

PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN LINEAR

Unsur-Unsur Aljabar

Bentuk aljabar adalah representasi matematis yang menggabungkan angka dan huruf, yang didalamnya terdapat beberapa unsur kunci, yaitu:

- a. Variabel
- b. Koefisien
- c. Konstanta
- d. Suku

Contoh:

$$3x + 9$$

- Angka 3 disebut sebagai koefisien
- x disebut sebagai variabel
- Angka 9 disebut sebagai
- $3x$ disebut sebagai suku

Persamaan

Sebuah persamaan didefinisikan sebagai kalimat terbuka yang dihubungkan dengan tanda sama dengan ($=$). Tujuan utama dari menyelesaikan persamaan adalah untuk menemukan nilai variabel yang membuat kalimat terbuka tersebut menjadi pernyataan yang bernilai benar.

1. Persamaan Linear

$$ax + by = c$$

2. Persamaan Kuadrat

$$ax^2 + bx + c = 0$$

3. Persamaan Nilai Mutlak

$$|2x - 7| = 5$$

Contoh

1. Tentukan nilai x dari persamaan berikut.

$$4(x - 1) = 3(2x + 1)$$

```
>$solve(4*(x-1)=3*(2*x+1), x)
```

$$\left[x = -\frac{7}{2} \right]$$

EMT menyediakan penyelesaian simbolik (`$solve()`) yang merupakan metode paling kuat untuk mencari solusi eksak. Perintah `$solve()` dari Maxima digunakan untuk menemukan akar-akar analitik dari sebuah persamaan atau sistem persamaan. Sistem dasarnya adalah:

1. `&solve('persamaan', 'variabel')` untuk persamaan tunggal
2. `$solve([eq1, eq2], [var1, var2])` untuk sistem persamaan
2. Tentukan akar-akar persamaan dari persamaan kuadrat berikut.

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

```
>$solve(x^2-5*x+6=0, x)
```

$$[x = 3, x = 2]$$

PERTIDAKSAMAAN

Pertidaksamaan adalah kalimat terbuka yang menunjukkan perbandingan ukuran dua objek atau lebih menggunakan tanda ketidaksamaan.

1. Pertidaksamaan Linear

$$2x - 1 > 3$$

2. Pertidaksamaan Kuadrat

$$x^2 - 5x - 6 > 0$$

3. Pertidaksamaan Nilai Mutlak

$$|2x - 5| < 9$$

Contoh

1. Tentukan penyelesaian dari pertidaksamaan kuadrat berikut.

$$x^2 - 5x - 6 > 0$$

```
>&load(fourier_elim)
```

```
C:/Program Files/Euler x64/maxima/share/maxima/5.35.1/share/fo\
urier_elim/fourier_elim.lisp
```

```
>$&fourier_elim([x^2-5*x-6>0], [x])
```

$$[6 < x] \vee [x < -1]$$

Untuk menyelesaikan pertidaksamaan secara simbolik, EMT memanfaatkan paket "fourier_elim" dari Maxima dengan dua langkah penting yang harus dilakukan, yaitu:

1. Memuat Paket

Gunakan perintah `&load(fourier_elim)` untuk memuat paket yang diperlukan dari Maxima.

2. Menjalankan Paket

Gunakan sintaks `$&fourier_elim([pertidaksamaan],[variabel])` untuk menyelesaikan pertidaksamaan.

TRIGONOMETRI

Trigonometri adalah salah satu cabang matematika yang sangat fundamental dan memiliki peran penting dalam berbagai bidang kehidupan. Kata "trigonometri" berasal dari bahasa Yunani, yaitu "trigonon" yang berarti segitiga dan "metron" yang berarti pengukuran. Secara harfiah, trigonometri dapat diartikan sebagai ilmu yang mempelajari pengukuran segitiga, khususnya hubungan antara sudut dan sisi-sisi dalam segitiga.

Fungsi Trigonometri Dasar:

1. Sinus

$$\sin = \text{depan}/\text{miring}$$

2. Cosinus

$$\cos = \text{samping}/\text{miring}$$

3. Tangen

$$\tan = \text{depan}/\text{samping}$$

Contoh Perhitungan

```
>sin (30*pi/180)
```

0.5

Identitas Trigonometri

Identitas trigonometri adalah persamaan yang melibatkan fungsi-fungsi trigonometri dan berlaku untuk semua nilai sudut yang memenuhi domain fungsi tersebut. Identitas ini tidak bergantung pada nilai spesifik sudut, melainkan merupakan kebenaran umum yang digunakan untuk menyederhanakan perhitungan atau membuktikan hubungan antar fungsi trigonometri.

```
>&trigsimp (sin(x)^2+cos(x)^2)
```

