

Teoría – Tema 1

CCSS Teoría - 8 - diferencias entre extremo absoluto y extremo relativo

■ ¿Son lo mismo un extremo absoluto y un extremo relativo?

La respuesta es no.

A veces coincide que un punto $x = x_0$ de un intervalo $[a, b]$ de una función $f(x)$, sea a la vez extremo relativo y absoluto en ese intervalo. Pero por lo general, no tiene por qué ser así.

Los conceptos de extremos absoluto y relativo ya los estudiamos el curso anterior, en 1ºBachillerato. Ahora vamos a insistir en sus diferencias y posibles semejanzas, ya que son conceptos que aparecen con frecuencia en los exámenes de Selectividad.

Extremo absoluto

Sea $f(x)$ una función definida en el intervalo $[a, b]$.

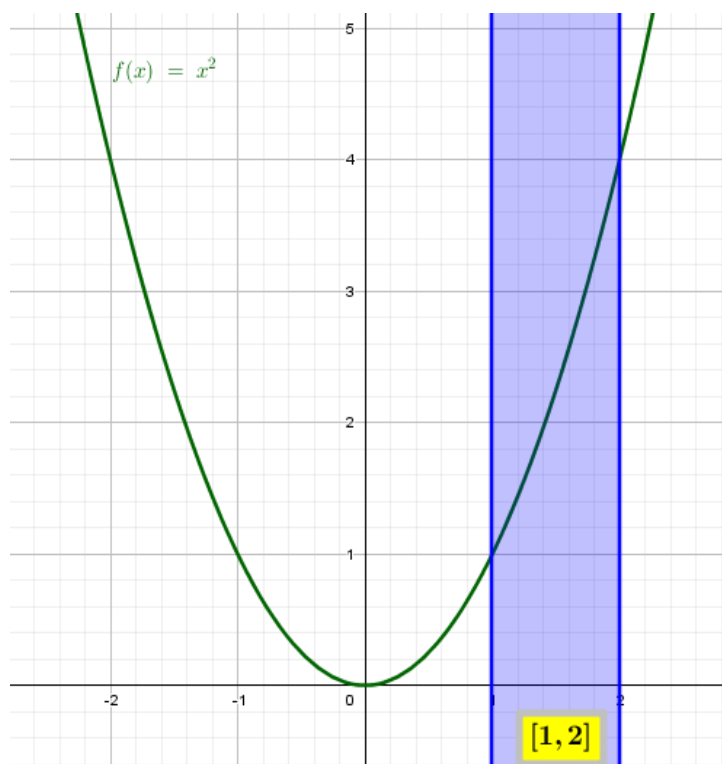
Un máximo absoluto en el intervalo $[a, b]$ es el valor de la variable $x = x_0$ donde la imagen $f(x)$ alcanza el valor más grande. Es decir: $f(x_0) \geq f(x) \forall x \in [a, b]$.

De la misma forma podemos definir un mínimo absoluto en el intervalo $[a, b]$ como el valor de la variable $x = x_0$ donde la imagen $f(x)$ alcanza el valor más pequeño. Es decir: $f(x_0) \leq f(x) \forall x \in [a, b]$.

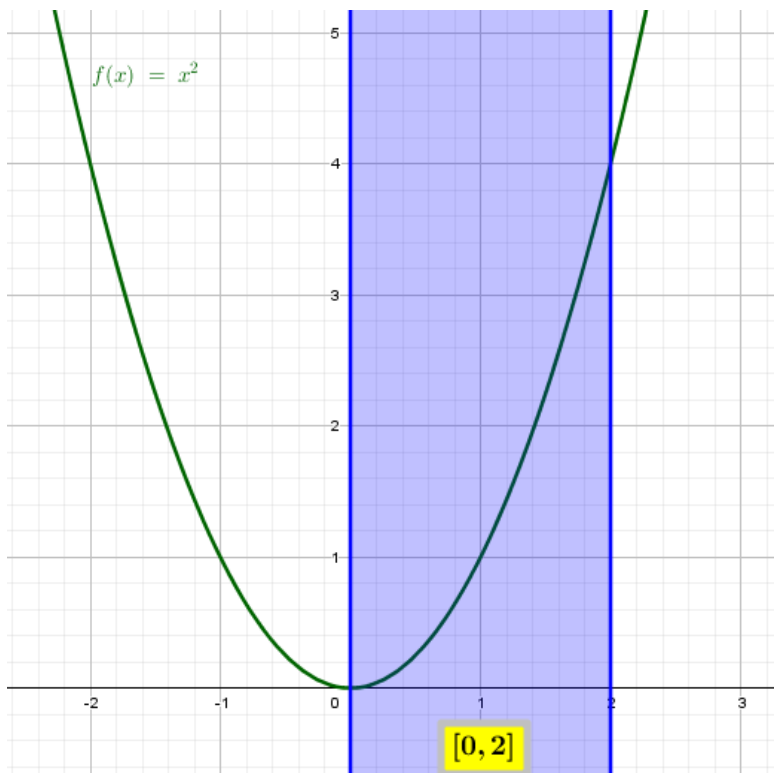
Una primera idea importante: **el estudio de los extremos absolutos suele requerir de un intervalo previo donde ser estudiados**. Puede que un valor $x = x_0$ sea extremo absoluto en un intervalo $[a, b]$ y no lo sea en otro intervalo distinto que tomemos.

