Membuat Plot 3D dengan EMT

Ini adalah pengenalan cara membuat plot 3D di Euler. Kita butuh plot 3D untuk memvisualisasikan fungsi dengan dua variabel.

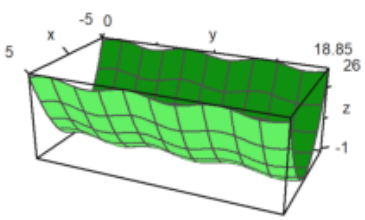
Euler menggambar fungsi-fungsi tersebut menggunakan algoritma untuk menyembunyikan bagian-bagian yang ada di latar belakang. Secara umum, Euler menggunakan proyeksi sentral. Default-nya adalah dari kuadran x-y positif menuju titik asal x=y=z=0, tapi kalau sudut=0°, maka tampilan akan menghadap ke arah sumbu y. Kamu bisa ubah sudut pandang dan ketinggian sesuka hati.

Euler bisa menggambar

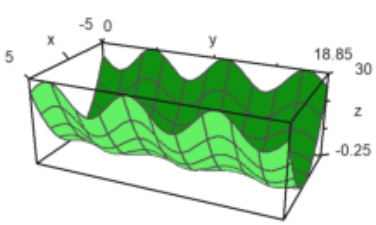
- permukaan dengan shading dan garis level atau rentang level,
- awan titik,
- kurva parametrik,
- permukaan implisit.

Untuk membuat plot 3D dari sebuah fungsi, gunakan plot3d. Cara paling mudah adalah dengan memplot ekspresi dalam x dan y. Parameter r digunakan untuk mengatur rentang plot di sekitar titik (0,0).

```
>aspect(1.5); plot3d("x^2+sin(y)",-5,5,0,6*pi):
```




```
>plot3d("x^2+x*sin(y)",-5,5,0,6*pi):
```



Silakan lakukan modifikasi agar gambar "talang bergelombang" tersebut tidak lurus melainkan melengkung/melingkar, baik melingkar secara mendatar maupun melingkar turun/naik (seperti papan peluncur pada kolam renang. Temukan rumusnya.

Fungsi Dua Variabel

Untuk grafik sebuah fungsi, gunakan

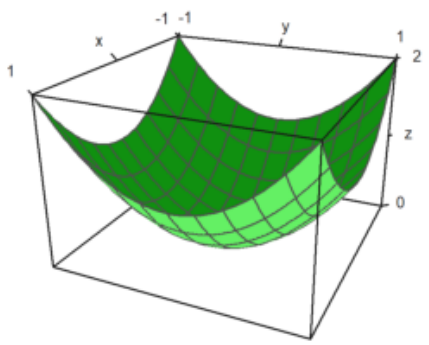
- ekspresi sederhana dalam x dan y,
- nama sebuah fungsi dari dua variabel,
- atau matriks data.

Bawaan (default) adalah wire grid terisi dengan warna berbeda pada kedua sisinya. Perhatikan bahwa jumlah interval grid bawaan adalah 10, tetapi plot menggunakan jumlah bawaan 40x40 persegi panjang untuk membentuk permukaan. Hal ini dapat diubah.

- n=40, n=[40,40]: jumlah garis grid pada setiap arah
- grid=10, grid=[10,10]: jumlah garis grid pada setiap arah.

Kita menggunakan bawaan n=40 dan grid=10.

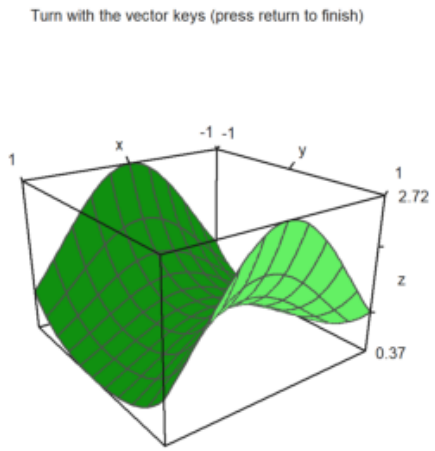
```
>plot3d("x^2+y^2"):
```



Interaksi pengguna dapat dilakukan dengan parameter >user. Pengguna bisa menekan tombol berikut:

- left,right,up,down: mengubah sudut pandang
- +,-: memperbesar atau memperkecil tampilan
- a: menampilkan anaglif (lihat di bawah)
- l: menyalakan atau mematikan sumber cahaya (lihat di bawah)
- space: kembali ke pengaturan awal
- return: mengakhiri interaksi

```
>plot3d("exp(-x^2+y^2)",>user, ...
>  title="Turn with the vector keys (press return to finish)"):
```



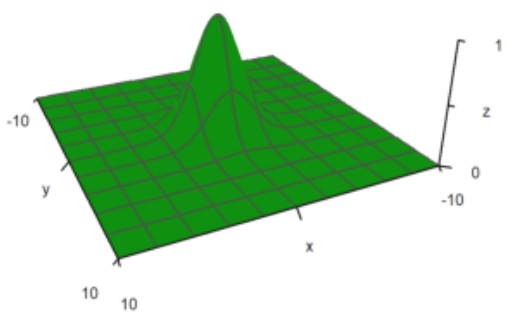
Rentang plot untuk fungsi dapat ditentukan dengan:

- a,b: rentang x
- c,d: rentang y
- r: kotak simetris di sekitar (0,0)
- n: jumlah subinterval untuk plot

Ada beberapa parameter tambahan untuk mengatur skala fungsi atau mengubah tampilan grafik:

fscale: skala berdasarkan nilai fungsi (bawaan adalah <fscale>)
scale: angka atau vektor 1x2 untuk skala arah x dan y
frame: tipe bingkai (bawaan 1)

```
>plot3d("exp(-(x^2+y^2)/5)",r=10,n=80,fscale=4,scale=1.2,frame=3,>user):
```



Tampilan dapat diubah dengan berbagai cara.

- distance: jarak pandang ke plot
- zoom: nilai zoom
- angle: sudut terhadap sumbu y negatif dalam radian
- height: ketinggian tampilan dalam radian

Nilai bawaan dapat dilihat atau diubah dengan fungsi view(). Fungsi ini mengembalikan parameter sesuai urutan di atas.

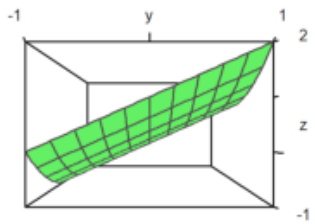
```
>view
```

```
  [5,  2.6,  2,  0.4]
```

Jarak yang lebih dekat membutuhkan zoom yang lebih kecil. Efeknya lebih mirip lensa sudut lebar.

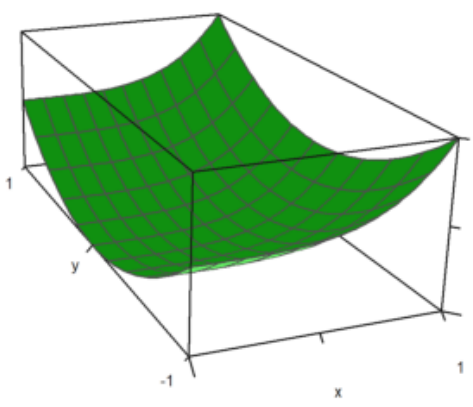
Pada contoh berikut, angle=0 dan height=0 berarti melihat dari arah sumbu y negatif. Label sumbu y disembunyikan dalam kasus ini.

```
>plot3d("x^2+y",distance=3,zoom=1,angle=pi/2,height=0):
```



Plot selalu mengarah ke pusat kubus plot. Pusat ini dapat dipindahkan dengan parameter center.

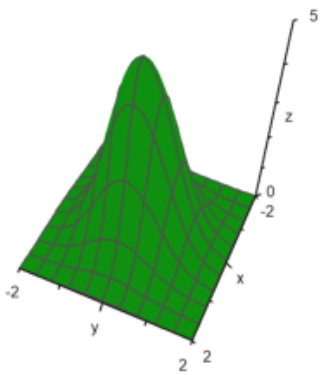
```
>plot3d("x^4+y^2",a=0,b=1,c=-1,d=1,angle=-20°,height=20°, ...
>  center=[0.4,0,0],zoom=5):
```



Plot diskalakan agar sesuai dengan kubus satuan untuk ditampilkan. Jadi tidak perlu mengubah jarak atau zoom tergantung pada ukuran plot. Namun, label tetap merujuk pada ukuran sebenarnya.

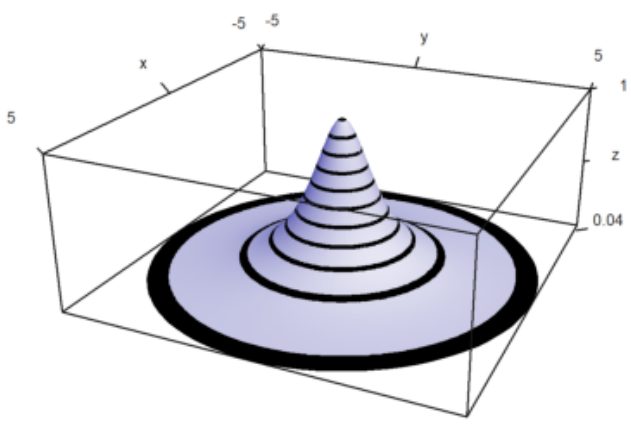
Jika ini dimatikan dengan scale=false, Anda perlu memastikan plot tetap muat di jendela plotting dengan cara mengubah jarak pandang atau zoom, serta memindahkan pusat.

```
>plot3d("5*exp(-x^2-y^2)",r=2,<fscale,<scale,distance=13,height=50°, ...
>  center=[0,0,-2],frame=3):
```

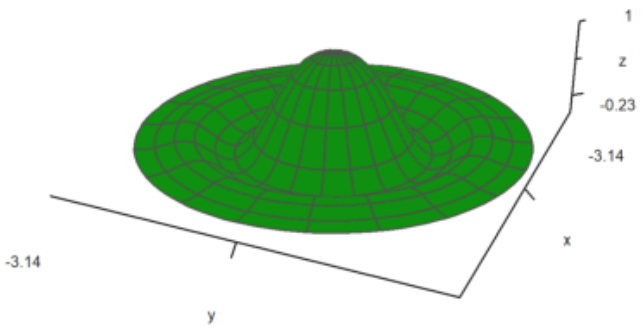


Plot polar juga tersedia. Parameter polar=true akan menggambar plot polar. Fungsi tetap harus berupa fungsi dari x dan y. Parameter "fscale" memberikan skala tersendiri pada fungsi. Jika tidak, fungsi diskalakan agar sesuai dengan kubus.

```
>plot3d("1/(x^2+y^2+1)",r=5,>polar, ...
>fscale=2,>hue,n=100,zoom=4,>contour,color=blue):
```



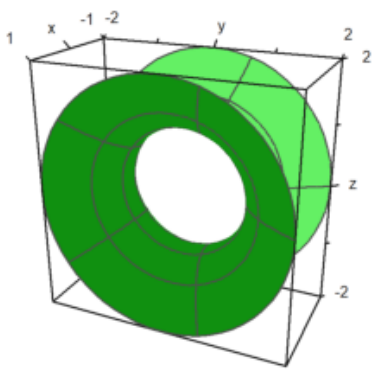

```
>function f(r) := exp(-r/2)*cos(r); ...
>plot3d("f(x^2+y^2)",>polar,scale=[1,1,0.4],r=pi,frame=3,zoom=4):
```



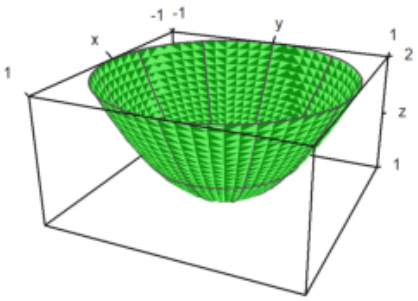
Parameter rotate memutar sebuah fungsi dalam x terhadap sumbu x.

