Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Civil
Concreto Armado 1
Inga. María del Mar Girón Cordón

FLEXIÓN EN VIGAS HOMOGÉNEAS

A. Solución al problema propuesto en el Taller.

Diseñemos una viga de concreto simple (peso de 150 lb/pie^3, f'c = 4000 lb/pie^2) que cubre una luz de 5 pies (1.524 metros), con una carga distribuida linealmente de 100 lb/pie, la viga está simplemente apoyada.

Para diseñar la viga, debo saber cuál es el momento al que estará expuesta la misma, para lo cual puedo aplicar la siguiente ecuación (suponiendo que la carga distribuida dada, ya está mayorada), para encontrar el momento máximo en la viga:

$$M = \frac{wl^2}{8} = \frac{(100lb/pie)(5pies)^2}{8} = 312.5\ lb * pie$$

De esta forma encontramos el Momento Último. **Nosotros sabemos que la viga debe soportar más que el momento último.** *Por lo que sustituimos valores en la siguiente ecuación:*

$$M = f\left(\frac{ba^2}{6}\right)$$

Antes de sustituir valores, analicemos cada uno de los términos de la ecuación.

- **M**, en este caso nos referiremos al momento último. Para realizar los cálculos será necesario utilizar las mismas dimensionales en todos los factores, por lo que en lugar de **lb x pie**, utilizaremos **lb x pulg**.

M = 312.5 lb x pie = 3750 lb x pulg

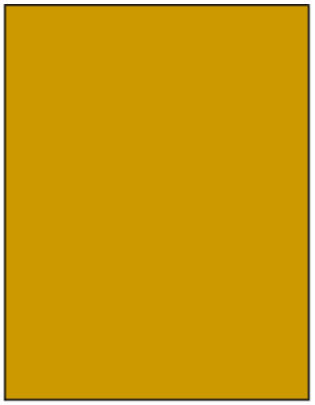
- **f,** esfuerzo en el concreto. Como hemos comentado antes, en el caso de la viga de estudio, encontraremos que es más frágil a tensión, es el caso crítico. Para ver de donde se obtiene la siguiente ecuación, vea la Tabla 2.2 del libro de texto, ***Rangos aproximados de resistencia a la tensión del concreto.***

$$f = 6\sqrt{f'c} = 6\sqrt{4000}\,\frac{lb}{pu\lg^2} = 379.4733\,\frac{lb}{pu\lg^2}$$

- **b y a,** la sección de la viga. Dimensiones en pulgadas.

Sustituyendo finalmente valores en la ecuación:

a = altura



b = base

$$M = f\left(\frac{ba^2}{6}\right)$$

$$(3750\ lb * pu\lg) = \left(379.4733\frac{lb}{pu\lg^2}\right) * \left(\frac{b * a^2}{6}\right)$$

Tenemos como incógnitas a la base y la altura. **Si dejamos a la altura en función de la base, encontramos:**

$$a = \sqrt{\frac{59.2927}{b}}\, pu\lg$$

Para escoger un diseño final, propondrémos como limitantes que la altura sea a lo sumo, 2 veces la base, y que la base sea menor que la altura.

$$a \leq 2b$$
$$a > b$$

Propongo valores para la base y encontramos:

b (pulg)	a (pulg)
1.0	7.7000
1.5	6.2870
2.0	5.4447
2.5	**4.8699**
3.0	**4.4455**
3.5	**4.1158**
4.0	3.8500

En rojo marcamos aquellos valores que cumplen con las limitantes impuestas.
La pareja para propuesta puede ser la de[1]:

b = 3 pulgadas ; a = 4.4455 pulgadas

Sin embargo, no le podemos solicitar a un albañil una viga con esa sección, por lo que propongo las siguientes secciones:

b = 3 pulgadas ; a = 4.5 pulgadas

Al proponer esta sección, debo corroborar mis resultados.

$$M = f\left(\frac{ba^2}{6}\right)$$

$$M = \left(379.4733\frac{lb}{pu\,\mathrm{lg}^2}\right) * \left(\frac{3pu\,\mathrm{lg} * (4.5pu\,\mathrm{lg})^2}{6}\right) = 3842.167357\ lb * pu\,\mathrm{lg} = 320.18061\ lb * pie$$

Al comparar el Momento Último producido por la carga, 312.5 libras por pie, con el Momento Nominal calculado, 320.18061 libras por pie, podemos concluir que la sección propuesta de 3 por 4.5 pulgadas es adecuada.