Una segunda idea importante: **si deseamos determinar los extremos absolutos en toda la recta real, por norma general, debemos estudiar la forma de la gráfica en el intervalo dado**.

La función $f(x) = x^2$ en el intervalo $[1, 2]$ posee un mínimo absoluto en $x = 1$ y un máximo absoluto en $x = 2$



Si ahora estudiamos la función $f(x) = x^2$ en el intervalo $[0, 2]$ el nuevo mínimo absoluto es $x = 0$ y el máximo absoluto sigue siendo $x = 2$



Extremo relativo

Un **extremo relativo** puede ser máximo relativo o mínimo relativo, y **es un concepto propio de intervalos donde la función es derivable**. Esta es una primera diferencia respecto a los extremos absolutos, donde la función no tenía por qué ser derivable.

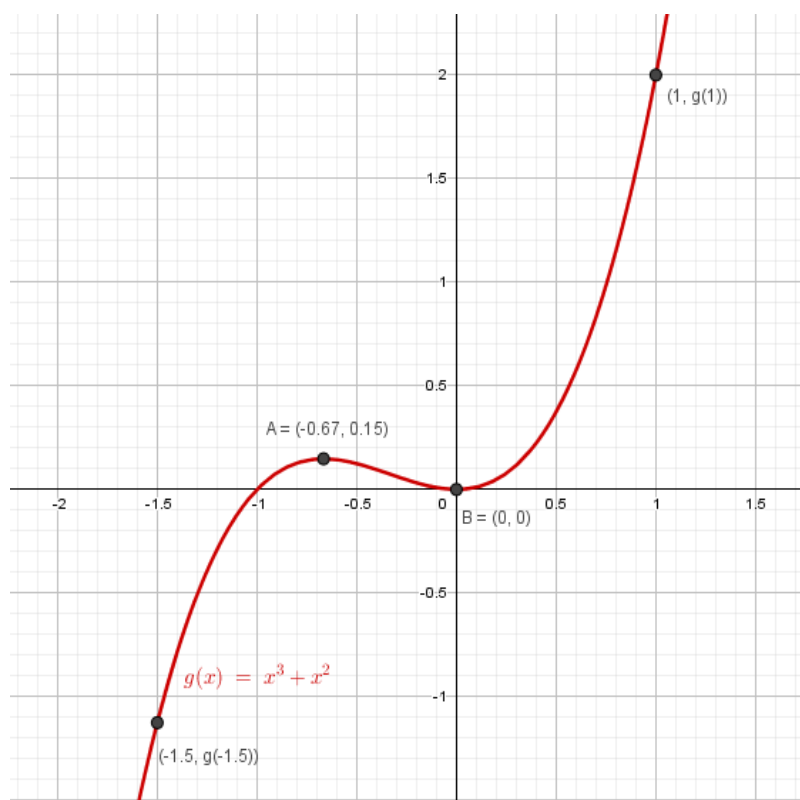
Como ya sabemos, aparece un máximo relativo siempre que haya un valor $x = x_0$ cuya imagen sea la más grande dentro de un entorno arbitrario alrededor de ese punto, y se cumpla $f'(x_0) = 0$.

Aparece un mínimo relativo siempre que haya un valor $x = x_0$ cuya imagen sea la más pequeña dentro de un entorno arbitrario alrededor de ese punto, y se cumpla $f'(x_0) = 0$.

Fíjate que **en los extremos relativos tomamos el intervalo arbitrario que nos da la gana alrededor de $x = x_0$** . Desde el curso pasado en 1ºBachillerato ya conocemos dos condiciones suficientes para decidir si un candidato a extremo relativo que cumple $f'(x_0) = 0$ es máximo o mínimo, por lo que no vamos a incidir más en ese aspecto.

Los extremos relativos, por definición, siempre serán **puntos donde la función alcanza un máximo o un mínimo de forma suave (smooth)**, por imponer la condición de que exista la derivada en $x = x_0$ y sea igual a cero (recta tangente paralela al eje horizontal).

