Identitas

Nama : Cindy Aulia Rosada
NIM : 24030130066
Prodi : Pendidikan Matematika A 2024

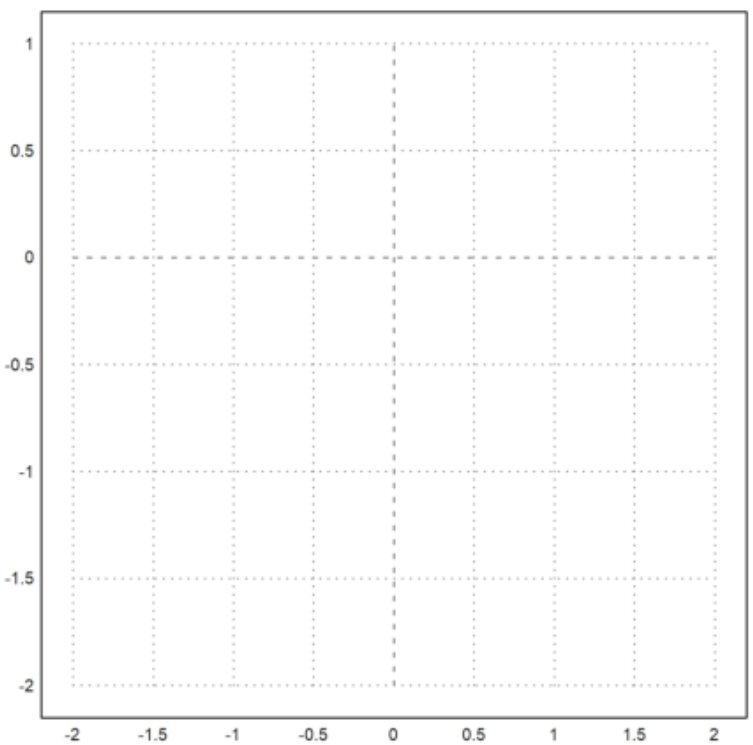
Geometri dengan menggunakan EMT

PENDAHULUAN

```
>load geometry
```

```
  Numerical and symbolic geometry.
```

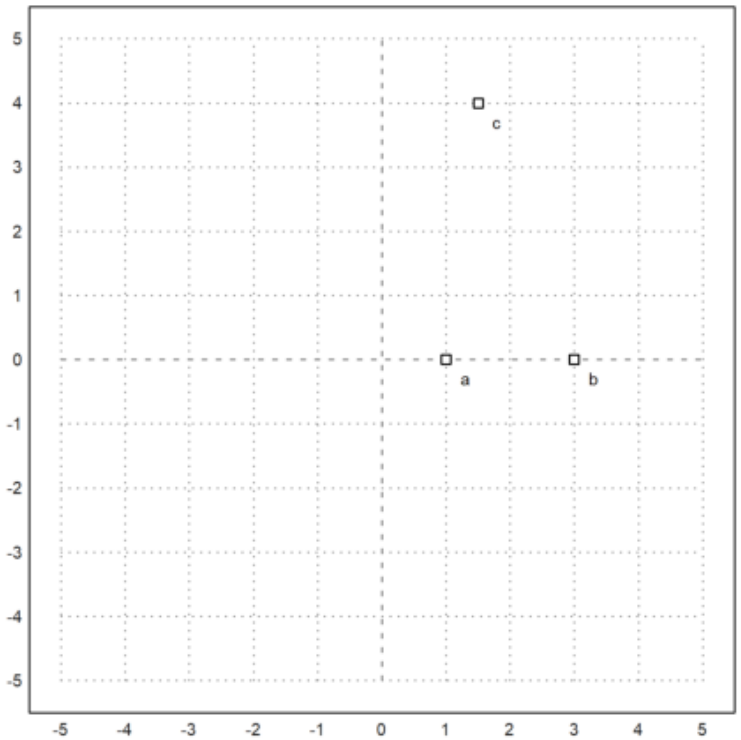
```
>setPlotRange(-2,2,-2,1):
```



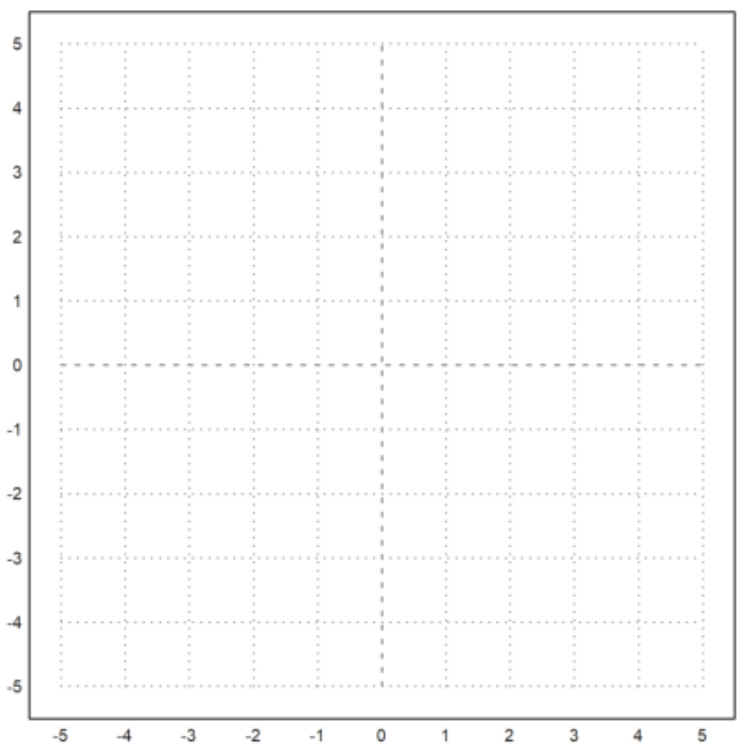

```
>setPlotRange(5)
```

```
  [-5,  5,  -5,  5]
```

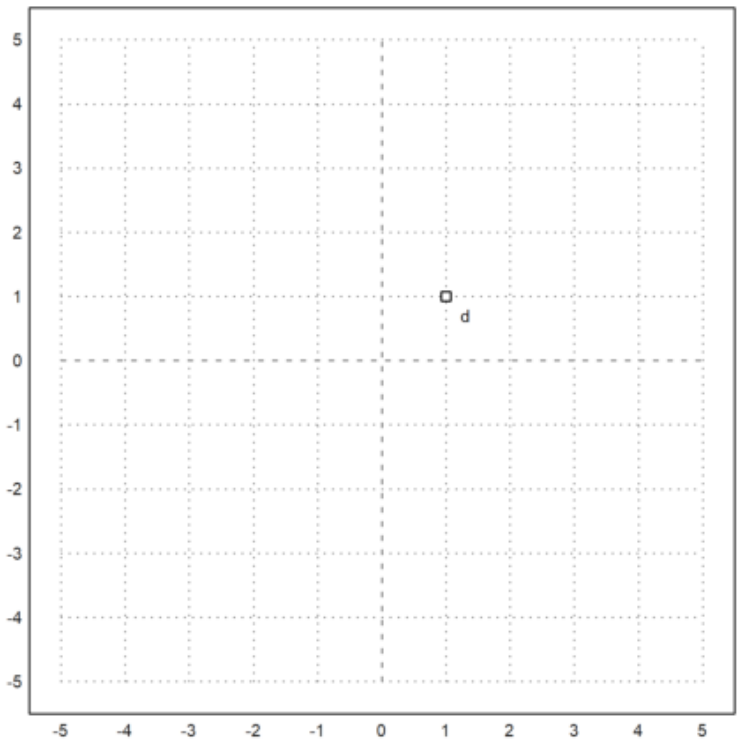
```
>a=[1, 0]; b=[3, 0]; c=[1.5, 4];
>plotPoint(a,"a");
>plotPoint(b,"b");
>plotPoint(c,"c"):
```



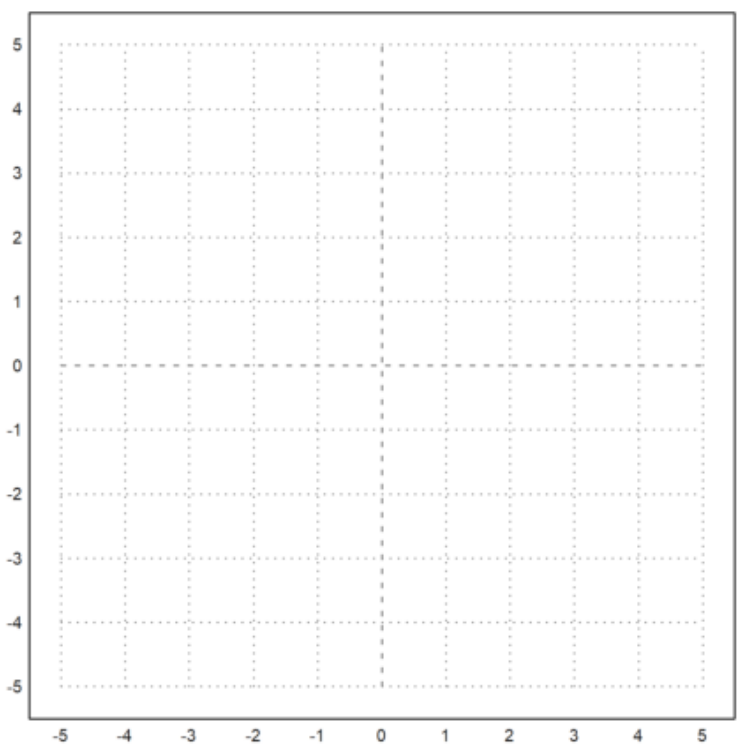

```
>setPlotRange(5):
```



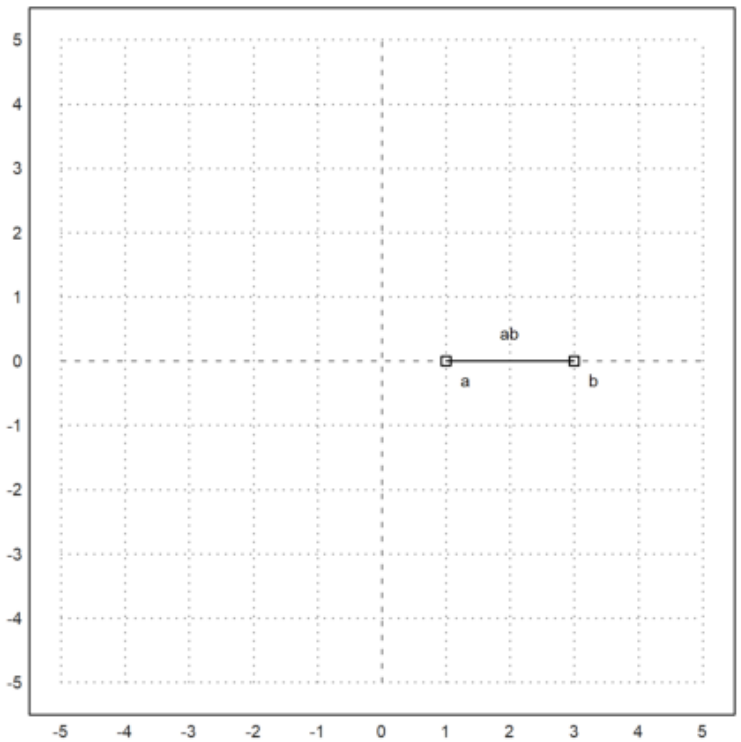
```
>plotPoint([1,1], "d"):
```



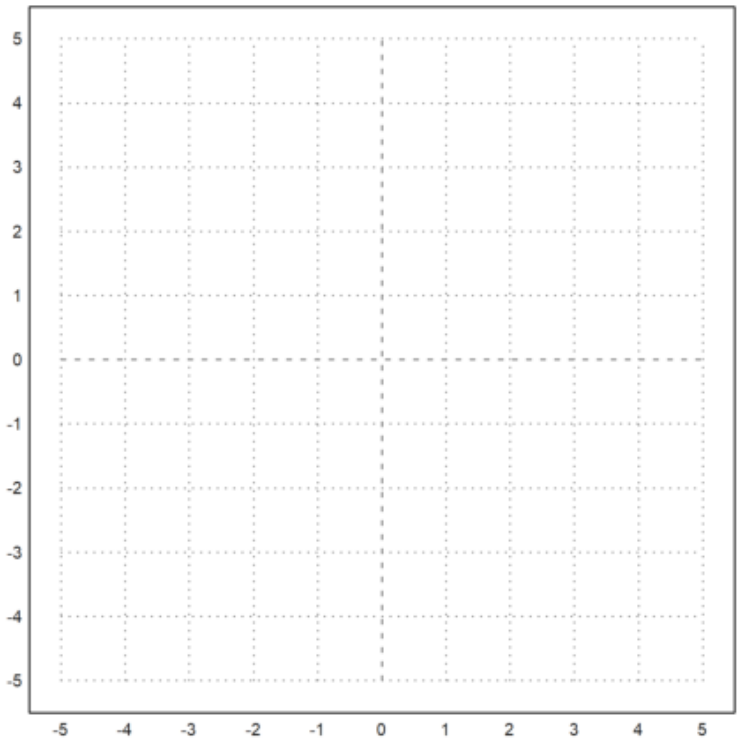

```
>setPlotRange(5):
```



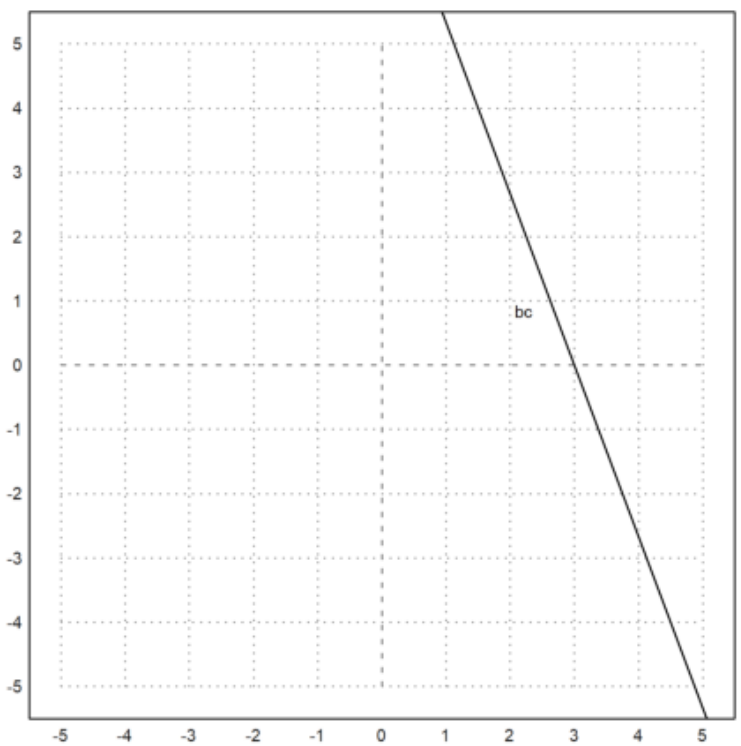
```
>a=[1, 0]; b=[3, 0]; c=[1.5, 4];
>plotPoint(a,"a");
>plotPoint(b,"b");
>plotSegment(a,b):
```



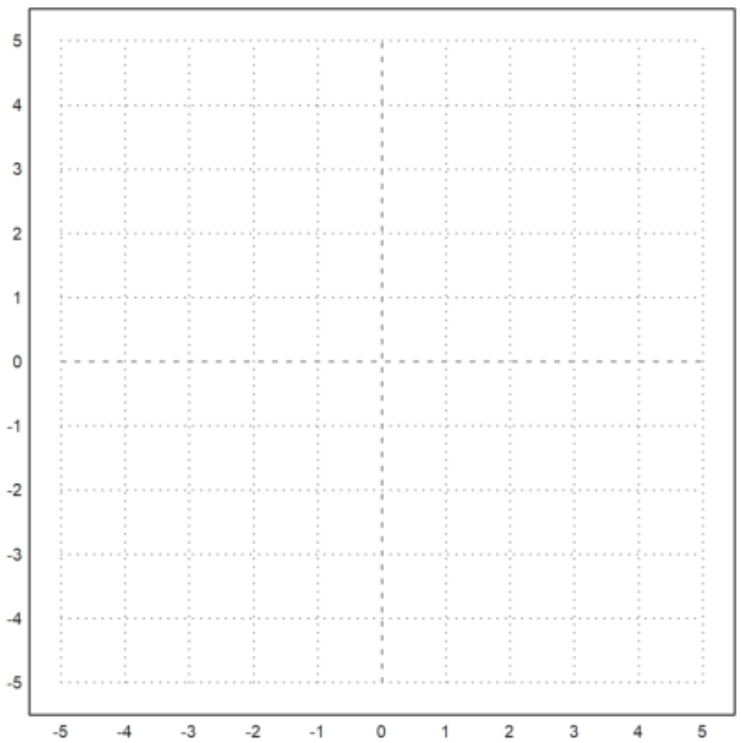

```
>setPlotRange(5):
```



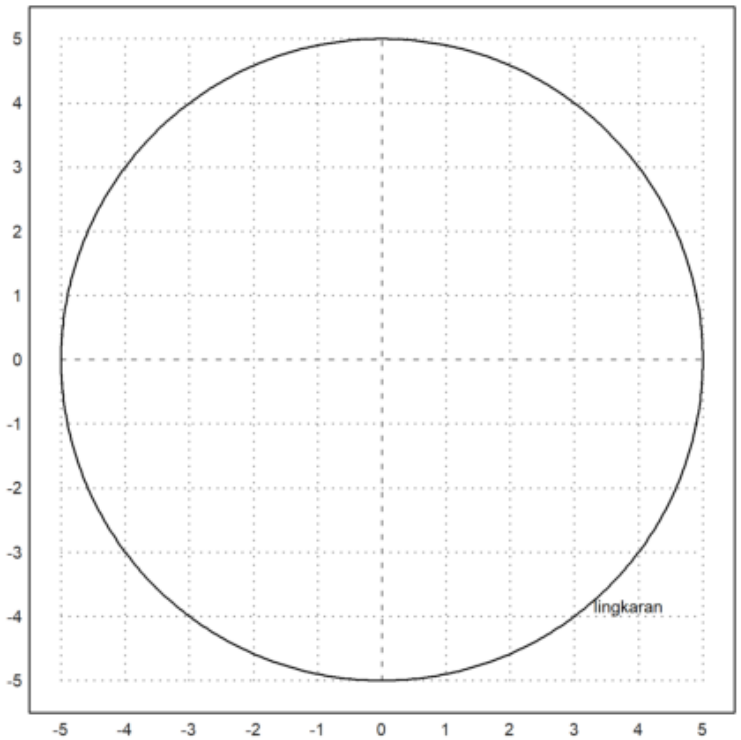

```
>a=[1, 0]; b=[3, 0]; c=[1.5, 4];
>bc=lineThrough(b,c);
>plotLine(bc,"bc"):
```



```
>setPlotRange(5):
```

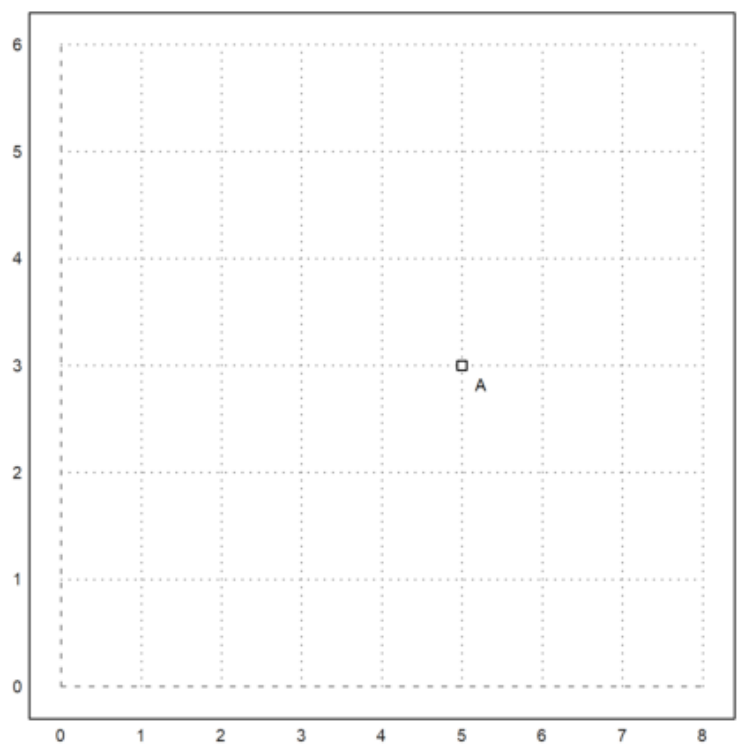



```
>circle=circleWithCenter([0, 0],5);
>plotCircle(circle, "lingkaran"):
```

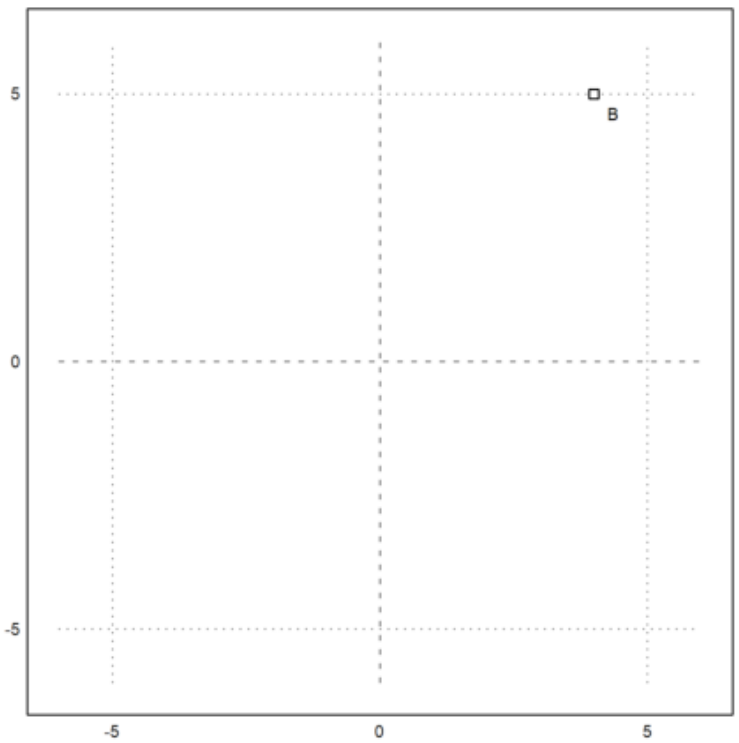


Cara Mengatur Luas Bidang Koordinat

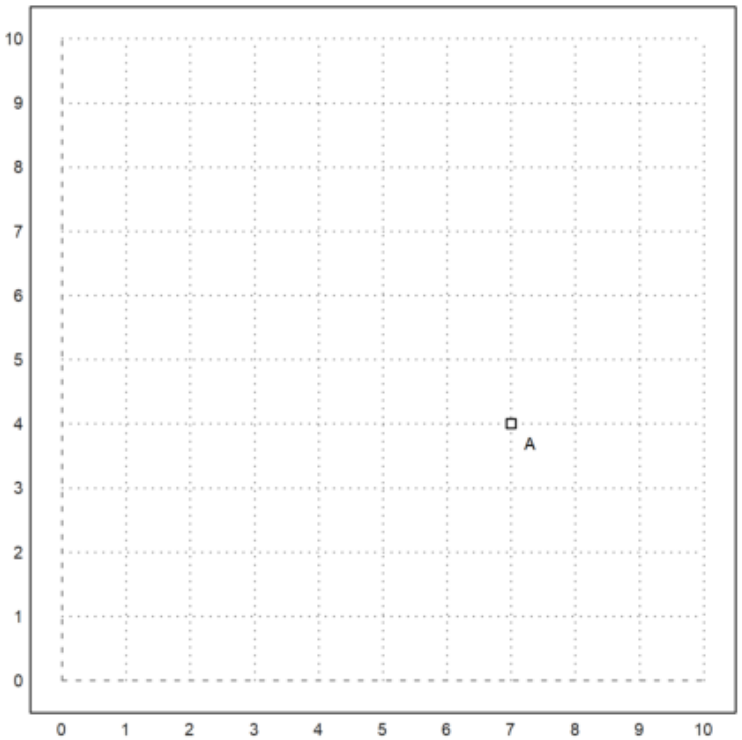
```
>//setPlotRange(x_min, x_max, y_min, y_max)
>setPlotRange(0,8,0,6);   // tampilan hanya kuadran I
>plotPoint([5,3],"A"):
```



```
>//setPlotRange(r)
>setPlotRange(6);     // berarti -6..6 untuk x dan y
>plotPoint([4,5],"B"):
```



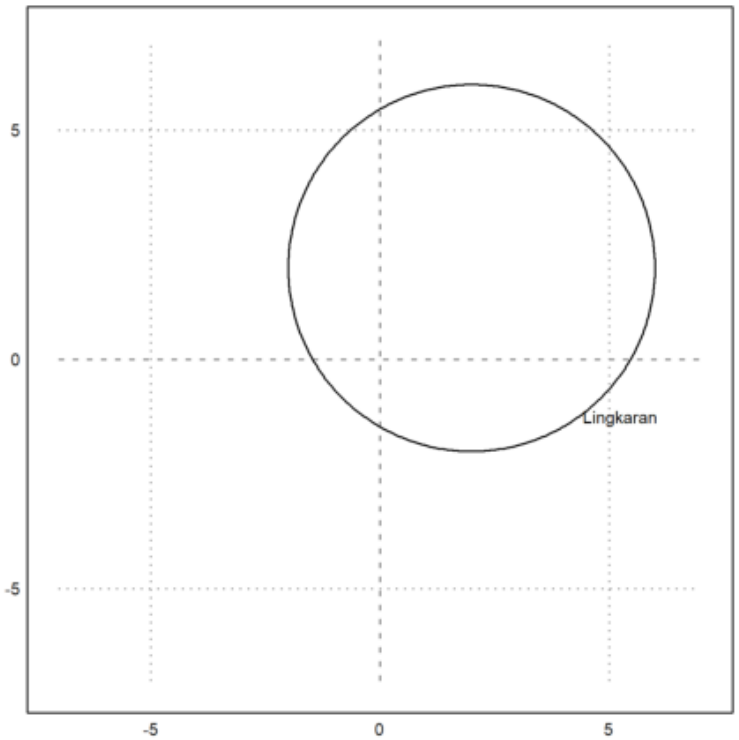

```
>plotPoint([7,4],"A");
>load geometry;
>setPlotRange(0,10,0,10);
>plotPoint([7,4],"A"):
```



Misalkan kita ingin menggambar lingkaran dengan pusat (2,2) dan jari-jari 4. Jika kita tidak memperluas bidang koordinat, maka bagian lingkaran akan hilang dari tampilan. Tetapi jika kita memilih setPlotRange(7), lingkaran tersebut akan terlihat sepenuhnya karena wilayah -7 hingga 7 pada x dan y sudah mencakup keseluruhan diameternya.

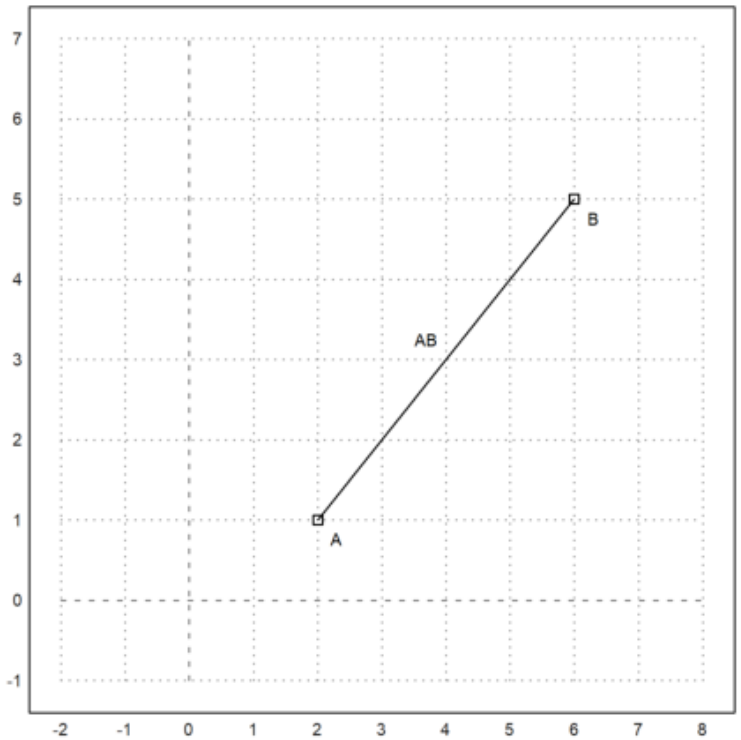
Format EMT-nya:

```
>setPlotRange(7);
>P=[2,2];
>c = circleWithCenter(P,4);
>plotCircle(c,"Lingkaran"):
```



Berikut ini contoh lengkap cara menggunakan setPlotRange mulai dari mempersiapkan modul, menentukan bidang tampilan, hingga menggambar objek geometri.