- rotate=1: menggunakan sumbu x
- rotate=2: menggunakan sumbu z

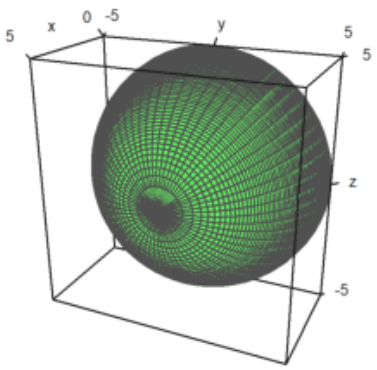
```
>plot3d("x^2+1",a=-1,b=1,rotate=true,grid=5):
```



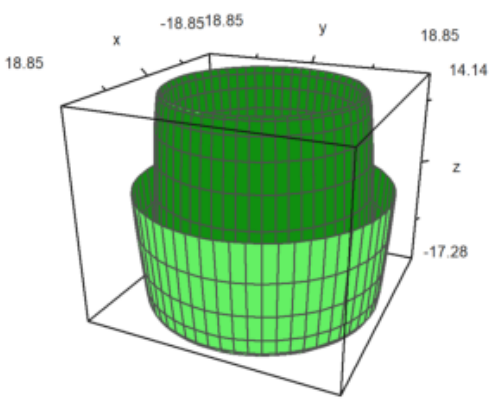

```
>plot3d("x^2+1",a=-1,b=1,rotate=2,grid=5):
```




```
>plot3d("sqrt(25-x^2)",a=0,b=5,rotate=1):
```

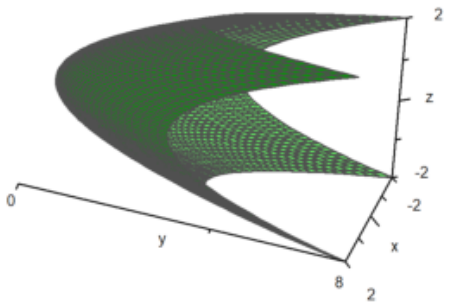



```
>plot3d("x*sin(x)",a=0,b=6pi,rotate=2):
```



Berikut adalah plot dengan tiga fungsi.

```
>plot3d("x","x^2+y^2","y",r=2,zoom=3.5,frame=3):
```



Plot Kontur

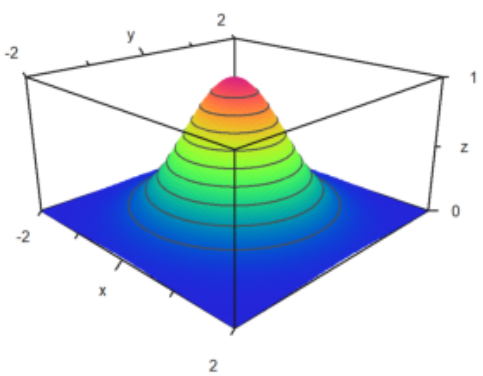
Untuk plot, Euler menambahkan garis grid. Sebagai gantinya bisa digunakan garis level dengan satu warna hue atau spektrum warna. Euler juga dapat menggambar ketinggian fungsi pada plot dengan shading. Pada semua plot 3D, Euler dapat menghasilkan anaglif merah/sian.

- >hue: menyalakan shading cahaya sebagai pengganti wire.
- >contour: menggambar garis kontur otomatis pada plot.
- level=... (atau levels): vektor nilai untuk garis kontur.

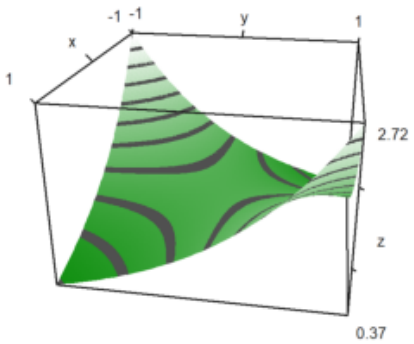
Bawaan adalah level="auto", yang akan menghitung beberapa garis level secara otomatis. Seperti terlihat pada plot, level sebenarnya berupa rentang level.

Gaya bawaan dapat diubah. Untuk plot kontur berikut, kita menggunakan grid lebih halus 100x100 titik, men-skala fungsi dan plot, serta memakai sudut pandang yang berbeda.

```
>plot3d("exp(-x^2-y^2)",r=2,n=100,level="thin", ...
> >contour,>spectral,fscale=1,scale=1.1,angle=45°,height=20°):
```



```
>plot3d("exp(x*y)",angle=100°,>contour,color=green):
```

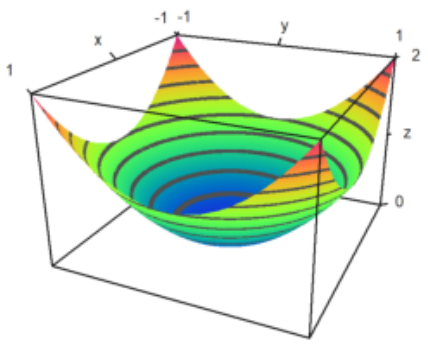


Shading bawaan menggunakan warna abu-abu. Namun, rentang warna spektral juga tersedia.

- >spectral: menggunakan skema spektral bawaan
- color=...: menggunakan warna khusus atau skema spektral

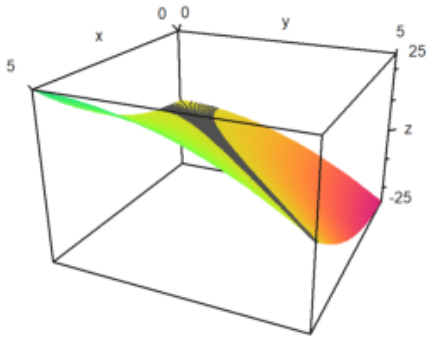
Untuk plot berikut, kita menggunakan skema spektral bawaan dan menambah jumlah titik agar tampilannya lebih halus.

```
>plot3d("x^2+y^2",>spectral,>contour,n=100):
```



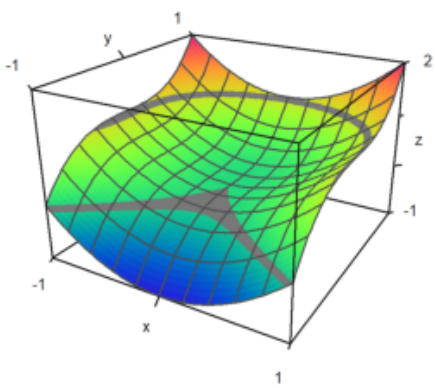
Sebagai ganti garis level otomatis, kita juga bisa menentukan nilai garis level secara langsung. Hal ini akan menghasilkan garis level tipis, bukan berupa rentang level.

```
>plot3d("x^2-y^2",0,5,0,5,level=-1:0.1:1,color=redgreen):
```



Pada plot berikut, kita menggunakan dua pita level yang sangat lebar, dari -0.1 sampai 1, dan dari 0.9 sampai 1. Hal ini dimasukkan sebagai matriks dengan batas level sebagai kolom.
Selain itu, kita menambahkan grid dengan 10 interval pada setiap arah.

```
>plot3d("x^2+y^3",level=[-0.1,0.9;0,1], ...
>  >spectral,angle=30°,grid=10,contourcolor=gray):
```

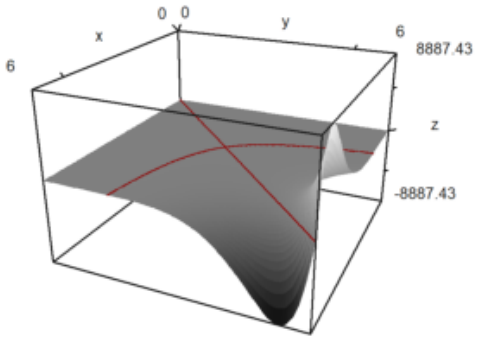


Pada contoh berikut, kita memplot himpunan di mana

$$f(x,y) = x^y - y^x = 0$$

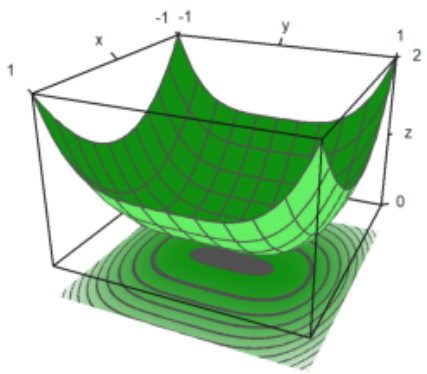
Kita menggunakan satu garis tipis untuk garis level.

```
>plot3d("x^y-y^x",level=0,a=0,b=6,c=0,d=6,contourcolor=red,n=100):
```



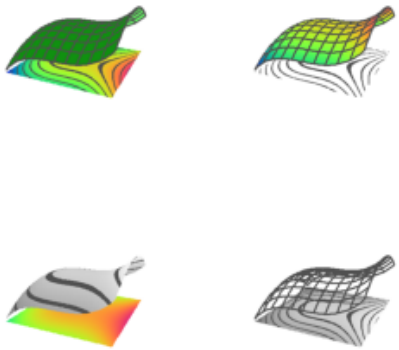
Dimungkinkan untuk menampilkan bidang kontur di bawah plot. Warna dan jarak terhadap plot dapat ditentukan.

```
>plot3d("x^2+y^4",>cp,cpcolor=green,cpdelta=0.2):
```



Berikut beberapa gaya tambahan. Kita selalu mematikan bingkai, dan menggunakan berbagai skema warna untuk plot serta grid.

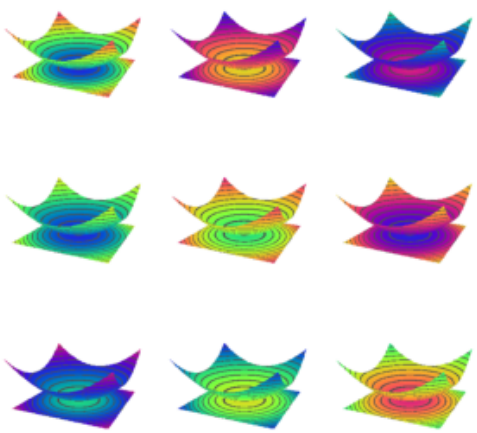
```
>figure(2,2); ...
>expr="y^3-x^2"; ...
>figure(1);  ...
>  plot3d(expr,<frame,>cp,cpcolor=spectral); ...
>figure(2);  ...
>  plot3d(expr,<frame,>spectral,grid=10,cp=2); ...
>figure(3);  ...
>  plot3d(expr,<frame,>contour,color=gray,nc=5,cp=3,cpcolor=greenred); ...
>figure(4);  ...
>  plot3d(expr,<frame,>hue,grid=10,>transparent,>cp,cpcolor=gray); ...
>figure(0):
```



Ada beberapa skema spektral lain, bernomor dari 1 sampai 9. Namun, Anda juga bisa menggunakan color=value, dengan value berikut:

- spectral: untuk rentang dari biru ke merah
- white: untuk rentang yang lebih lembut
- yellowblue, purplegreen, blueyellow, greenred
- blueyellow, greenpurple, yellowblue, redgreen

```
>figure(3,3); ...
>for i=1:9;  ...
>  figure(i); plot3d("x^2+y^2",spectral=i,>contour,>cp,<frame,zoom=4);  ...
>end; ...
>figure(0):
```

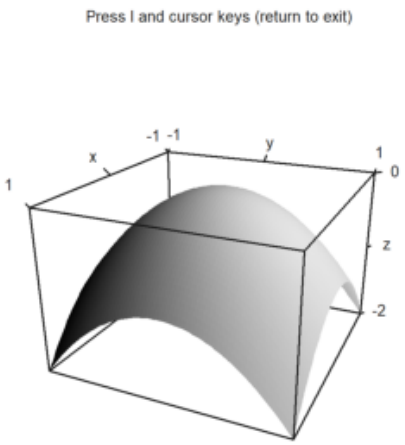


Sumber cahaya dapat diubah dengan tombol l dan tombol kursor saat interaksi pengguna. Sumber cahaya juga bisa diatur dengan parameter.

