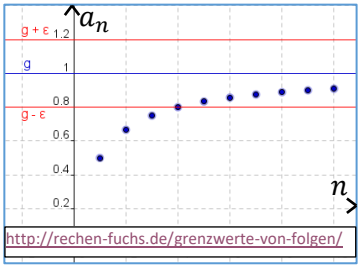
Mathe Oberstufe **Die Welt der Grenzwerte** Datum: _____

K. Schmidt; SAF - HD Name: _____

1. Untersuche, ob die **„Reihen“** gegen einen bestimmten Wert (Grenzwert) gehen oder nicht (ansonsten gehen sie gegen $\pm\infty$ und haben somit keinen Grenzwert).
   Berechne einige „Zwischenwerte“ (die ersten 5, 10, 20 Summanden) und finde eine Vorhersage für ∞-viele Summanden.

   1. $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots \quad \left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}\right)$
   2. $1+\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\cdots \quad \left(\sum_{i=0}^{n}\left(\frac{1}{10}\right)^n\right)$
   3. $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\cdots \quad \left(\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$



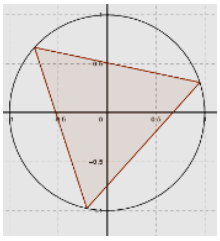
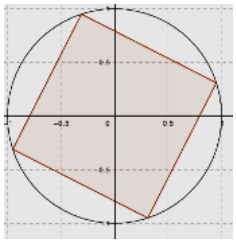
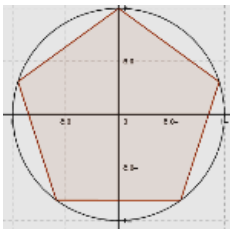
2. Untersuche, ob die **„Folgen“** gegen einen Grenzwert gehen (konvergieren) oder nicht.
   Setze dafür immer größere Werte für n ein und berechne $a_5, a_{10}, a_{20}, a_{100}, \ldots$.

   1. $a_n = \frac{n-1}{n}$
   2. $a_n = \frac{2n^2-1}{n^2-n}$
   3. $a_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)$
   4. $a_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$

Info: Folgen und Reihen, die
1. einen Grenzwert besitzen **konvergieren**,
2. keinen Grenzwert besitzen **divergieren**.

In der Geometrie gibt es auch „Grenzwerte“:

3. In einen Kreis mit Radius r wird ein regelmäßiges n-Eck einbeschrieben:
   http://geogebra-rlp.zum.de/wiki/Fl%C3%A4cheninhalt_eines_Kreises_-_Eingeschriebene_Vielecke

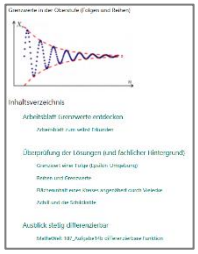
Dabei kann man jedem n-Eck einen Umfang zuordnen. Wird der Umfang mit zunehmender Eckenzahl unendlich groß?

4. **Zenons Paradoxon: Achilles und die Schildkröte:**
   Zenon von Elea hat überlegt, „dass das langsamste Wesen (Schildkröte = S) in seinem Lauf niemals von dem schnellsten (Achilles = A) eingeholt wird. Denn der Verfolger (Achilles) muss immer erst zu dem Punkt gelangen, von dem das fliehende Wesen (Schildkröte) schon aufgebrochen ist, so dass das langsamere immer einen gewissen Vorsprung haben muss.“
   Wie entwickelt sich Abstand von Achilles zur Schildkröte?
   Benutze dazu $v_A = 10\frac{m}{s}$ und zum besseren Rechnen eine Turboschildkröte mit $v_S = 1\frac{m}{s}$. Die beiden haben einen Abstand von $1000\ m$.
   a) Wie lange braucht Achilles bist er am ursprünglichen Platz der Schildkröte ist?
   b) Wie weit ist die Schildkröte in dieser Zeit gekommen?
   c) berechne die neue Distanz der beiden und beginne bei a).



https://de.wikipedia.org/wiki/Asymptote

5. **Weitere Grenzwerte:**
   An welchen Stellen kommt der „Grenzwert“ noch vor?
   Überlege Dir Beispiele bei der man im Unendlichen einen bestimmten Wert erhält.



Begleitendes GeoGebra-Buch: https://www.geogebra.org/m/khq7xjcs