1

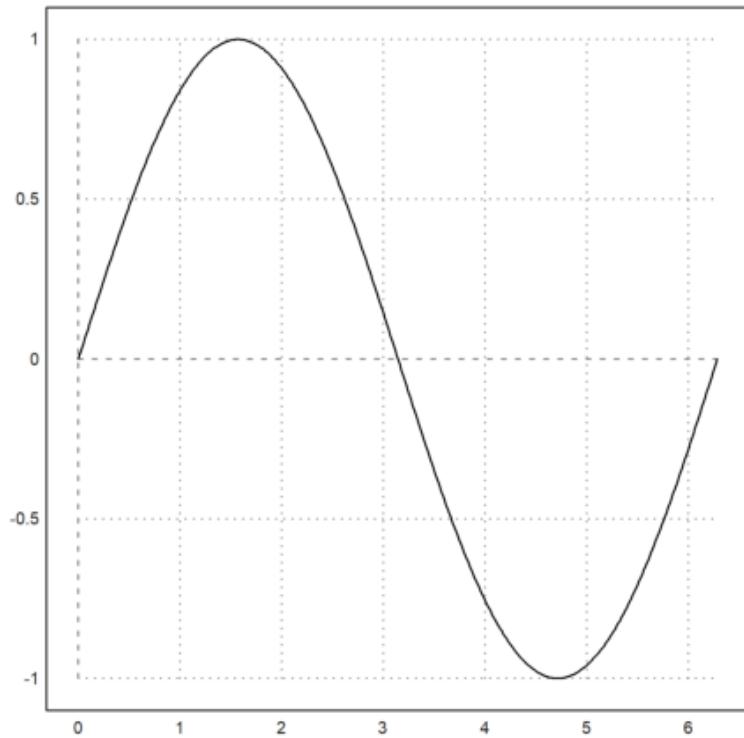
```
>&trigexpand(cos(a+b))
```

$$\cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b)$$

Grafik Fungsi Trigonometri

Grafik fungsi trigonometri adalah representasi visual dari fungsi-fungsi trigonometri

```
>plot2d("sin(x)", 0, 2*pi):
```



MATRIKS

Matriks adalah array (daftar) bilangan yang terdiri dari baris-baris dan kolom-kolom yang ditulis dalam tanda kurung. Matriks yang biasa kita jumpai adalah matriks yang susunan elemennya berbentuk persegi panjang. Matriks dilambangkan dengan huruf besar.

Jenis-Jenis Matriks

1. Matriks nol

```
>$&Z=[0,0,0;0,0,0]
```

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Matriks Baris

```
>$&M=[1,-5,8]
```

$$M = [1, -5, 8]$$

3. Matriks Kolom

```
>$&C=[ 9; 8 ]
```

$$C = \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \end{pmatrix}$$

4. Matriks Persegi

```
>$&D=[ 1, 2; 3, 4 ]
```

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Matriks Diagonal

```
>$&F=[ 5, 0, 0; 0, 6, 0; 0, 0, 7 ]
```

$$F = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

6. Matriks Segitiga Atas

```
>$&G=[ 7, 8, 9; 0, 1, 2; 0, 0, 6 ]
```

$$G = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

7. Matriks Segitiga Bawah

```
>$&H=[ 3, 0, 0; 4, 5, 0; 1, 2, 6 ]
```

$$H = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

8. Matriks Identitas

```
>$&J=[ 1, 0, 0; 0, 1, 0; 0, 0, 1 ]
```

$$J = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Contoh Penyelesaian

1. Tentukan penjumlahan dan pengurangan matriks berikut.

```
>$&N=[1,-3;-2,7]
```

$$N = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 7 \end{pmatrix}$$

```
>N=[1,-3;-2,7]
```

$$\begin{matrix} 1 & -3 \\ -2 & 7 \end{matrix}$$

```
>$&O=[7,3;2,1]
```

$$O = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

```
>O=[7,3;2,1]
```

$$\begin{matrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{matrix}$$

```
>N+O
```

$$\begin{matrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{matrix}$$

```
>N-O
```

$$\begin{matrix} -6 & -6 \\ -4 & 6 \end{matrix}$$

2. Tentukan determinan dan invers dari matriks berikut.

```
>$&Y=[-2,5,3;4,-1,3;7,-2,5]
```

$$Y = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 3 \\ 4 & -1 & 3 \\ 7 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

```
>Y=[-2,5,3;4,-1,3;7,-2,5]
```

-2	5	3
4	-1	3
7	-2	5

```
>det (Y)
```

```
0
```

```
>inv (Y)
```

```
Determinant zero!
Try "trace errors" to inspect local variables after errors.
inv:
    return A\id(cols(A));
Error in:
inv(Y) ...
^
```

Matriks A tidak mempunyai invers karena determinannya adalah nol. Oleh karena itu, EMT menampilkan output error.