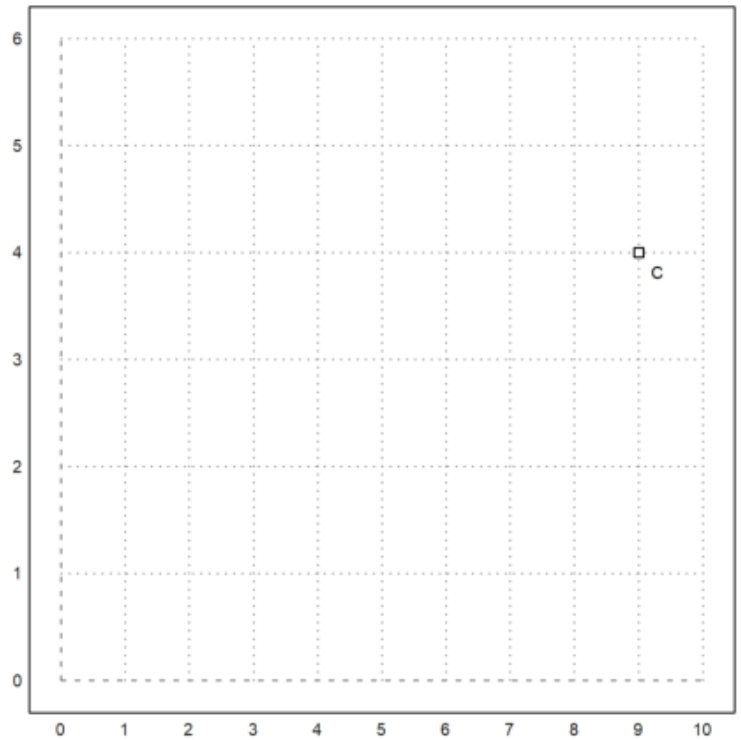
```
>load geometry;
>// tahap 1: atur bidang koordinat
>setPlotRange(-2,8,-1,7);
>// tahap 2: definisikan titik
>A=[2,1];
>B=[6,5];
>// tahap 3: tampilkan objek
>plotPoint(A,"A");
>plotPoint(B,"B");
>plotSegment(A,B,"AB"):
```




```
>//Hasil: titik A dan B muncul dengan jelas dan garis AB terhubung tanpa terpotong.
```

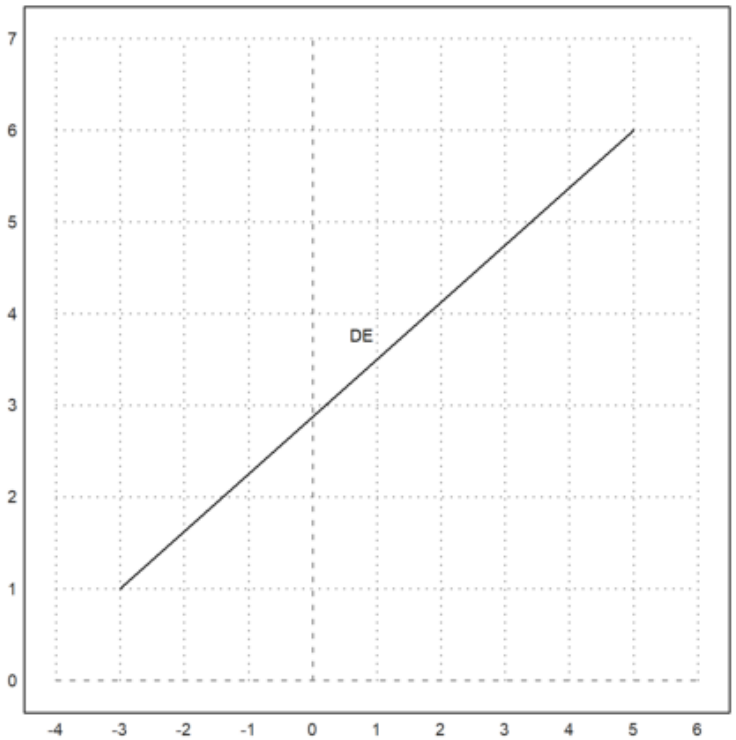
Soal 1:
Gambar titik C(9,4). Tentukan setPlotRange yang sesuai.
Pembahasan:
x = 9 -> perlu x_max >= 9
y = 4 -> perlu y_max >= 4
tak perlu negatif -> cukup 0 sampai 10

```
>load geometry;
>setPlotRange(0,10,0,6);
>plotPoint([9,4],"C"):
```



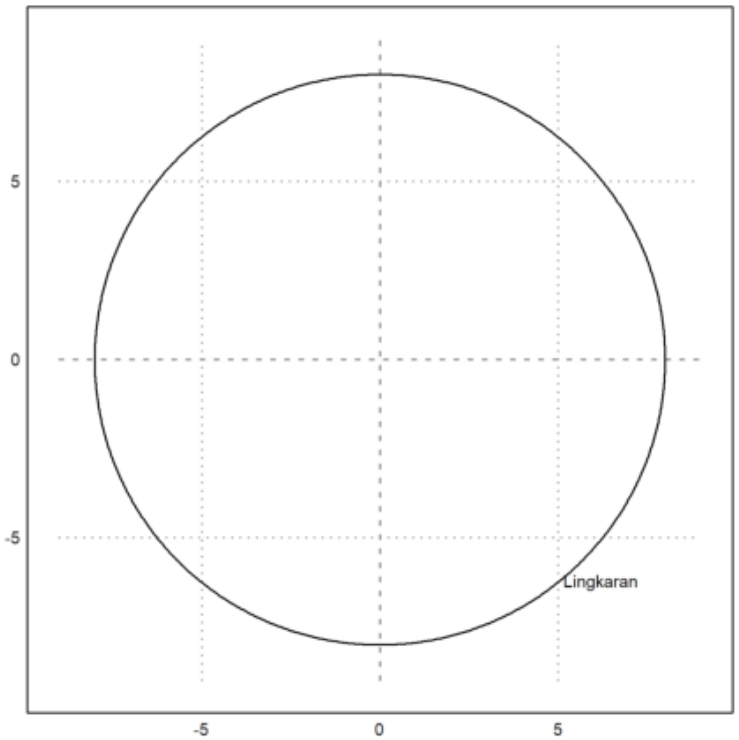
Soal 2:
Gambarlah ruas garis antara D(-3,1) dan E(5,6).
Atur bidang koordinat terlebih dahulu.
Pembahasan:
x_min <= -3 -> pakai -4
x_max >= 5 -> pakai 6
y_min <= 1 -> pakai 0
y_max >= 6 -> pakai 7

```
>load geometry;
>setPlotRange(-4,6,0,7);
>D=[-3,1]; E=[5,6];
>plotSegment(D,E,"DE"):
```



Soal 3:
Tampilkan lingkaran pusat (0,0) dan jari-jari 8.
Tentukan setPlotRange yang paling efisien.
Pembahasan:
Lingkaran mencapai -8 sampai 8 -> gunakan rentang simetris
pilih setPlotRange(9) agar ada ruang sedikit

```
>load geometry;
>setPlotRange(9);
>c=circleWithCenter([0,0],8);
>plotCircle(c,"Lingkaran"):
```



Menggambar Objek Geometri

```
>load geometry
```

```
  Numerical and symbolic geometry.
```

```
>setPlotRange(-5,5,-5,5)
```

```
  [-5,  5,  -5,  5]
```

```
>A=[-3,-2]; plotPoint(A,"A")
>B=[2,-2]; plotPoint(B,"B")
>C=[4,2]; plotPoint(C,"C")
>D=[-1,2]; plotPoint(D,"D")
>plotSegment(A,B,"a")
>plotSegment(B,C,"b")
>plotSegment(C,D,"c")
>plotSegment(D,A,"d")
>h=perpendicular(D,lineThrough(A,B))
```

```
  [-5,  0,  5]
```

```
>F=lineIntersection(h,lineThrough(A,B))
```

```
  [-1,  -2]
```

```
>plotPoint(F,value=1)
>aspect(1); plotSegment(D,F)
>g=lineThrough(A,B); plotLine(g,"g")
>c=circleWithCenter(D,1); plotCircle(c,"Lingkaran")
>setPlotRange(6)
```

```
  [-6,  6,  -6,  6]
```

```
>A=[-1,0]; plotPoint(A,"A")
>B=[1,0]; plotPoint(B,"B")
>function d2(x,y):=sqrt((x-A[1])^2+(y-A[2])^2)
>function d3(x,y):=d2(x,y)+sqrt((x-B[1])^2+(y-B[2])^2)
>fcontour("d3",xmin=-2,xmax=2,ymin=-2,ymax=2,hue=1)
>function h(x,y):=abs(sqrt((x-A[1])^2+(y-A[2])^2)-sqrt((x-B[1])^2+(y-B[2])^2))
>fcontour("h",xmin=-3,xmax=3,ymin=-3,ymax=3,hue=1)
```

Menentukan Titik Tengah Suatu Ruas Garis

Menentukan titik tengah suatu ruas garis adalah mencari koordinat titik yang berada tepat di tengah-tengah antara dua titik ujung garis tersebut.

Pengertian Titik Tengah Suatu Ruas Garis

Titik tengah suatu ruas garis adalah titik yang membagi ruas garis tersebut menjadi dua bagian yang sama panjang. Jika sebuah ruas garis memiliki dua ujung, maka titik tengah terletak tepat di antara kedua ujung tersebut.

Misalnya, ruas garis AB memiliki titik ujung A dan B. Titik tengahnya misalkan M, titik pada AB yang memenuhi:

$$A\bar{M} = \bar{M}B.$$

Titik Tengah pada Garis Bilangan (Satu Dimensi)

Jika A dan B adalah dua titik pada garis bilangan dengan koordinat:

$$A(x_1) \quad \text{dan} \quad B(x_2).$$

maka koordinat titik tengah dapat dicari dengan rumus:

$$M = \frac{x_1 + x_2}{2}.$$

Artinya, koordinat titik tengah adalah rata-rata dari kedua koordinat ujungnya.
Langkah-langkah menentukan titik tengah pada Garis Bilangan (satu dimensi):

```
>\\Definisikan titik A dan B
```

```
  Syntax error in expression, or unfinished expression!
  Error in:
  \\Definisikan titik A dan B ...
  ^
```

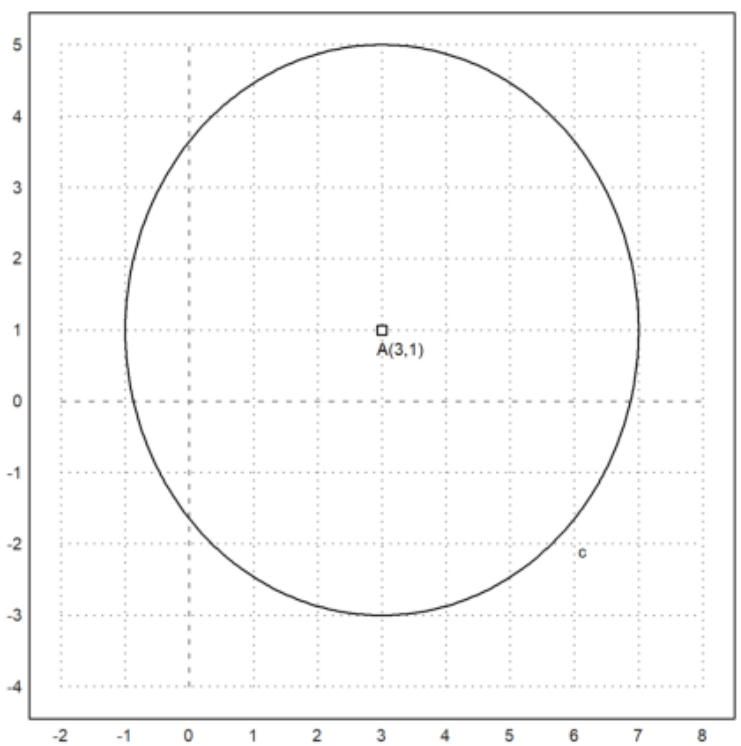
```
>A=x1
```

```
  1
```

```
>B=x2
```

```
  -1
```

```
>//Gunakan rumus titik tengah
>M=(A + B)/2:
```



Ruas garis AB terletak pada garis bilangan. Titik A berada pada koordinat -5 dan titik B berada pada koordinat 13. Tentukan koordinat titik tengah M dari ruas garis AB.
Penyelesaian:

```
>A=-5
```

```
  -5
```

```
>B=13
```

```
  13
```

```
>M=(A + B)/2;
>print(M)
```

```
        4.00
```

```
>
```

Titik Tengah pada Bidang Koordinat (Dua Dimensi)

Jika kedua ujung ruas garis berada di bidang koordinat dengan titik:

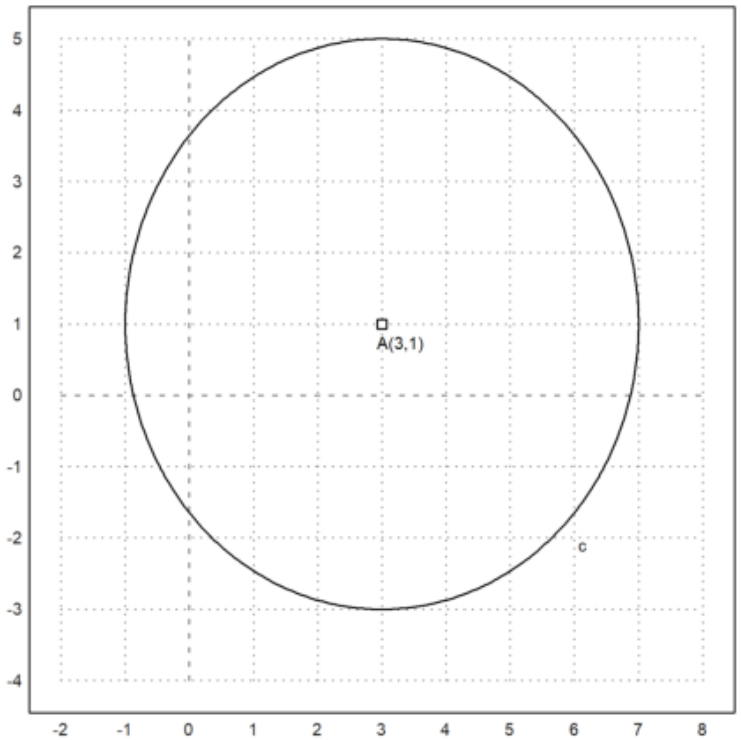
$$A(x_1, y_1) \quad \text{dan} \quad B(x_2, y_2).$$

maka rumus titik tengah M(x_m,y_m) adalah:

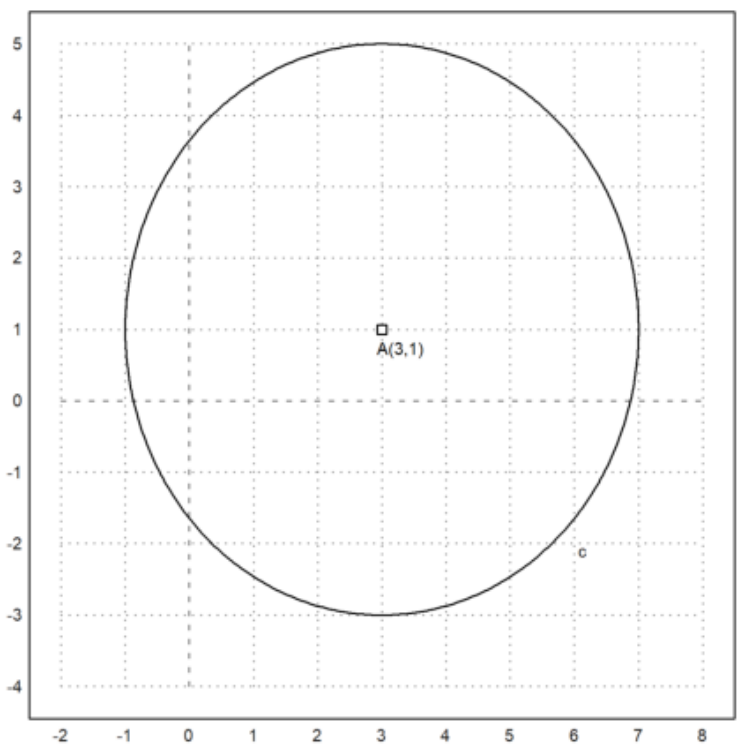
$$M(x_m, y_m) = (\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}).$$

Dengan kata lain, setiap koordinat titik tengah adalah rata-rata dari koordinat yang bersesuaian pada kedua ujung ruas garis.
Langkah-langkah menentukan Titik Tengah pada Bidang Koordinat (Dua Dimensi)

```
>//Definisikan koordinat titik ujung
>x1=nilai x1
>y1=nilai y1
>x2=nilai x2
>y2=nilai y2
>//Hitung Koordinat Titik Tengah M(xm,ym)
>Mx=(x1 + x2)/2:
```




```
>My=(y1 + y2)/2:
```



```
>
>
```

Contoh Soal dan Pembahasan

Diberikan ruas garis PQ pada bidang koordinat yang menghubungkan titik P(1, 7) dan Q(9, 3). Tentukan koordinat titik tengah M dari ruas garis PQ. Buatlah visualisasi grafik ruas garis PQ beserta titik ujung P dan Q, serta titik tengah M, menggunakan sintaks Maxima yang tersedia.

```
>x1=1
```

```
  1
```

```
>y1=7
```

```
  7
```

```
>x2=9
```

```
  9
```

```
>y2=3
```

```
  3
```

```
>Mx=(x1 + x2)/2
```

```
  5
```

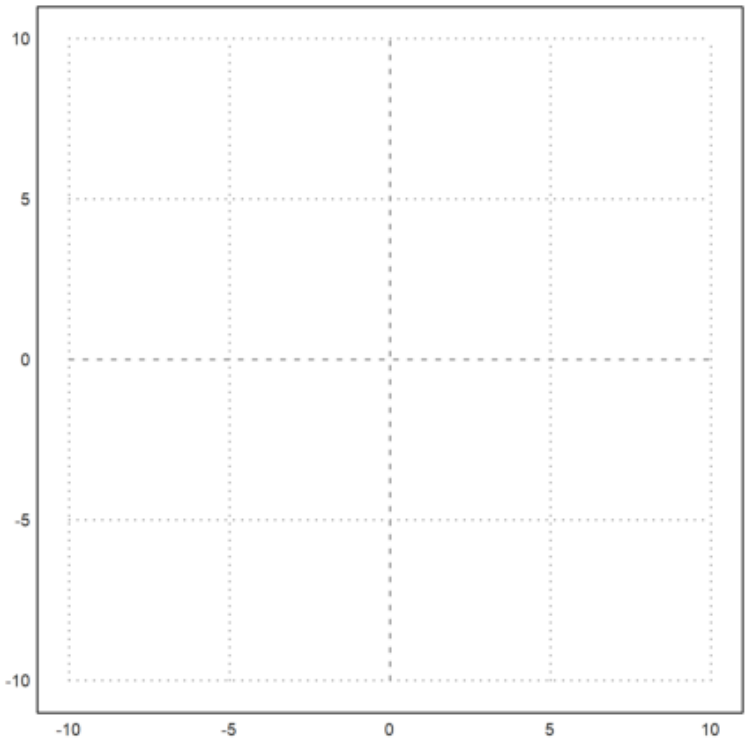
```
>My=(y1 + y2)/2
```

```
  5
```

```
>load geometry
```

```
  Numerical and symbolic geometry.
```

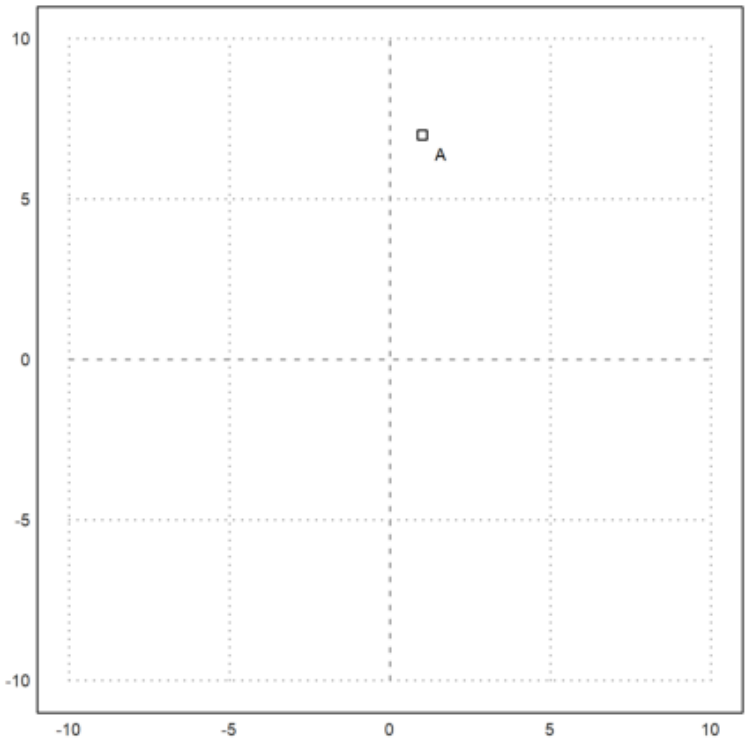
```
>setPlotRange(10):
```



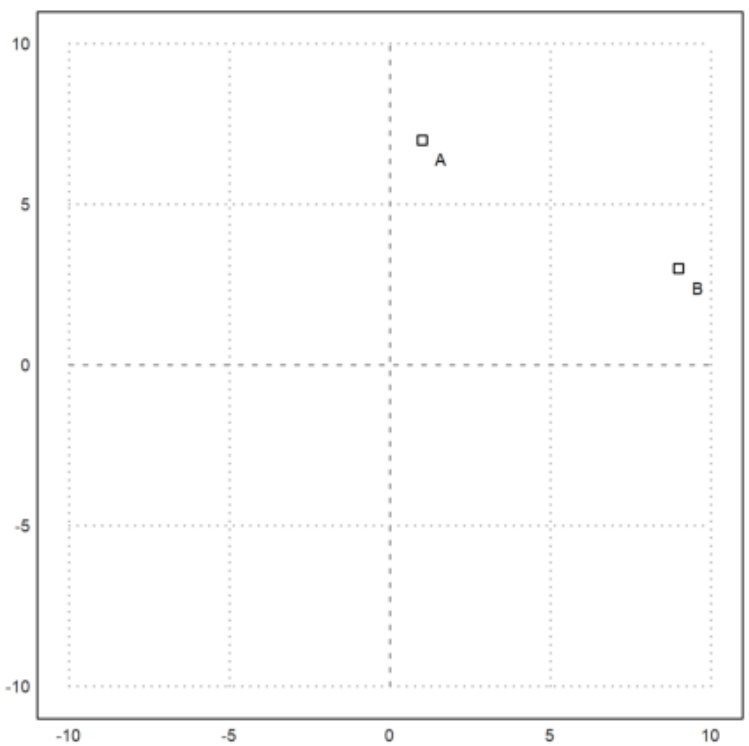

```
>A=[1, 7]; B=[9 ,3]; M=[5,5]
```

```
  [5,  5]
```

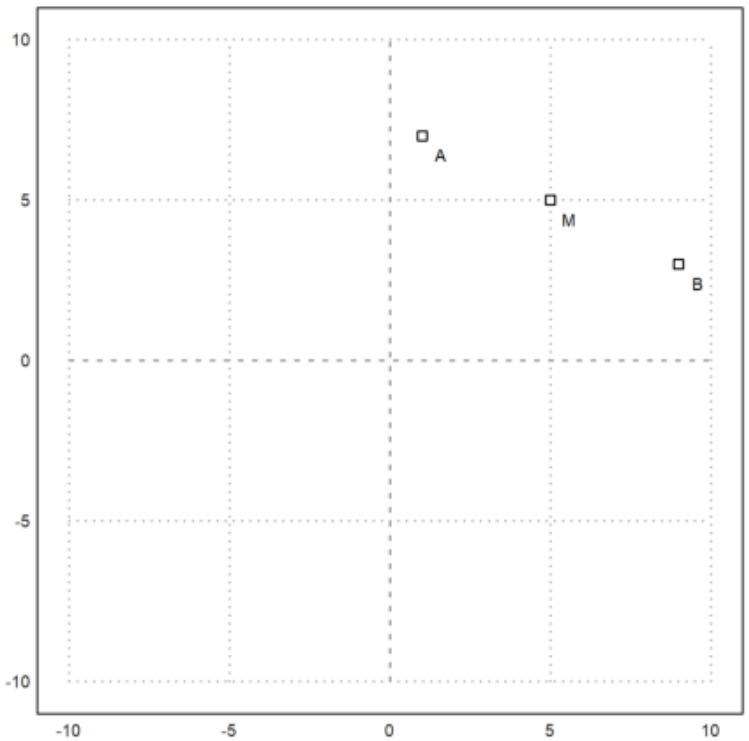
```
>plotPoint(A,"A"):
```



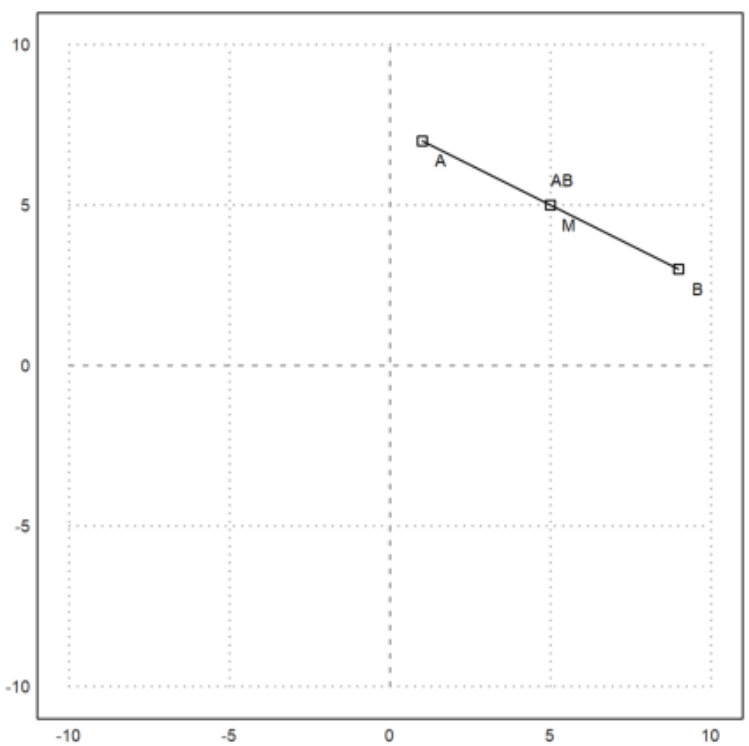

```
>plotPoint(B,"B"):
```



```
>plotPoint(M,"M"):
```




```
>plotSegment(A,B):
```



```
>
```

Titik Tengah dalam Ruang (Tiga Dimensi)

Jika ruas garis terletak di ruang tiga dimensi, dengan:

$$A(x_1, y_1, z_1) \quad \text{dan} \quad B(x_2, y_2, z_2).$$

maka rumus titik tengahnya:

$$M(x_m, y_m, z_m) = (\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2}).$$

Contoh Soal

Ruas garis PQ terletak dalam ruang tiga dimensi. Titik-titik ujungnya adalah P(4, -2, 1) dan Q(-8, 6, 5). Tentukanlah koordinat titik tengah M dari ruas garis PQ.

```
>Px=4
```

```
  4
```

```
>Py=-2
```

```
  -2
```

```
>Pz=1
```

```
  1
```

```
>Qx=-8
```

```
  -8
```

```
>Qy=6
```

```
  6
```

```
>Qz=5
```

```
  5
```

```
>Mx=(Px + Qx)/2
```

```
  -2
```

```
>My=(Py + Qy)/2
```

```
  2
```

```
>Mz=(Pz + Qz)/2
```

```
  3
```

```
>
```

Menentukan Titik Potong Dua Garis

Definisi

Titik potong dua garis adalah koordinat unik (x, y) yang merupakan solusi bersama dari sistem persamaan linear yang merepresentasikan kedua garis tersebut. Secara grafis, titik ini adalah tempat kedua garis bertemu di bidang Kartesius.

