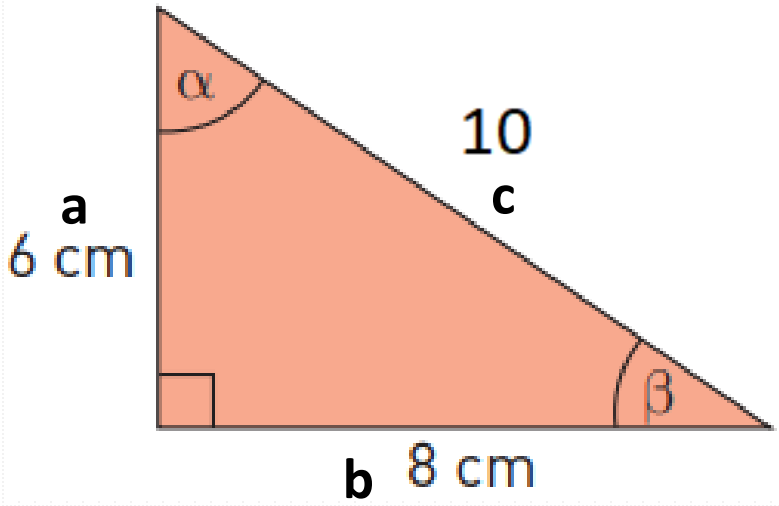
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS PARA ÁNGULOS NOTABLES



RECORDAR:

¿Qué podemos hacer?, si conocemos las medidas de los catetos del triángulo rectángulo, pero no sabemos: ¿cuánto mide la hipotenusa?

UTILIZANDO EL TEOREMA DE PITÁGORAS, ENCONTRAREMOS LA MEDIDA DE LA HIPOTENUSA



$$\text{CATETO}^2 + \text{CATETO}^2 = \text{HIPOTENUSA}^2$$

$$\text{HIPOTENUSA} = \sqrt{\text{CATETO}^2 + \text{CATETO}^2}$$

$$c = \sqrt{6^2 + 8^2}$$

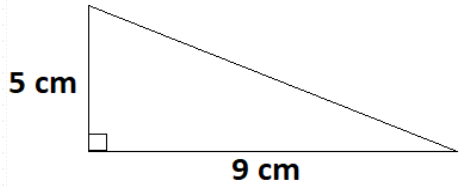
$$c = \sqrt{36 + 64}$$

$$c = \sqrt{100}$$

$$c = 10$$

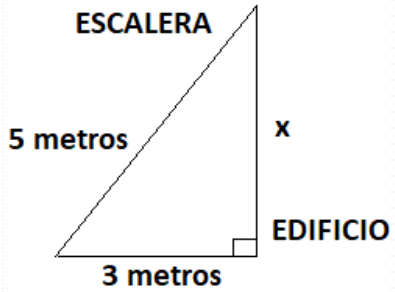
APLIQUEMOS LO APRENDIDO

1) **Si los catetos de un triángulo rectángulo miden 5 cm y 9 cm, ¿cuánto mide la hipotenusa?**



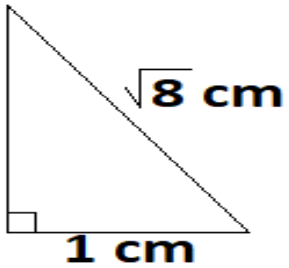
RESPUESTA: $\sqrt{106}$ cm = 10,3 cm

2) **Una escalera de 5 metros se apoya contra un edificio. Si la base de la escalera se encuentra a 3 metros del edificio, ¿cuál es la distancia desde el piso hasta la parte superior de la escalera?**



RESPUESTA: 4 cm

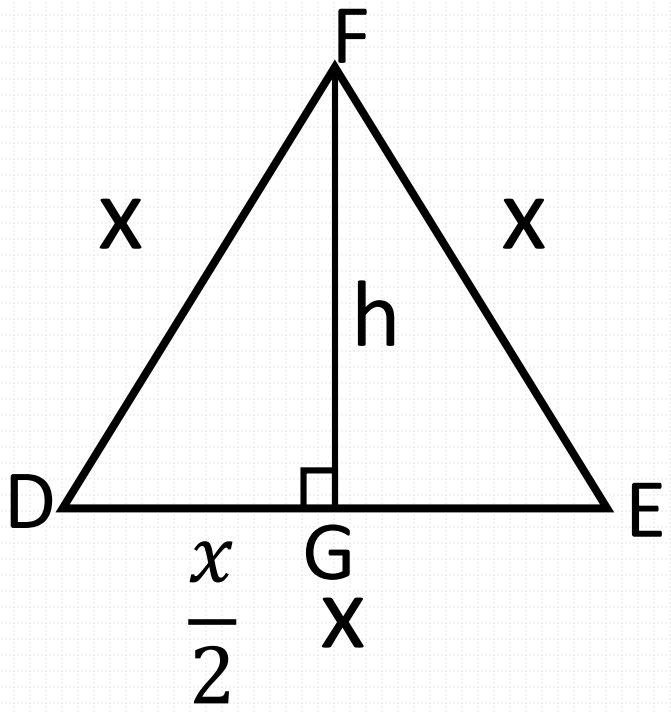
3) **Si un cateto de un triángulo rectángulo mide 1 cm y la hipotenusa mide $\sqrt{8}$ cm, ¿cuánto mide el otro cateto?**