En $g(x) = x^3 + x^2$ la primera derivada se anula en $x = -0,67$ (máximo relativo) y en $x = 0$ (mínimo relativo) pero sus imágenes no generan un máximo absoluto ni un mínimo absoluto en su dominio



Ejemplos

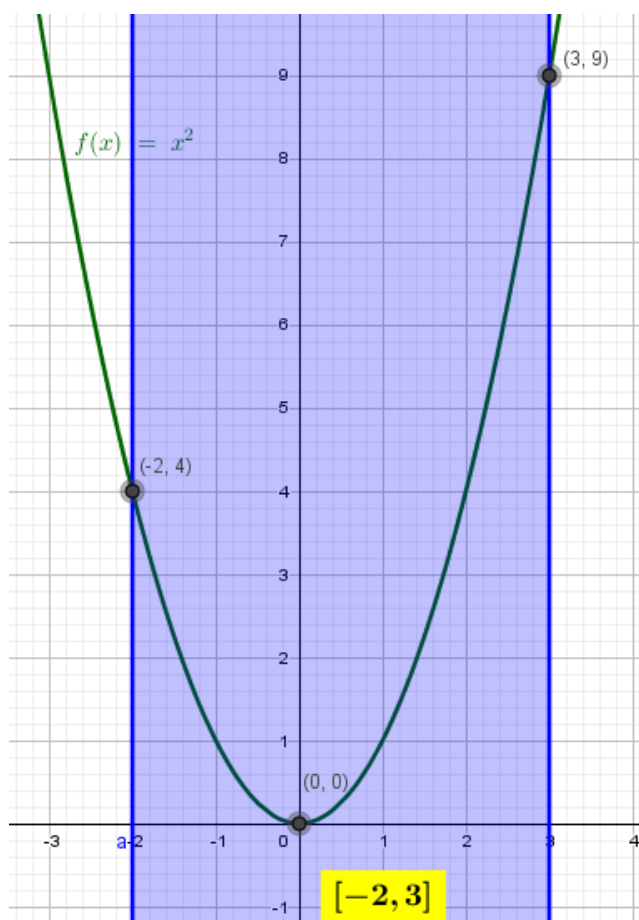
Llegados a este punto debe quedarnos claro que los candidatos a extremos relativos en un intervalo $[a, b]$ se obtienen con la condición $f'(x)=0$ y que los extremos absolutos se obtienen viendo la gráfica de la función en dicho intervalo.

En muchos ejercicios suelen coincidir los extremos absolutos y los relativos. Y eso nos llevará de forma inconsciente al siguiente error: el ejercicio nos pregunta por los extremos absolutos y lo que hacemos es estudiar los relativos y afirmar que coinciden.

No debemos olvidar lo siguiente: **cuando nos pregunten por extremos absolutos en un intervalo $[a, b]$, además de estudiar los extremos relativos $(x_0, f(x_0))$ debemos evaluar la función en los puntos $x=a$ y $x=b$. Con los valores numéricos de $f(a)$ y de $f(b)$ podremos decidir si los extremos relativos son finalmente absolutos.**

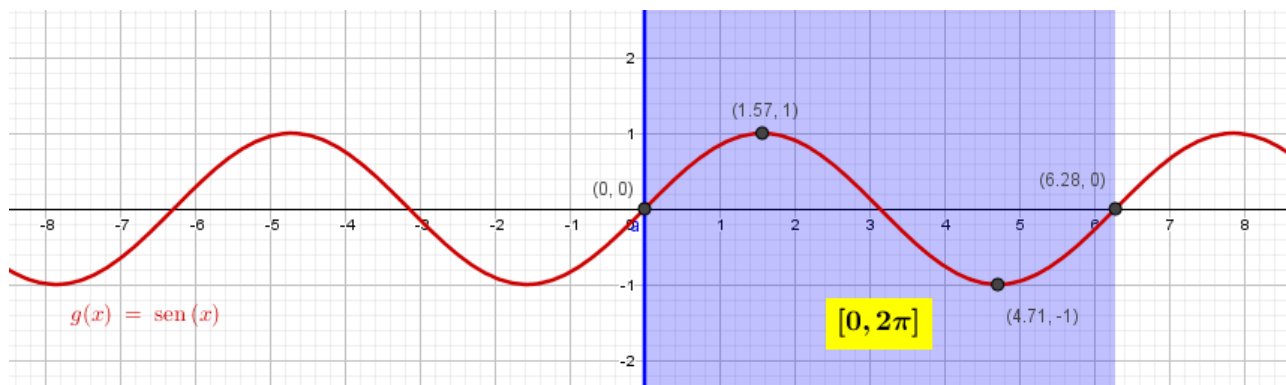
Veamos ejemplos.

La función $f(x)=x^2$ en el intervalo $[-2, 3]$ posee en $x=0$ un mínimo absoluto y relativo a la vez. Y en $x=3$ posee un máximo absoluto, pero no relativo.



La función $g(x)=\sin(x)$ en el intervalo $[0, 2\pi]$ posee en $x=\frac{\pi}{2}$ un máximo absoluto y relativo. Y

en $x = \frac{3\pi}{2}$ posee un mínimo absoluto y relativo.



La función $h(x) = \frac{\ln(x)}{x^4}$ en el intervalo $[1, 2]$ posee en $x = 1,28$ un máximo absoluto y relativo. Y en $x = 1$ posee un mínimo absoluto pero no relativo.