- light: arah cahaya
- amb: cahaya ambient antara 0 dan 1

Perlu dicatat bahwa program tidak membedakan sisi-sisi plot. Tidak ada bayangan. Untuk bayangan, Anda memerlukan Povray.

```
>plot3d("-x^2-y^2", ...
>  hue=true,light=[0,1,1],amb=0,user=true, ...
>  title="Press l and cursor keys (return to exit)"):
```



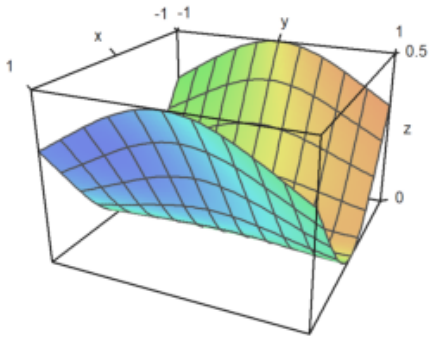
Parameter color mengubah warna permukaan. Warna garis level juga dapat diubah.

```
>plot3d("-x^2-y^2",color=rgb(0.2,0.2,0),hue=true,frame=false, ...
>  zoom=3,contourcolor=red,level=-2:0.1:1,dl=0.01):
```



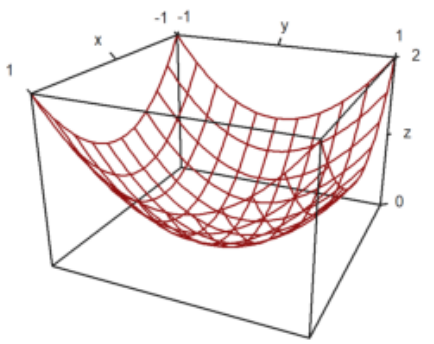
Warna 0 memberikan efek pelangi khusus.

```
>plot3d("x^2/(x^2+y^2+1)",color=0,hue=true,grid=10):
```



Permukaan juga dapat dibuat transparan.

```
>plot3d("x^2+y^2",>transparent,grid=10,wirecolor=red):
```



Plot Implisit

Euler juga mendukung plot implisit dalam tiga dimensi. Euler menghasilkan irisan melalui objek. Fitur plot3d mencakup plot implisit. Plot ini menampilkan himpunan nol dari suatu fungsi dalam tiga variabel.
Solusi dari

$$f(x,y,z)=0$$

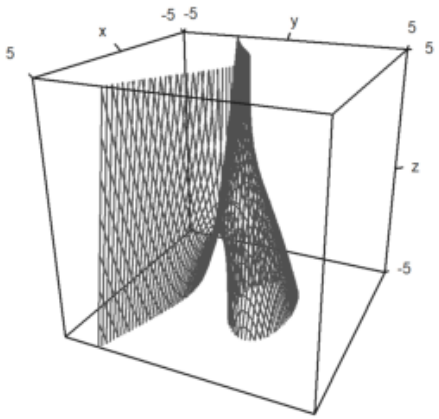
dapat divisualisasikan dalam irisan yang sejajar dengan bidang x-y, x-z, dan y-z.

- implicit=1: irisan sejajar dengan bidang y-z
- implicit=2: irisan sejajar dengan bidang x-z
- implicit=4: irisan sejajar dengan bidang x-y

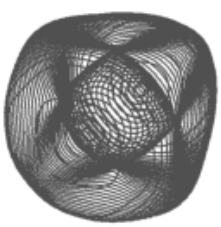
Nilai-nilai ini bisa digabungkan sesuai kebutuhan. Pada contoh berikut kita memplot

$$M=\{(x,y,z):x^2+y^3+zy=1\}$$

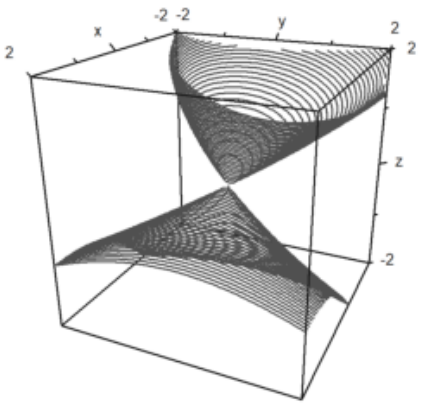
```
>plot3d("x^2+y^3+z*y-1",r=5,implicit=3):
```




```
>c=1; d=1;
>plot3d("((x^2+y^2-c^2)^2+(z^2-1)^2)*((y^2+z^2-c^2)^2+(x^2-1)^2)*((z^2+x^2-c^2)^2+(y^2-1)^
```



```
>plot3d("x^2+y^2+4*x*z+z^3",>implicit,r=2,zoom=2.5):
```



Plot Data 3D

Sama seperti plot2d, plot3d juga menerima data. Untuk objek 3D, Anda perlu menyediakan matriks nilai x, y, dan z, atau tiga fungsi/ekspresi fx(x,y), fy(x,y), fz(x,y).

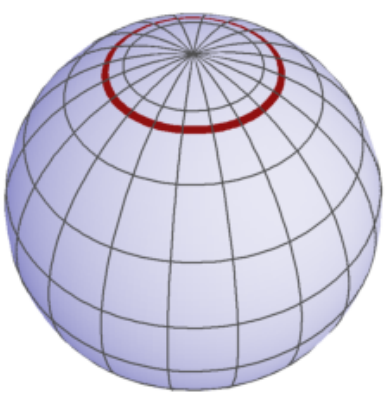
$$\gamma(t,s) = (x(t,s), y(t,s), z(t,s))$$

Karena x, y, z berupa matriks, kita mengasumsikan bahwa (t,s) berjalan melalui grid persegi. Hasilnya, Anda bisa memplot bayangan persegi panjang di ruang.

Anda dapat menggunakan bahasa matriks Euler untuk menghasilkan koordinat dengan lebih efektif.

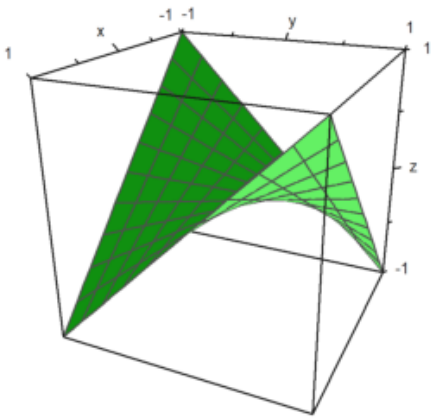
Pada contoh berikut, kita menggunakan sebuah vektor nilai t dan sebuah vektor kolom nilai s untuk memparametrisasi permukaan bola. Pada gambar, kita bisa menandai wilayah tertentu, dalam kasus ini wilayah kutub.

```
>t=linspace(0,2pi,180); s=linspace(-pi/2,pi/2,90)'; ...
>x=cos(s)*cos(t); y=cos(s)*sin(t); z=sin(s); ...
>plot3d(x,y,z,>hue, ...
>color=blue,<frame,grid=[10,20], ...
>values=s,contourcolor=red,level=[90°-24°;90°-22°], ...
>scale=1.4,height=50°):
```



Berikut adalah sebuah contoh, yaitu grafik dari sebuah fungsi.

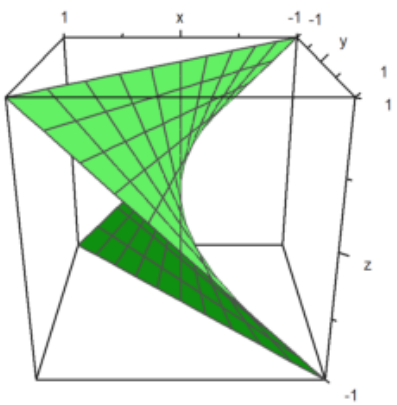
```
>t=-1:0.1:1; s=(-1:0.1:1)'; plot3d(t,s,t*s,grid=10):
```



Namun, kita bisa membuat berbagai macam permukaan. Berikut adalah permukaan yang sama sebagai fungsi

$$x = y\,z$$

```
>plot3d(t*s,t,s,angle=180°,grid=10):
```



Dengan sedikit usaha lebih, kita bisa menghasilkan banyak permukaan.

Pada contoh berikut, kita membuat tampilan berbayang dari sebuah bola terdistorsi. Koordinat biasa untuk bola adalah

$$\gamma(t,s) = (\cos(t)\cos(s), \sin(t)\sin(s), \cos(s))$$

dengan

$$0 \le t \le 2\pi, \quad \frac{-\pi}{2} \le s \le \frac{\pi}{2}.$$

Bola ini kita distorsi dengan faktor

$$d(t,s) = \frac{\cos(4t)+\cos(8s)}{4}.$$

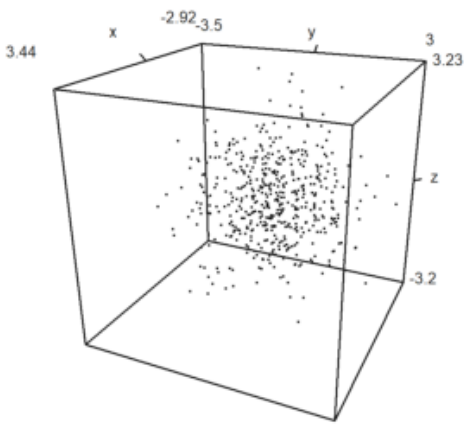
```
>t=linspace(0,2pi,320); s=linspace(-pi/2,pi/2,160)'; ...
>d=1+0.2*(cos(4*t)+cos(8*s)); ...
>plot3d(cos(t)*cos(s)*d,sin(t)*cos(s)*d,sin(s)*d,hue=1, ...
>  light=[1,0,1],frame=0,zoom=5):
```



Tentu saja, point cloud juga bisa dibuat. Untuk memplot data titik dalam ruang, kita membutuhkan tiga vektor sebagai koordinat titik-titik tersebut.

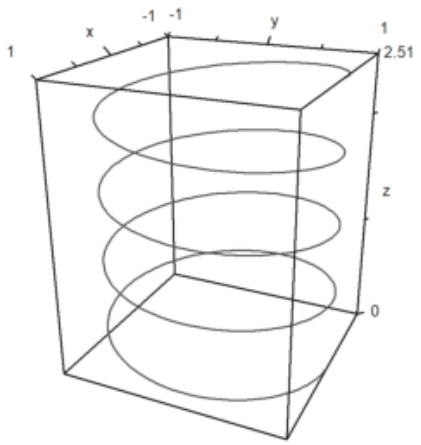
Gaya plot sama seperti pada plot2d dengan points=true;

```
>n=500;  ...
>  plot3d(normal(1,n),normal(1,n),normal(1,n),points=true,style="."):
```

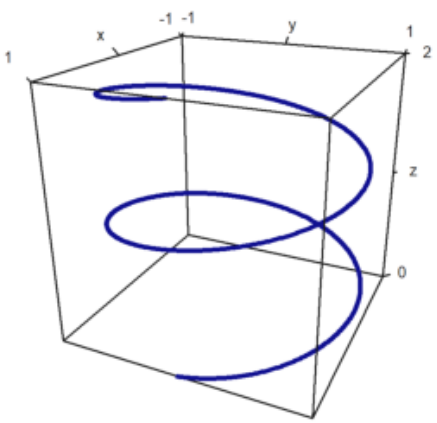


Kita juga bisa memplot sebuah kurva dalam 3D. Dalam hal ini, lebih mudah jika titik-titik kurva dihitung terlebih dahulu. Untuk kurva pada bidang, kita menggunakan urutan koordinat dan parameter wire=true.