FUNGSI KUADRAT

Fungsi kuadrat merupakan sebuah fungsi polinomial atau suku banyak dimana pangkat tertinggi dari variabel atau peubahnya adalah 2. Bentuk umum dari persamaan kuadrat adalah sebagai berikut.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Sedangkan untuk rumus persamaan fungsi kuadrat adalah sebagai berikut.

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Keterangan:

x = Variabel

a, b = Koefisien

c = Kosntanta

- Salah satu syarat dari suatu fungsi kuadrat adalah bahwa koefisien a tidak boleh bernilai nol. Apabila a = 0, fungsi tersebut akan tereduksi menjadi fungsi linear.
- Koefisien a memiliki pengaruh paling signifikan, baik secara langsung maupun tunggal yang menentukan arah bukaan parabola dan jenis titik puncaknya.
- Jika nilai a positif (a>0), parabola akan terbuka ke atas dan memiliki titik balik minimum. Sebaliknya, jika nilai a negatif (a<0), parabola akan terbuka ke bawah dan memiliki titik balik maksimum. Dengan begitu, kita dapat menentukan gambaran visual tentang bentuk dasar kurva dengan lebih mudah.
- Koefisien tidak secara eksplisit muncul sebagai titik pada grafik, tetapi berperan penting dalam menentukan posisi sumbu simetri dan koordinat titik puncak melalui rumus-rumus turunan. Sedangkan koefisien c secara langsung menentukan titik potong kurva dengan sumbu-y. Hal ini dapat diketahui dengan menyubstitusikan nilai x=0 ke dalam fungsi, yang menghasilkan $f(0)=a(0)^2+b(0)+c=c$. Oleh karena itu, titik potong sumbu-y selalu berada pada koordinat (0,c).

Diskriminan

```
>$&D=b^2-4*a*c
```

$$D = b^2 - 4 a c$$

Titik Puncak

Titik puncak yang juga dikenal sebagai titik balik atau titik ekstrem adalah titik di mana parabola mencapai nilai maksimum atau minimumnya.

```
>$&xp=-b/ (2*a)
```

$$xp = -\frac{b}{2a}$$

```
>$&yp=-D/ (4*a)
```

$$yp = -\frac{D}{4a}$$

Contoh Penyelesaian

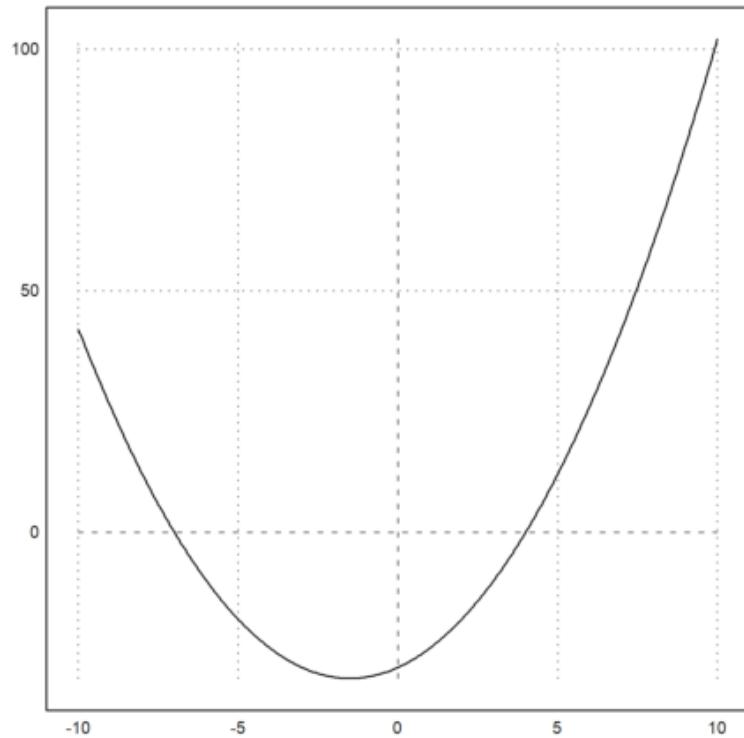
Tentukan penyelesaian dan grafik dari soal berikut berikut.

$$x^2 + 3x - 28 = 0$$

```
>$&solve (x^2+3*x-28=0)
```

$$[x = 4, x = -7]$$

```
>plot2d("x^2+3*x-28", -10,10):
```



POLINOMIAL

Polinomial atau suku banyak adalah ekspresi matematika yang terdiri dari variabel dan koefisien yang digabungkan menggunakan operasi penjumlahan, pengurangan, dan perkalian. Variabel dalam polinomial hanya boleh memiliki pangkat berupa bilangan bulat non-negatif (0, 1, 2, 3, dst.). Singkatnya, polinomial merupakan bentuk aljabar yang memiliki dua atau lebih suku dengan pangkat bulat non negatif.

