7.35		q,cd= 7.35	
Moments flectors (mkN)		Moments flectors (mkN)	
Ma= -44.31		Ma= -44.37	
Mab= 14.32		Mab= 17.75	
Mb= -36.32		Mb= -30.91	
Mbc= 22.32		Mbc= 27.78	
Mc= -29.46		Mc= -24.01	
Mcd= 11.66		Mcd= 13.69	
Md= 0		Md= 0	

Fig. 33.57

Fig. 33.58

Es pot trobar més informació al llibre '*Estática gráfica*' escrit per *Otto Henkel* i editat per Editorial *Labor SA* el 1949.