RESPUESTA: $\sqrt{7}$ cm = 2,6 cm

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS PARA LOS ÁNGULOS: 30°, 45° Y 60°

En el triángulo equilátero DEF, el triángulo DGF es rectángulo.



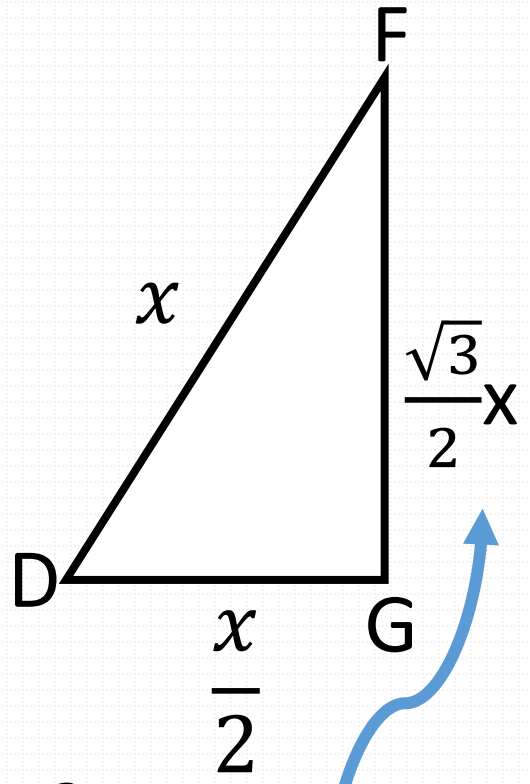
$$c^2 - b^2 = a^2$$

$$x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2 = a^2$$

$$x^2 - \frac{x^2}{4} = a^2$$

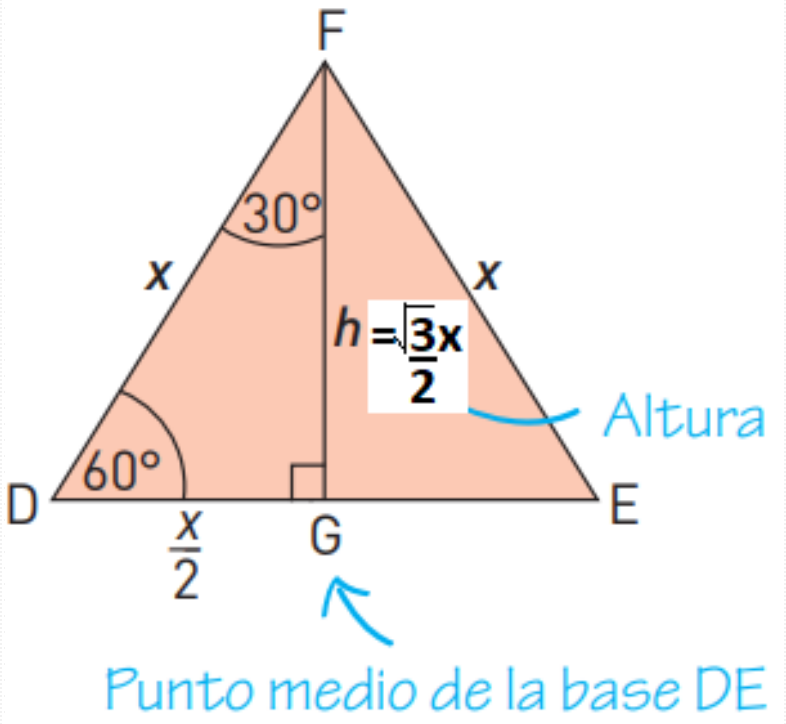
$$\frac{4x^2 - x^2}{4} = a^2$$

$$\frac{3x^2}{4} = a^2$$

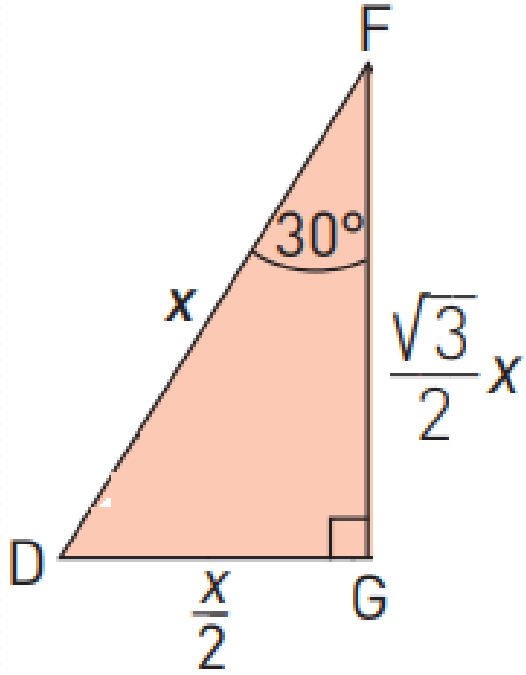


RAZONES TRIGONOMÉTRICAS PARA LOS ÁNGULOS: 30°, 45° Y 60°

En el triángulo equilátero DEF, el triángulo DGF es rectángulo.