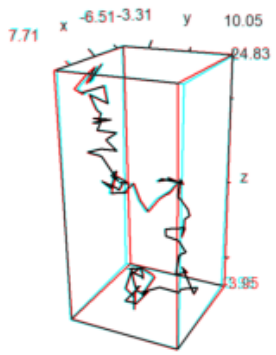
```
>t=linspace(0,8pi,500); ...
>plot3d(sin(t),cos(t),t/10,>wire,zoom=3):
```




```
>t=linspace(0,4pi,1000); plot3d(cos(t),sin(t),t/2pi,>wire, ...
>linewidth=3,wirecolor=blue):
```

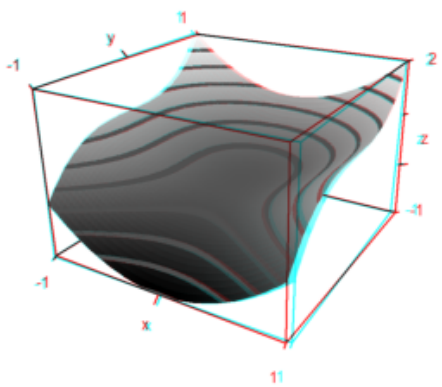



```
>X=cumsum(normal(3,100)); ...
> plot3d(X[1],X[2],X[3],>anaglyph,>wire):
```



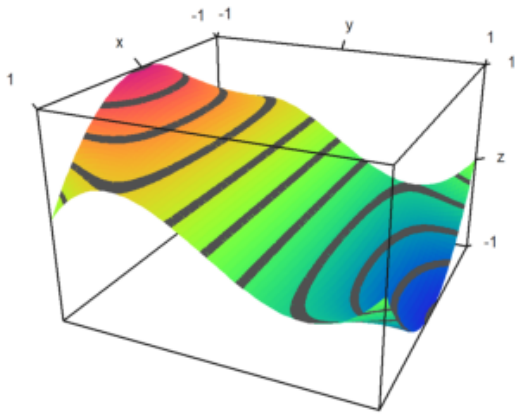
EMT juga dapat memplot dalam mode anaglif. Untuk melihat plot seperti ini, Anda memerlukan kacamata merah/sian.

```
> plot3d("x^2+y^3",>anaglyph,>contour,angle=30°):
```



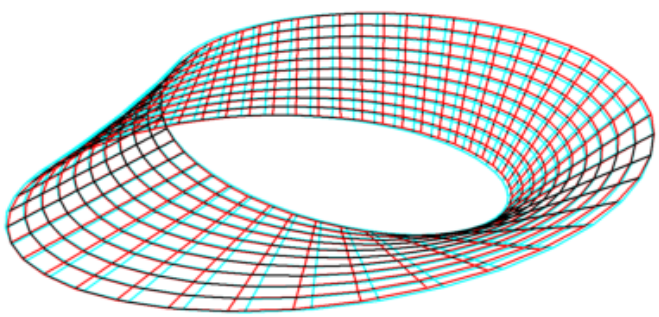
Sering kali, skema warna spektral digunakan untuk plot. Hal ini menekankan tinggi fungsi.

```
>plot3d("x^2*y^3-y",>spectral,>contour,zoom=3.2):
```



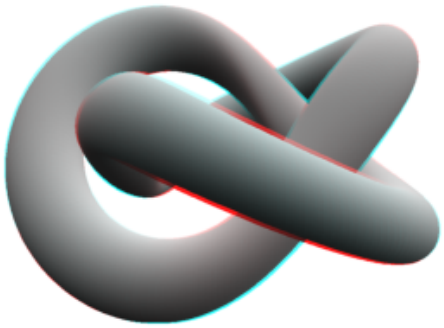
Euler juga dapat memplot permukaan terparameterisasi, ketika parameter berupa nilai x, y, dan z dari bayangan grid persegi panjang di ruang.
Untuk demo berikut, kita menyiapkan parameter u dan v, lalu menghasilkan koordinat ruang dari parameter tersebut.

```
>u=linspace(-1,1,10); v=linspace(0,2*pi,50)'; ...
>X=(3+u*cos(v/2))*cos(v); Y=(3+u*cos(v/2))*sin(v); Z=u*sin(v/2); ...
>plot3d(X,Y,Z,>anaglyph,<frame,>wire,scale=2.3):
```



Berikut adalah contoh yang lebih kompleks, yang terlihat menakjubkan dengan kacamata merah/sian.

```
>u:=linspace(-pi,pi,160); v:=linspace(-pi,pi,400)';  ...
>x:=(4*(1+.25*sin(3*v))+cos(u))*cos(2*v); ...
>y:=(4*(1+.25*sin(3*v))+cos(u))*sin(2*v); ...
> z=sin(u)+2*cos(3*v); ...
>plot3d(x,y,z,frame=0,scale=1.5,hue=1,light=[1,0,-1],zoom=2.8,>anaglyph):
```



Plot Statistik

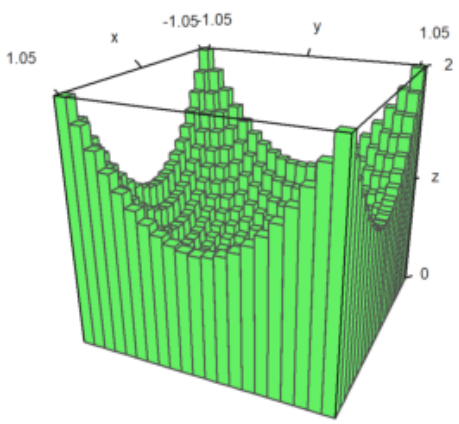
Plot batang juga dimungkinkan. Untuk ini, kita perlu menyediakan:

- x: vektor baris dengan n+1 elemen
- y: vektor kolom dengan n+1 elemen
- z: matriks nxn dari nilai-nilai

z bisa lebih besar, tetapi hanya nilai nxn yang akan digunakan.

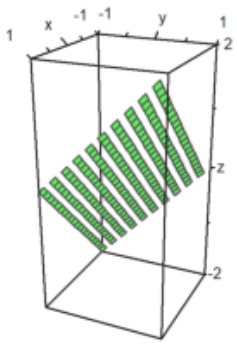
Pada contoh, pertama kita menghitung nilainya. Kemudian kita menyesuaikan x dan y, sehingga vektor-vekornya terpusat pada nilai yang digunakan.

```
>x=-1:0.1:1; y=x'; z=x^2+y^2; ...
>xa=(x|1.1)-0.05; ya=(y_1.1)-0.05; ...
>plot3d(xa,ya,z,bar=true):
```



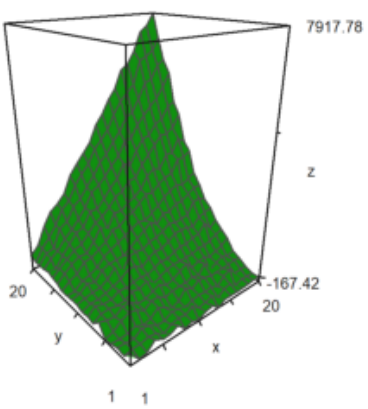
Dimungkinkan untuk membagi plot sebuah permukaan menjadi dua bagian atau lebih.

```
>x=-1:0.1:1; y=x'; z=x+y; d=zeros(size(x)); ...
>plot3d(x,y,z,disconnect=2:2:20):
```

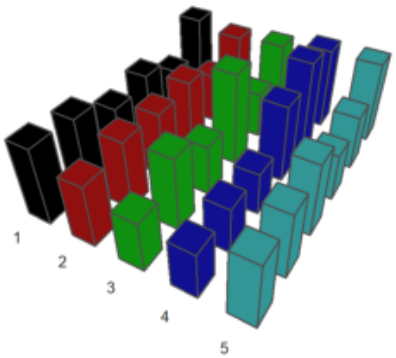


Jika memuat atau menghasilkan matriks data M dari sebuah file dan ingin memplotnya dalam 3D, Anda bisa men-skala matriks ke [-1,1] dengan scale(M), atau men-skala matriks dengan >zscale. Ini dapat dikombinasikan dengan faktor skala individu yang diterapkan secara tambahan.

```
>i=1:20; j=i'; ...
>plot3d(i*j^2+100*normal(20,20),>zscale,scale=[1,1,1.5],angle=-40°,zoom=1.8):
```

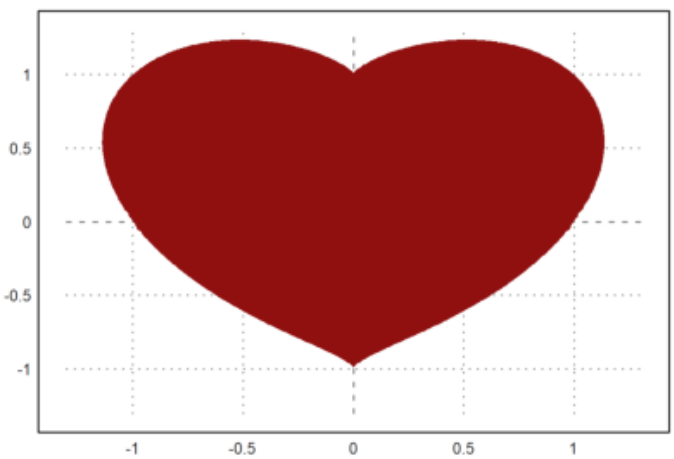



```
>Z=intrandom(5,100,6); v=zeros(5,6); ...
>loop 1 to 5; v[#]=getmultiplicities(1:6,Z[#]); end; ...
>columnsplot3d(v',scols=1:5,ccols=[1:5]):
```



Permukaan Benda Putar

```
>plot2d("(x^2+y^2-1)^3-x^2*y^3",r=1.3, ...
>style="#",color=red,<outline, ...
>level=[-2;0],n=100):
```




```
>ekspresi &= (x^2+y^2-1)^3-x^2*y^3; $ekspresi
```

$$\left(y^2+x^2-1\right)^3-x^2\,y^3$$

Kita ingin memutar kurva hati mengelilingi sumbu y. Berikut adalah ekspresi yang mendefinisikan hati:

$$f(x,y)=(x^2+y^2-1)^3-x^2.y^3$$

Selanjutnya kita set:

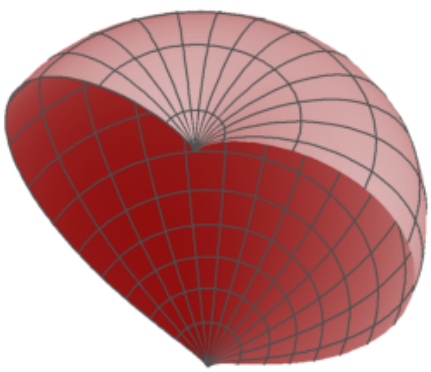
$$x=r.cos(a),\quad y=r.sin(a)$$

```
>function fr(r,a) &= ekspresi with [x=r*cos(a),y=r*sin(a)] | trigreduce; $fr(r,a)
```

$$\left(r^2-1\right)^3+\frac{\left(\sin\left(5\,a\right)-\sin\left(3\,a\right)-2\,\sin a\right)\,r^5}{16}$$

Ini memungkinkan kita mendefinisikan sebuah fungsi numerik, yang menghitung r jika a diberikan. Dengan fungsi tersebut, kita bisa memplot kurva hati yang diputar sebagai permukaan parametrik.

```
>function map f(a) := bisect("fr",0,2;a); ...
>t=linspace(-pi/2,pi/2,100); r=f(t);  ...
>s=linspace(pi,2pi,100)'; ...
>plot3d(r*cos(t)*sin(s),r*cos(t)*cos(s),r*sin(t), ...
>>hue,<frame,color=red,zoom=4,amb=0,max=0.7,grid=12,height=50°):
```

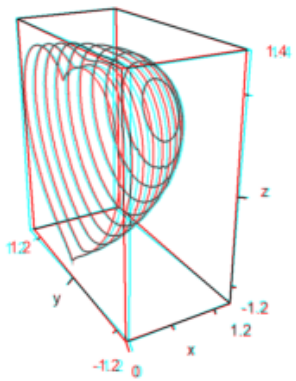


Berikut adalah plot 3D dari gambar di atas yang diputar mengelilingi sumbu z. Kita mendefinisikan fungsi yang menggambarkan objek tersebut.

```
>function f(x,y,z) ...
```

```
  r=x^2+y^2;
  return (r+z^2-1)^3-r*z^3;
   endfunction
```

```
>plot3d("f(x,y,z)", ...
>xmin=0,xmax=1.2,ymin=-1.2,ymax=1.2,zmin=-1.2,zmax=1.4, ...
>implicit=1,angle=-30°,zoom=2.5,n=[10,100,60],>anaglyph):
```



Plot 3D Khusus

Fungsi plot3d memang berguna, tetapi tidak selalu memenuhi semua kebutuhan. Selain rutin dasar, dimungkinkan untuk mendapatkan plot berpagar dari objek apa pun yang diinginkan.