Dua garis, g1 dan g2, dapat berpotongan hanya jika gradien (m) keduanya berbeda (m1 tidak sama dengan m2). Jika gradiennya sama, garis-garis tersebut sejajar atau berhimpit.

Metode Aljabar

Jika ada garis g1 dan g2, maka titik potong (x,y) adalah titik yang memenuhi persamaan:

$$g : a_1x + b_1y = c_1$$

dan

$$k : a_2x + b_2y = c_2$$

Metode penyelesaian utama adalah:
1. Subtitusi: Mengubah salah satu persamaan menjadi bentuk y=... atau x=..., kemudian menggantikan ekspresi tersebut ke persamaan yang lain.
2. Eliminasi: Menyamakan koefisien salah satu variabel, lalu menjumlahkan atau mengurangkan kedua persamaan untuk menghilangkan variabel tersebut.

Contoh soal:

Tentukan koordinat titik potong K dari dua garis lurus yang didefinisikan oleh persamaan berikut:

$$g : 2x + 3y = 13$$

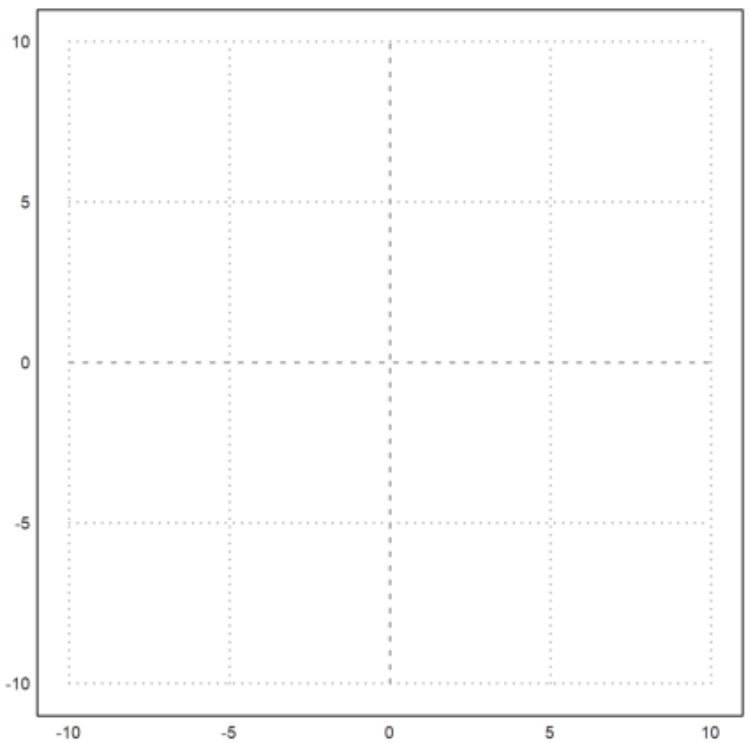
$$k : 4x - y = 5$$

Penyelesaian:

```
>load geometry
```

```
  Numerical and symbolic geometry.
```

```
>setPlotRange(10):
```




```
>//Definisikan titik ujung pada garis g
>xg=13/2
```

```
  6.5
```

```
>yg=13/3
```

```
  4.33333333333
```

```
>//Definisikan titik ujung pada garis k
>xk=5/4
```

```
  1.25
```

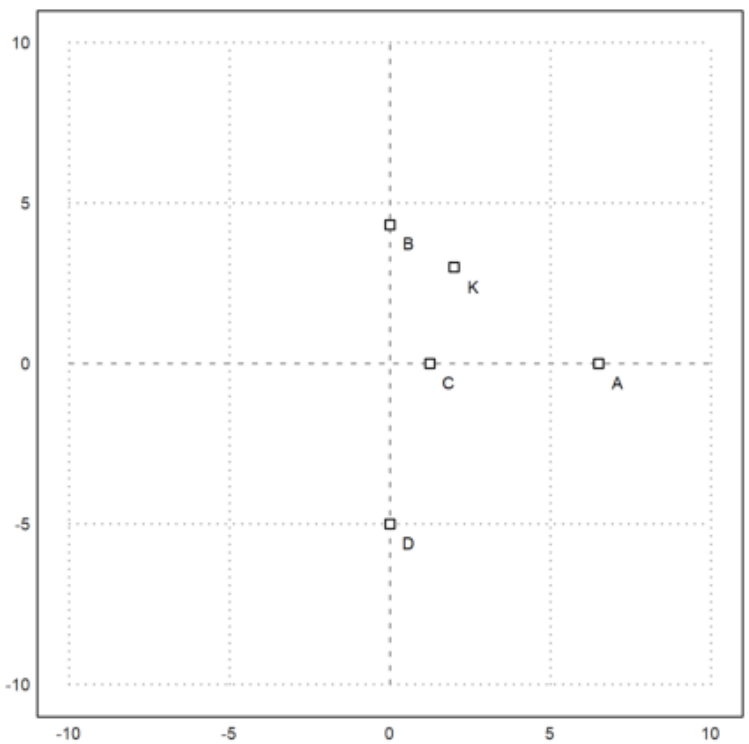
```
>xy=-5
```

```
  -5
```

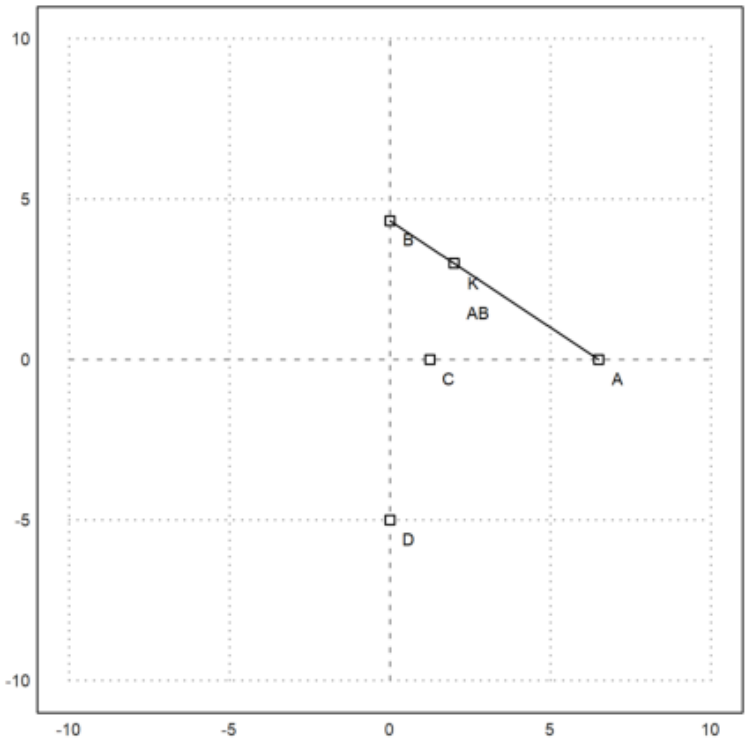
```
>A=[xg,0], B=[0,yg], C=[xk,0], D=[0,xy], K=[2,3];
```

```
  [6.5,  0]
  [0,  4.33333]
  [1.25,  0]
  [0,  -5]
```

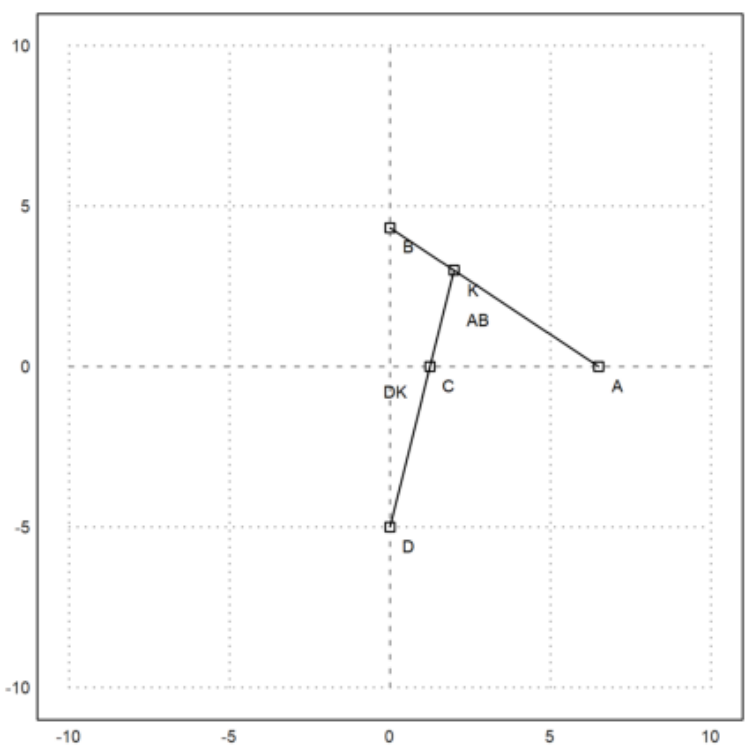
```
>plotPoint(A,"A"); plotPoint(B,"B"); plotPoint(C,"C"); plotPoint(D,"D"); plotPoint(K,"K"):
```




```
>plotSegment(A,B):
```




```
>plotSegment(D,K):
```



Menentukan Titik Potong Garis dan Lingkaran

Pengertian Titik Potong Garis dan Lingkaran

Titik potong garis dan lingkaran adalah titik atau titik-titik di mana sebuah garis memotong atau menyinggung lingkaran.
Titik tersebut memenuhi persamaan garis dan persamaan lingkaran secara bersamaan.
Dengan kata lain, titik potong adalah koordinat (x, y) yang terletak di lingkaran sekaligus di garis.

Persamaan Umum Lingkaran

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

dengan:
- (a,b): pusat lingkaran
- r : jari-jari lingkaran

Persamaan Umum Garis

$$y=mx+c$$

dengan:
- m : gradient garis
- c : konstanta

Langkah-langkah Menentukan Titik Potong Garis dan Lingkaran

1) Definisikan persamaan lingkaran dan garis
2) Substitusi atau gunakan perintah
3) Menampilkan hasil titik potong
4) Membuat plot garis dan lingkaran

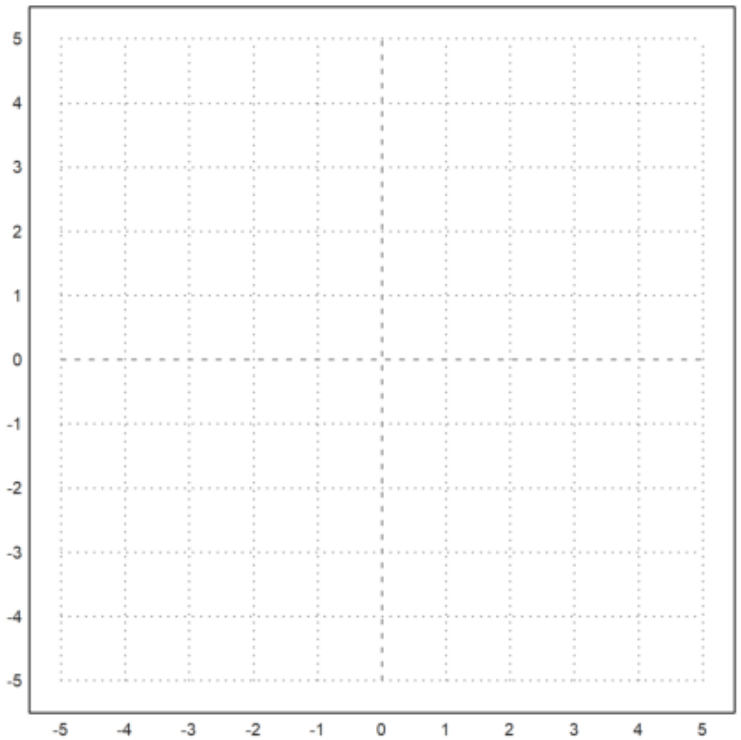
Contoh soal dan Pembahasan

Tentukan koordinat titik-titik potong P1 dan P2 dari garis l dan lingkaran c jika:
a) Garis l melalui titik B(1, 2) dan C(2, 1).
b) Lingkaran c memiliki pusat di titik A(1, 0) dan jari-jari r=4.
Penyelesaian:

```
>load geometry
```

```
  Numerical and symbolic geometry.
```

```
>setPlotRange(5):
```




```
>//Definisikan titik A (pusat lingkaran)
>A=[1, 0]
```

```
  [1,  0]
```

```
>//Definisikan Lingkaran c (Pusat A, r=4)
>c=circleWithCenter(A, 4)
```

```
  [1,  0,  4]
```

```
>//Definisikan titik B dan C untuk garis
>B=[1, 2]
```

```
  [1,  2]
```

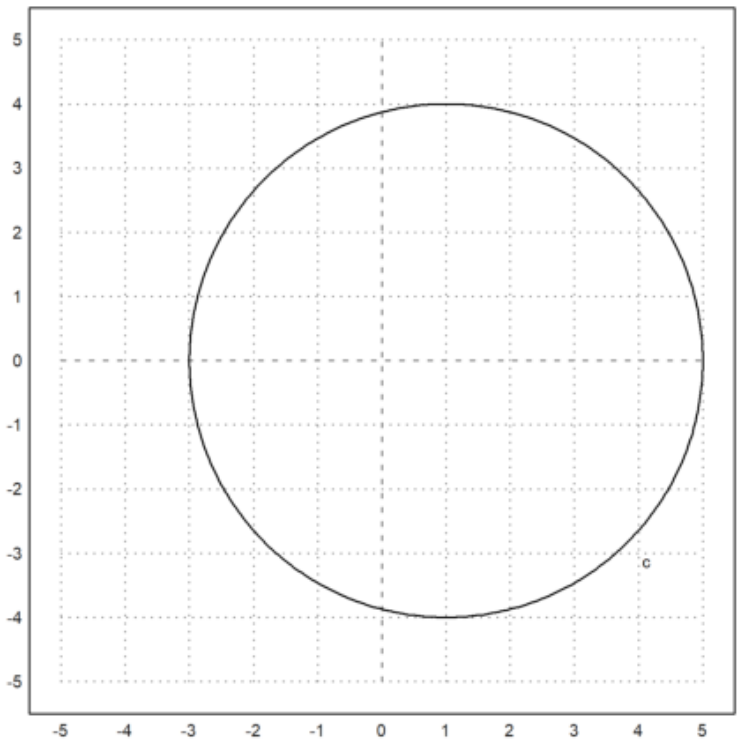
```
>C=[2, 1]
```

```
  [2,  1]
```

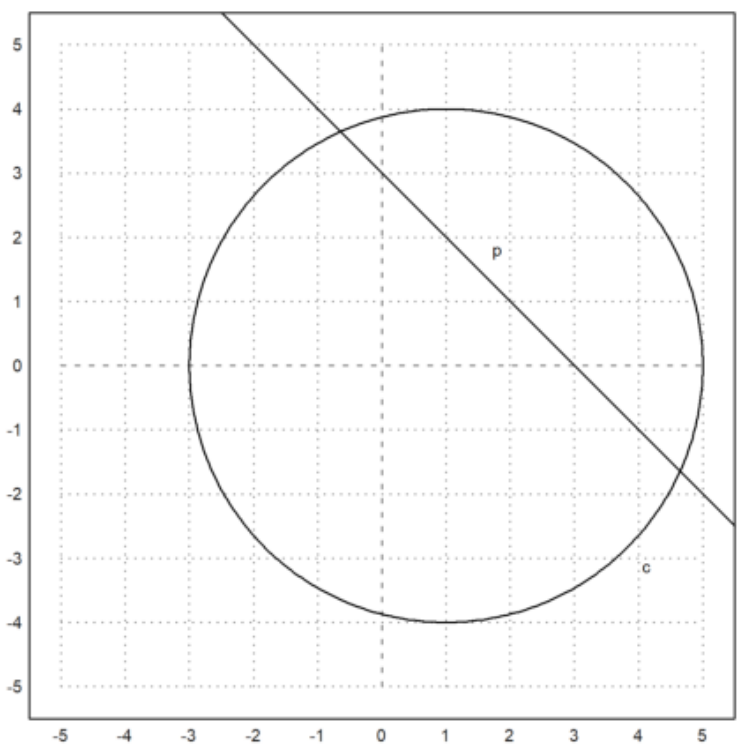
```
>//Definisikan Garis l yang melalui B dan C
>l=lineThrough(B, C)
```

```
  [1,  1,  3]
```

```
>plotCircle(c):
```



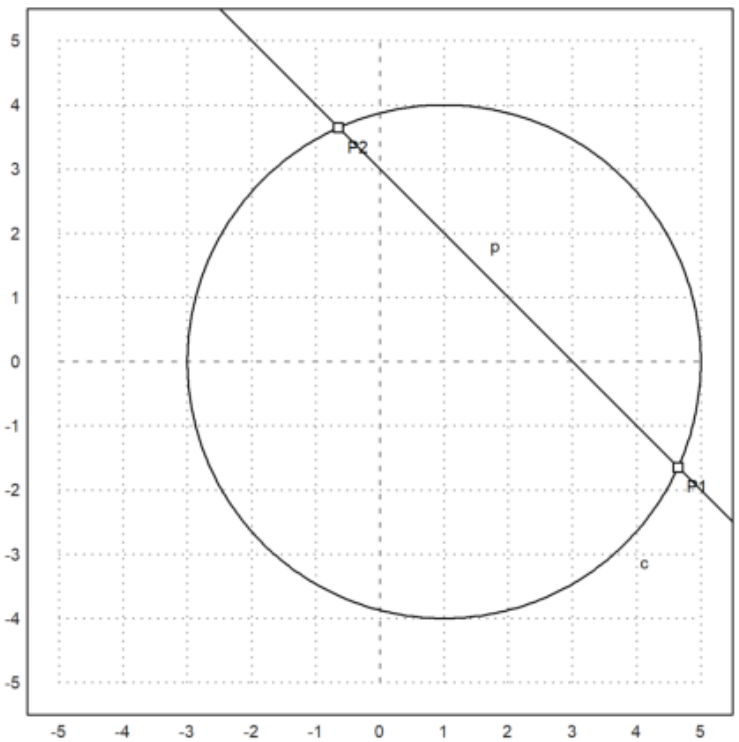

```
>plotLine(l):
```



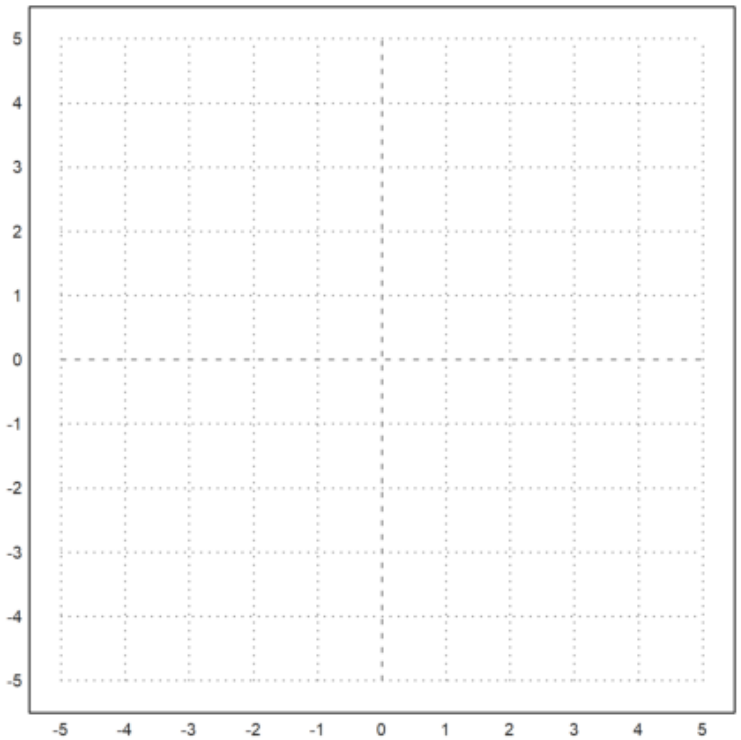
```
>{P1,P2,f}=lineCircleIntersections(l,c);
>P1, P2,
```

```
  [4.64575,  -1.64575]
  [-0.645751,  3.64575]
```

```
>plotPoint(P1); plotPoint(P2):
```




```
>setPlotRange(5):
```



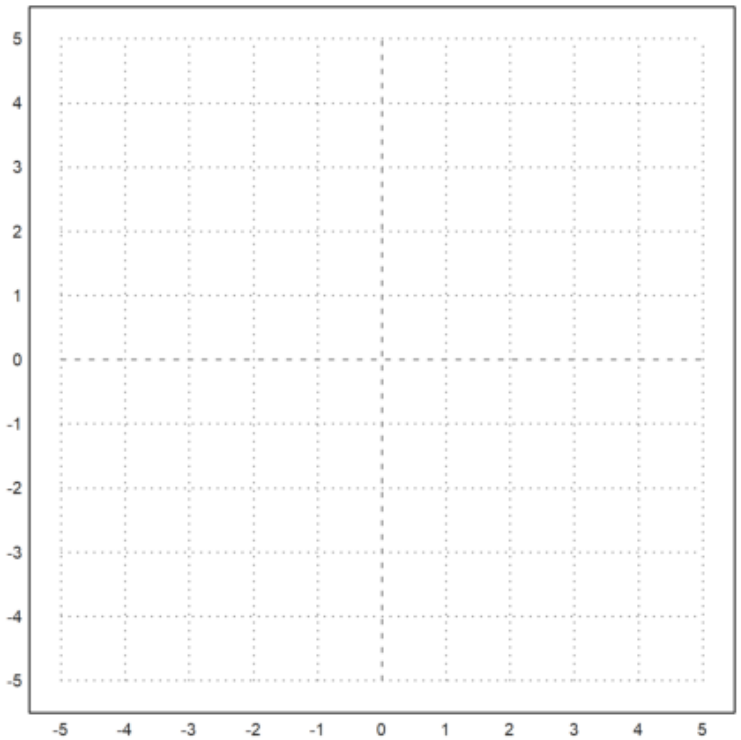

```
>b&=[3, 0]; c&=[1.5, 4];
>bc&=lineThrough(b,c)
```

[- 4, - 1.5, - 12.0]

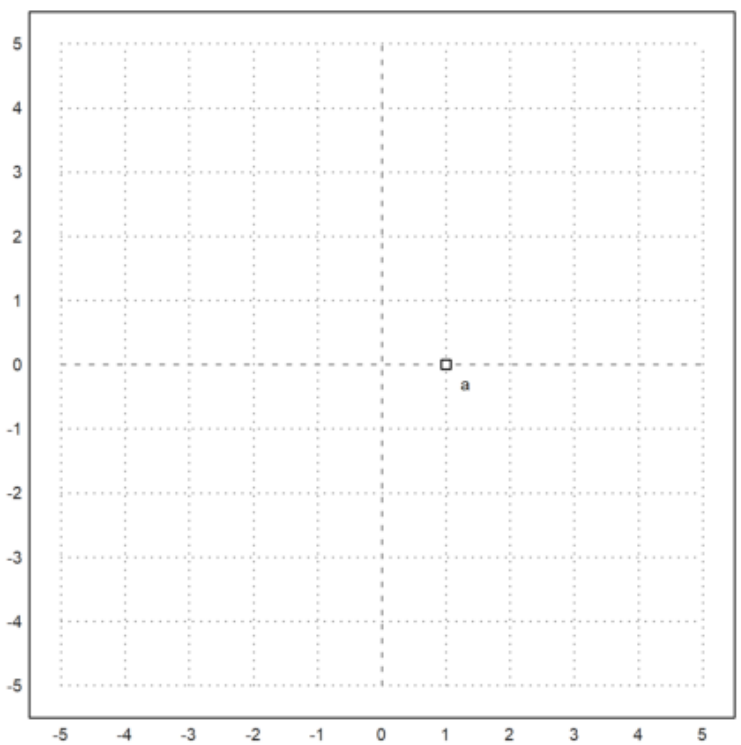
```
>$getLineEquation(bc,x,y), $solve(%,y) | expand:
```

$$-1.5\,y-4\,x=-12.0$$

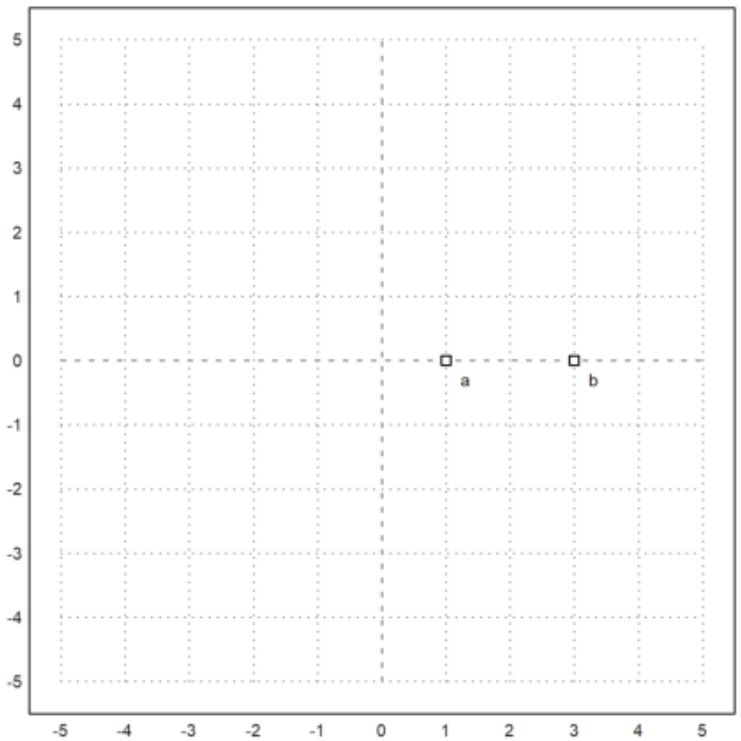
```
>setPlotRange(5):
```



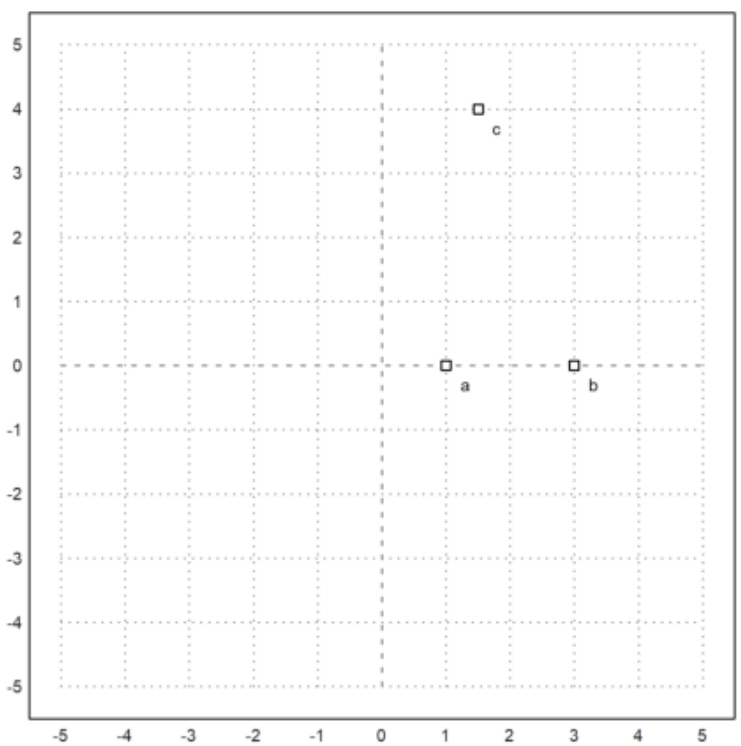

```
>a=[1, 0]; b=[3, 0]; c=[1.5, 4];
>plotPoint(a,"a"):
```