Bentuk Umum

$> \$a_3*x^n + a_2*x^{(n-1)} + a_1*x^{(n-2)} + ax + a,$

$$a_3 x^n + a_2 x^{n-1} + a_1 x^{n-2} + ax + a$$

Derajat Polinomial

Derajat polinomial diambil dari pangkat tertinggi variabel dalam suatu ekspresi polinomial. Pangkat ini harus merupakan bilangan bulat non-negatif dan koefisien dari suku berpangkat tertinggi tersebut tidak boleh nol.

Derajat polinomial membantu mengklasifikasikan polinomial, seperti:

- > Derajat 1: Polinomial linear (grafiknya garis lurus)
- > Derajat 2: Polinomial kuadratik (grafiknya parabola)
- > Derajat 3: Polinomial kubik
- > Derajat 4: Polinomial kuartik

Jenis Polinomial Berdasarkan Jumlah Suku

1. Monomial (satu suku)

```
>$5*x
```

$$5x$$

2. Binomial

```
>$2*x+1
```

$$2x + 1$$

3. Trinomial

```
>$x^2+5*x+5
```

$$x^2 + 5x + 5$$

Berikut ini adalah contoh non polinomial. Suku berikut termasuk non polinomial karena variabelnya berpangkat negatif.

```
>$x^(-3)
```

$$\frac{1}{x^3}$$

Penjumlahan, Pengurangan, Perkalian, dan Pembagian Polinomial

1. Tentukan penjumlahan polinomial berikut.

$$5x^3 + 3x^2 + 4x + 1 + 7x^2 + 2x + 5$$

```
>p=[5, 3, 4, 1]
```

```
[5, 3, 4, 1]
```

```
>q=[0, 7, 2, 5]
```

```
[0, 7, 2, 5]
```

```
>p+q
```

```
[ 5, 10, 6, 6]
```

Maka hasil penjumlahannya adalah sebagai berikut.

$$5x^3 + 10x^2 + 6x + 6$$

2. Tentukan hasil pengurangan polinomial berikut.

$$3x^2 - 7x - 2 - (5x^3 + 3x^2 + 4x - 6)$$

```
>$ (3*x^2-7*x-2)-(5*x^3+3*x^2+4*x-6)
```

$$-5x^3 - 11x + 4$$

3. Tentukan hasil perkalian dari polinomial berikut.

$$(6x - 3)(2x + 5)$$

```
>t=[ 6, -3 ]
```

```
[ 6, -3 ]
```

```
>u=[ 2, 5 ]
```

```
[ 2, 5 ]
```

Maka hasil perkalian tersebut adalah sebagai berikut.

$$12x^2 + 24x - 15$$

4. Tentukan hasil pembagian polinomial berikut.

$$(x^3 - x^2 - x + 1)/(x - 1)$$

```
>v=[ 1, -1, -1, 1 ]
```

```
[ 1, -1, -1, 1 ]
```

```
>w=[1, -1]
```

```
[1, -1]
```

```
>polydiv(v,w)
```

```
[1, 0, -1]
```

Maka hasil pembagiannya adalah sebagai berikut.

$$x^2 - 1$$

EKSPONEN

Eksponen adalah konsep matematika yang digunakan untuk menyatakan perkalian berulang dari suatu bilangan atau variabel. Jika sebuah bilangan atau variabel n dikalikan dengan dirinya sendiri sebanyak n kali.

Sifat Eksponen

1. jika $a^n = a^m$ dan $a > 0$, a tidak sama dengan 1 maka $m = n$
2. jika $a^n * a^m = 1$, maka $n+m = 0$
3. Eksponen hanya berlaku jika variabel basis bernilai real dan tidak nol untuk pangkat negatif.

Penyelesaian Soal

1. Tentukan x yang memenuhi persamaan eksponen berikut.

$$3(x+1) + 3^x = 108$$

```
>Solve(3^(x+1) + 3^x - 108=0, x)
```

$$\left[x = \frac{\log 27}{\log 3} \right]$$

```
>float(solve(3^x=27, x))
```

$$[x = 3.0]$$

LOGARITMA

Logaritma merupakan invers atau kebalikan dari eksponen yang digunakan untuk menentukan besaran pangkat pada sebuah bilangan pokok. Secara umum bentuk logaritma terdiri dari tiga bagian yaitu basis, numerus, dan hasil logaritma.