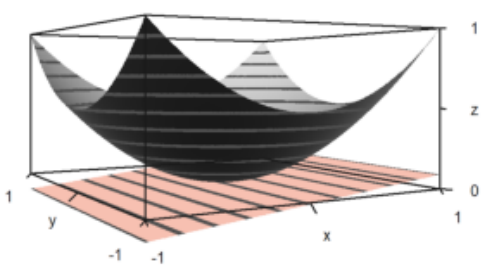
Meskipun Euler bukan program 3D, ia dapat menggabungkan beberapa objek dasar. Kita mencoba memvisualisasikan sebuah paraboloid dan garis singgungnya.

```
>function myplot ...
```

```
    y=-1:0.01:1; x=(-1:0.01:1)';
    plot3d(x,y,0.2*(x-0.1)/2,<scale,<frame,>hue, ..
      hues=0.5,>contour,color=orange);
    h=holding(1);
    plot3d(x,y,(x^2+y^2)/2,<scale,<frame,>contour,>hue);
    holding(h);
  endfunction
```

Sekarang framedplot() menyediakan bingkai, dan mengatur sudut pandang.

```
>framedplot("myplot",[-1,1,-1,1,0,1],height=0,angle=-30°, ...
>  center=[0,0,-0.7],zoom=3):
```

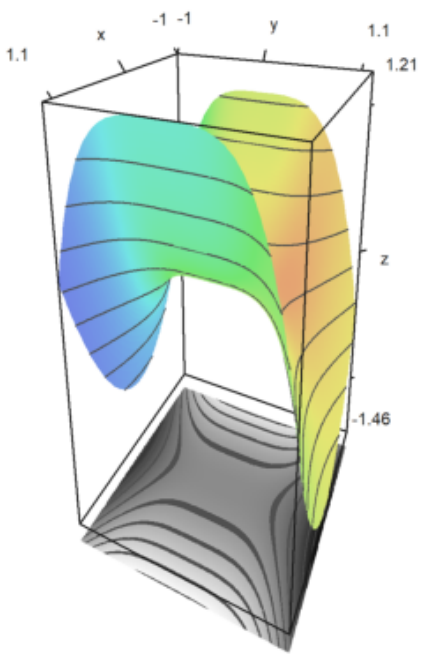


Dengan cara yang sama, Anda bisa memplot bidang kontur secara manual. Perlu dicatat bahwa plot3d() secara bawaan mengatur jendela ke fullwindow(), tetapi plotcontourplane() mengasumsikan hal tersebut.

```
>x=-1:0.02:1.1; y=x'; z=x^2-y^4;
>function myplot (x,y,z) ...
```

```
    zoom(2);
    wi=fullwindow();
    plotcontourplane(x,y,z,level="auto",<scale);
    plot3d(x,y,z,>hue,<scale,>add,color=white,level="thin");
    window(wi);
    reset();
  endfunction
```

```
>myplot(x,y,z):
```



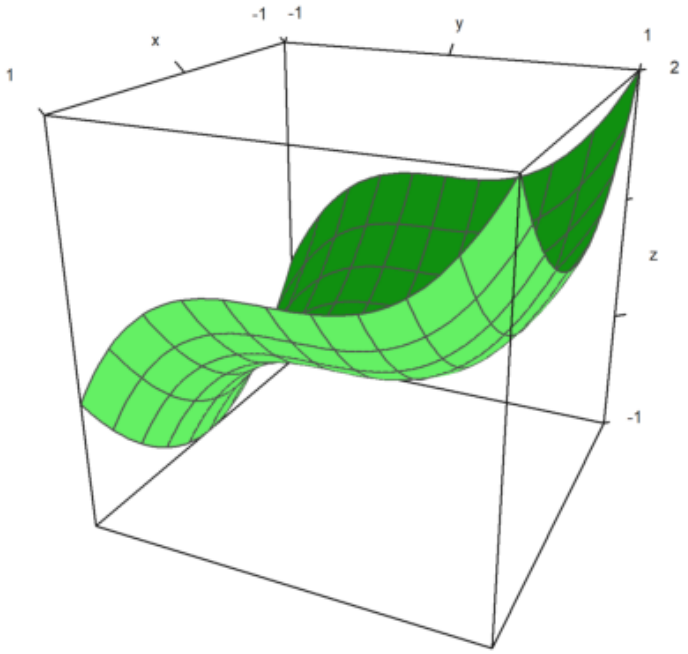
Animasi

Euler dapat menggunakan frame untuk menghitung animasi sebelumnya.

Salah satu fungsi yang memanfaatkan teknik ini adalah rotate. Fungsi ini dapat mengubah sudut pandang dan menggambar ulang plot 3D. Fungsi ini memanggil addpage() untuk setiap plot baru. Akhirnya, animasi dari plot dijalankan.

Silakan pelajari sumber dari rotate untuk melihat lebih detail.

```
>function testplot () := plot3d("x^2+y^3"); ...
>rotate("testplot"); testplot():
```



Menggambar Povray

Dengan bantuan file Euler povray.e, Euler dapat menghasilkan file Povray. Hasilnya sangat menarik untuk dilihat.

Anda perlu menginstal Povray (32bit atau 64bit) dari http://www.povray.org/, dan menempatkan sub-direktori "bin" Povray ke dalam environment path, atau mengatur variabel "defaultpovray" dengan path lengkap yang menunjuk ke "pvengine.exe".

Antarmuka Povray Euler menghasilkan file Povray di direktori home pengguna, dan memanggil Povray untuk memproses file tersebut. Nama file bawaan adalah current.pov, dan direktori bawaan adalah eulerhome(), biasanya c:\Users\Username\Euler. Povray menghasilkan file PNG, yang bisa dimuat oleh Euler ke dalam notebook. Untuk membersihkan file-file ini, gunakan povclear().

Fungsi pov3d memiliki semangat yang sama dengan plot3d. Fungsi ini dapat menghasilkan grafik dari fungsi f(x,y), atau permukaan dengan koordinat X,Y,Z dalam matriks, termasuk garis level opsional. Fungsi ini secara otomatis memulai raytracer, dan memuat adegan ke dalam notebook Euler.

Selain pov3d(), ada banyak fungsi lain yang menghasilkan objek Povray. Fungsi-fungsi ini mengembalikan string berisi kode Povray untuk objek tersebut. Untuk menggunakan fungsi-fungsi ini, mulai file Povray dengan povstart(). Kemudian gunakan writeln(...) untuk menulis objek ke file adegan. Akhirnya, akhiri file dengan povend(). Secara bawaan, raytracer akan dijalankan, dan file PNG akan dimasukkan ke dalam notebook Euler.

Fungsi objek memiliki parameter bernama "look", yang membutuhkan string dengan kode Povray untuk tekstur dan finish objek. Fungsi povlook() dapat digunakan untuk menghasilkan string ini. Fungsi ini memiliki parameter untuk warna, transparansi, Phong Shading, dll.

Perlu dicatat bahwa sistem koordinat di dunia Povray berbeda. Antarmuka ini menerjemahkan semua koordinat ke sistem Povray. Jadi Anda tetap bisa berpikir dalam sistem koordinat Euler dengan z menunjuk ke atas secara vertikal, dan sumbu x,y,z mengikuti aturan tangan kanan.
Anda perlu memuat file povray.

```
>load povray;
```

Pastikan direktori bin Povray ada dalam path. Jika tidak, ubah variabel berikut agar berisi path menuju file executable Povray.

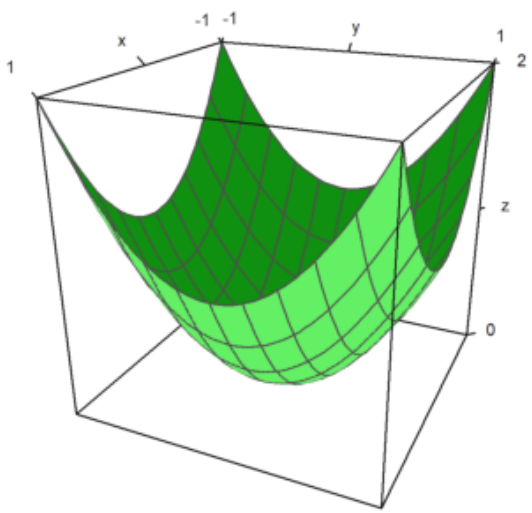
```
>defaultpovray="C:\Program Files\POV-Ray\v3.7\bin\pvengine.exe"
```

```
  C:\Program Files\POV-Ray\v3.7\bin\pvengine.exe
```

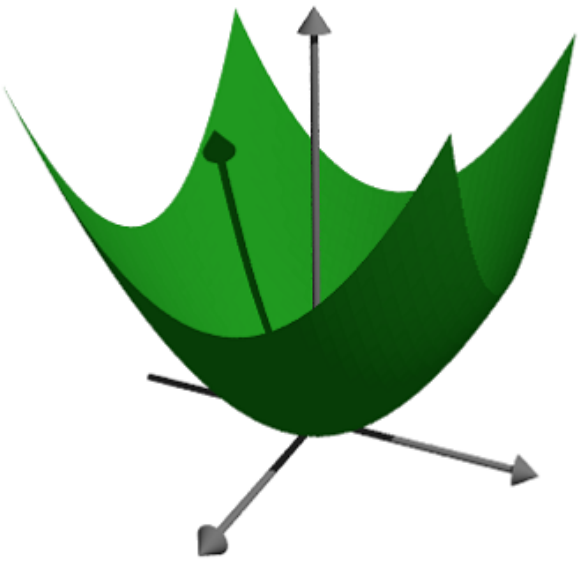
Untuk kesan pertama, kita memplot sebuah fungsi sederhana. Perintah berikut akan menghasilkan file Povray di direktori pengguna Anda, dan menjalankan Povray untuk melakukan ray tracing pada file tersebut.

Jika Anda menjalankan perintah berikut, GUI Povray akan terbuka, menjalankan file, dan menutup secara otomatis. Karena alasan keamanan, Anda akan ditanya apakah ingin mengizinkan file exe dijalankan. Anda dapat menekan cancel untuk menghentikan pertanyaan lebih lanjut. Mungkin Anda perlu menekan OK di jendela Povray untuk mengonfirmasi dialog start-up Povray.

```
>plot3d("x^2+y^2",zoom=2):
```

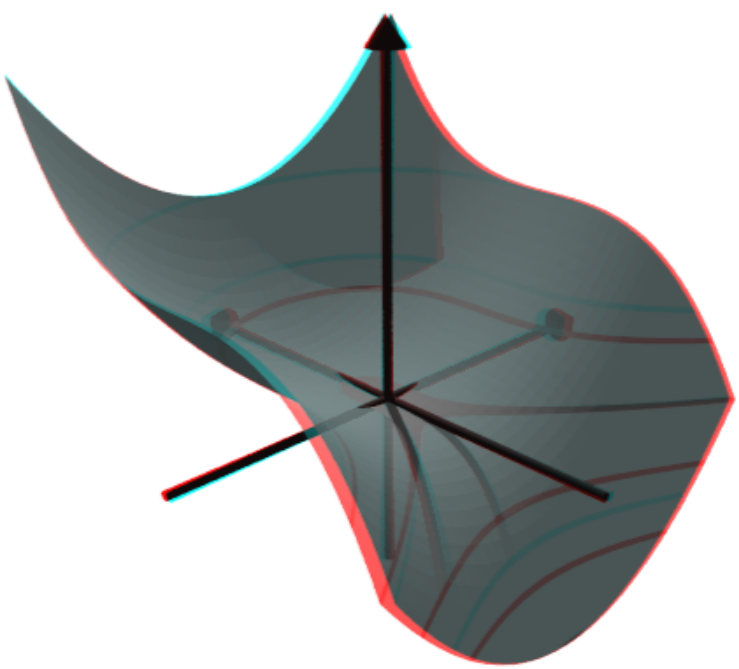



```
>pov3d("x^2+y^2",zoom=3);
```



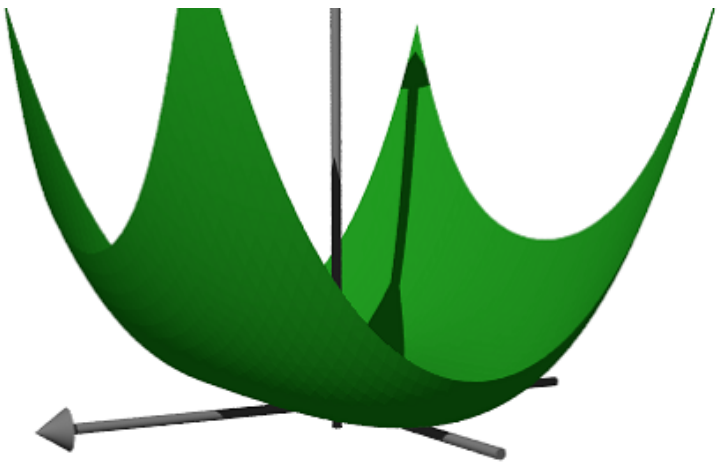
Kita dapat membuat fungsi menjadi transparan dan menambahkan finish lain. Kita juga bisa menambahkan garis level pada plot fungsi.

```
>pov3d("x^2+y^3",axiscolor=red,angle=-45°,>anaglyph, ...
>  look=povlook(cyan,0.2),level=-1:0.5:1,zoom=3.8);
```



Terkadang perlu untuk mencegah skala otomatis fungsi, dan men-skala fungsi secara manual.
Kita memplot himpunan titik di bidang kompleks, di mana hasil kali jarak ke 1 dan -1 sama dengan 1.