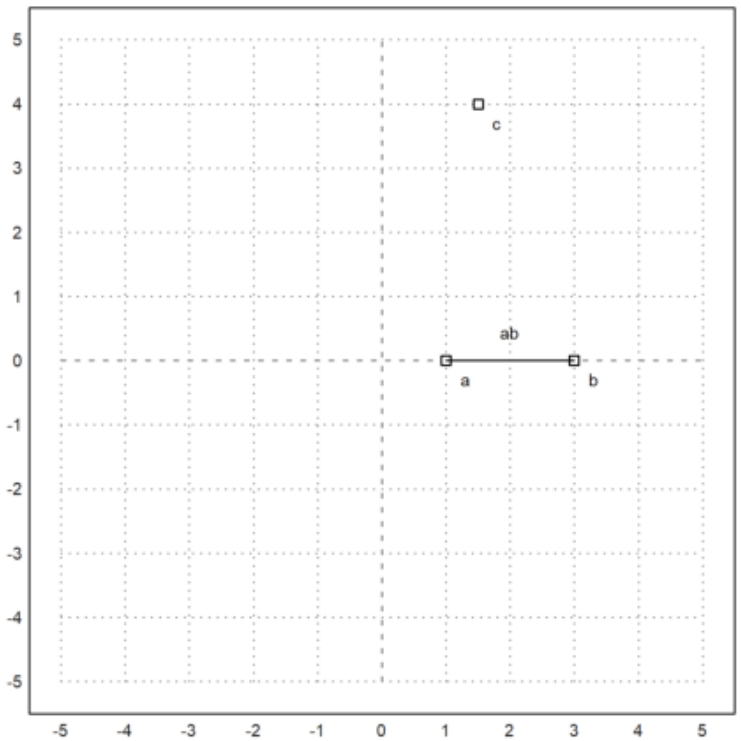
```
>plotPoint(b,"b"):
```



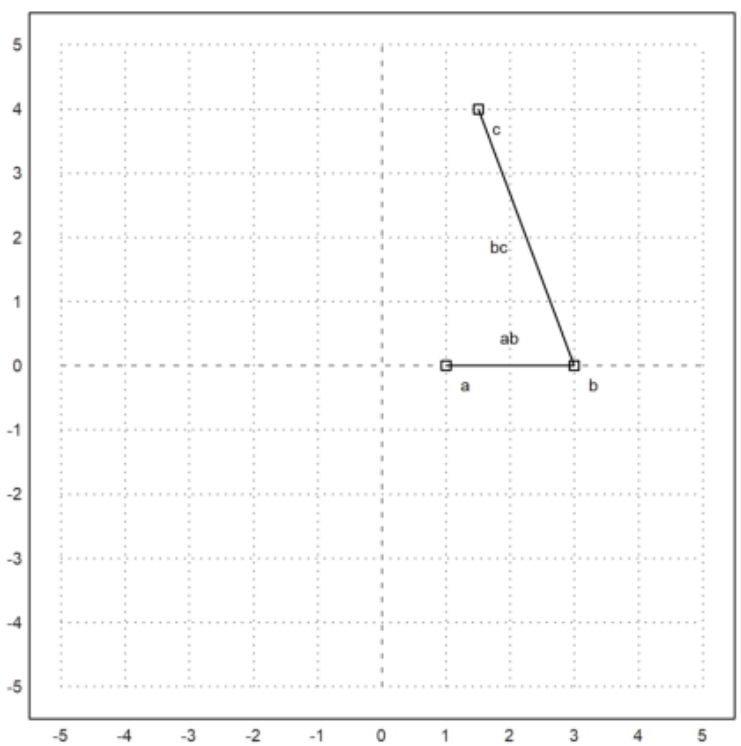

```
>plotPoint(c,"c"):
```



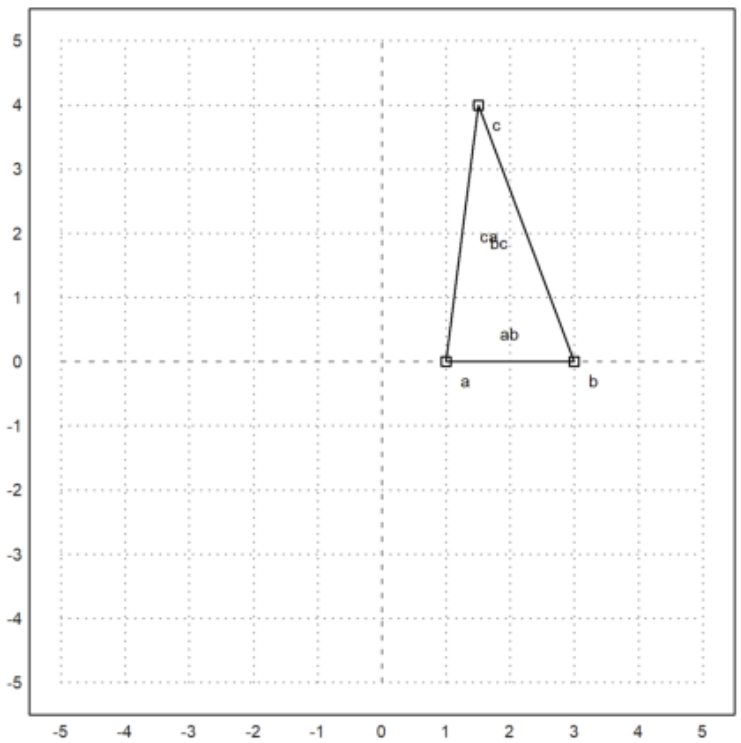
```
>plotSegment(a,b):
```




```
>plotSegment(b,c):
```



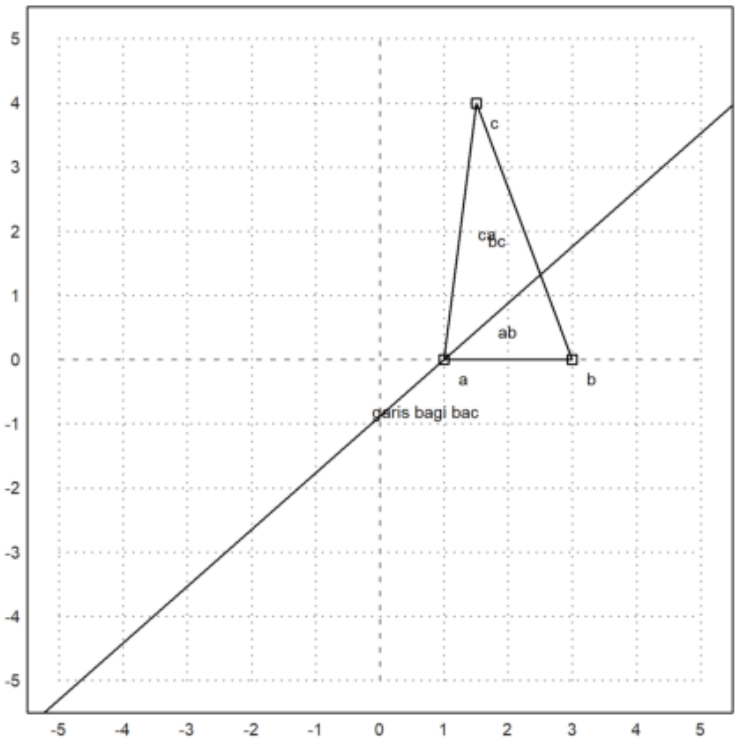
```
>plotSegment(c,a):
```




```
>sudutbac=deg(computeAngle(b,a,c))
```

```
  82.8749836511
```

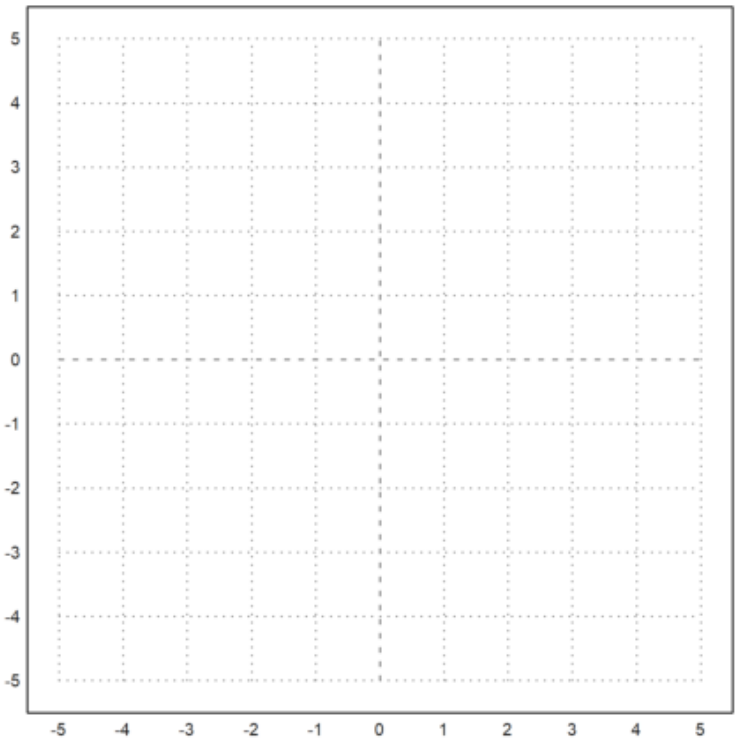
```
>garisbagisudut=angleBisector(b,a,c);
>plotLine(garisbagisudut,"garis bagi bac"):
```



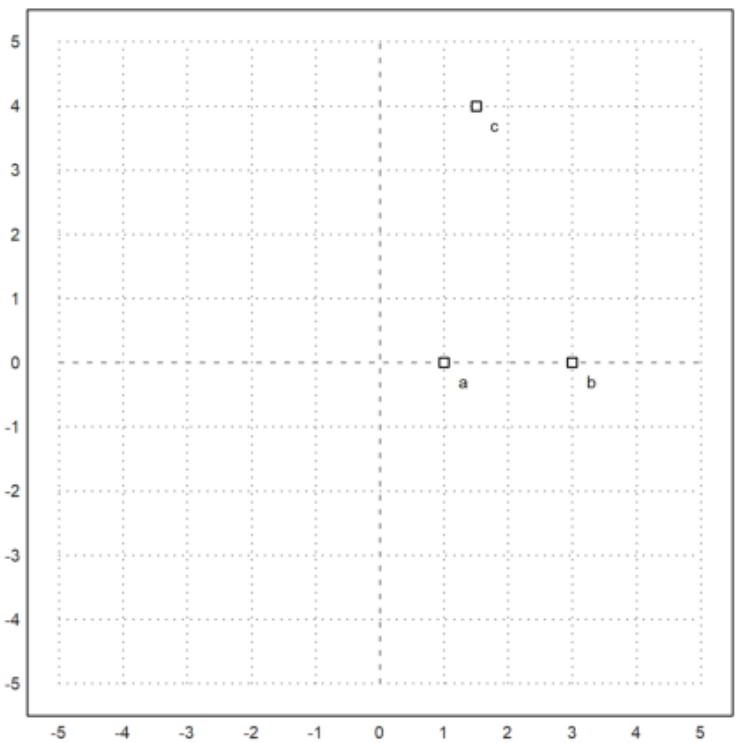

```
>bc=lineThrough(b,c);
>t=lineIntersection(garisbagisudut,bc);
>deg(computeAngle(t,a,b))
```

```
  41.4374918255
```

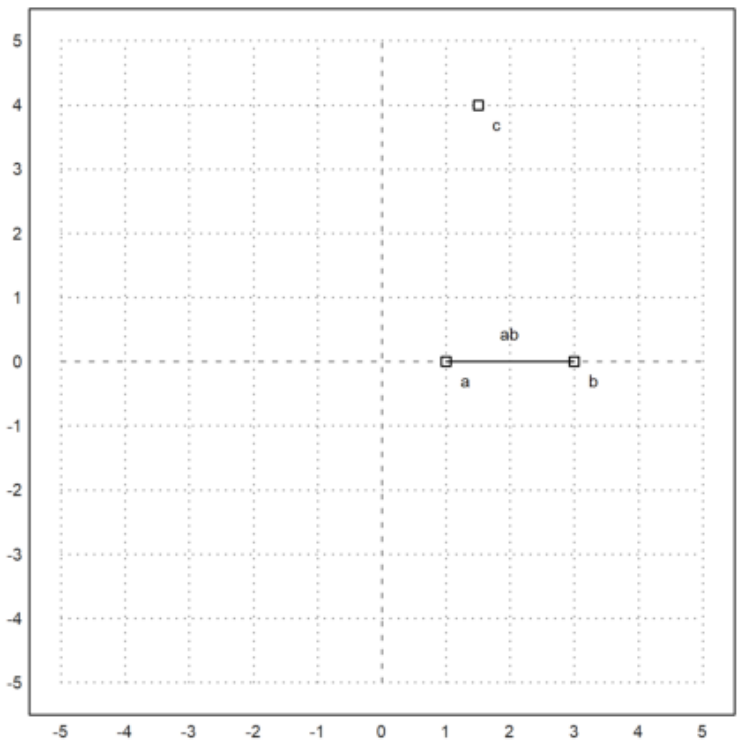
```
>setPlotRange(5):
```



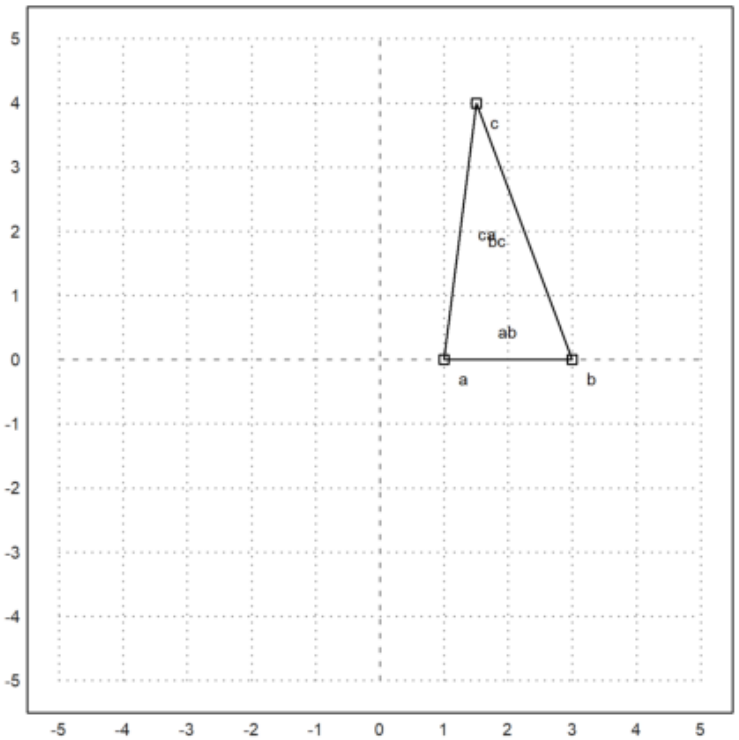

```
>a=[1, 0]; b=[3, 0]; c=[1.5, 4];
>plotPoint(a,"a");
>plotPoint(b,"b");
>plotPoint(c,"c"):
```



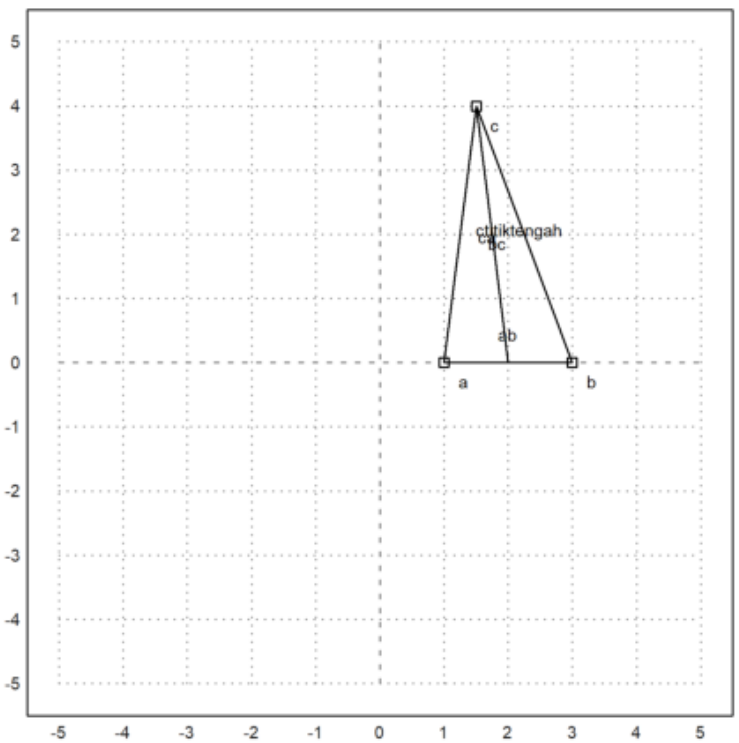
```
>plotSegment(a,b):
```




```
>plotSegment(b,c);
>plotSegment(c,a):
```




```
>garistegaklurus=middlePerpendicular(a,b);
>ab=lineThrough(a,b);
>titiktengah=lineIntersection(ab,garistegaklurus);
>plotSegment(c,titiktengah):
```



```
>distance(c,titiktengah)
```

```
  4.03112887415
```

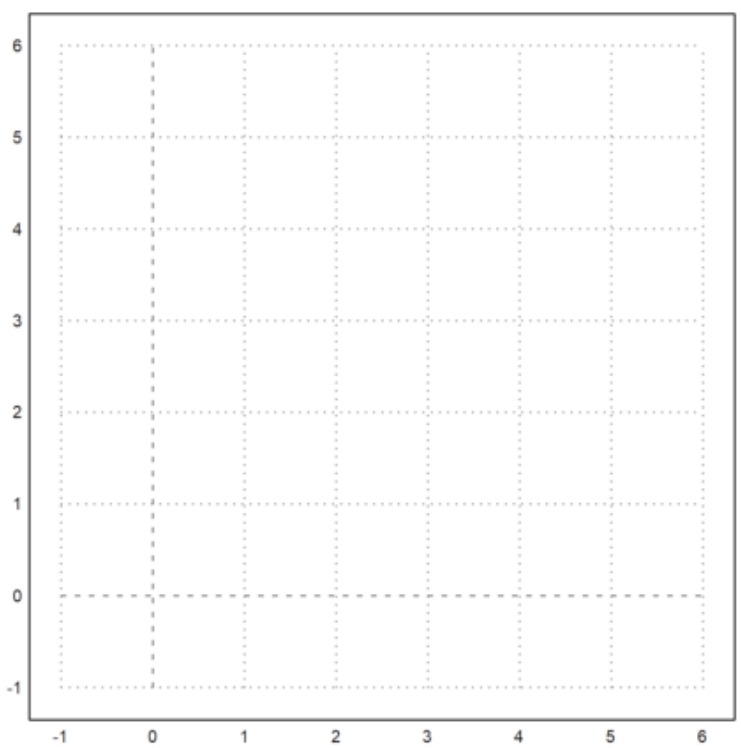
Menentukan titik pusat dan jari-jari lingkaran

```
>load geometry
```

```
  Numerical and symbolic geometry.
```

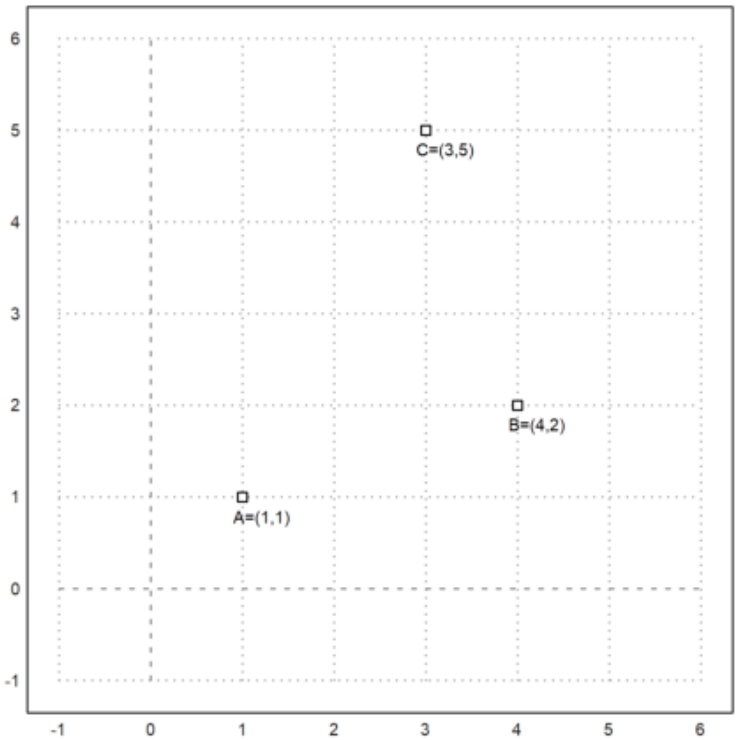
Ketiga baris ini berfungsi untuk mendefinisikan tiga titik koordinat di bidang kartesius

```
>A := [1,1];
>B := [4,2];
>C := [3,5];
>setPlotRange(-1,6,-1,6):
```



Fungsi ini digunakan untuk tampilan batas pada bidang koordinat.

```
>plotPoint(A, value=1); plotPoint(B, value=1); plotPoint(C, value=1):
```



Sintaks ini menampilkan titik ketiga A, B, dan C pada grafik.

```
>c=circleThrough(A,B,C)
```

```
  [2,  3,  2.23607]
```

Fungsi circleThrough(A,B,C) digunakan untuk membuat sebuah lingkaran yang melalui ketiga titik A, B, dan C.

```
>R= getCircleRadius(c)
```

```
  2.2360679775
```

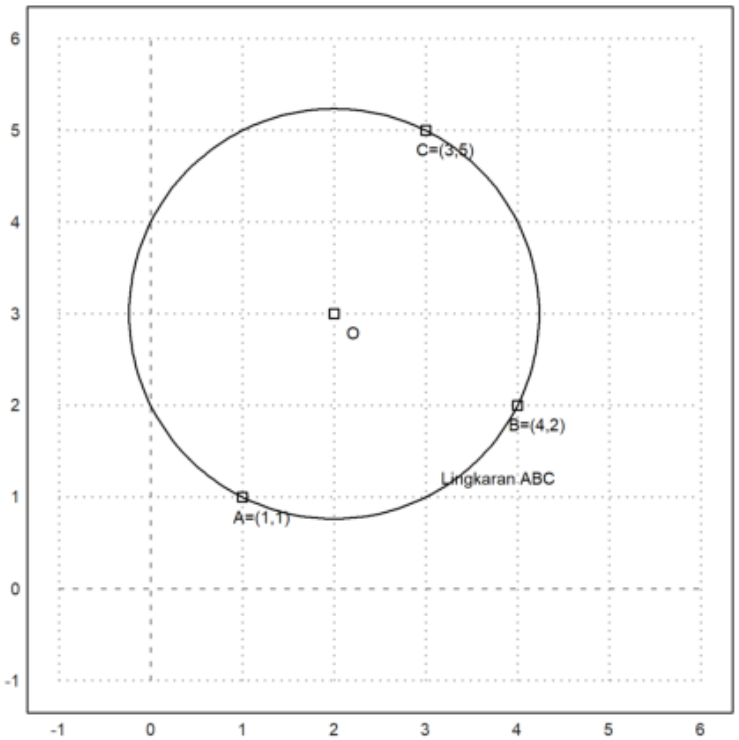
Fungsi getCircleRadius(c) digunakan untuk mengambil nilai jari-jari lingkaran c. Nilai jari-jari ini disimpan dalam variabel R. Jadi R = panjang jari-jari dari lingkaran yang melalui titik A, B, dan C.

```
>O= getCircleCenter(c)
```

```
  [2,  3]
```

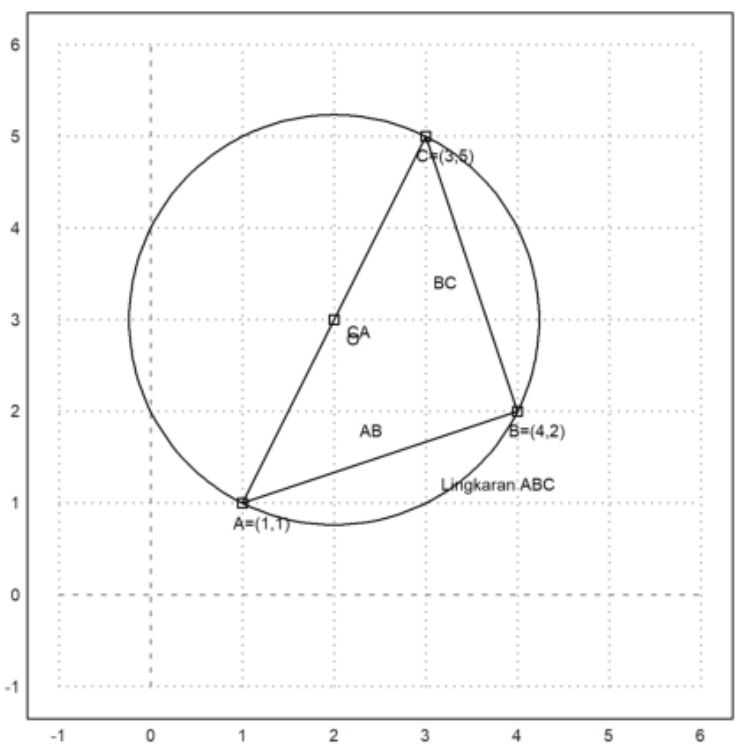
Menampilkan titik pusat O pada bidang koordinat dan memberi label “O” agar terlihat jelas pada gambar.

```
>plotPoint(O,"O");
>plotCircle(c,"Lingkaran ABC"):
```



Fungsi plotCircle() digunakan untuk menampilkan lingkaran berdasarkan data dari c.

```
>plotSegment(A,B); plotSegment(B,C); plotSegment(C,A):
```



Ketiga perintah ini berfungsi menggambar garis-garis penghubung antar titik A, B, dan C, sehingga terbentuk segitiga ABC di dalam lingkaran.

```
>O, R
```

```
  [2,  3]
  2.2360679775
```

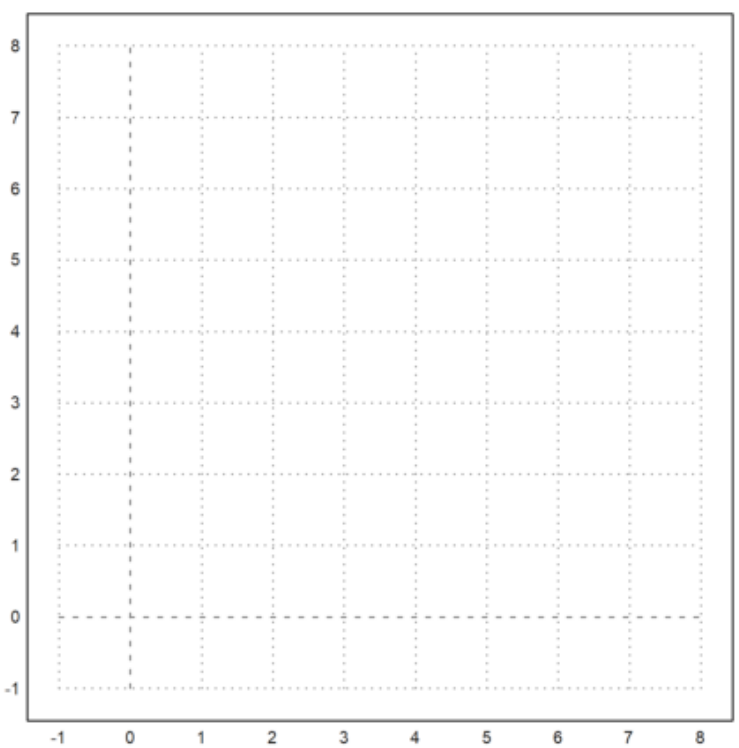
Contoh Soal

Diketahui sebuah lingkaran yang melalui titik-titik berikut :
A(2,1), B(5,3), dan C(4,6)
Tentukan koordinat titik pusat dan jari-jari lingkaran!

```
>A := [2,1];
>B := [5,3];
>C := [4,6];
```