Bentuk umumnya adalah sebagai berikut.

$$a^c = b$$

```
>$solve(a^c=b, c)
```

$$\left[c = \frac{\log b}{\log a} \right]$$

VEKTOR

Vektor merupakan besaran yang mempunyai arah. Secara geometri, setiap vektor dinyatakan secara geometris sebagai segmen garis berarah pada bidang atau ruang, dengan notasi garis berpanah. Ekor panah garis tersebut merupakan titik awal vektor, sedangkan ujung panah sebagai titik akhir (ujung) vektor tersebut.

Sifat Operasi Vektor

Jika u, v dan w adalah vektor-vektor di dalam ruang vektor (ruang 2 atau ruang 3) dan k dan l adalah skalar, maka hubungan yang berikut akan berlaku;

1. $u+v = v+u$
2. $(u+v)+w = u+(v+w)$
3. $u+0= 0+u=0$
4. $u+ (-u)= 0$
5. $k*(l*u) = (k*l)*u$
6. $k(u+v) = k*u + k*v$
7. $(k+l)*u= k*u + l*u$

Panjang Vektor

Panjang Vektor dapat dicari dengan menggunakan fungsi `norm[v]` pada EMT.

Contoh:

Tentukan panjang vektor dari vektor berikut.

$$(-3, 2, 1)$$

```
>$& u:= sqrt (u1^2 + u2^2 +u3^2)
```

$$\sqrt{u_3^2 + u_2^2 + u_1^2}$$

```
>$ u= sqrt ( (-3*-3)+(2^2)+(1^2) )
```

$$\sqrt{u_3^2 + u_2^2 + u_1^2} = \sqrt{14}$$

Hasil Kali Titik

Hasil kali titik merupakan operasi antara dua buah vektor yang akan menghasilkan skalar. Pada software EMT menggunakan perintah `dot(u,v)` atau `u*v`

Contoh:

Tentukan hasil kali titik antara dua vektor berikut.

$$A = 2i + 3j + 5k$$

$$B = 4i + 2j - k$$

```
>$&A:= [2;3;5]
```

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

```
>$&B:= [4;2;-1]
```

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

```
>$& (A*B)
```

$$\begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ -5 \end{pmatrix}$$

PENYELESAIAN SOAL ALJABAR

1. Tentukan penyelesaian dari soal berikut.

$$\left(\frac{24a^{10}b^{-8}c^7}{12a^6b^{-3}c^5} \right)^{-5}$$

$$>\$& ((24*a^{10}*b^{-8}*c^7) / (12*a^6*b^{-3}*c^5))^{-5}$$

$$\frac{b^{25}}{32 a^{20} c^{10}}$$

Penyelesaian atau penyederhanaan soal di atas dilakukan dengan mengoperasikan suku dengan variabel yang sama.

- Untuk variabel a, sesuai dengan aturan pembagian eksponen, maka perhitungan dilakukan dengan mengurangkan pangkatnya, maka:

$$\frac{a^{10}}{a^6}$$

Didapatkan hasilnya sebagai berikut

$$a^4$$

- Untuk variabel b, sesuai dengan aturan pembagian eksponen, maka perhitungan dilakukan dengan mengurangkan pangkatnya, maka:

$$\frac{b^{-10}}{b^{-3}}$$

Didapatkan hasilnya sebagai berikut

$$b^{-5}$$

- Untuk variabel c, sesuai dengan aturan pembagian eksponen, maka perhitungan dilakukan dengan mengurangkan pangkatnya, maka:

$$\frac{c^7}{c^5}$$

Didapatkan hasilnya sebagai berikut

$$c^2$$

- Untuk konstanta, maka:

$$\frac{24}{12}$$

Didapatkan hasilnya adalah 2

Setelah itu, hasilnya masih perlu dipangkatkan sebagai berikut.

$$(2a^4b^{-5}c^2)^{-5}$$

Didapatkan hasilnya yaitu:

$$\frac{b^{25}}{32a^{20}c^{10}}$$

2. Hitunglah operasi di bawah ini!

$$\frac{[4(8-6)^2 + 4] (3 - 2 \cdot 8)}{2^2 (2^3 + 5)}$$

```
>${& ( (4*(8-6)^2 + 4) * (3 - 2*8) ) / ( 2^2 * (2^3 + 5) )}
```

-5

Untuk menyelesaikan soal di atas, maka kita dahulukan operasi yang ada di dalam kurung, lalu dilanjutkan dengan perpangkatan, perkalian dan pembagian, lalu penjumlahan dan pengurangan.