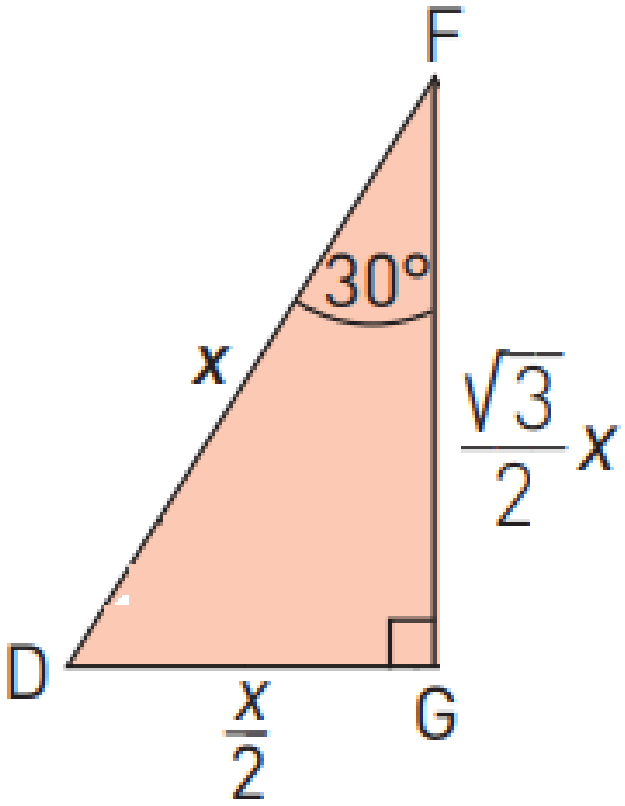






RAZONES TRIGONOMÉTRICAS PARA LOS ÁNGULOS: 30°

1) En el triángulo equilátero DEF, el triángulo DGF es rectángulo.



$$\text{sen } 30° = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{x}{1}} = \frac{1x}{2x} = \frac{1}{2}$$

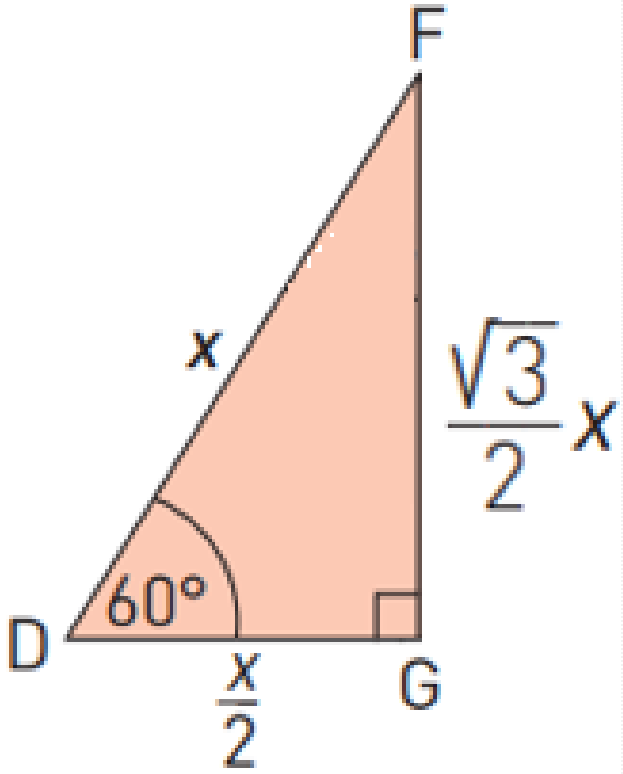
$$\cos 30° = \frac{\frac{\sqrt{3}x}{2}}{\frac{x}{1}} = \frac{\sqrt{3}x}{2x} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{tg } 30° = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{\sqrt{3}x}{2}} = \frac{2x}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



