Teoría – Tema 3

Teoría - 17 - Teorema fundamental del álgebra

Raíces de una ecuación. Teorema fundamental del álgebra

Si $z \in \mathbb{C}$ es solución de una ecuación polinómica con coeficientes reales, su conjugado $\bar{z}$ también es solución de la misma ecuación.

Podemos demostrar este enunciado, de manera sencilla, para un polinomio $P(x)$ de grado 2, de coeficientes reales, y con dos raíces complejas z_1 y z_2 . Si factorizamos el polinomio en sus raíces:

$$P(x)=(x-z_1)(x-z_2) \quad \text{, con } x \in \mathbb{R}$$

Y el resultado de este producto debe ser real si x es real. Y, como ya demostramos en apartados anteriores, z_1 y z_2 deben ser conjugados para que su producto sea real:

$$z_2=\overline{z_1} \quad \rightarrow \quad P(x)=(x-z_1)(x-\overline{z_1}) \quad \rightarrow \quad P(x)=|x-z_1|^2 \in \mathbb{R},\ si\ x \in \mathbb{R}$$

De manera general podemos afirmar (sin demostrar) que **todo polinomio de grado n, $n \in \mathbb{N}$, con coeficientes reales o complejos, tiene n raíces (Teorema fundamental del álgebra)**.