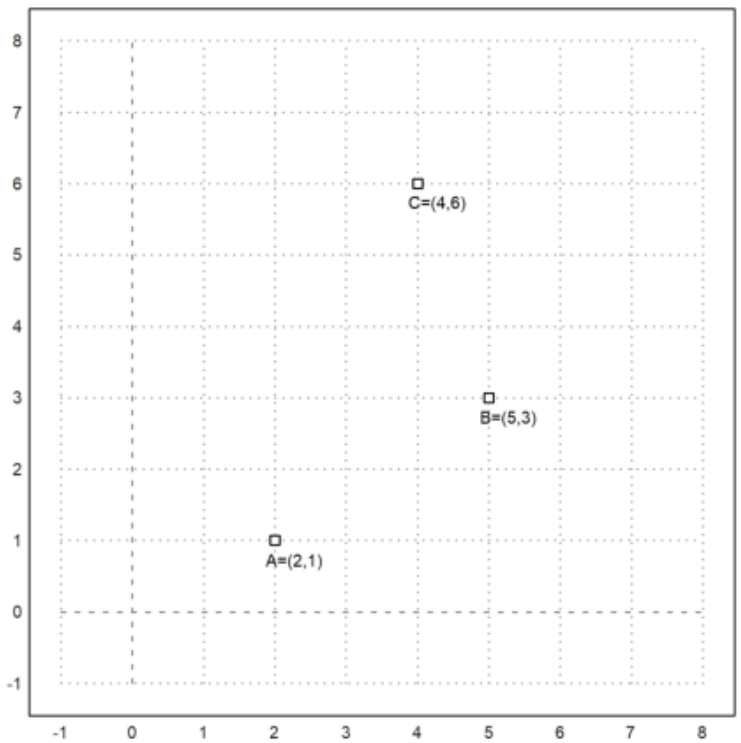
Ketiga fungsi tersebut digunakan untuk mendefinisikan titik koordinat.

```
>setPlotRange(-1,8,-1,8):
```



Fungsi ini digunakan untuk tampilan batas pada bidang koordinat.

```
>plotPoint(A, value=1); plotPoint(B, value=1); plotPoint(C, value=1):
```



Sintaks ini menampilkan titik ketiga A, B, dan C pada grafik.
psi value=1 membuat titik ditandai dan diberi label sehingga mudah dikenali pada tampilan grafik.

```
>c=circleThrough(A,B,C)
```

```
  [2.31818,  3.77273,  2.79092]
```

Fungsi circleThrough(A,B,C) digunakan untuk membuat sebuah lingkaran yang melalui ketiga titik A, B, dan C.

```
>R= getCircleRadius(c)
```

```
  2.79092389691
```

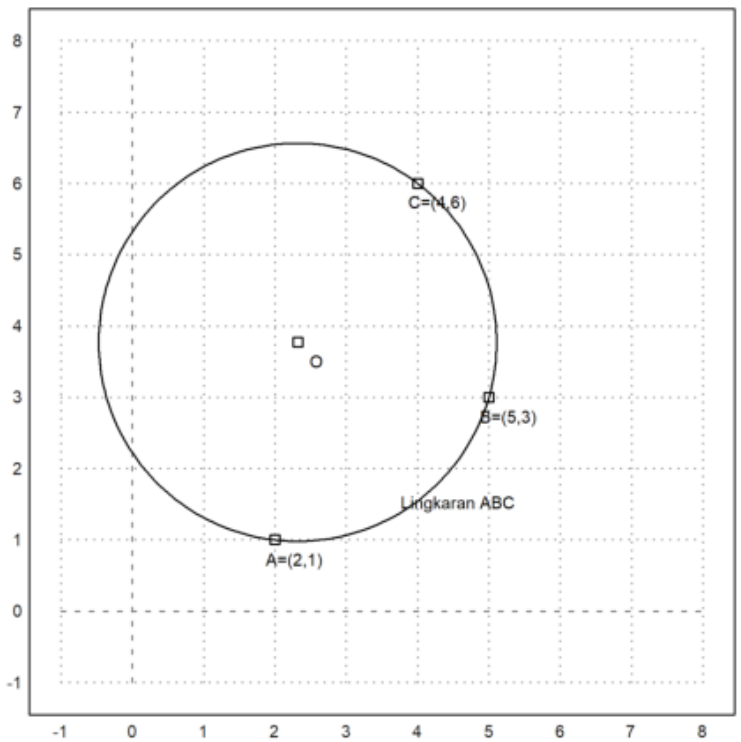
Fungsi getCircleRadius(c) digunakan untuk mengambil nilai jari-jari lingkaran c. Nilai jari-jari ini disimpan dalam variabel R.
Jadi R = panjang jari-jari dari lingkaran yang melalui titik A, B, dan C.

```
>O= getCircleCenter(c)
```

```
  [2.31818,  3.77273]
```

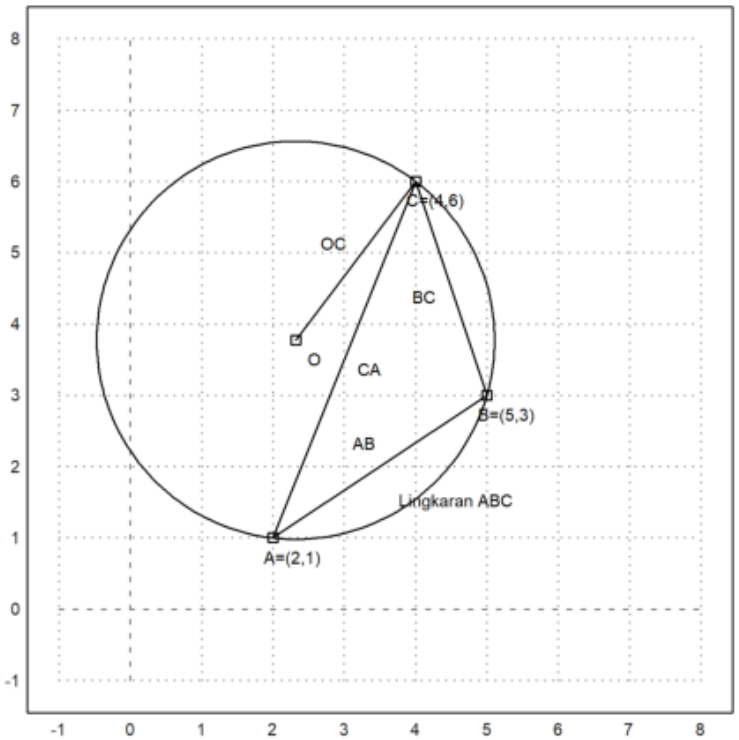
Menampilkan titik pusat O pada bidang koordinat dan memberi label “O” agar terlihat jelas pada gambar.

```
>plotPoint(O,"O");
>plotCircle(c,"Lingkaran ABC"):
```



Fungsi plotCircle() digunakan untuk menampilkan lingkaran berdasarkan data dari c.

```
>plotSegment(A,B); plotSegment(B,C); plotSegment(C,A); plotSegment(O,C) :
```



Ketiga perintah ini berfungsi menggambar garis-garis penghubung antar titik A, B, dan C, sehingga terbentuk segitiga ABC di dalam lingkaran.

```
>O, R
```

```
  [2.31818,  3.77273]
  2.79092389691
```

Menentukan Persamaan Lingkaran Melalui Tiga Titik

```
>eq1 &=((x-x1)^2)+((y-y1)^2)-((r)^2)=0
```

$$(y - y1)^2 + (x - x1)^2 - r^2 = 0$$

Sintaks ini menuliskan rumus umum persamaan lingkaran:

$$(x - x1)^2 + (y - y1)^2 - r^2 = 0$$

```
>$expand((eq1))
```

$$y_1{}^2 - 2\,y\,y_1 + y^2 + x_1{}^2 - 2\,x\,x_1 + x^2 - r^2 = 0$$

Perintah expand() digunakan untuk memperluas (menguraikan) bentuk kuadrat agar persamaan tampak lengkap.

$$y^2 - 2yy_1 + (y_1)^2 + x^2 - 2xx_1 + (x_1)^2 - r^2 = 0$$

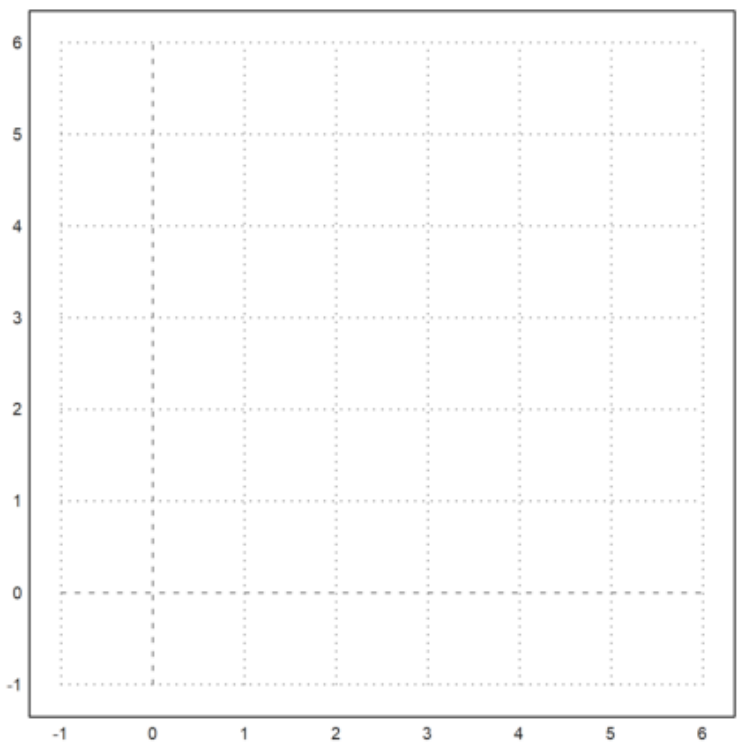
Ini merupakan bentuk umum dari persamaan lingkaran

```
>A := [1,1]; B := [4,2]; C := [3,5];
```

Baris ini berfungsi untuk mendefinisikan koordinat tiga titik:
- Titik A di (1,1)
- Titik B di (4,2)
- Titik C di (3,5)

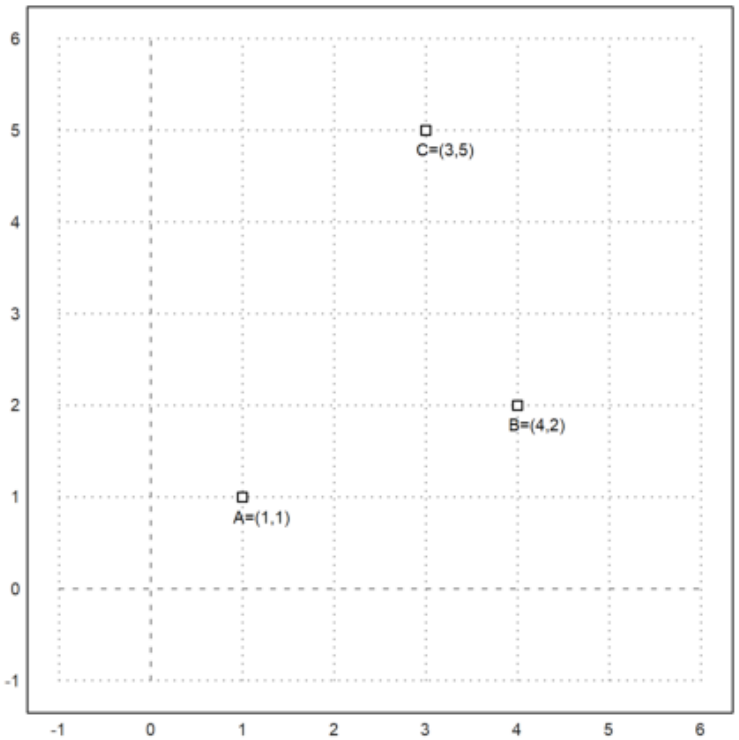
Ketiga titik ini akan menjadi titik sudut segitiga ABC.

```
>setPlotRange(-1,6,-1,6):
```



Perintah ini mengatur batas tampilan sumbu x dan y pada grafik agar seluruh titik dan lingkaran bisa terlihat dengan jelas:
- Sumbu x dari -1 sampai 6
- Sumbu y dari -1 sampai 6

```
>plotPoint(A, value=1); plotPoint(B, value=1); plotPoint(C, value=1):
```



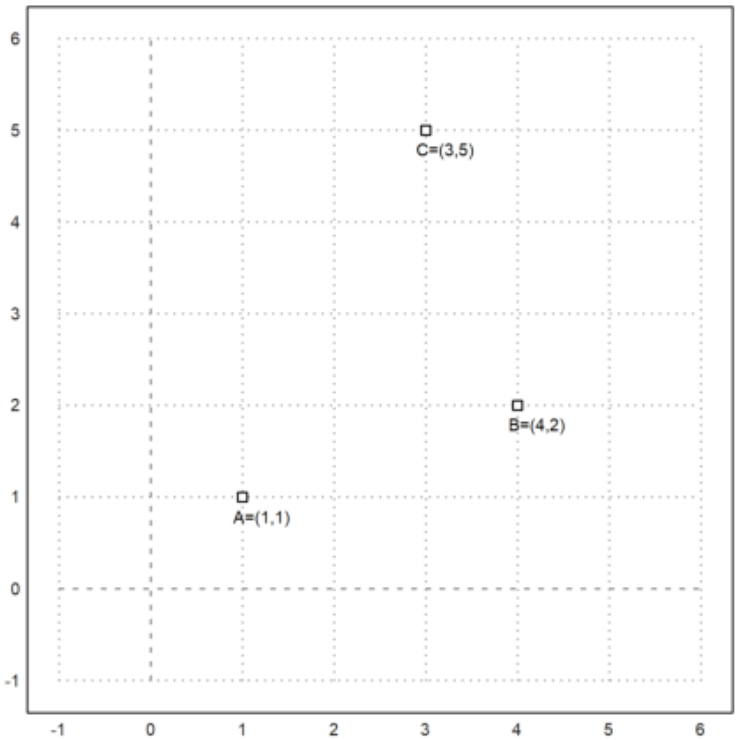

```
>c:=circleThrough(A,B,C);
```

Membuat lingkaran c yang melalui tiga titik A, B, dan C

```
>R= getCircleRadius(c);
```

Mengambil nilai jari-jari (radius) lingkaran c dan menyimpannya ke variabel R.

```
>O= getCircleCenter(c):
```

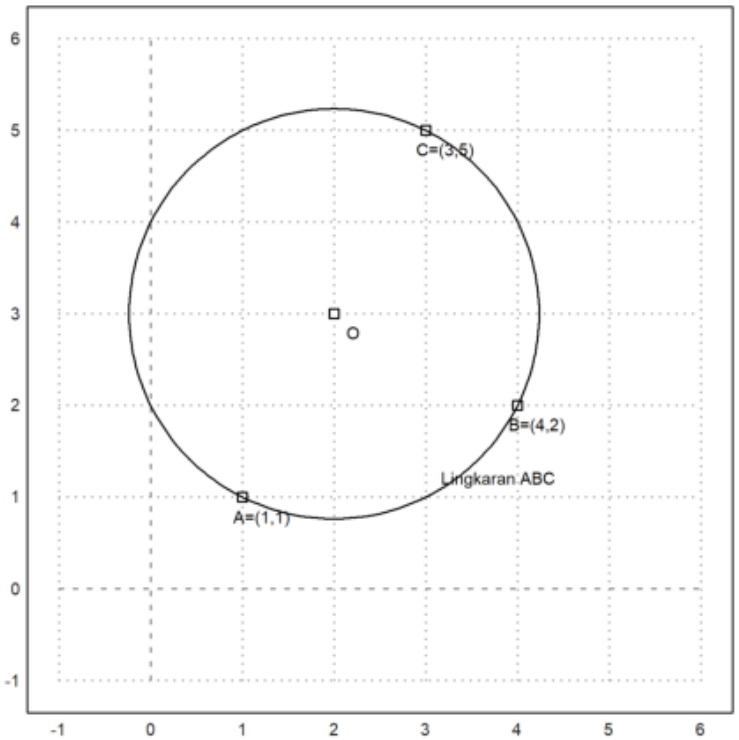


Mengambil koordinat pusat lingkaran (O) dari lingkaran c.

```
>plotPoint(O,"O");
```

Menampilkan titik pusat O pada grafik dengan label "O".

```
>plotCircle(c,"Lingkaran ABC"):
```



Menggambar lingkaran c di bidang koordinat dan memberi judul “Lingkaran ABC”.

```
>O, R
```

```
  [2,  3]
  2.2360679775
```

Menampilkan kembali nilai pusat (O) dan jari-jari (R) ke layar.

```
>eq &=((x-2)^2)+((y-3)^2)-((2.24)^2)=0
```

$$(y - 3)^2 + (x - 2)^2 - 5.017600000000001 = 0$$

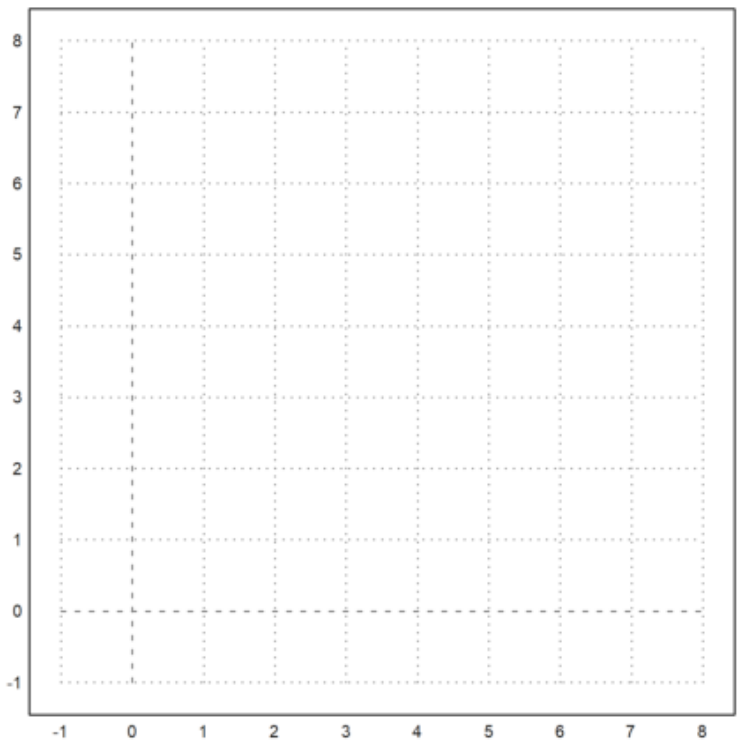
Contoh soal

Diketahui persamaan lingkaran yang melalui tiga titik, yaitu :
P(2,2), Q(6,3), dan R(4,6)

```
>P := [2,2]; Q := [6,3]; R := [4,6];
```

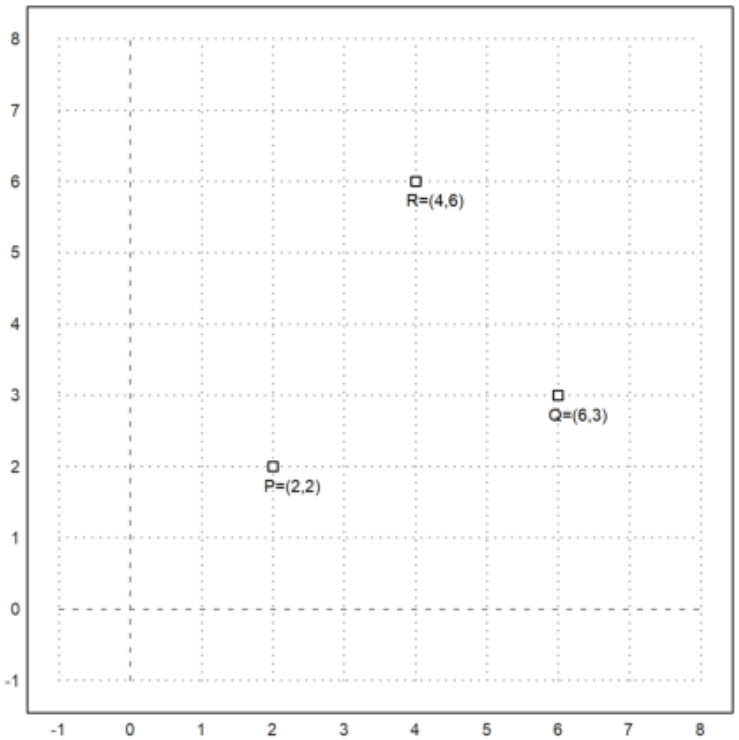
P, Q, dan R adalah titik yang akan digunakan untuk menentukan lingkaran.

```
>setPlotRange(-1,8,-1,8):
```



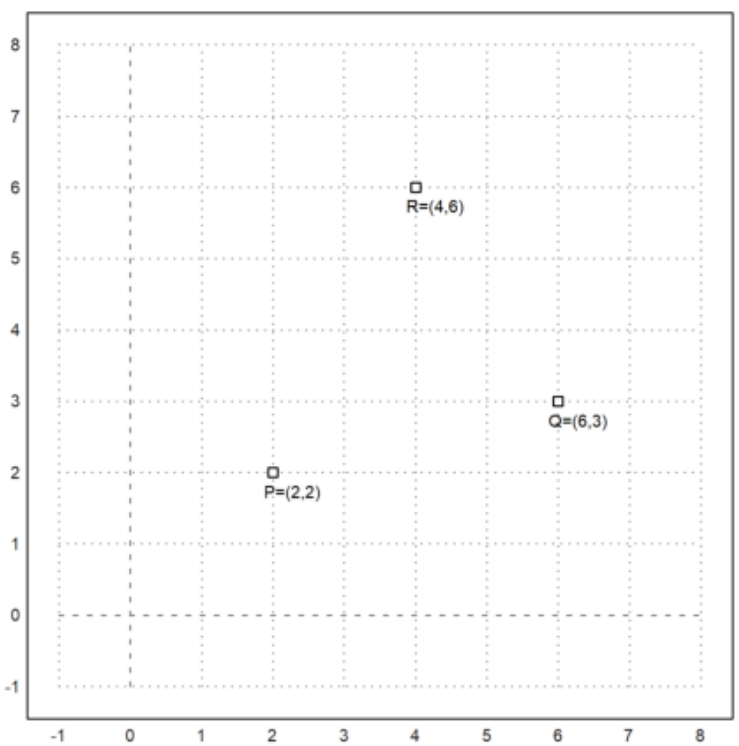
setPlotRange(-1,8,-1,8) mengatur tampilan grafik dari sumbu X dan Y antara -1 sampai 8.

```
>plotPoint(P, value=1); plotPoint(Q, value=1); plotPoint(R, value=1):
```



plotPoint digunakan untuk menampilkan titik-titik
P,Q, dan R pada bidang koordinat.

```
>c=circleThrough(P,Q,R):
```



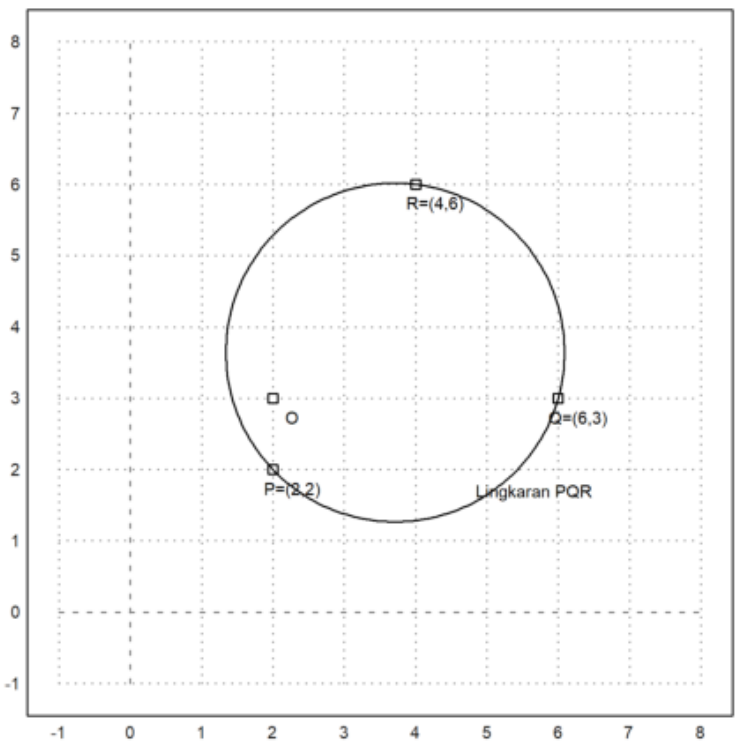
Perintah ini membuat lingkaran unik yang melewati tiga titik P,Q,R.
dalam geometri, tiga titik yang tidak segaris akan selalu menentukan satu lingkaran.

```
>CR= getCircleRadius(c)
```

```
  2.37439573408
```

menghitung jari-jari (r) dari lingkaran tersebut.
Nilainya otomatis disimpan dalam variabel CR.

```
>plotPoint(O,"O");
>plotCircle(c,"Lingkaran PQR"):
```



Perintah ini menggambar lingkaran yang melalui titik P, Q, dan R, serta memberi label “Lingkaran PQR”.
Pada grafik terlihat:
- Titik P(2,2),Q(6,3),R(4,6).
- Titik pusat O (3.714,3.643)
- Lingkaran yang melalui ketiga titik tersebut

```
>O, R
```

```
  [2,  3]
  [4,  6]
```

```
>eq &=((x-3.71)^2)+((y-3.64)^2)-((2.37)^2)=0
```

$$(y - 3.64)^2 + (x - 3.71)^2 - 5.6169 = 0$$

```
>$expand((eq))
```

$$1.0\,y^2 - 7.28\,y + 1.0\,x^2 - 7.42\,x + 21.3968 = 0$$

Titik pusat dan jari-jari lingkaran luar dan dalam segitiga

Definisi

Lingkaran luar segitiga (circumcircle) adalah lingkaran yang melalui ketiga titik sudut suatu segitiga. Artinya, semua titik sudut segitiga terletak tepat pada keliling lingkaran tersebut.
Titik pusat lingkaran luar segitiga adalah titik potong tiga garis sumbu tegak lurus pada masing-masing sisi segitiga. Garis sumbu tegak lurus suatu sisi adalah garis yang tegak lurus sisi tersebut dan melalui titik tengahnya. Dalam hal ini titik pusat lingkaran luar segitiga kita beri nama titik O.
Jari-jari lingkaran luar adalah jarak antara titik pusat keliling (O) dan salah satu titik sudut segitiga (A, B, atau C).

Sedangkan Lingkaran dalam segitiga (incircle) adalah lingkaran yang menyinggung ketiga sisi segitiga. Artinya, setiap sisi segitiga merupakan garis singgung terhadap lingkaran ini.
Titik pusat lingkaran dalam adalah titik potong tiga garis bagi sudut segitiga.
Garis bagi sudut adalah garis yang membagi sebuah sudut menjadi dua bagian yang sama besar. Dalam hal ini titik pusat lingkaran dalam segitiga kita beri nama titik P.