RAZONES TRIGONOMÉTRICAS PARA LOS ÁNGULOS: 60°

2) En el triángulo equilátero DEF, el triángulo DGF es rectángulo.



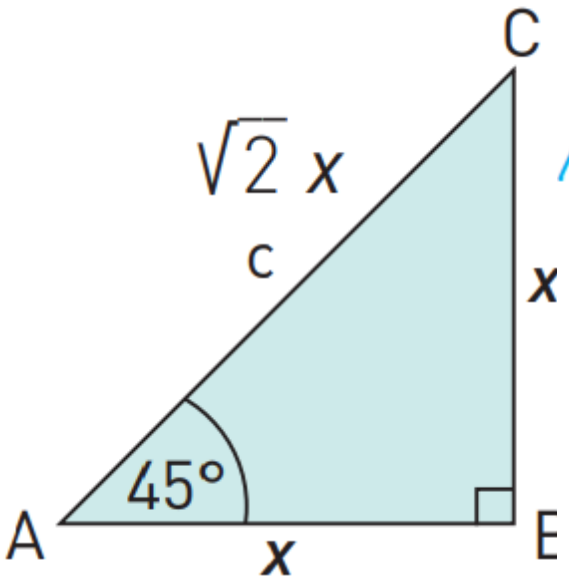
$$\text{sen } 60° = \frac{\frac{\sqrt{3}x}{2}}{\frac{x}{1}} = \frac{\sqrt{3}x}{2x} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60° = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{x}{1}} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

$$\text{tg } 60° = \frac{\frac{\sqrt{3}x}{2}}{\frac{x}{2}} = \frac{2\sqrt{3}x}{2x} = \sqrt{3}$$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS PARA LOS ÁNGULOS:
45°

3) En el triángulo isósceles rectángulo ABC:



Aplicando el teorema de Pitágoras en ΔABC.

$$c^2 = x^2 + x^2$$
$$c^2 = 2x^2$$
$$c = \sqrt{2}\,x$$

$$\text{sen } 45° = \frac{\frac{x}{1}}{\frac{\sqrt{2}x}{1}} = \frac{x}{\sqrt{2}x} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45° = \frac{\frac{x}{1}}{\frac{\sqrt{2}x}{1}} = \frac{x}{\sqrt{2}x} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{tg } 45° = \frac{x}{x} = 1$$

RESUMEN:

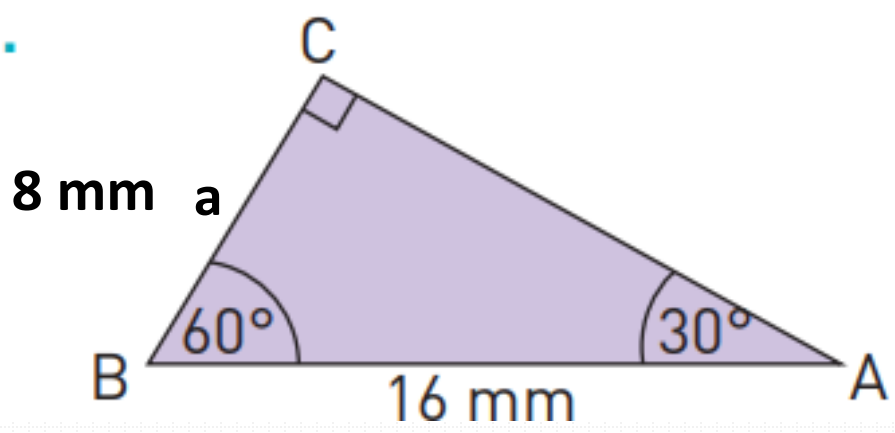
	30°	45°	60°
Sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$



EJEMPLOS:

1) Calcula las medidas de los lados faltantes en los siguientes triángulos rectángulos, utiliza los datos de la tabla resumen:

a.



$$\text{sen } 30° = \frac{a}{16}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{a}{16}$$