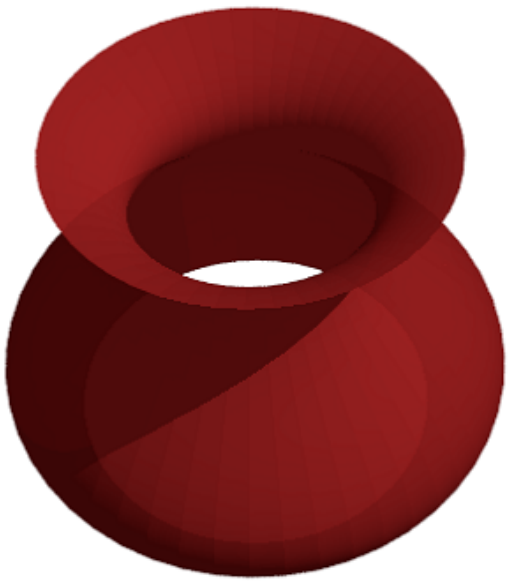
```
>pov3d("((x-1)^2+y^2)*((x+1)^2+y^2)/40",r=2, ...
>  angle=-120°,level=1/40,dlevel=0.005,light=[-1,1,1],height=10°,n=50, ...
>  <fscale,zoom=3.8);
```



Plot dengan Koordinat

Alih-alih fungsi, kita bisa memplot dengan koordinat. Seperti pada plot3d, kita memerlukan tiga matriks untuk mendefinisikan objek.
Pada contoh ini, kita memutar sebuah fungsi mengelilingi sumbu z.

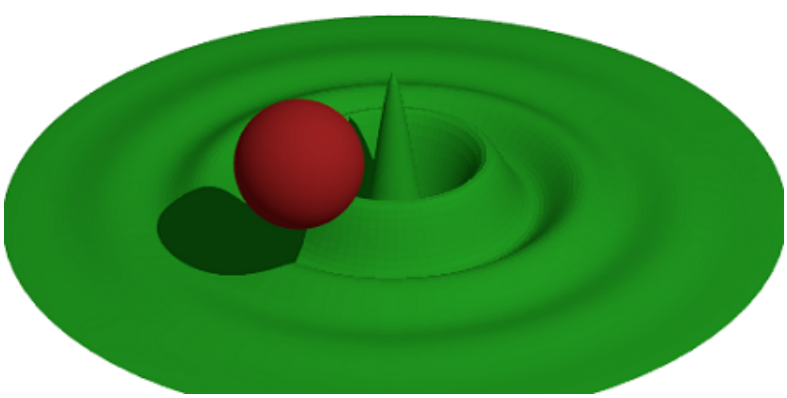
```
>function f(x) := x^3-x+1; ...
>x=-1:0.01:1; t=linspace(0,2pi,50)'; ...
>Z=x; X=cos(t)*f(x); Y=sin(t)*f(x); ...
>pov3d(X,Y,Z,angle=40°,look=povlook(red,0.1),height=50°,axis=0,zoom=4,light=[10,5,15]);
```



Pada contoh berikut, kita memplot gelombang redaman. Gelombang ini dihasilkan menggunakan bahasa matriks Euler.

Kita juga menunjukkan bagaimana objek tambahan dapat ditambahkan ke adegan pov3d. Untuk pembuatan objek, lihat contoh-contoh berikut. Perlu dicatat bahwa plot3d men-skala plot agar sesuai dengan kubus satuan.

```
>r=linspace(0,1,80); phi=linspace(0,2pi,80)'; ...
>x=r*cos(phi); y=r*sin(phi); z=exp(-5*r)*cos(8*pi*r)/3;  ...
>pov3d(x,y,z,zoom=6,axis=0,height=30°,add=povsphere([0.5,0,0.25],0.15,povlook(red)), ...
>  w=500,h=300);
```



Dengan metode shading lanjutan Povray, sangat sedikit titik sudah bisa menghasilkan permukaan yang sangat halus. Hanya pada batas dan bayangan trik ini mungkin terlihat jelas.

Untuk ini, kita perlu menambahkan vektor normal pada setiap titik matriks.

```
>Z &= x^2*y^3
```

$$x^2 y^3$$

Persamaan permukaannya adalah [x,y,Z]. Kita menghitung kedua turunan terhadap x dan y dari persamaan ini, lalu mengambil hasil cross product sebagai vektor normal.

```
>dx &= diff([x,y,Z],x); dy &= diff([x,y,Z],y);
```

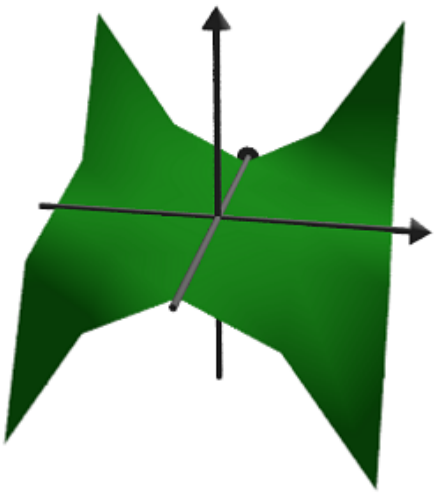
Kita mendefinisikan vektor normal sebagai hasil cross product dari turunan-turunan tersebut, dan mendefinisikan fungsi koordinat.

```
>N &= crossproduct(dx,dy); NX &= N[1]; NY &= N[2]; NZ &= N[3]; N,
```

$$\left[-2 x^3 y, -3 x^2 y^2, 1\right]$$

Kita hanya menggunakan 25 titik.

```
>x=-1:0.5:1; y=x';
>pov3d(x,y,Z(x,y),angle=10°, ...
>  xv=NX(x,y),yv=NY(x,y),zv=NZ(x,y),<shadow);
```



Berikut adalah simpul Trefoil yang dibuat oleh A. Busser di Povray. Ada versi yang lebih baik dari ini di contoh-contoh.

Lihat: Examples\Trefoil Knot | Trefoil Knot

Agar tampilan bagus dengan jumlah titik tidak terlalu banyak, kita menambahkan vektor normal di sini. Kita menggunakan Maxima untuk menghitung normalnya. Pertama, tiga fungsi untuk koordinat sebagai ekspresi simbolik.

```
>X &= ((4+sin(3*y))+cos(x))*cos(2*y); ...
>Y &= ((4+sin(3*y))+cos(x))*sin(2*y); ...
>Z &= sin(x)+2*cos(3*y);
```

Selanjutnya, dua vektor turunan terhadap x dan y.

```
>dx &= diff([X,Y,Z],x); dy &= diff([X,Y,Z],y);
```

Sekarang vektor normal, yaitu hasil cross product dari kedua turunan.

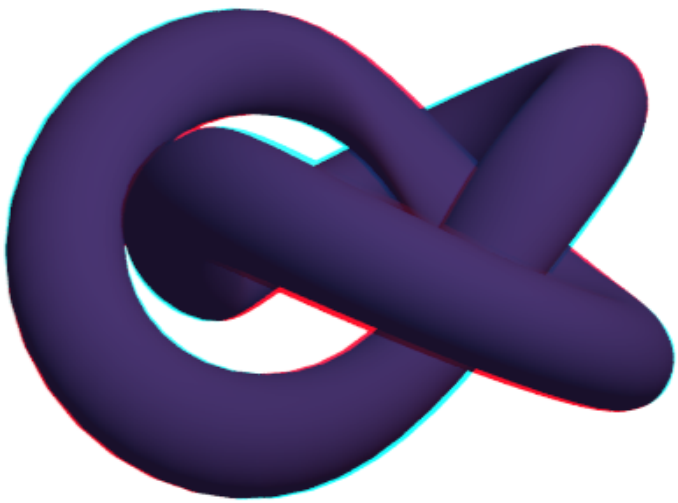
```
>dn &= crossproduct(dx,dy);
```

Kita mendefinisikan vektor normal sebagai hasil cross product dari turunan-turunan tersebut, dan mendefinisikan fungsi koordinat.

```
>x:=linspace(-%pi,%pi,40); y:=linspace(-%pi,%pi,100)';
```

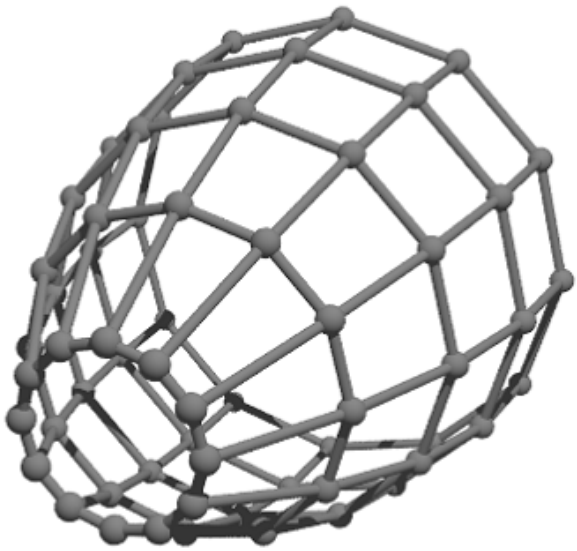
Vektor normal merupakan hasil evaluasi dari ekspresi simbolik dn[i] untuk i=1,2,3. Sintaksnya adalah &"ekspresi"(parameter). Ini merupakan alternatif dari metode pada contoh sebelumnya, di mana kita terlebih dahulu mendefinisikan ekspresi simbolik NX, NY, NZ.

```
>pov3d(X(x,y),Y(x,y),Z(x,y),>anaglyph,axis=0,zoom=5,w=450,h=350, ...
>  <shadow,look=povlook(blue), ...
>  xv=&"dn[1]"(x,y), yv=&"dn[2]"(x,y), zv=&"dn[3]"(x,y));
```



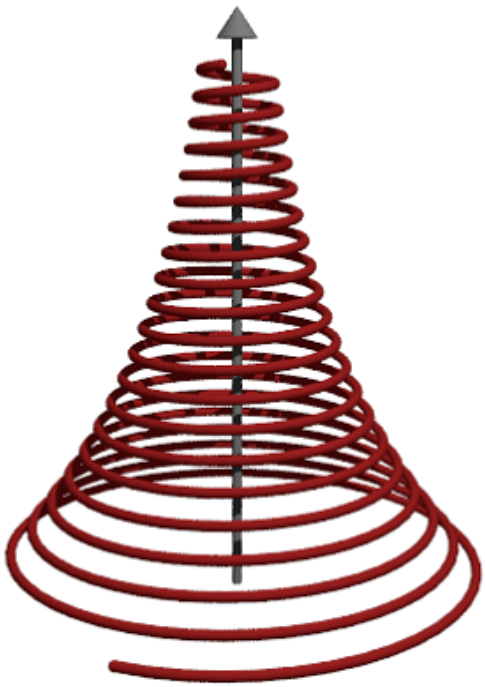
Kita juga bisa membuat sebuah grid dalam 3D.

```
>povstart(zoom=4); ...
>x=-1:0.5:1; r=1-(x+1)^2/6; ...
>t=(0°:30°:360°)'; y=r*cos(t); z=r*sin(t); ...
>writeln(povgrid(x,y,z,d=0.02,dballs=0.05)); ...
>povend();
```



Dengan povgrid(), kurva juga bisa dibuat.

```
>povstart(center=[0,0,1],zoom=3.6); ...
>t=linspace(0,2,1000); r=exp(-t); ...
>x=cos(2*pi*10*t)*r; y=sin(2*pi*10*t)*r; z=t; ...
>writeln(povgrid(x,y,z,povlook(red))); ...
>writeAxis(0,2,axis=3); ...
>povend();
```



Objek Povray

Di atas, kita menggunakan pov3d untuk memplot permukaan. Antarmuka Povray di Euler juga bisa menghasilkan objek Povray. Objek-objek ini disimpan sebagai string di Euler, dan perlu dituliskan ke file Povray.