3. James menyetorkan \$250 ke rekening pensiun setiap bulan mulai usia 40 tahun. Jika investasi tersebut menghasilkan bunga 5% dengan penggandaan bulanan, berapa banyak yang akan terkumpul di rekening itu ketika ia pensiun 27 tahun kemudian?

```
>p:= 250
```

250

```
>b:= 0.05/12
```

0.00416666666667

```
>n:= 27*12
```

324

```
>${& p * (((1+b)^n - 1) / b) * (1+b)
```

$$\frac{(b+1) ((b+1)^n - 1) p}{b}$$

```
>f:=p * (((1+b)^n - 1) / b) * (1+b)
```

171508.958722

Soal di atas merupakan soal bunga bank. Untuk menyelesaikan soal dengan rumus bunga bank yang disertakan di awal bulan, maka dilakukan dengan perhitungan berikut.

$$FV = P \cdot \frac{(1+b)^n - 1}{b} \cdot (1+b)$$

Sebelumnya kita perlu mendefinisikan terlebih dahulu p,b, dan n berdasarkan informasi pada soal, dimana:

- p = setoran bulanan
- b = bunga bulanan
- n = lama waktu (bulan)

4. Selesaikan soal berikut.

$$(3x^2 - 2x - x^3 + 2) - (5x^2 - 8x - x^3 + 4)$$

```
>A=[-1,3,-2,2]
```

```
[-1, 3, -2, 2]
```

```
>B = [-1,5,-8,4]
```

```
[-1, 5, -8, 4]
```

```
>A-B
```

```
[0, -2, 6, -2]
```

Soal tersebut dapat diselesaikan dengan mengubahnya menjadi sebuah vektor koefisien. Dengan begitu kita perlu mendefinisikan A dan B, dimulai dari koefisien dengan pangkat tertinggi. Lalu hasilnya dapat kita ubah kembali menjadi bentuk polinomial, sehingga hasilnya adalah

$$-2x^2 + 6x - 2$$

5. Faktorkan persamaan di bawah ini.

$$x^2 + 12x + 36 = 0$$

```
>\$&factor(x^2+12*x+36=0)
```

$$(x + 6)^2 = 0$$

Dengan melalui EMT, fungsi factor() digunakan untuk menentukan faktorisasi dari sebuah persamaan. Dari perhitungan yang telah dilakukan didapatkan

$$(x + 6)^2$$

Maka artinya faktorisasi persamaan tersebut adalah

$$(x + 6)(x + 6)$$

6. Selesaikan persamaan berikut.

$$7(3x + 6) = 11 - (x + 2)$$

```
>$&solve(7*(3*x+6)=11-(x+2), x)
```

$$\left[x = -\frac{3}{2} \right]$$

Untuk dapat menemukan nilai x yang memenuhi persamaan, maka digunakan fungsi `solve("persamaan",variabel)`. Untuk mendapatkan hasil dengan tampilan lebih baik, maka dapat ditambahkan `$` pada bagian awal perintah. Dengan begitu didapatkan hasil bahwa x yang memenuhi adalah $-3/2$.

7. Selesaikan operasi di bawah ini.

$$\frac{6}{x+3} - \frac{x+4}{9-x^2} + \frac{2x-3}{9-6x+x^2}$$

```
>$& (6/(x+3) - (x+4)/(9-x^2) + (2*x-3)/(9-6*x+x^2))
```

$$\frac{2x-3}{x^2-6x+9} - \frac{x+4}{9-x^2} + \frac{6}{x+3}$$

```
>$&ratsimp(%)
```

$$\frac{9x^2 - 32x + 33}{x^3 - 3x^2 - 9x + 27}$$

Untuk menyelesaikan operasi variabel yang kompleks, fungsi yang digunakan yaitu:

- `$&()` = Untuk memerintahkan EMT menghitung atau menyederhanakan ekspresi secara simbolik

- `%` = Berarti hasil dari perintah sebelumnya

- `ratsimp(expr)` atau `rational simplify` = Untuk menyederhanakan pecahan rasional menjadi bentuk paling sederhana

8. Selesaikan operasi di bawah ini.

$$\frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x^2} - \frac{2}{xy} + \frac{1}{y^2}}$$

```
>$& ((1/x^2 - 1/y^2) / (1/x^2 - 2/(x*y) + 1/y^2))
```

$$\frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}{-\frac{2}{xy} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{x^2}}$$

```
>${\it ratsimp}(%)
```

$$\frac{y+x}{y-x}$$

Dengan cara yang sama dengan nomor 7, maka operasi ini dapat EMT selesaikan dengan fungsi ratsimp(%). Sehingga didapatkan hasilnya yaitu:

$$\frac{y-x}{x+y}$$

9. Faktorkan persamaan berikut.

$$12z^2 + z = 6$$

```
>${\it factor}(12*z^2+z=6)
```

$$z (12z + 1) = 6$$

10. Selesaikan operasi berikut.

$$\frac{x^2 - 9}{x^3 + 27} \cdot \frac{5x^2 - 15x + 45}{x^2 - 2x - 3} + \frac{x^2 + x}{4 + 2x}$$

```
>${\it &((x^2 - 9) / (x^3 + 27) * (5*x^2 - 15*x + 45) / (x^2 - 2*x - 3) + (x^2 + x) / (4 + 2*x))}
```