Fungsi yang Digunakan

- setPlotrange(x1,x2,y1,y2): menentukan rentang x dan y pada bidang koordinat
- setPlotRange(r): pusat bidang koordinat (0,0) dan batas-batas sumbu-x dan y adalah -r sd r
- plotPoint (P, "P"): menggambar titik P dan diberi label "P"
- plotSegment (A,B, "AB", d): menggambar ruas garis AB, diberi label "AB" sejauh d
- plotLine (g, "g", d): menggambar garis g diberi label "g" sejauh d
- plotCircle (c,"c",v,d): Menggambar lingkaran c dan diberi label "c"
- plotLabel (label, P, V, d): menuliskan label pada posisi P
- lineThrough(A, B): garis melalui A dan B, hasilnya [a,b,c] sdh. ax+by=c.
- perpendicular(A, g): garis melalui A tegak lurus garis g
- projectToLine(A, g): proyeksi titik A pada garis g
- lineIntersection(g, h): titik potong garis g dan h
- angleBisector(A, B, C): garis bagi sudut <ABC
- areaTriangle(A, B, C): luas segitiga ABC
- getCircleCenter(c): pusat lingkaran c
- getCircleRadius(c): jari-jari lingkaran c
- circleThrough(A,B,C): lingkaran melalui A, B, C
- middlePerpendicular(A, B): titik tengah AB
- lineCircleIntersections(g, c): titik potong garis g dan lingkran c

Untuk menggambar objek-objek geometri, langkah pertama adalah menentukan rentang sumbu-sumbu koordinat. Semua objek geometri akan digambar pada satu bidang koordinat, sampai didefinisikan bidang koordinat yang baru.

```
>load geometry
```

```
  Numerical and symbolic geometry.
```

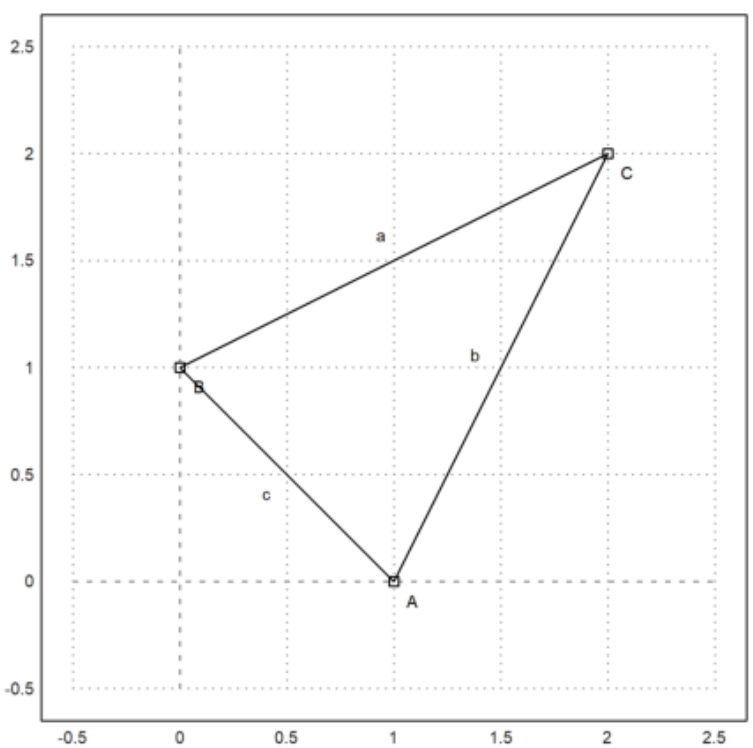
```
>setPlotRange(-0.5,2.5,-0.5,2.5); // mendefinisikan bidang koordinat baru
```

Buat tiga titik dan buat plotnya

```
>A=[1,0]; plotPoint(A,"A"); // definisi dan gambar tiga titik
>B=[0,1]; plotPoint(B,"B");
>C=[2,2]; plotPoint(C,"C");
```

Sekarang buat ruas garisnya

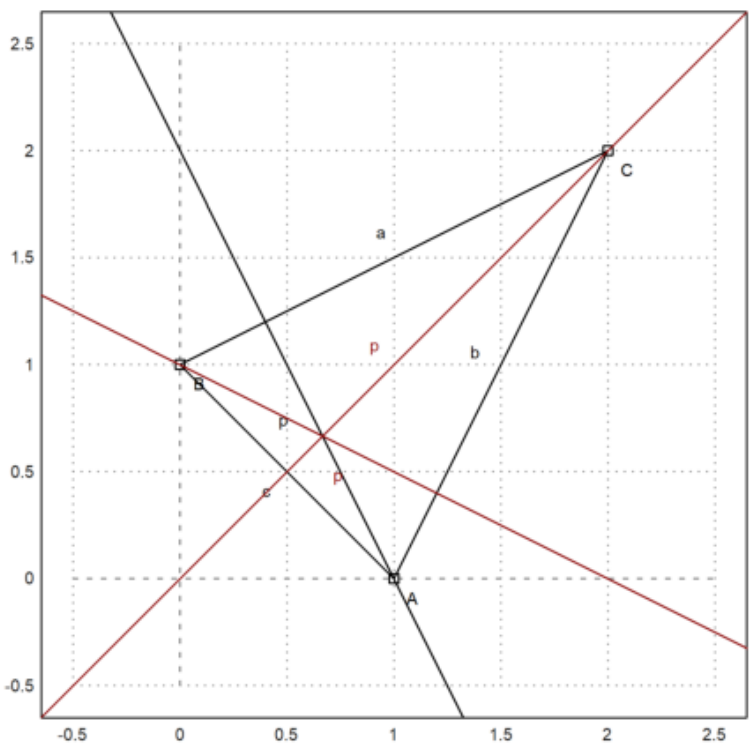
```
>plotSegment(A,B,"c"); // c=AB
>plotSegment(B,C,"a"); // a=BC
>plotSegment(A,C,"b"): // b=AC
```



Fungsi-fungsi geometri juga mencakup fungsi untuk membuat garis dan lingkaran. Format penulisan suatu garis adalah [a, b, c], yang mewakili persamaan garis:

$$ax + by = c$$

```
>lineThrough(B,C);  // garis yang melalui B dan C
>lineThrough(B,A);
>lineThrough(A,C);
>x=perpendicular(A,lineThrough(B,C)); plotLine(x); color(2);
>y=perpendicular(B,lineThrough(A,C)); plotLine(y);
>z=perpendicular(C,lineThrough(B,A)); plotLine(z):
```

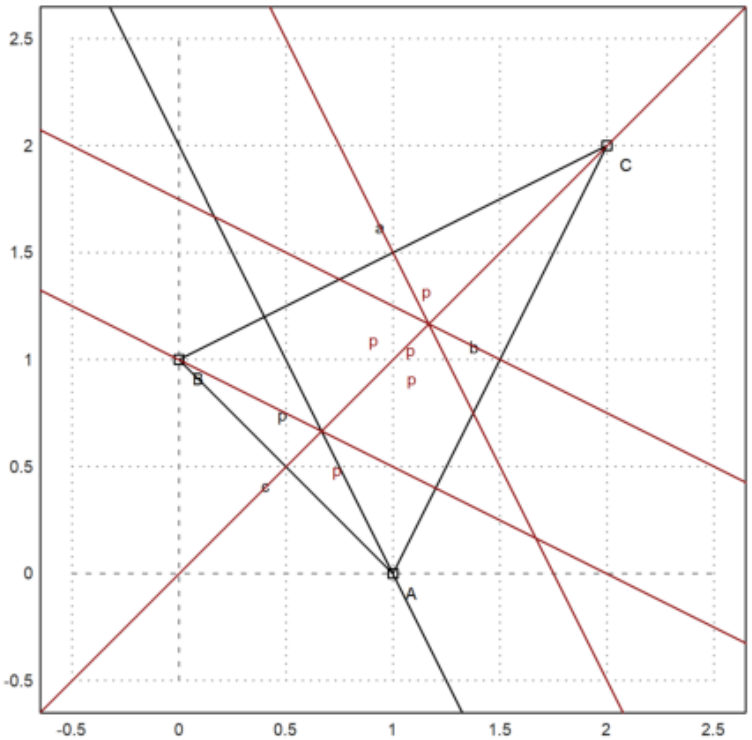


Tentukan garis tegak lurus yang melalui titik A terhadap garis BC.

```
>h=middlePerpendicular(A,B); plotLine(h); // garis h tegak lurus BC melalui A
>i=middlePerpendicular(B,C); plotLine(i);
>j=middlePerpendicular(C,A); plotLine(j);
```

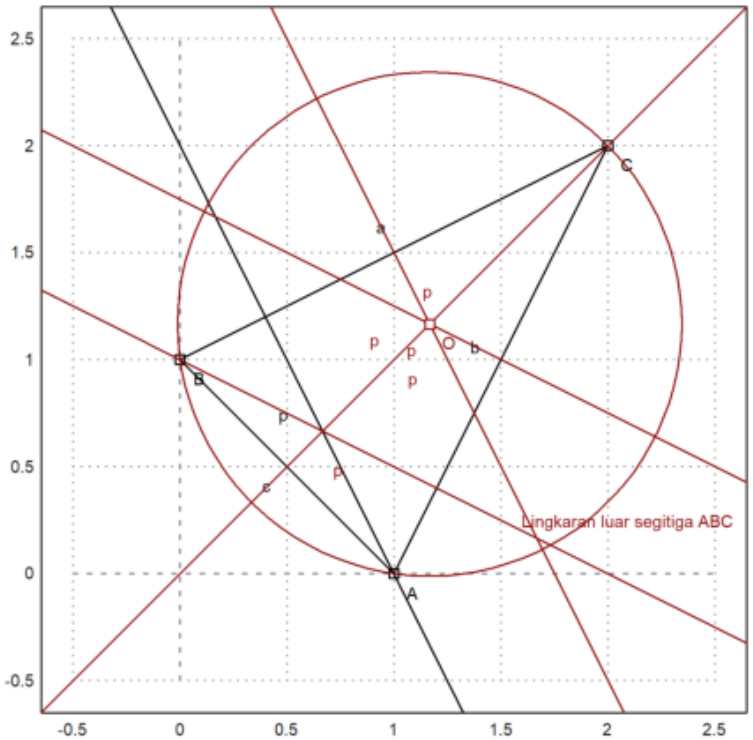
Dan tentukan titik potongnya dengan garis BC.

```
>aspect(1): // tampilkan semua gambar hasil plot...()
```



Akan digambar lingkaran luar segitiga

```
>c=circleThrough(A,B,C); // lingkaran luar segitiga ABC
>R=getCircleRadius(c); // jari2 lingkaran luar
>O=getCircleCenter(c); // titik pusat lingkaran c
>plotPoint(O,"O"); // gambar titik "O"
>plotCircle(c,"Lingkaran luar segitiga ABC"):
```



Tampilkan koordinat titik pusat dan jari-jari lingkaran.

```
>O, R
```

```
  [1.16667,  1.16667]
  1.17851130198
```

Sekarang akan digambar lingkaran dalam segitiga ABC. Titik pusat lingkaran dalam adalah titik potong garis-garis bagi sudut.

```
>l=angleBisector(A,C,B); // garis bagi <ACB
>g=angleBisector(C,A,B); // garis bagi <CAB
>k=angleBisector(A,B,C);
>P=lineIntersection(l,g) // titik potong kedua garis bagi sudut
```

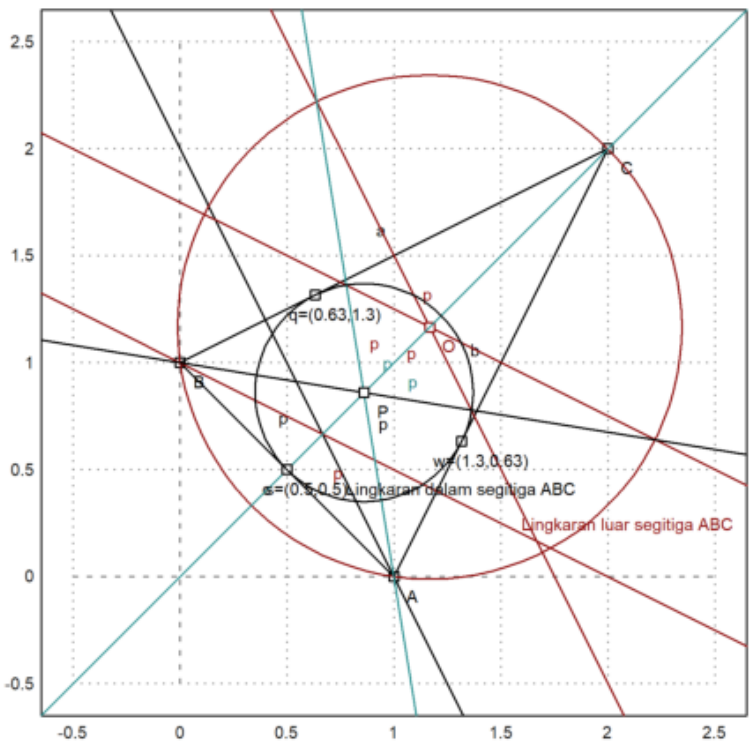
```
  [0.86038,  0.86038]
```

Tambahkan garis dan titik agar lebih jelas.

```
>color(5); plotLine(l); plotLine(g); color(1); plotLine(k); color(1); // gambar kedua gari
>plotPoint(P,"P"); // gambar titik potongnya
>r=norm(P-projectToLine(P,lineThrough(A,B))) // jari-jari lingkaran dalam
```

```
  0.509653732104
```

```
>g1=lineThrough(B,C);
>g2=lineThrough(C,A);
>g3=lineThrough(A,B);
>q=projectToLine(P,g1);
>w=projectToLine(P,g2);
>s=projectToLine(P,g3);
>plotPoint(q,value=1,);
>plotPoint(w,value=1);
>plotPoint(s,value=1);
>plotCircle(circleWithCenter(P,r),"Lingkaran dalam segitiga ABC"): // gambar lingkaran dal
```




```
>areaTriangle(A,B,C) // hitung luas segitiga langusng dengan fungsi
```

```
  1.5
```

```
>L1=pi*R^2 // luas lingkaran luar
```

```
  4.36332312999
```

```
>L2=pi*r^2 // luas lingkaran dalam
```

```
  0.81601903655
```

Parabola

Persamaan Parabola, Titik Fokus, Garis Direktris

Parabola adalah lokus (himpunan titik) yang berjarak sama terhadap suatu titik tetap (fokus) dan garis tetap (direktriks).
Titik fokus parabola adalah titik tetap yang digunakan sebagai acuan jarak. Titik Fokus berada di dalam parabola, di sepanjang sumbu simetri parabola. Fokus menandakan "pusat pantulan" jika parabola dianggap sebagai reflektor (seperti pada lampu senter atau antena parabola). Jika sumbu parabola sejajar sumbu Y dan puncaknya di (h,k), maka fokus berada di:

$$F(h, k + p)$$

dengan p adalah jarak antara titik fokus dan puncak parabola.

Sedangkan Garis direktris adalah garis tetap yang digunakan sebagai acuan jarak. Jarak titik P(x,y) pada parabola ke garis direktris selalu sama dengan jarak titik tersebut ke fokus. Garis direktris berada di luar parabola, sejajar dengan sumbu bukaan parabola. Arah parabola ditentukan dari posisi fokus terhadap direktris:
- Jika fokus di atas direktris maka parabola membuka ke atas.
- Jika fokus di bawah direktris maka parabola membuka ke bawah.
- Jika fokus di kanan direktris maka parabola membuka ke kanan.

Jika sumbu parabola sejajar sumbu Y dan puncaknya di (h,k)maka garis direktrisnya adalah:

$$y = k - p$$

dan jarak antara fokus dan direktris adalah 2p.

Setiap titik P(x,y) pada parabola memenuhi

$$Jarak(P, F) = Jarak(P, garisdirektris)$$

Secara umum, untuk parabola dengan puncak di (h,k)dan membuka ke atas

$$(x - h)^2 = 4p(y - k)$$

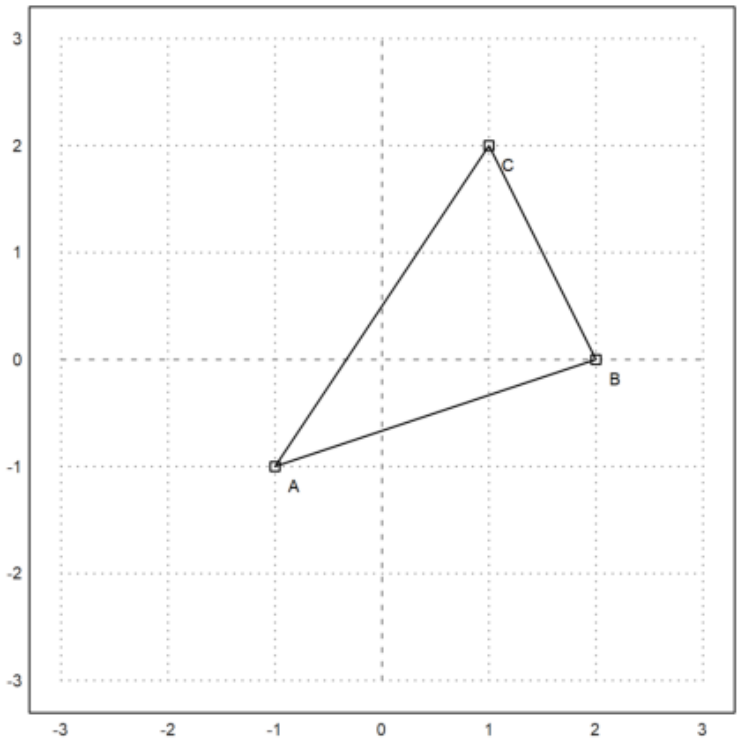
dengan titik fokus (h,k+p) dan direktris y=k-p.

Contoh

```
>reset;
>load geometry
```

```
  Numerical and symbolic geometry.
```

```
>A::=[-1,-1]; B::=[2,0]; C::=[1,2];
>setPlotRange(3); plotPoint(A,"A"); plotPoint(B,"B"); plotPoint(C,"C");
>plotSegment(A,B,""); plotSegment(B,C,""); plotSegment(C,A,""):
```




```
>$areaTriangle(A,B,C)
```

$$-\frac{7}{2}$$

```
>c &= lineThrough(A,B)
```

$$[-1, 3, -2]$$

```
>$getLineEquation(c,x,y)
```

$$3\,y-x=-2$$

```
>$getHesseForm(c,x,y,C), $at(%,[x=C[1],y=C[2]])
```

$$\frac{3\,y-x+2}{\sqrt{10}}$$

$$\frac{7}{\sqrt{10}}$$

```
>LL &= circleThrough(A,B,C);
>plotCircle(LL()); plotPoint(O(),"O"):
```

```
  Unexpected "(". Index () not allowed in strict mode!
  In Euler files, use relax to avoid this.
  Error in:
  plotCircle(LL()); plotPoint(O(),"O"): ...
                                 ^
```

```
>O &= getCircleCenter(LL); $O
```

$$\left[\frac{3}{14},\frac{5}{14}\right]$$

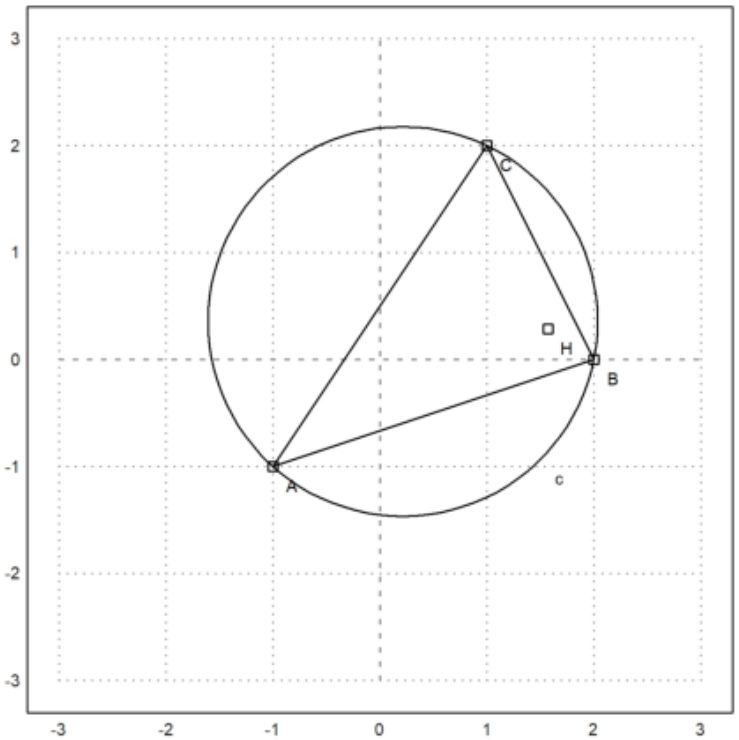
```
>$getCircleEquation(LL,x,y)
```

$$\left(y-\frac{5}{14}\right)^2+\left(x-\frac{3}{14}\right)^2=\frac{325}{98}$$

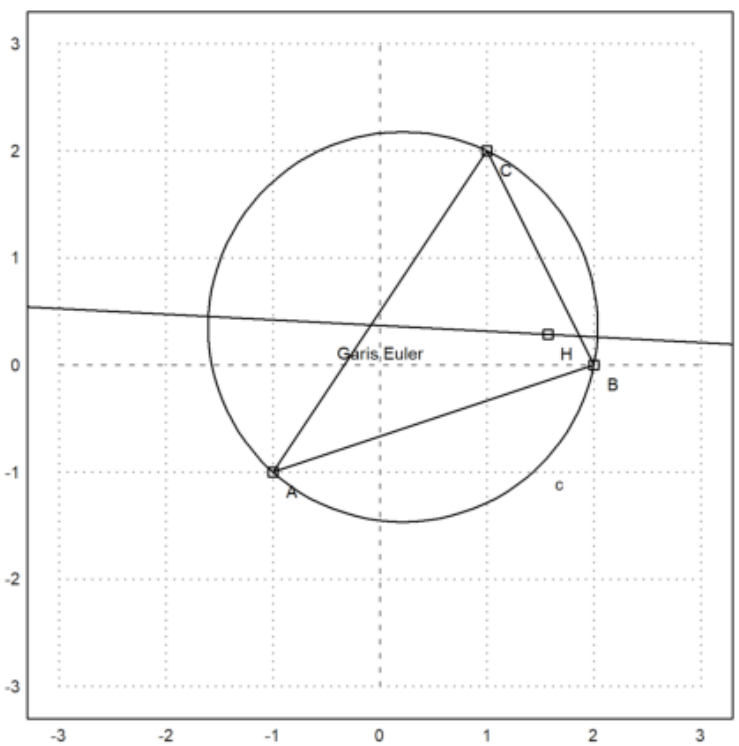
```
>H &= lineIntersection(perpendicular(A,lineThrough(C,B)),...
>  perpendicular(B,lineThrough(A,C))); $H
```

$$\left[\frac{11}{7},\frac{2}{7}\right]$$

```
>plotPoint(H(),"H"):
```




```
>el &= lineThrough(H,O); plotLine(el(),"Garis Euler"):
```



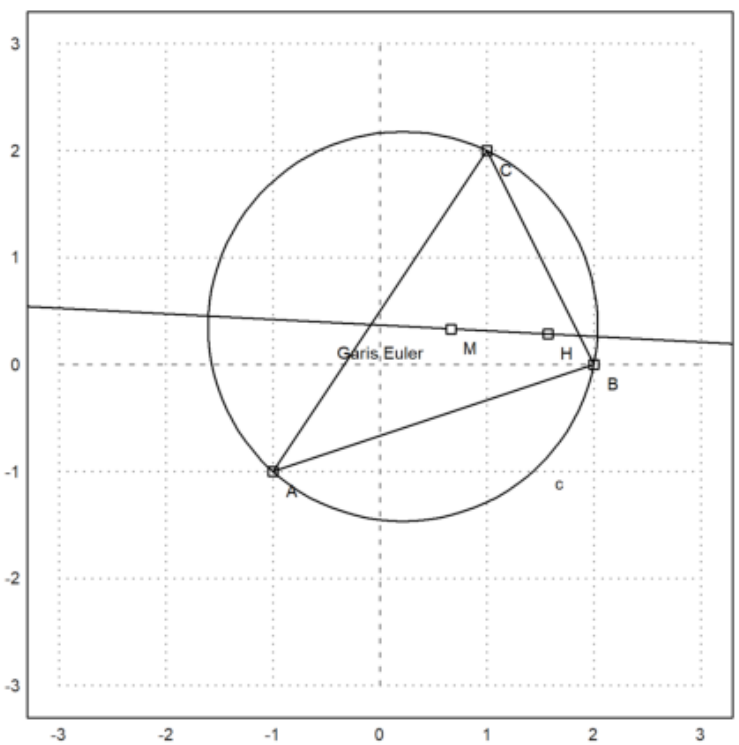
```
>$getLineEquation(el,x,y)
```

$$-\frac{19\,y}{14}-\frac{x}{14}=-\frac{1}{2}$$

```
>M &= (A+B+C)/3; $getLineEquation(el,x,y) with [x=M[1],y=M[2]]
```

$$-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$$

```
>plotPoint(M(),"M"): // titik berat
```




```
>$distance(M,H)/distance(M,O)|radcan
```

$$2$$

```
>$computeAngle(A,C,B), degprint(%())
```

$$\arccos\left(\frac{4}{\sqrt{5}\,\sqrt{13}}\right)$$

```
60°15’18.43’’
```

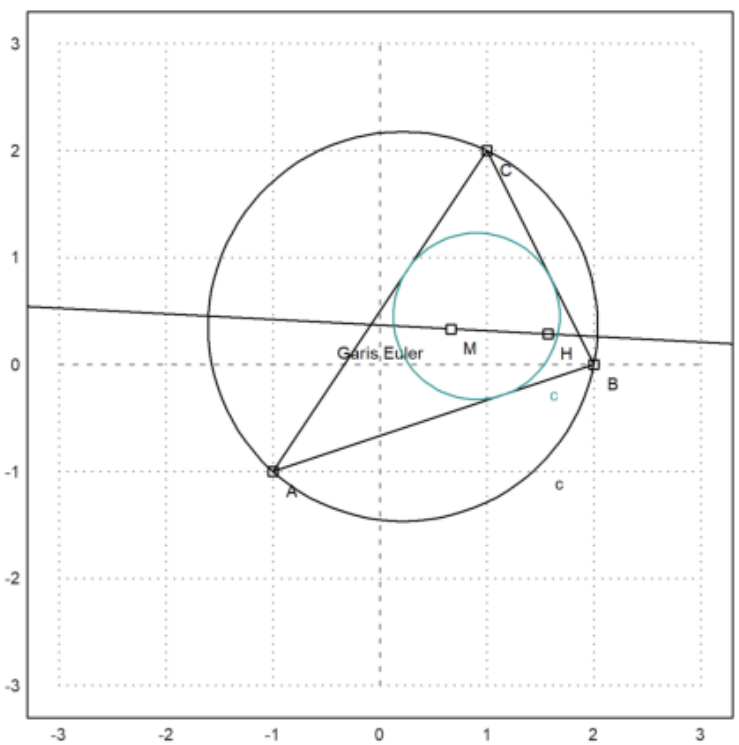
```
>Q &= lineIntersection(angleBisector(A,C,B),angleBisector(C,B,A))|radcan; $Q
```

$$\left[\frac{\left(2^{\frac{3}{2}}+1\right)\ \sqrt{5}\sqrt{13}-15\sqrt{2}+3}{14},\frac{\left(\sqrt{2}-3\right)\ \sqrt{5}\sqrt{13}+5\,2^{\frac{3}{2}}+5}{14}\right]$$

```
>r &= distance(Q,projectToLine(Q,lineThrough(A,B)))|ratsimp; $r
```

$$\frac{\sqrt{\left(-41\sqrt{2}-31\right)\ \sqrt{5}\sqrt{13}+115\sqrt{2}+614}}{7\sqrt{2}}$$

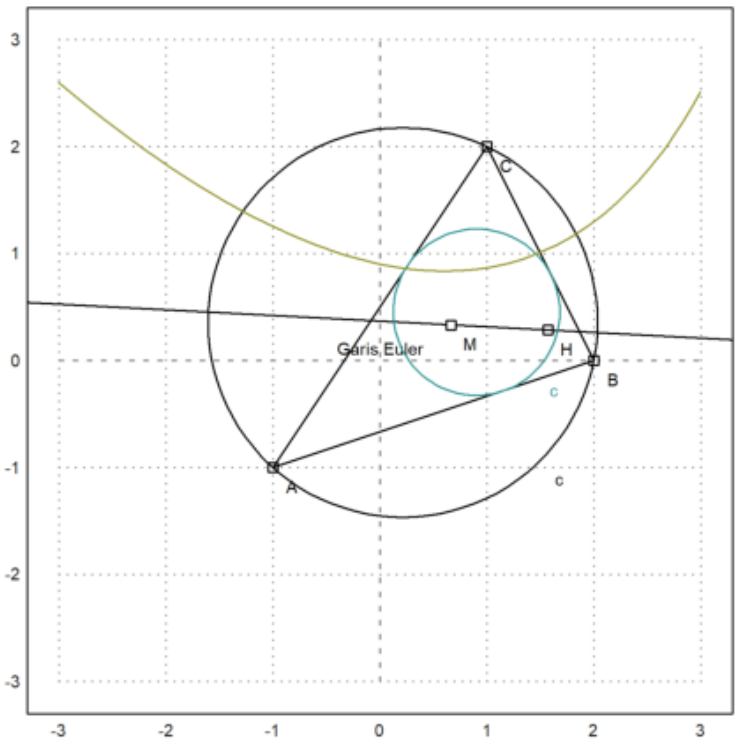
```
>LD &=  circleWithCenter(Q,r); // Lingkaran dalam
>color(5); plotCircle(LD()):
```