Kita memulai output dengan povstart().

```
>povstart(zoom=4);
```

Pertama kita mendefinisikan tiga silinder, dan menyimpannya sebagai string di Euler.

Fungsi povx() dan sebagainya hanya mengembalikan vektor [1,0,0], yang sebenarnya bisa langsung digunakan sebagai gantinya.

```
>c1=povcylinder(-povx,povx,1,povlook(red)); ...
>c2=povcylinder(-povy,povy,1,povlook(yellow)); ...
>c3=povcylinder(-povz,povz,1,povlook(blue)); ...
```

String tersebut berisi kode Povray, yang pada tahap ini tidak perlu kita pahami.

```
>c2
```

```
cylinder { <0,0,-1>, <0,0,1>, 1
 texture { pigment { color rgb <0.941176,0.941176,0.392157> }  }
 finish { ambient 0.2 }
 }
```

Seperti yang terlihat, kita menambahkan tekstur pada objek dengan tiga warna berbeda.

Hal ini dilakukan dengan povlook(), yang mengembalikan sebuah string berisi kode Povray yang relevan. Kita bisa menggunakan warna bawaan Euler, atau mendefinisikan warna sendiri. Kita juga bisa menambahkan transparansi, atau mengubah pencahayaan ambient.

```
>povlook(rgb(0.1,0.2,0.3),0.1,0.5)
```

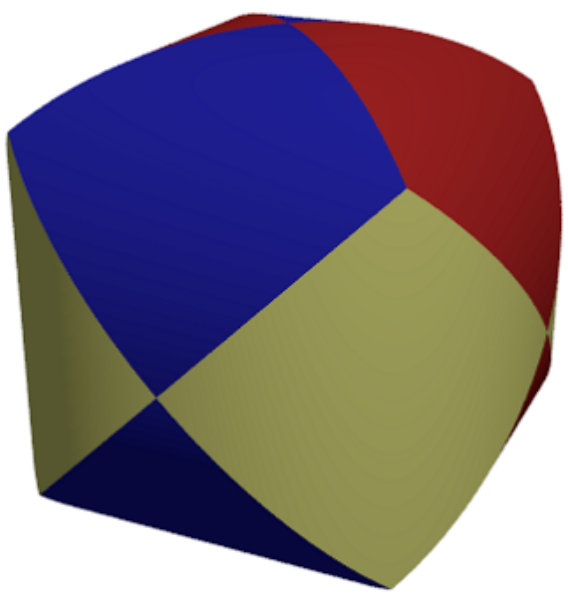
```
   texture { pigment { color rgbf <0.101961,0.2,0.301961,0.1> }  }
   finish { ambient 0.5 }
```

Sekarang kita mendefinisikan sebuah objek intersection, lalu menuliskan hasilnya ke file.

```
>writeln(povintersection([c1,c2,c3]));
```

Irisan dari tiga silinder cukup sulit untuk divisualisasikan, jika sebelumnya belum pernah melihatnya.

```
>povend;
```



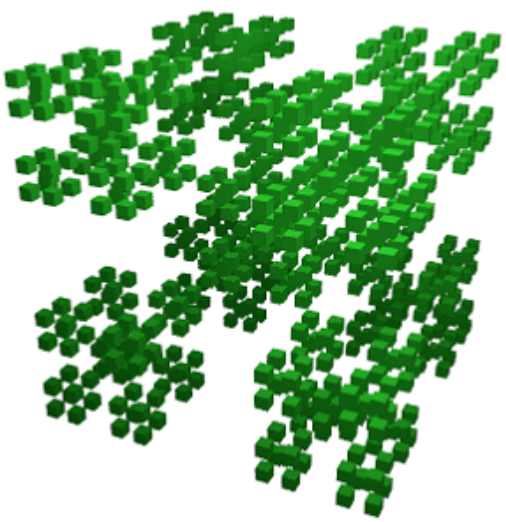
Fungsi-fungsi berikut menghasilkan sebuah fraktal secara rekursif.

Fungsi pertama menunjukkan bagaimana Euler menangani objek Povray sederhana. Fungsi povbox() mengembalikan sebuah string yang berisi koordinat kotak, tekstur, dan finisher-nya.

```
>function onebox(x,y,z,d) := povbox([x,y,z],[x+d,y+d,z+d],povlook());
>function fractal (x,y,z,h,n) ...
```

```
  if n==1 then writeln(onebox(x,y,z,h));
  else
    h=h/3;
    fractal(x,y,z,h,n-1);
    fractal(x+2*h,y,z,h,n-1);
    fractal(x,y+2*h,z,h,n-1);
    fractal(x,y,z+2*h,h,n-1);
    fractal(x+2*h,y+2*h,z,h,n-1);
    fractal(x+2*h,y,z+2*h,h,n-1);
    fractal(x,y+2*h,z+2*h,h,n-1);
    fractal(x+2*h,y+2*h,z+2*h,h,n-1);
    fractal(x+h,y+h,z+h,h,n-1);
  endif;
endfunction
```

```
>povstart(fade=10,<shadow);
>fractal(-1,-1,-1,2,4);
>povend();
```



Difference memungkinkan pemotongan satu objek dari objek lain. Sama seperti intersection, ini merupakan bagian dari objek CSG di Povray.

```
>povstart(light=[5,-5,5],fade=10);
```

Untuk demonstrasi ini, kita mendefinisikan sebuah objek langsung di Povray, bukan menggunakan string di Euler. Definisi dituliskan langsung ke file.

Koordinat kotak dengan -1 hanya berarti [-1,-1,-1].

```
>povdefine("mycube",povbox(-1,1));
```

Kita bisa menggunakan objek ini di dalam povobject(), yang akan mengembalikan sebuah string seperti biasa.

```
>c1=povobject("mycube",povlook(red));
```

Kita membuat sebuah kubus kedua, lalu memutarnya dan memperkecil atau memperbesarnya sedikit.

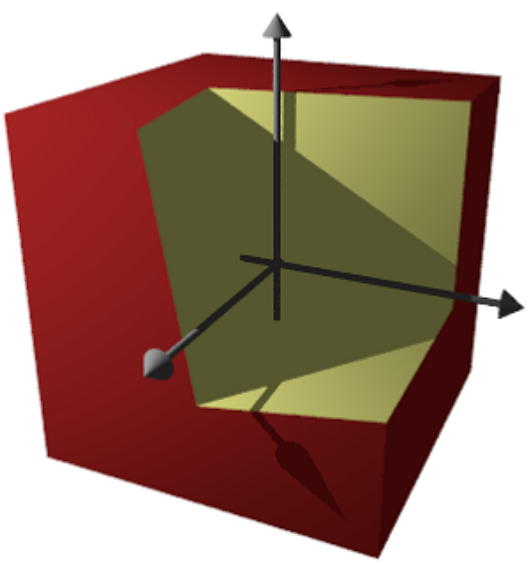
```
>c2=povobject("mycube",povlook(yellow),translate=[1,1,1], ...
>  rotate=xrotate(10°)+yrotate(10°), scale=1.2);
```

Lalu kita mengambil difference dari kedua objek tersebut.

```
>writeln(povdifference(c1,c2));
```

Sekarang tambahkan tiga sumbu.

```
>writeAxis(-1.2,1.2,axis=1); ...
>writeAxis(-1.2,1.2,axis=2); ...
>writeAxis(-1.2,1.2,axis=4); ...
>povend();
```



Povray dapat memplot himpunan tempat f(x,y,z)=0, mirip seperti parameter implicit pada plot3d. Namun hasilnya terlihat jauh lebih baik.

Sintaks untuk fungsi sedikit berbeda. Kamu tidak bisa langsung menggunakan output dari ekspresi Maxima atau Euler.

$$((x^2+y^2-c^2)^2+(z^2-1)^2)*((y^2+z^2-c^2)^2+(x^2-1)^2)*((z^2+x^2-c^2)^2+(y^2-1)^2)=d$$

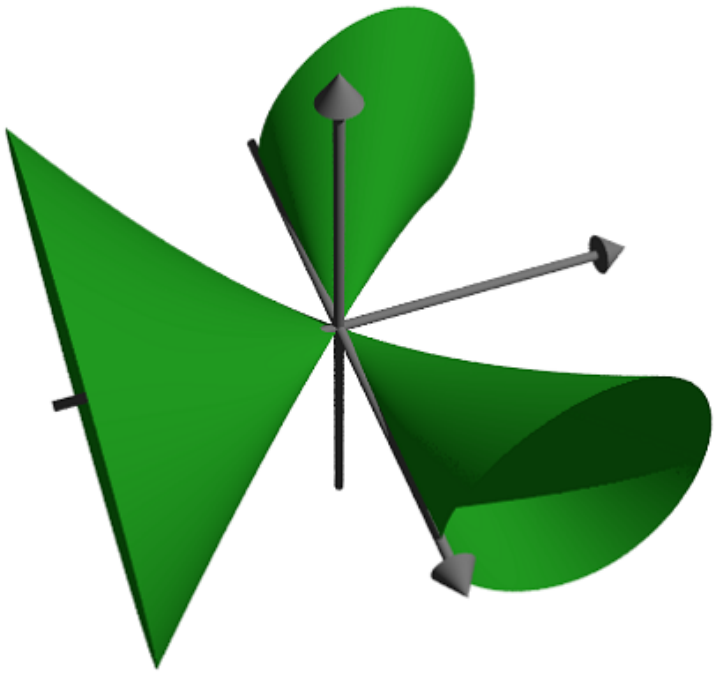
```
>povstart(angle=70°,height=50°,zoom=4);
>c=0.1; d=0.1; ...
>writeln(povsurface("(pow(pow(x,2)+pow(y,2)-pow(c,2),2)+pow(pow(z,2)-1,2))*(pow(pow(y,2)+p
>povend();
>povstart(angle=25°,height=10°);
>writeln(povsurface("pow(x,2)+pow(y,2)*pow(z,2)-1",povlook(blue),povbox(-2,2,"")));
>povend();
```



```
>povstart(angle=70°,height=50°,zoom=4);
```

Buat permukaan implisitnya. Perhatikan perbedaan sintaks pada ekspresinya.

```
>writeln(povsurface("pow(x,2)*y-pow(y,3)-pow(z,2)",povlook(green))); ...
>writeAxes(); ...
>povend();
```



Buat permukaan implisitnya. Perhatikan perbedaan sintaks pada ekspresinya.

```
>povstart(angle=-10°,center=[0.5,0.5,0.5],zoom=7);
```

Kita tidak bisa menyimpan objek ini dalam sebuah string seperti sebelumnya, karena ukurannya terlalu besar. Jadi kita mendefinisikan objek tersebut langsung di dalam file Povray menggunakan declare. Fungsi povtriangle() melakukan hal ini secara otomatis. Fungsi ini juga bisa menerima vektor normal seperti pada pov3d().

