

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Obtener el dominio de $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{2}{x-2}}$

b) [1,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x}}{\sqrt{x^2} - \sqrt{x+1}}$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea la elipse centrada en el punto $C(1,2)$, de eje mayor horizontal de 10 unidades y de excentricidad $4/5$. Y sea la recta $r: x+2y+k=0$. Escribe la ecuación general de la elipse y dibuja la elipse con todas las coordenadas de los vértices y de los focos.

Debes razonar los pasos a realizar para que, según los valores de k , la recta nunca corte a la elipse. Debes obtener la condición final tras aplicar discriminante negativo. No debes resolverlo, solo llegar a la inequación donde la única incógnita es k . Cómo sale una expresión final larga, no quiero de dediques tiempo en operar hasta el final.

Repito: solo debes llegar hasta la condición final de discriminante negativo, que genera una inequación con un polinomio que solo depende de k .

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia las asíntotas de $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - 3}{x^2 + 4x - 5}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea la función definida a trozos $f(x) = \begin{cases} 4 - (x+a)^2 & \text{si } x \leq -3 \\ \log_{10}(x+4) & \text{si } -3 < x \leq 6 \\ b \cdot \frac{x-6}{36-x^2} & \text{si } 6 < x \end{cases}$.

Obtener los parámetros a y b para que la función sea continua en $x = -3$ y en $x = 6$.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [0,75 puntos] Resuelve $|x^2 - 4| = 1 + |x + 6|$

b) [1 punto] Un boxeador ha disputado 20 combates en el año 2019. Por cada combate ganado cobraba 3 mil euros, 2 mil por combate nulo y mil por combate perdido. En total obtuvo 40 mil euros en 2019. Si las cantidades cobradas hubieran sido 6 mil euros por combate ganado, 4 mil euros por nulo y mil por perdido, habría obtenido 72 mil euros. Con estos datos, ¿es posible saber cuántos combates ganó, cuántos hizo nulo y cuántos perdió? En caso afirmativo, calcúlalos.

c) [0,75 puntos] Estudia si hay alguna cantidad k que sustituya a los 6 mil euros por combate ganado del apartado anterior, y que hiciera imposible la solución del problema dentro de los números reales.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Inventa las coordenadas de los tres vértices de un triángulo. Obtener el circuncentro, la ecuación de la circunferencia circunscrita y el área del triángulo.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia las asíntotas de $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - 3}{x^2 + 4x - 5}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea la función definida a trozos $f(x) = \begin{cases} 4 - (x+a)^2 & \text{si } x \leq -3 \\ \log_{10}(x+4) & \text{si } -3 < x \leq 6 \\ b \cdot \frac{x-6}{36-x^2} & \text{si } 6 < x \end{cases}$.

Obtener los parámetros a y b para que la función sea continua en $x = -3$ y en $x = 6$.