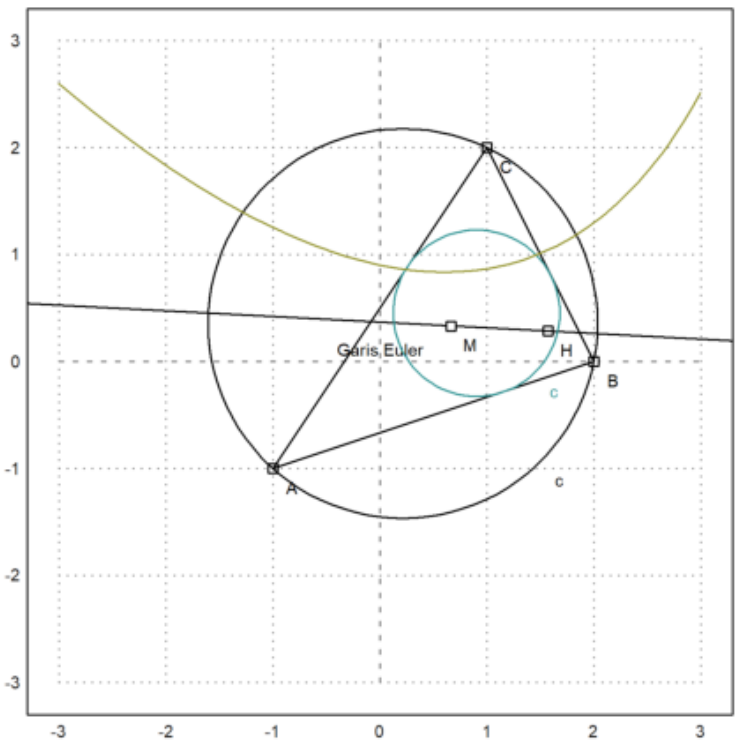

```
>p &= getHesseForm(lineThrough(A,B),x,y,C)-distance([x,y],C); $p=’0
```

$$\frac{3\,y-x+2}{\sqrt{10}}-\sqrt{(2-y)^2+(1-x)^2}=0$$

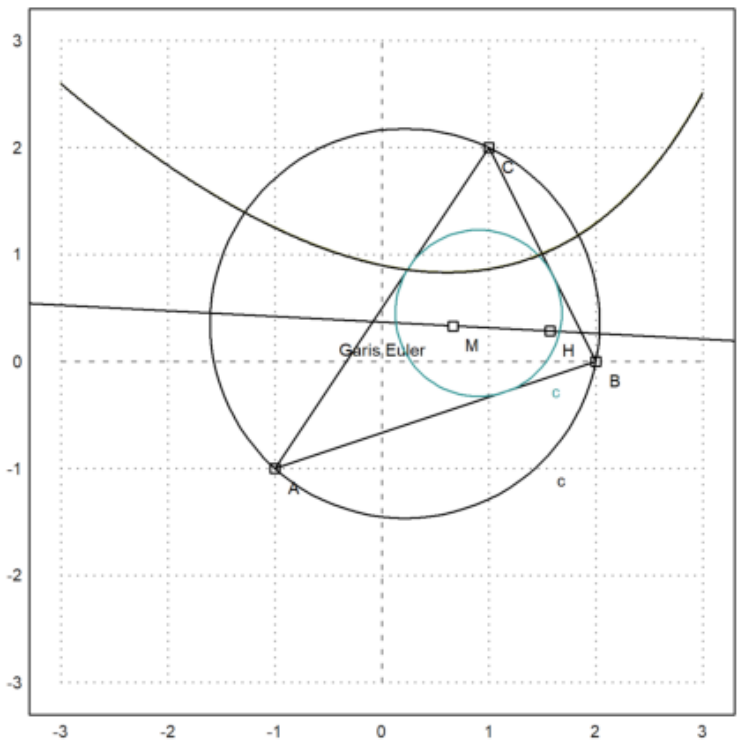
```
>plot2d(p,level=0,add=1,contourcolor=6):
```




```
>akar &= solve(getHesseForm(lineThrough(A,B),x,y,C)^2-distance([x,y],C)^2,y):
```



```
>plot2d(&rhs(akar[1]),add=1):
```




```
>function g(x) &= rhs(akar[1]); $'g(x)= g(x)// fungsi yang mendefinisikan kurva di atas
```

$$g\left(x\right)=-3\,x-\sqrt{70}\,\sqrt{9-2\,x}+26$$

```
>T &=[-1, g(-1)]; // ambil sebarang titik pada kurva tersebut
>dTC &= distance(T,C); $fullratsimp(dTC), $float(%) // jarak T ke C
```

$$\sqrt{1503-54\,\sqrt{11}\,\sqrt{70}}$$

$$2.135605779339061$$

```
>U &= projectToLine(T,lineThrough(A,B)); $U // proyeksi T pada garis AB
```

$$\left[\frac{80-3\,\sqrt{11}\,\sqrt{70}}{10},\frac{20-\sqrt{11}\,\sqrt{70}}{10}\right]$$

```
>dU2AB &= distance(T,U); $fullratsimp(dU2AB), $float(%) // jatak T ke AB
```

$$\sqrt{1503 - 54\sqrt{11}\sqrt{70}}$$

$$2.135605779339061$$

PERTAMA

Menentukan persamaan dan menggambar ellips yang diketahui kedua titik fokusnya

Pengertian Elips

Elips adalah himpunan semua titik (x,y) yang jumlah jaraknya terhadap dua titik tertentu (fokus) mempunyai nilai yang tetap.

Titik Fokus dan Persamaan Elips

Titik fokus elips adalah dua titik tetap di dalam elips yang jarak totalnya ke setiap titik pada elips selalu konstan.

1) Pusat elips (0,0)
Jika elips berpusat di titik asal (0,0) dan memanjang ke arah sumbu-x, maka persamaannya:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

dan titik fokusnya:

$$F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$$

dengan

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

2) Pusat elips (h,k)
Persamaan elips sejajar dengan sumbu-x:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

dan titik fokusnya juga bergeser mengikuti pusat elips:

$$F_1(h-c, k), F_2(h+c, k)$$

3) Sumbu utama sejejer sumbu-y
Persamaan elips:

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

dan titik fokusnya:

$$F_1(h, k-c), F_2(h, k+c)$$

4) Elips Miring
Tidak sejajar dengan sumbu-x atau sumbu-y
Koordinat fokusnya dapat dihitung menggunakan rotasi:

$$x = h \pm c\cos\theta,$$

$$y = k \pm c\sin\theta,$$

dengan theta=sudut kemiringan sumbu utama.

Keterangan

- h : koordinat pusat (sumbu-x)
- k : koordinat pusat (sumbu-y)
- (h,k) : Titik pusat elips
- a : semi-mayor axis (setengah sumbu utama)
- b : semi-minor axis (setengah sumbu kecil)
- c : jarak titik fokus ke pusat elips
- theta : sudut kemiringan/rotasi sumbu utama elips

Langkah Menentukan Persamaan Elips

Misalkan diketahui dua titik fokus elips yaitu:

$$F_1(x_1, y_1), F_2(x_2, y_2)$$

1) Tentukan pusat elips

$$(h, k) = (\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$$

2) HItung jarak titik fokus ke pusat elips

$$c = \frac{1}{2}\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

3) Tentukan nilai a
Nilai a harus lebih besar dari c.Biasanya nilai a diketahui dari keterangan soal (misalnya, melalui titik pada elips atau panjang sumbu utama).
4) Hitung nilai b

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

5) Tentukan arah sumbu elips dan buat persamaan
- Jika kedua fokus sejajar sumbu-x, maka elips memanjang ke arah sumbu-x.
- Jika kedua fokus sejajar sumbu-y, maka elips memanjang ke arah sumbu-y.

Contoh Soal

Diketahui dua titik fokus elips yaitu

$$F_1(-8,0), F_2(8,0)$$

Jika panjang sumbu utama elips adalah 2a=20, tentukan persamaan elips tersebut!
Penyelesaian:

```
>x1=-8; y1=0; x2=8; y2=0;
>h := (x1+x2)/2
```

```
  0
```

```
>k := (y1+y2)/2
```

```
  0
```

1) Pusat elips

$$(h,k) = (\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$$

$$(h,k) = (\frac{-8+8}{2}, \frac{0+0}{2})$$

$$(h,k) = (\frac{0}{2}, \frac{0}{2})$$

$$(h,k) = (0,0)$$

```
>c :=1/2*sqrt((x2-x1)^2+(y2-y1)^2)
```

```
  8
```

2) Jarak titik fokus ke pusat elips

$$c = \frac{1}{2}\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$c = \frac{1}{2}\sqrt{(8-(-8))^2+(0-0)^2}$$

$$c = \frac{1}{2}\sqrt{(16)^2+(0)^2}$$

$$c = \frac{1}{2}\sqrt{(16)^2+(0)^2}$$

$$c = \frac{1}{2}(16 + 0)$$

$$c = \frac{1}{2}16$$

$$c = 8$$

```
>a := 20/2
```

```
  10
```

3) Nilai a
Syarat: Nilai a harus lebih besar dari c
Diketahui dalam soal yaitu 2a=20, maka

$$2a = 20$$

$$a = 10$$

```
>b :=sqrt(a^2-c^2)
```

```
  6
```

4) Nilai b

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

$$b = \sqrt{10^2 - 8^2}$$

$$b = \sqrt{100 - 64}$$

$$b = \sqrt{36}$$

$$b = 6$$

```
>function f(x,y) &= x^2/a^2+y^2/b^2-1
```

```
  Maxima said:
  expt: undefined: 0 to a negative exponent.
   -- an error. To debug this try: debugmode(true);

  Error in:
  function f(x,y) &= x^2/a^2+y^2/b^2-1 ...
                                       ^
```

```
>function f(x,y) &= x^2/10^2+y^2/6^2-1
```

$$\frac{y^2}{36}+\frac{x^2}{100}-1$$

5) Arah sumbu elips dan persamaan
Elips berpusat di (0,0) dan sumbu mayor sejajar sumbu-x, sehingga persamaan menjadi:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{10^2}+\frac{y^2}{6^2}=1$$

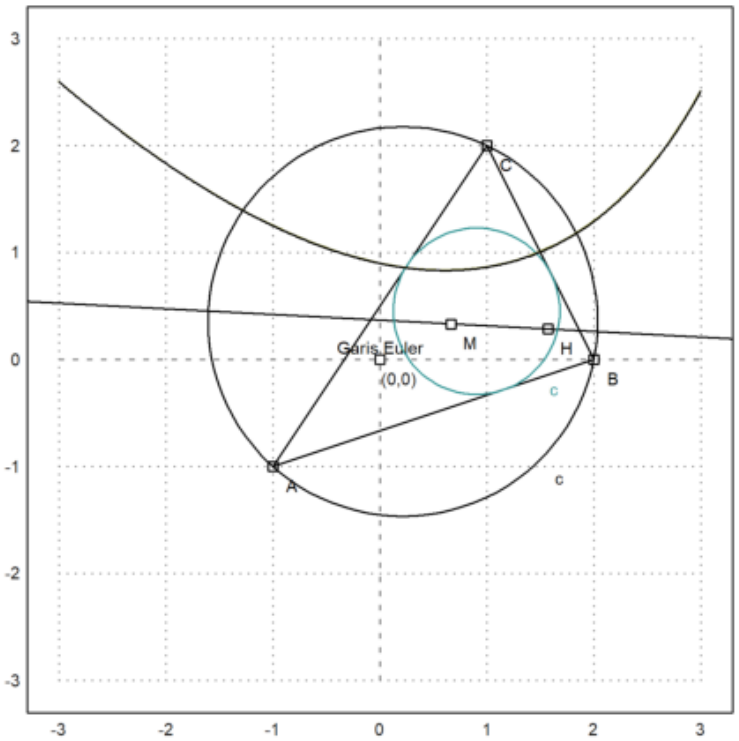
$$\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$$

Menggambar Elips

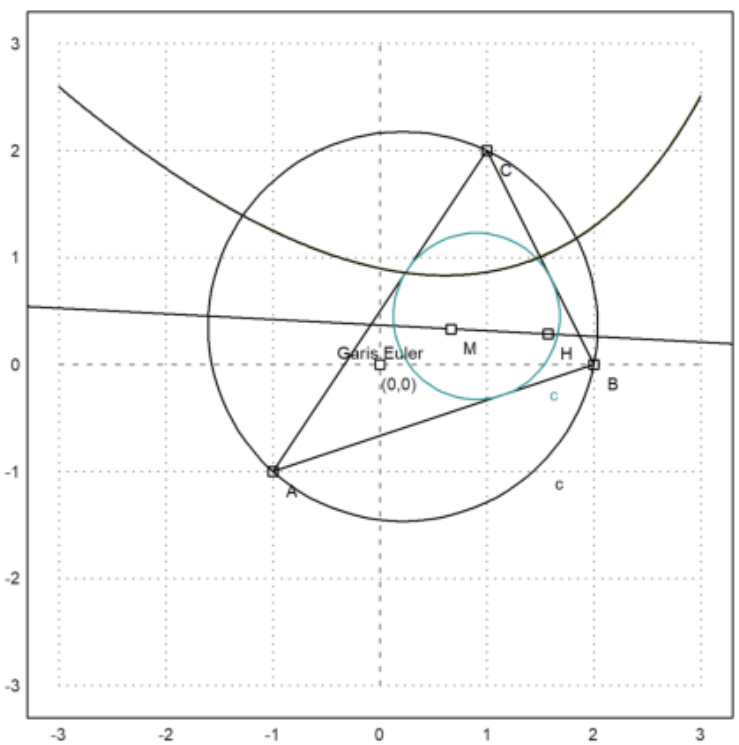
```
>load geometry
```

```
  Numerical and symbolic geometry.
```

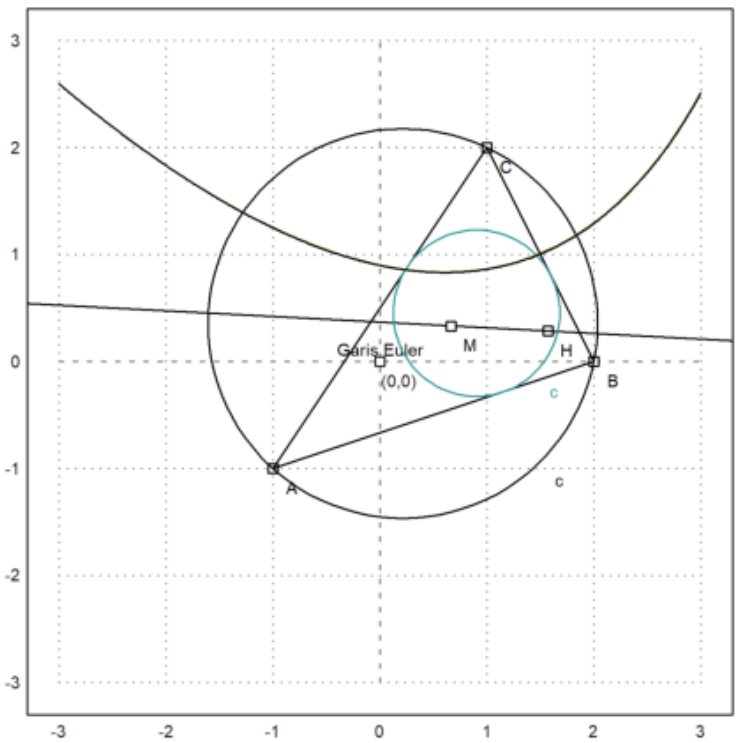
```
>aspect(1);
>pusat=[0,0]; plotPoint(pusat,"(0,0)"):
```




```
>F1=[-8,0]; plotPoint(F1,"F1(-8,0)")
>F2=[8,0]; plotPoint(F2,"F2(8,0)"):
```



```
>plot2d("x^2/100+y^2/36-1",r=10,level=0,contourcolor=blue, add=1):
```



KEDUA Melakukan berbagai perhitungan geometris, seperti jarak dua

titik (panjang ruas garis), luas segitiga, keliling segitiga, luas lingkaran, keliling lingkaran, dan sebagainya.

Jarak Dua Titik

Jarak dua titik disebut juga dengan panjang ruas garis. Misalnya jarak antara titik A dan titik B sama dengan mencari panjang ruas garis AB atau biasa ditulis dengan simbol:

$$\overline{AB}$$

Jika terdapat dua titik

$$A(x_1, y_1)$$

$$B(x_2, y_2)$$

maka panjang garis AB adalah:

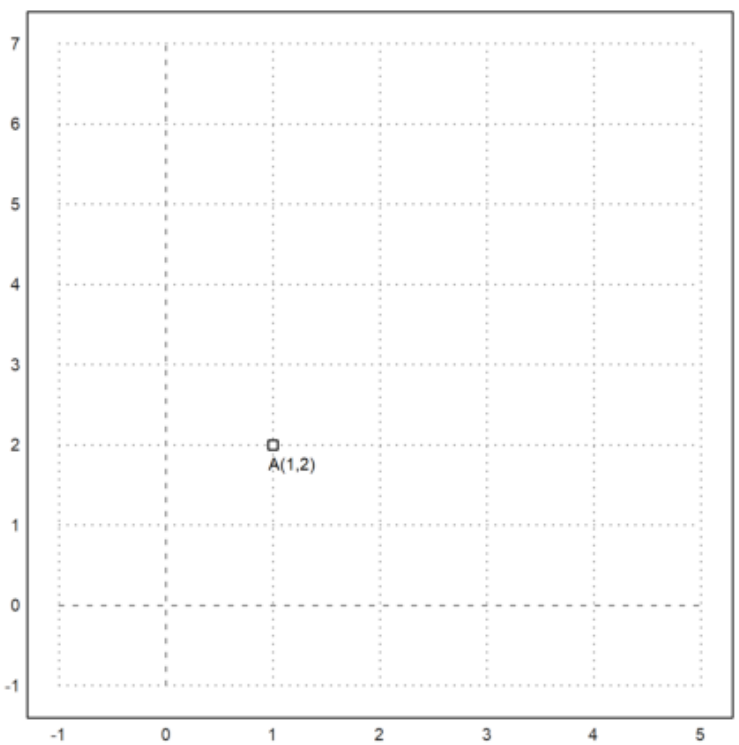
$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Rumus ini berasal dari Teorema Pythagoras, di mana selisih koordinat x dan y membentuk sisi siku-siku dari sebuah segitiga, dan garis AB menjadi garis miringnya.

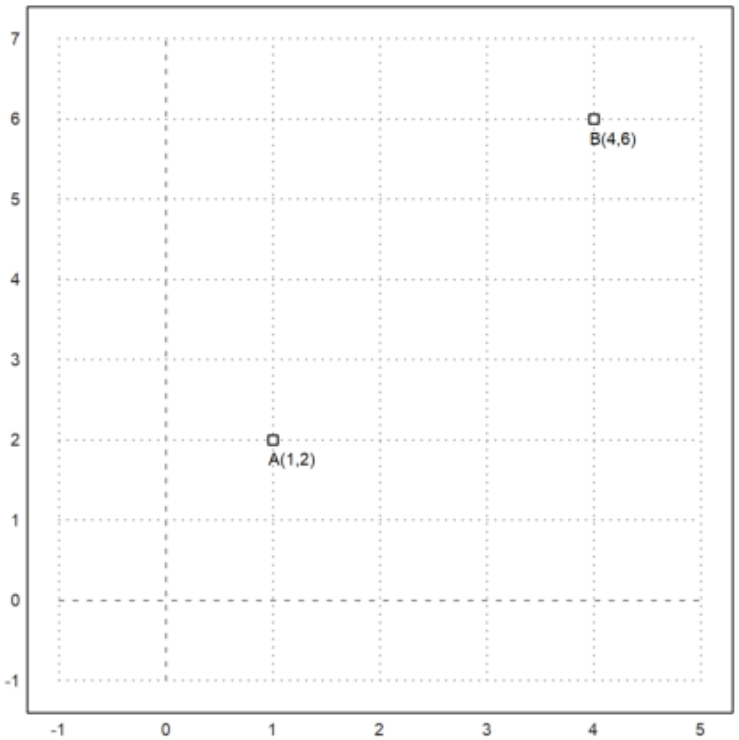
A. Panjang Ruas Garis Miring

Panjang ruas garis miring antara dua titik adalah jarak terpendek yang menghubungkan kedua titik tersebut di bidang koordinat. Dalam geometri analitik, jarak ini dihitung menggunakan rumus jarak dua titik.

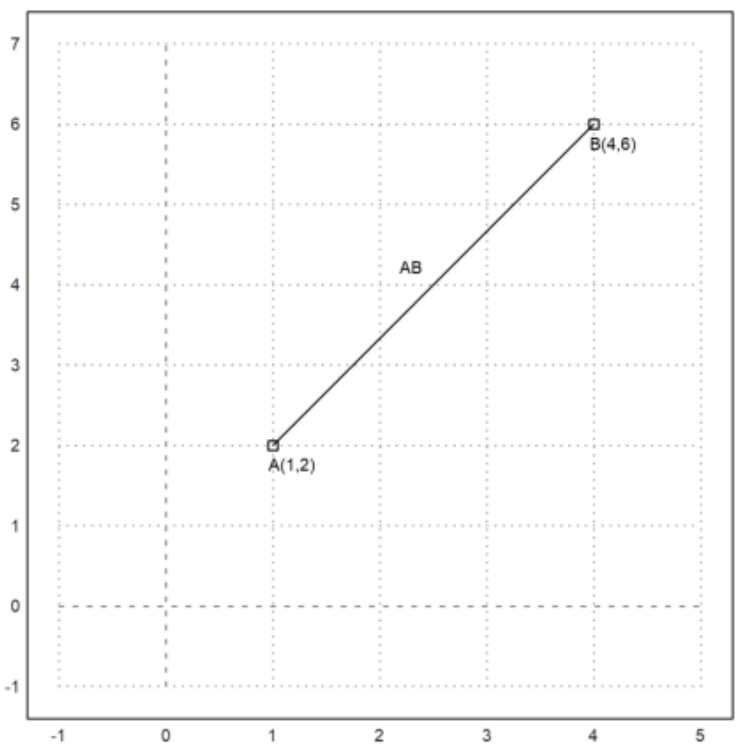
```
>load geometry;
>setPlotRange(-1,5,-1,7);
>A=[1,2];
>B=[4,6];
>plotPoint(A,"A(1,2)"):
```




```
>plotPoint(B,"B(4,6)"):
```




```
>plotSegment(A,B,"AB"):
```



```
>x1=1; y1=2;
>x2=4; y2=6;
>AB :=sqrt((x2 - x1)^2 + (y2 - y1)^2)
```

```
  5
```

Jarak antara titik A(1,2) dan B(4,6)
Diketahui

$$x_1 = 1, y_1 = 2, x_2 = 4, y_2 = 6$$

subtitusikan ke persamaan, sehingga diperoleh:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(4-1)^2 + (6-2)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(3)^2 + (4)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{9 + 16}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{25}$$

$$\overline{AB} = 5$$

Jadi, jarak titik A ke titik B adalah 5.

```
>distance(A,B)
```

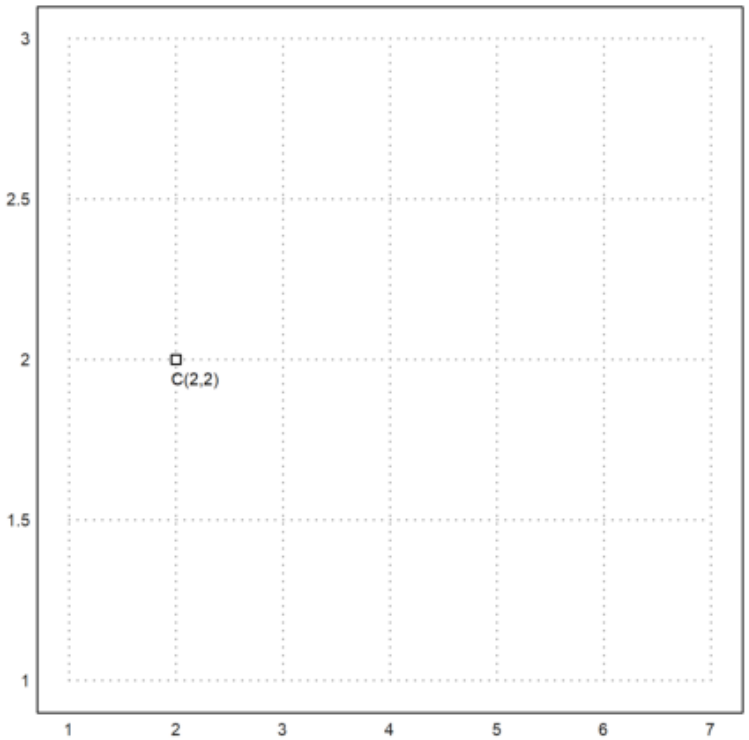
```
  5
```

Panjang Ruas Garis Horizontal (Mendatar)

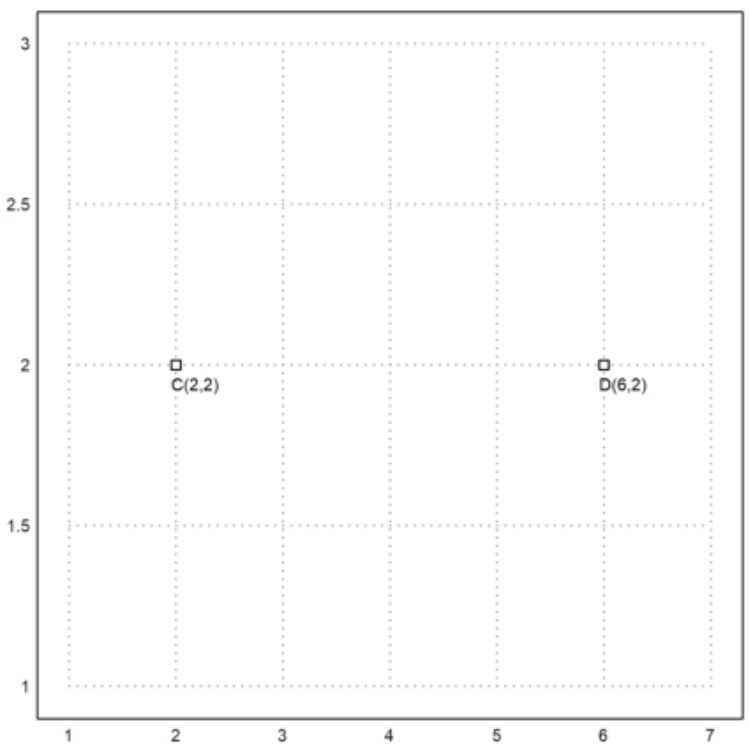
- Kedua titik memiliki nilai y yang sama, jadi tidak ada selisih vertikal.
- Garis yang menghubungkan titik A dan titik B posisinya mendatar (horizontal).
- Panjang garis tersebut sama dengan selisih koordinat x-nya, yaitu:

$$\overline{AB} = |x_2 - x_1|$$

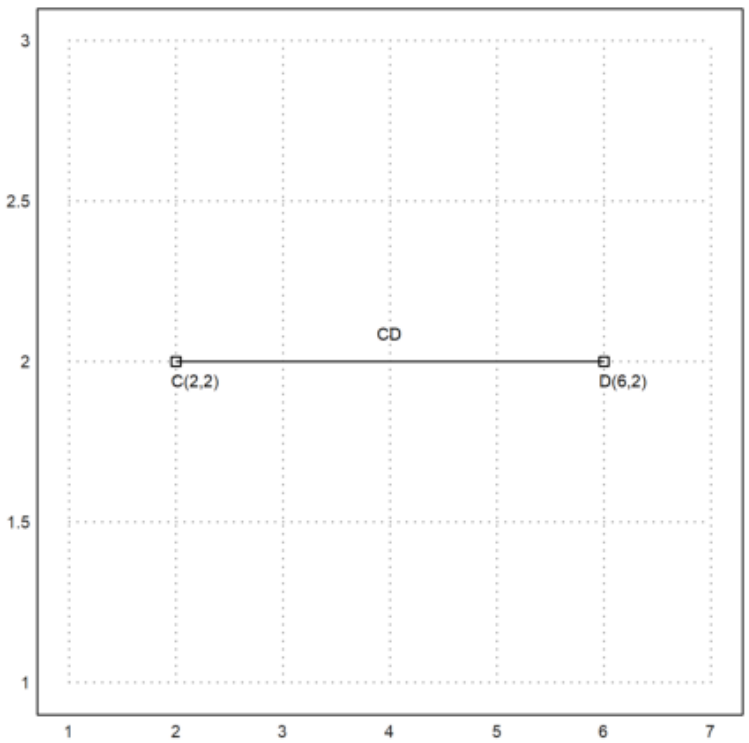
```
>load geometry;
>setPlotRange(1,7,1,3);
>C=[2,2];
>D=[6,2];
>plotPoint(C,"C(2,2)"):
```




```
>plotPoint(D,"D(6,2)"):
```



```
>plotSegment(C,D,"CD"):
```




```
>x1=2; y1=2;
>x2=6; y2=2;
>CD := abs(x2-x1)
```