Berikut ini mendefinisikan objek mesh, dan langsung menuliskannya ke file.

```
>x=0:0.02:1; y=x'; z=x*y; vx=-y; vy=-x; vz=1;
>mesh=povtriangles(x,y,z,"",vx,vy,vz);
```

Sekarang kita mendefinisikan dua cakram, yang akan diiris (intersect) dengan permukaan tersebut.

```
>cl=povdisc([0.5,0.5,0],[1,1,0],2); ...
>ll=povdisc([0,0,1/4],[0,0,1],2);
```

Tulis permukaan dikurangi dua cakram tersebut.

```
>writeln(povdifference(mesh,povunion([cl,ll]),povlook(green)));
```

Tulis kedua irisan tersebut.

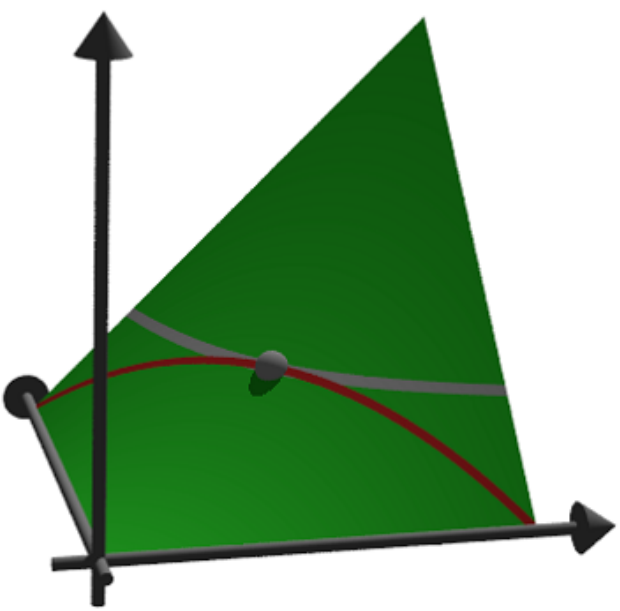
```
>writeln(povintersection([mesh,cl],povlook(red))); ...
>writeln(povintersection([mesh,ll],povlook(gray)));
```

Tulis sebuah titik pada bagian maksimum.

```
>writeln(povpoint([1/2,1/2,1/4],povlook(gray),size=2*defaultpointsize));
```

Tambahkan sumbu-sumbu dan akhiri.

```
>writeAxes(0,1,0,1,0,1,d=0.015); ...
>povend();
```



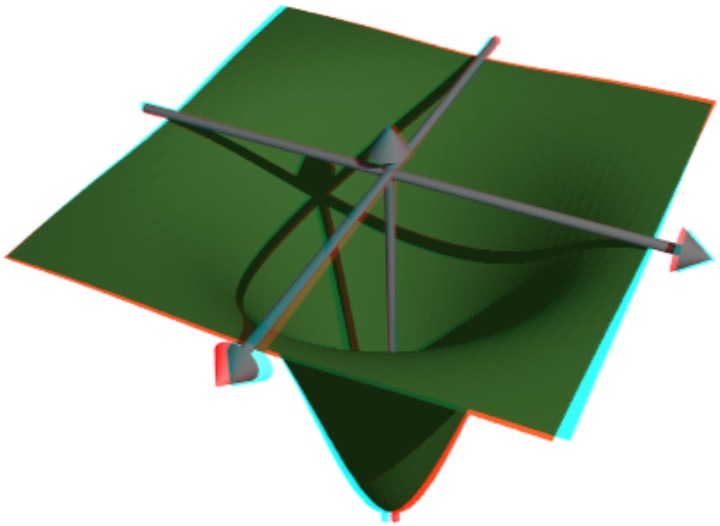
Anaglyph di Povray

Untuk menghasilkan anaglyph yang bisa dilihat dengan kacamata merah/cyan, Povray harus dijalankan dua kali dari posisi kamera yang berbeda. Proses ini menghasilkan dua file Povray dan dua file PNG, yang kemudian dimuat dengan fungsi loadanaglyph().

Tentu saja, kamu membutuhkan kacamata merah/cyan agar bisa melihat contoh-contoh berikut dengan benar.

Fungsi pov3d() memiliki sebuah switch sederhana untuk menghasilkan anaglyph.

```
>pov3d("-exp(-x^2-y^2)/2",r=2,height=45°,>anaglyph, ...
>  center=[0,0,0.5],zoom=3.5);
```



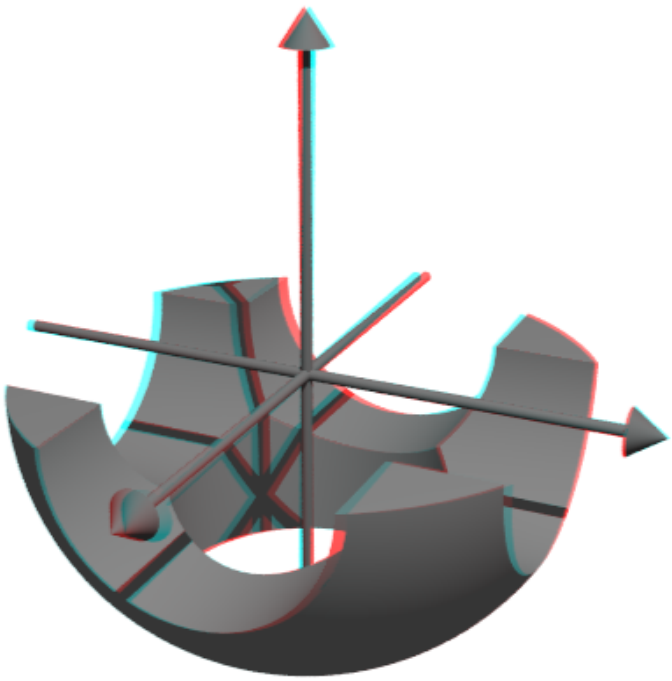
Jika kamu membuat sebuah scene dengan objek-objek, kamu perlu menaruh pembuatan scene tersebut ke dalam sebuah fungsi, lalu menjalankannya dua kali dengan nilai berbeda untuk parameter anaglyph.

```
>function myscene ...
```

```
    s=povsphere(povc,1);
    cl=povcylinder(-povz,povz,0.5);
    clx=povobject(cl,rotate=xrotate(90°));
    cly=povobject(cl,rotate=yrotate(90°));
    c=povbox([-1,-1,0],1);
    un=povunion([cl,clx,cly,c]);
    obj=povdifference(s,un,povlook(red));
    writeln(obj);
    writeAxes();
  endfunction
```

Fungsi povanaglyph() melakukan semua itu. Parameternya mirip dengan gabungan povstart() dan povend().

```
>povanaglyph("myscene",zoom=4.5);
```



Mendefinisikan Objek Sendiri

Antarmuka Povray di Euler sudah berisi banyak objek. Namun kamu tidak terbatas hanya pada objek-objek itu. Kamu bisa membuat objek sendiri, baik dengan menggabungkan objek lain, maupun membuat objek baru sepenuhnya.

Sebagai contoh, kita demonstrasikan sebuah torus. Perintah Povray untuk ini adalah "torus". Jadi kita mengembalikan sebuah string dengan perintah tersebut beserta parameternya. Perlu dicatat bahwa torus selalu berpusat di titik asal.

```
>function povdonat (r1,r2,look="") ...
```

```
    return "torus {"+r1+","+r2+look+"}";
  endfunction
```

Berikut adalah torus pertama kita.

```
>t1=povdonat(0.8,0.2)
```

```
  torus {0.8,0.2}
```

Mari kita gunakan objek ini untuk membuat torus kedua, yang diterjemahkan (digeser) dan diputar.

```
>t2=povobject(t1,rotate=xrotate(90°),translate=[0.8,0,0])
```

```
  object { torus {0.8,0.2}
   rotate 90 *x
   translate <0.8,0,0>
   }
```

Sekarang kita letakkan objek-objek ini ke dalam sebuah scene. Untuk tampilannya, kita gunakan Phong Shading.

```
>povstart(center=[0.4,0,0],angle=0°,zoom=3.8,aspect=1.5); ...
>writeln(povobject(t1,povlook(green,phong=1))); ...
>writeln(povobject(t2,povlook(green,phong=1))); ...
```

>povend();
memanggil program Povray. Namun, jika terjadi error, pesan error tidak akan ditampilkan. Karena itu sebaiknya gunakan
>povend(<exit);
jika ada sesuatu yang tidak berjalan. Perintah ini akan membuat jendela Povray tetap terbuka.

```
>povend(h=320,w=480);
```



Contoh yang lebih rinci

Kita menyelesaikan

$$Ax \leq b, \quad x \geq 0, \quad c.x \to \text{Max}.$$

dan menampilkan titik-titik layak serta titik optimum dalam plot 3D.

```
>A=[10,8,4;5,6,8;6,3,2;9,5,6];
>b=[10,10,10,10]';
>c=[1,1,1];
```

Pertama, mari kita periksa apakah contoh ini memiliki solusi sama sekali.

```
>x=simplex(A,b,c,>max,>check)'
```

```
  [0,  1,  0.5]
```

Ya, ada.
Selanjutnya kita definisikan dua objek. Yang pertama adalah bidang

$$a \cdot x \leq b$$

```
>function oneplane (a,b,look="") ...
```

```
    return povplane(a,b,look)
  endfunction
```

Lalu kita definisikan irisan dari semua setengah ruang dan sebuah kubus.

```
>function adm (A, b, r, look="") ...
```

```
    ol=[];
    loop 1 to rows(A); ol=ol|oneplane(A[#],b[#]); end;
    ol=ol|povbox([0,0,0],[r,r,r]);
    return povintersection(ol,look);
  endfunction
```

Sekarang kita bisa memplot scenenya.

```
>povstart(angle=120°,center=[0.5,0.5,0.5],zoom=3.5); ...
>writeln(adm(A,b,2,povlook(green,0.4))); ...
>writeAxes(0,1.3,0,1.6,0,1.5); ...
```

Berikut adalah sebuah lingkaran di sekitar titik optimum.

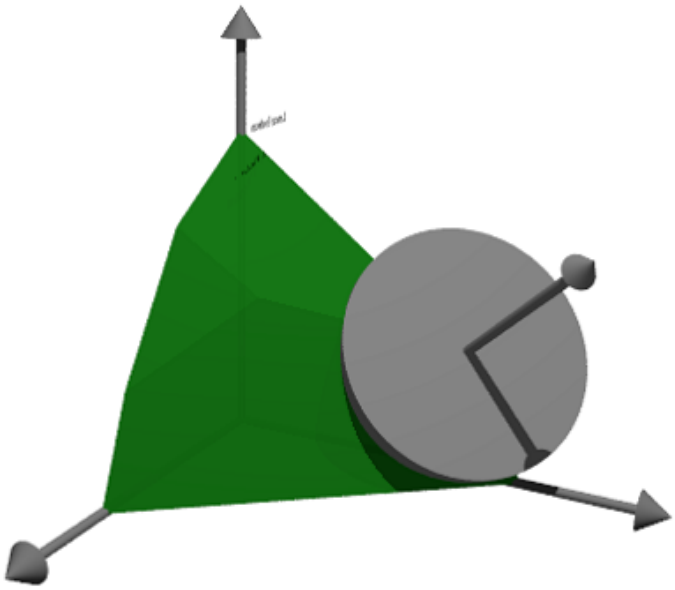
```
>writeln(povintersection([povsphere(x,0.5),povplane(c,c.x')], ...
>  povlook(red,0.9)));
```

Dan sebuah error pada arah menuju titik optimum.

```
>writeln(povarrow(x,c*0.5,povlook(red)));
```

Kita tambahkan teks ke layar. Teks hanyalah sebuah objek 3D. Kita perlu menempatkan dan memutarnya sesuai dengan sudut pandang kita.

```
>writeln(povtext("Linear Problem",[0,0.2,1.3],size=0.05,rotate=5°)); ...
>povend();
```



More Examples

You can find some more examples for Povray in Euler in the following files.

See: Examples/Dandelin Spheres
See: Examples/Donat Math
See: Examples/Trefoil Knot
See: Examples/Optimization by Affine Scaling