B. **Aplicando el ACI 2019 para la solución del problema anterior.**

Al aplicar el ACI, se deberá revisar la sección 14.5, Concreto Simple:

$$\phi M_n \geq M_u$$

Para este caso, ya calculamos el Mu, momento último.

Mu = 312.5 lb x pie = 3750 lb x pulg

En el caso del Mn, momento nominal, ya identificamos a la tracción como el caso crítico, por lo que aplicando la sección 14.5.2.1:

$$M_n = 5\sqrt{f'_c}S_m$$

[1] En este caso, también podrían tomar la pareja, b = 2.5, a = 4.8699. Esta sección implica un área menor, por lo tanto, el uso de menos material. Aconsejo que realicen el ejercicio con esta pareja, y que comparen los resultados aquí obtenidos.

Esta ecuación es para aplicarla en el Sistema Inglés, para el Sistema Internacional, buscaremos en el Apéndice C del ACI 2019 su equivalente, encontrando[2]:

$$M_n = \frac{5}{12}\sqrt{f'_c}S_m$$

En el caso de φ, revisamos la sección 21.2., específicamente la Tabla 21.2.1. del ACI 2019. Por lo que llegamos a la siguiente conclusión:

$$\phi M_n \geq M_u$$

$$0.6 * (5 * \sqrt{f'c} * Sm) \geq Mu$$
$$0.6 * (5 * \sqrt{f'c} * \frac{ba^2}{6}) \geq Mu$$

Sustituyendo valores, encuentro:

$$3750\ lb * pulg = 0.6 * \left[\left(5 * \sqrt{4000}\frac{lb}{pulg}\right) * \left(\frac{ba^2}{6}\right)\right]$$

$$a = \sqrt{\frac{118.5854}{b}}pulg$$

Dejamos nuevamente a la altura de la viga en función de la base, sustituyendo valores, obtenemos la siguiente tabla:

b (pulg)	a (pulg)
3.0	6.2871
3.5	**5.8207**
4.0	**5.4448**
4.5	**5.1334**
5.0	4.8700
5.5	4.8700
6.0	4.4456

Aplicamos nuevamente las limitantes en la solución anterior, $a \leq 2b$ $a > b$.

Y la pareja elegida será, b = 4 pulgadas, a = 5.6869 pulgadas. En este caso nuevamente tenemos el problema anterior, no le podemos solicitar a un albañil

[2] Ver la Tabla 2.2 Rangos aproximados de resistencia a la tensión del concreto, del libro de texo (Nilson).

que realice el diseño con las dimensiones anteriores, por lo que propondremos las siguientes dimensiones[3]:

b = 4 pulgadas ; a = 6 pulgadas

Como en la sección anterior (A), habrá que corroborar resultados:

$$\phi Mn = 0.6 * \left[5 * \sqrt{4000} * \left(\frac{4*6^2}{6}\right)\right] = 4553.6798\ lb * pulg = 379.4733\ lb * pie$$

Para concluir tenemos,

$$\phi M_n \geq M_u$$

Por lo que nuestro diseño si cumple con los requisitos de seguridad. Personalmente, considero que el diseño de 4 por 6 pulgadas es el mejor, ya que al aplicar el Reglamento del ACI incluimos factores de seguridad. Compara ambas secciones propuestas, y si bien, al aplicar el Reglamento, implica utilizar más materiales, también salvamos más vidas[4].

[3] En el caso de aproximar la altura a 5.5 pulgadas, reduciremos el momento que soportará la viga y no cumplirá con los requisitos. Se aconseja que pruebe hacer los cálculos con las dimensiones b = 4 pulgadas y a = 5.5 pulgadas y saque sus propias conjeturas.

[4] Diseña la misma viga con el Reglamento del ACI 2008 y compara tus resultados.