$$\frac{(x^2 - 9) (5x^2 - 15x + 45)}{(x^2 - 2x - 3) (x^3 + 27)} + \frac{x^2 + x}{2x + 4}$$

```
>${\it ratsimp}(%)
```

$$\frac{x^3 + 2x^2 + 11x + 20}{2x^2 + 6x + 4}$$

11. Selesaikan operasi berikut.

$$\left[\frac{\frac{x+1}{x-1} + 1}{\frac{x+1}{x-1} - 1} \right]^5$$

```
>${&((x+1)/(x-1)+1)/((x+1)/(x-1)-1)}^5
```

$$\frac{\left(\frac{x+1}{x-1} + 1\right)^5}{\left(\frac{x+1}{x-1} - 1\right)^5}$$

```
>${&ratsimp(%)}
```

$$x^5$$

12. Tentukan faktorisasi persamaan berikut.

$$t^2 + 12t + 27 = 0$$

```
>${&factor(t^2+12*t+27=0)}
```

$$(t + 3)(t + 9) = 0$$

```
>${&solve(t^2+12*t+27=0, t)}
```

$$[t = -9, t = -3]$$

13. Selesaikan persamaan berikut.

$$3(2n - 5) - 7 = 4(n - 9)$$

```
>${&solve(3*(2*n-5)-7=4*(n-9), n)}
```

$$[n = -7]$$

Dengan fungsi yang sama pula, solve() dapat membantu untuk menemukan nilai n yang memenuhi persamaan yang diberikan.

14. Faktorkan binomial berikut.

$$4p^2 + 8pq + 4q^2$$

```
>$&factor(4*p^2+8*p*q+4*q^2)
```

$$4 (q + p)^2$$

15. Faktorkan soal berikut.

$$a^3b - 9a^2b^2 + 20ab^3$$

```
>$&factor(a^3*b-9*a^2*b^2+20*a*b^3)
```

$$a b (4 b - a) (5 b - a)$$

16. Selesaikan permasalahan berikut.

$$(-5m^4n^2)(6m^2n^3)$$

```
>$& (-5*m^4*n^2) * (6*m^2*n^3)
```

$$-30 m^6 n^5$$

Permasalahan di atas dapat dilakukan dengan melakukan perkalian sejeni, antara lain:

- Mengalikan koefisien, yaitu mengalikan -5 dengan 6, sehingga hasilnya adalah -30
- mengalikan pangkat sejenis m, yaitu:

$$(m^4)(m^2) = m^6$$

- Mengalikan pangkat sejenis n, yaitu:

$$(n^2)(n^3) = n^5$$

Sehingga hasil perkalian persoalan tersebut yaitu:

$$-30m^6n^5$$

17. Selesaikan permasalahan berikut.

$$(a - b)(2a^3 - ab + 3b^2)$$

```
>$&expand( (a-b) * (2*a^3 - a*b + 3*b^2) )
```

$$-3b^3 + 4ab^2 - 2a^3b - a^2b + 2a^4$$

Dalam menyelesaikan soal ini diperlukan fungsi `expand()`. `Expand` dipakai untuk menguraikan ekspresi matematika yang masih dalam bentuk perkalian atau pangkat menjadi bentuk penjumlahan/polinom yang lengkap.

18. Selesaikan soal berikut.

$$(x^{3m} - t^{5n})^2$$

```
> $&expand( (x^(3*m) - t^(5*n))^2)
```

$$x^{6m} - 2t^{5n}x^{3m} + t^{10n}$$

Penyelesaian atau penyederhanaan soal di atas dilakukan dengan mengoperasikan suku dengan variabel yang sama.

- Untuk variabel p , sesuai dengan aturan pembagian eksponen, maka perhitungan dilakukan dengan mengurangkan pangkatnya, maka:

$$\frac{p^{12}}{p^8}$$

Didapatkan hasilnya sebagai berikut

$$p^4$$

- Untuk variabel q , sesuai dengan aturan pembagian eksponen, maka perhitungan dilakukan dengan mengurangkan pangkatnya, maka:

$$\frac{q^{-14}}{q^6}$$

Didapatkan hasilnya sebagai berikut

$$q^{-20}$$

- Untuk variabel r , sesuai dengan aturan pembagian eksponen, maka perhitungan dilakukan dengan mengurangkan pangkatnya, maka:

$$\frac{r^{22}}{r^{-15}}$$

Didapatkan hasilnya sebagai berikut

$$r^{37}$$

- Untuk konstanta, maka:

$$\frac{125}{25}$$

Didapatkan hasilnya adalah 2

Setelah itu, hasilnya masih perlu dipangkatkan sebagai berikut.