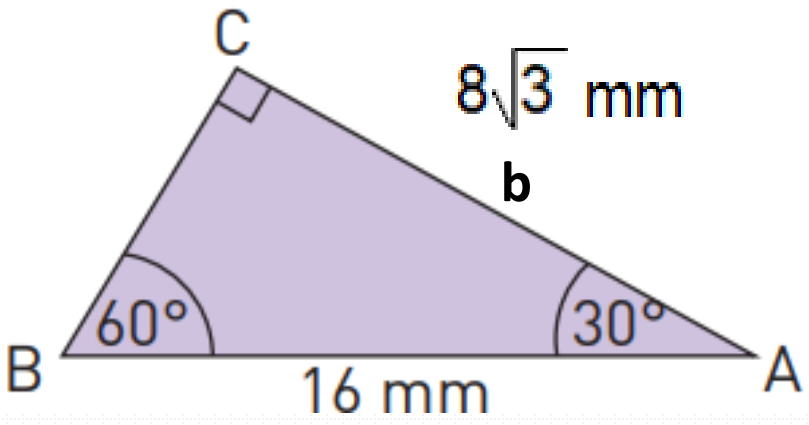
$$2a = 16$$

$$a = 8$$

EJEMPLOS:

1) Calcula las medidas de los lados faltantes en los siguientes triángulos rectángulos, utiliza los datos de la tabla resumen:

a.



$$\text{sen } 60° = \frac{b}{16}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{b}{16}$$

$$2b = 16\sqrt{3}$$

$$b = \frac{16\sqrt{3}}{2}$$

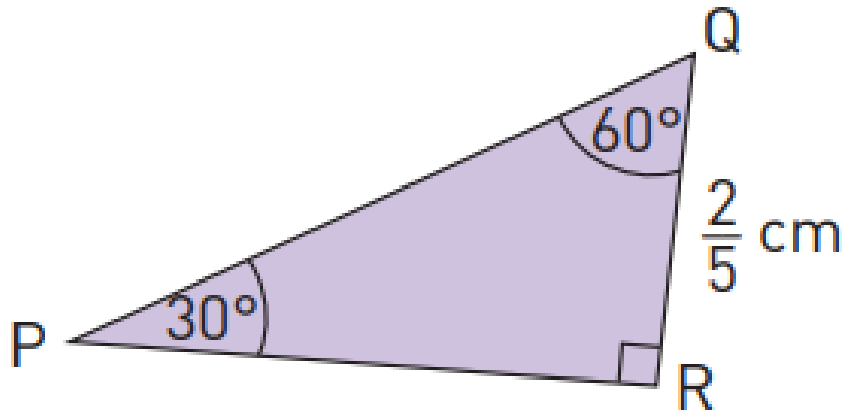
$$b = 8\sqrt{3}$$



EJEMPLOS:

1) Calcula las medidas de los lados faltantes en los siguientes triángulos rectángulos, utiliza los datos de la tabla resumen:

b.



q

$\frac{2\sqrt{3}}{5}$ cm

$$\text{tg } 60° = \frac{\frac{q}{1}}{\frac{2}{5}}$$

$$\sqrt{3} = \frac{5q}{2}$$

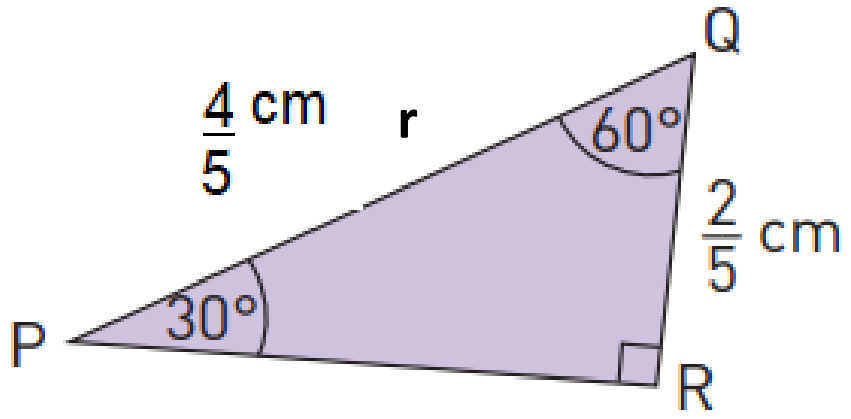
$$2\sqrt{3} = 5q$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{5} = q$$

EJEMPLOS:

1) Calcula las medidas de los lados faltantes en los siguientes triángulos rectángulos, utiliza los datos de la tabla resumen:

b.



$$\text{sen } 30° = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{r}{1}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{5r}$$

$$5r = 4$$

$$r = \frac{4}{5}$$