$$(5p^4q^{-20}r^{37})^{-4}$$

Didapatkan hasilnya yaitu:

$$\frac{q^{80}}{625p^{16}r^{148}}$$

20. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan berikut.

$$2y - 3 \geq 1 - y + 5$$

```
>&load(fourier_elim)
```

```
C:/Program Files/Euler x64/maxima/share/maxima/5.35.1/share/f\
ourier_elim/fourier_elim.lisp
```

```
>$&fourier_elim([2*y - 3 >= 1 - y + 5], [y])
```

$$[y = 3] \vee [3 < y]$$

Untuk menyelesaikan soal nomor 20 di EMT, maka harus memuat paket fourier_elim terlebih dahulu. Fourier_elim digunakan untuk menyelesaikan sistem pertidaksamaan linear, khususnya untuk menghilangkan satu atau lebih variabel dari sistem tersebut.

21. Selesaikan soal berikut.

$$2^6 \cdot 2^{-3} \div 2^{10} \div 2^{-8}$$

```
>$&(2^6 * 2^{-3} / 2^{10} / 2^{-8})
```

Dalam EMT, $\$$ (program maxima) digunakan untuk mengevaluasi ekspresi. Sedangkan $\&$ adalah operator yang sering digunakan untuk memanggil fungsi secara tidak langsung. Setelah dioperasikan maka jawaban soal ini adalah 2.

22. Sederhanakan soal berikut.

$$\frac{(3x^a y^b)^3}{(-3x^a y^b)^2}$$

```
> $& ( (3*x^a*y^b)^3 / (-3*x^a*y^b)^2 )
```

$$3 x^a y^b$$

23. Sederhanakan bentuk berikut.

$$(x + 1)(x - 1)(x^2 + 1)$$

```
> $& ratsimp(%)
```

$$(x - 1) (x + 1) (x^2 + 1)$$

```
> $& ratsimp(%)
```

$$x^4 - 1$$

Dalam soal ini, fungsi yang digunakan adalah ratsimp(%). ratsimp (%) digunakan untuk menyederhanakan ekspresi aljabar. Di mana % merujuk pada hasil dari perintah sebelumnya.

24. Selesaikan soal berikut.

$$(5x^2 + 4xy - 3y^2 + 2) - (9x^2 - 4xy + 2y^2 - 1)$$

```
> $& ( (5*x^2 + 4*x*y - 3*y^2 + 2) - (9*x^2 - 4*x*y + 2*y^2 - 1) )
```

$$-5 y^2 + 8 x y - 4 x^2 + 3$$

25. Faktorkan bentuk kuadrat berikut.

$$4ax^2 + 20ax - 56a$$

```
>$&factor(4*a*x^2 + 20*a*x - 56*a)
```

$$4a(x-2)(x+7)$$

Untuk dapat memfaktorkan bentuk kuadrat di EMT, maka dibutuhkan fungsi factor(), tujuannya adalah mengubahnya dari bentuk perkalian yang diperluas menjadi bentuk perkalian dari faktor-faktornya. Fungsi factor() akan mencari faktor persekutuan terbesar (FPB) dari semua suku dan kemudian memfaktorkan polinomial yang tersisa.

26. Factorkan bentuk berikut.

$$1 - 8x + 16x^2$$

```
>$&factor(1 - 8*x + 16*x^2)
```

$$(4x-1)^2$$

27. Diberikan

$$f(x) = 3x + 1$$

$$g(x) = x^2 - 2x - 6$$

$$h(x) = x^3$$

Tentukan

$$(f \circ g)(-1)$$

```
>function f(x) &=3*x+1
```

$$3x + 1$$

```
>function g(x) &=x^2-2*x-6
```

$$x^2 - 2x - 6$$

```
>\$&f(g(-1))
```

-8

Untuk menyelesaikan soal tersebut, kita perlu definisikan dulu fungsi yang diberikan untuk selanjutnya dapat dicari nilainya yang ditanyakan.

28. Selesaikan soal berikut. Tulis jawabannya dalam bentuk $a+bi$

$$(-5 + 3i) + (7 + 8i)$$

```
>\$&(-5+3*i) + (7+8*i)
```

$$11i + 2$$

29. Tentukan solusi yang memenuhi.

$$x^2 - 2x = 15$$

```
>\$&solve(x^2-2*x=15, x)
```

$$[x = -3, x = 5]$$

Dengan menggunakan EMT kita dapat gunakan fungsi `solve()` untuk menemukan solusi atau nilai x yang memenuhi persamaan. Dari perhitungan didapatkan nilai x yang memenuhi adalah $x=-3$ dan $x=5$

30. Sketsakan grafik fungsi polinomial berikut.

$$f(x) = x^3 - 7x + 6$$

```
>plot2d("x^3-7*x+6"):
```