4

Panjang ruas garis CD

$$\overline{CD} = |x_2 - x_1|$$

$$\overline{CD} = |6 - 2|$$

$$\overline{CD} = |4|$$

$$\overline{CD} = 4$$

```
>DC :=sqrt((x2 - x1)^2 + (y2 - y1)^2)
```

4

Jarak antara titik C(2,2) dan D(6,2)
Diketahui

$$x_1 = 2, y_1 = 2, x_2 = 6, y_2 = 2$$

subtitusikan ke persamaan, sehingga diperoleh:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(6-2)^2 + (2-2)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(4)^2 + (0)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{16 + 0}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{16}$$

$$\overline{AB} = 4$$

Jadi, jarak titik A ke titik B adalah 4.

```
>distance(C,D)
```

```
  4
```

Panjang Ruas Garis Vertikal (Tegak)

- Kedua titik memiliki nilai x yang sama, jadi tidak ada perubahan horizontal.
- Garis yang menghubungkan titik A dan titik B berupa garis tegak lurus (vertikal ke arah sumbu-y.
- Panjang garis tersebut sama dengan selisih koordinat y-nya, yaitu:

$$\overline{AB} = |y_2 - y_1|$$

$$\overline{AB} = \sqrt{16 + 0}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{16}$$

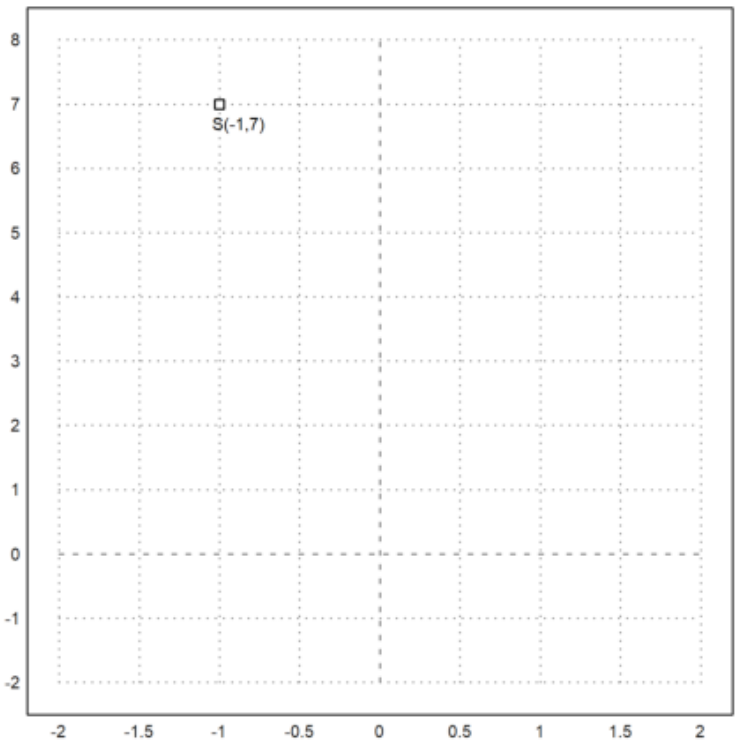
$$\overline{AB} = 4$$

Jadi, jarak titik A ke titik B adalah 4.

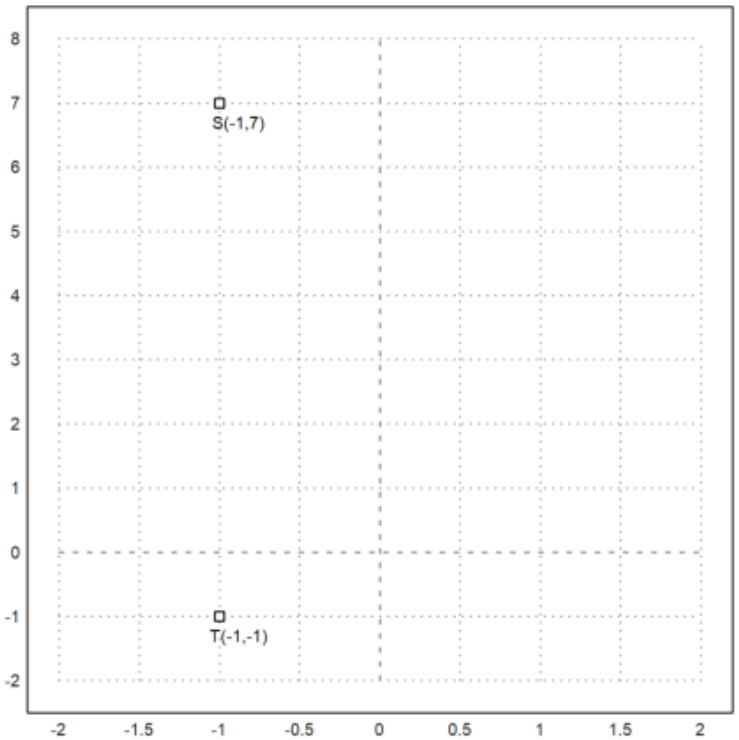
```
>load geometry
```

```
  Numerical and symbolic geometry.
```

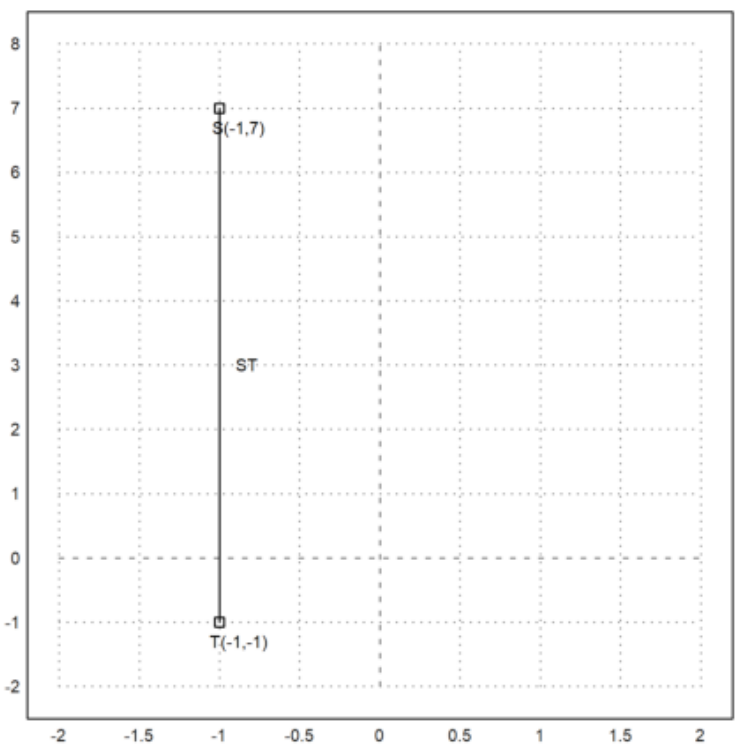
```
>setPlotRange(-2,2,-2,8);
>S=[-1,7];
>T=[-1,-1];
>plotPoint(S,"S(-1,7)"):
```




```
>plotPoint(T,"T(-1,-1)"):
```




```
>plotSegment(S,T,"ST"):
```



```
>x1=-1; y1=7;
>x2=-1; y2=-1;
>ST := abs(y2-y1)
```

8

Panjang ruas garis ST

$$\overline{ST} = |y_2 - y_1|$$

$$\overline{ST} = |-1-7|$$

$$\overline{ST} = |-8|$$

$$\overline{ST} = 8$$

```
>ST :=sqrt((x2 - x1)^2 + (y2 - y1)^2)
```

8

Jarak antara titik S(-1,7) dan T(-1,-1)
Diketahui

$$x_1 = -1, y_1 = 7, x_2 = -1, y_2 = -1$$

subtitusikan ke persamaan, sehingga diperoleh:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\overline{ST} = \sqrt{(-1-(-1))^2 + (-1-7)^2}$$

$$\overline{ST} = \sqrt{(0)^2 + (-8)^2}$$

$$\overline{ST} = \sqrt{0+64}$$

$$\overline{ST} = \sqrt{64}$$

$$\overline{ST} = 8$$

Jadi, jarak titik S ke titik T adalah 8.

```
>distance(S,T)
```

8

Segitiga merupakan suatu bangun datar yang mempunyai tiga buah sisi dan tiga buah sudut.

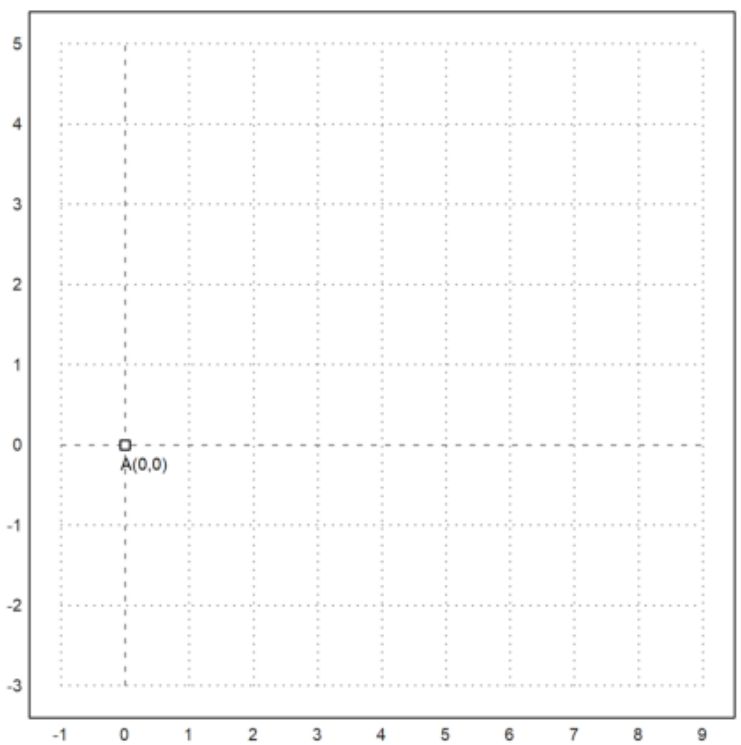
```
>load geometry
```

```
  Numerical and symbolic geometry.
```

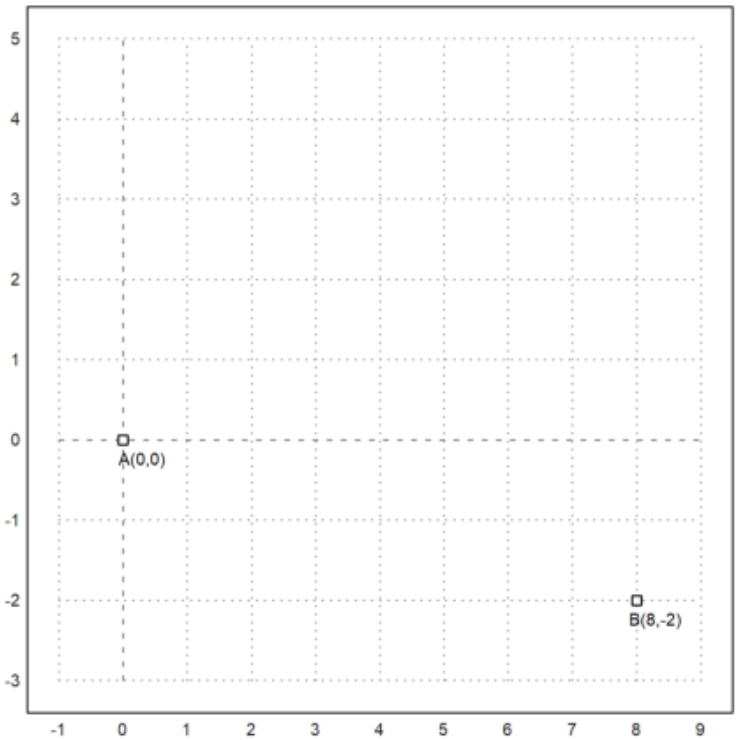
```
>setPlotRange (-1,9,-3,5)
```

```
  [-1,  9,  -3,  5]
```

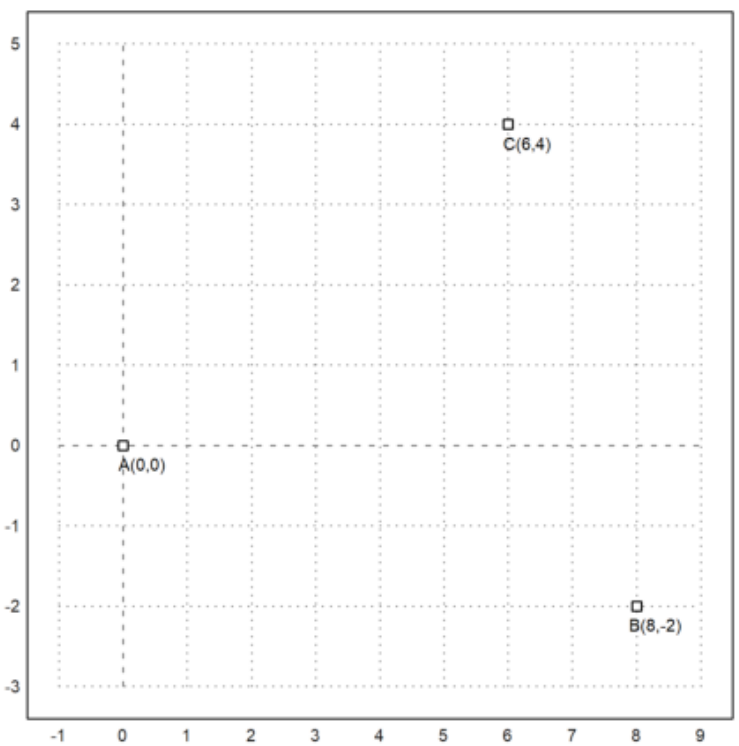
```
>A=[0,0]; B=[8,-2]; C=[6,4];
>plotPoint(A,"A(0,0)"):
```



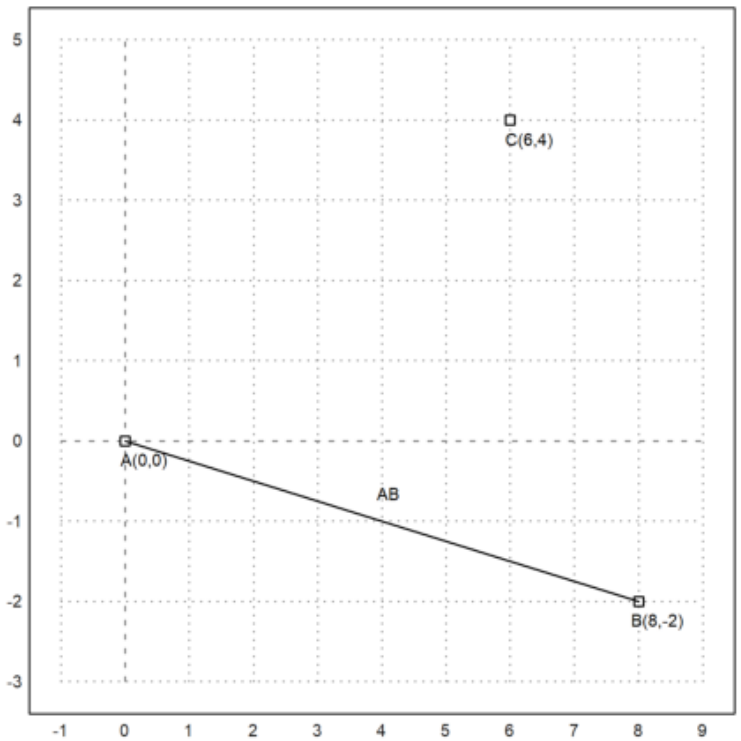

```
>plotPoint(B,"B(8,-2)"):
```



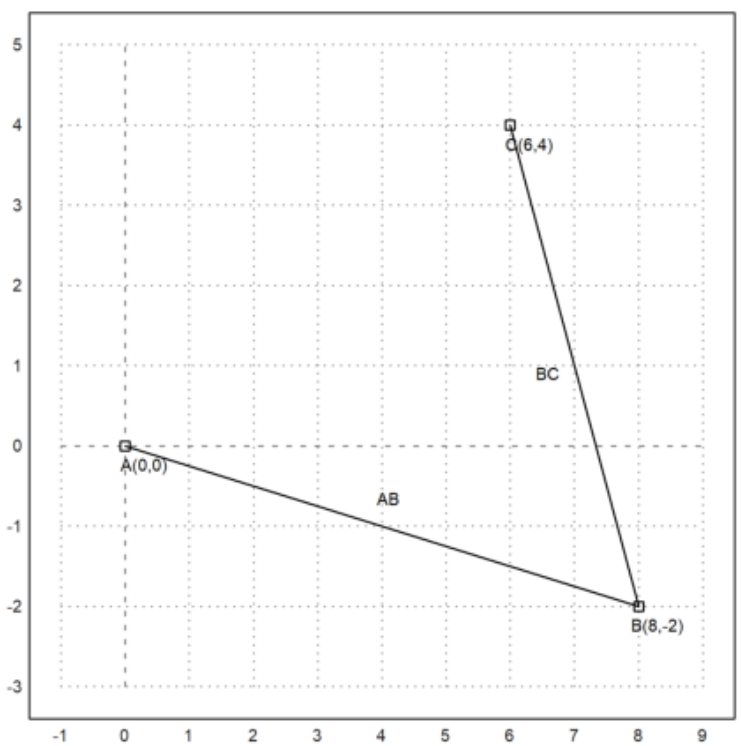

```
>plotPoint(C,"C(6,4)"):
```



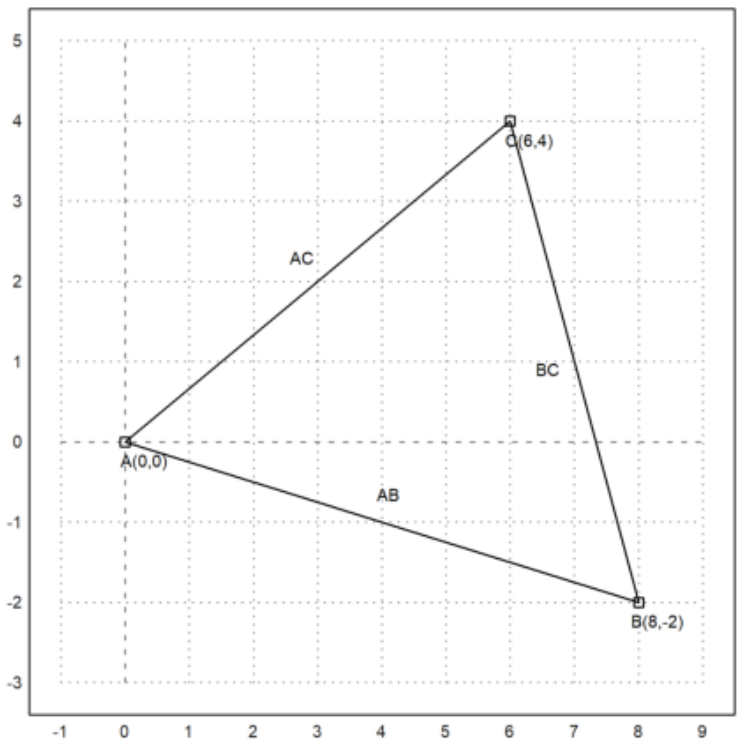
```
>plotSegment(A,B):
```




```
>plotSegment(B,C):
```



```
>plotSegment(A,C):
```




```
>areaTriangle(A,B,C)
```

```
  22
```

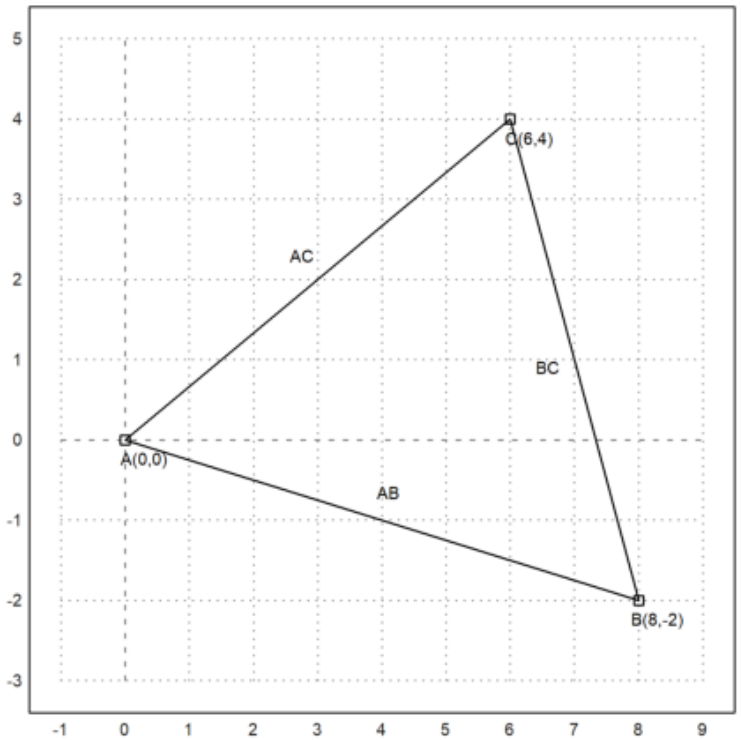
```
>a:= distance(B,C)
```

```
  6.32455532034
```

```
>c:= distance(A,B)b:= distance(A,C)
```

```
  Commands must be separated by semicolon or comma!
  Found: b:= distance(A,C) (character 98)
  You can disable this in the Options menu.
  Error in:
  c:= distance(A,B)b:= distance(A,C) ...
                   ^
```

```
>K:= a+b+c:
```




```
>s:= (a+b+c)/2
```

```
  10.2853832858
```

```
>L:= sqrt(s*(s-a)*(s-b)*(s-c))
```

```
  18.8679622641
```

Untuk mencari luas segitiga, dapat kita gunakan Rumus Heron yang menyatakan bahwa luas segitiga dengan panjang sisi a, b, dan c adalah:

$$L = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

dengan

$$s = \frac{(a+b+c)}{2}$$

atau dapat kita tulis dalam bentuk lain yaitu:

$$L = \frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)(b+c-a)(a+c-b)(a+b-c)}$$

```
>load geometry
```

```
  Numerical and symbolic geometry.
```

Definisi Lingkaran

Lingkaran adalah tempat kedudukan titik-titik pada bidang datar, sehingga setiap titik pada lingkaran itu berjarak sama terhadap titik tertentu dalam lingkaran. Jarak yang sama disebut dengan jari-jari (radius) sedangkan titik tertentu disebut pusat (center) lingkaran.

Persamaan Lingkaran

- Pusat di titik asal O (0,0) dan jari-jari r

$$x^2 + y^2 = r^2$$

- Pusat di (a,b) dan jari-jari r

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

- Pusat di (-A,-B) dan

$$r = \sqrt{A^2 + B^2 - C}$$

$$x^2 + y^2 + 2Ax + 2By + c = 0$$

Luas dan Keliling Lingkaran

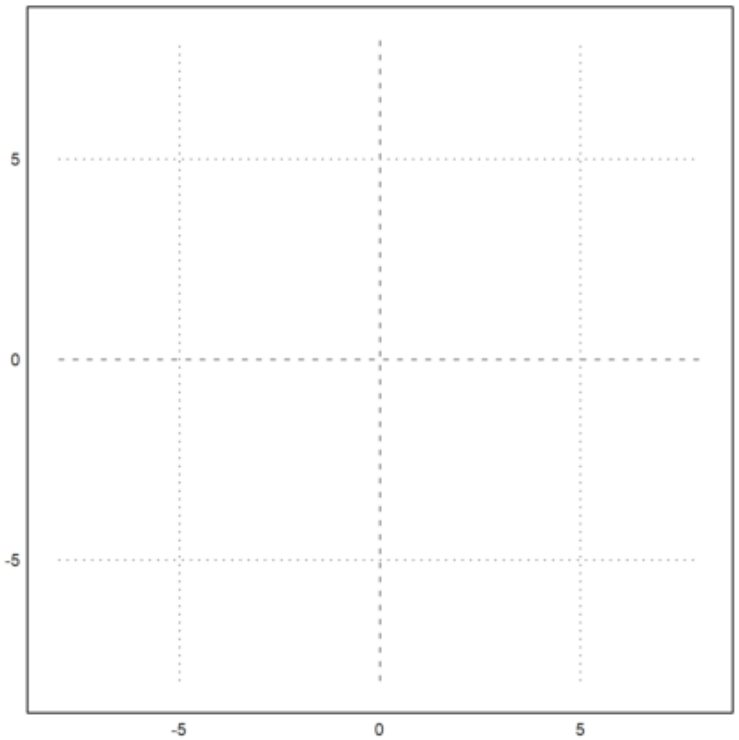
Contoh 1

Lingkaran dengan pusat di titik asal O (0,0) dan jari-jari 7

```
>load geometry
```

```
  Numerical and symbolic geometry.
```

```
>setPlotRange(8):
```



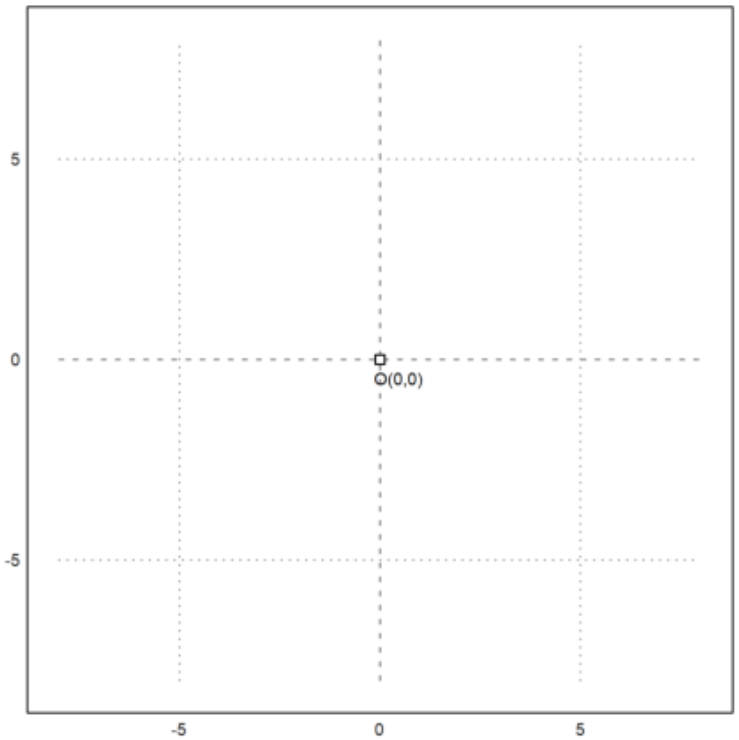

```
>O:= [0,0]
```

```
  [0,  0]
```

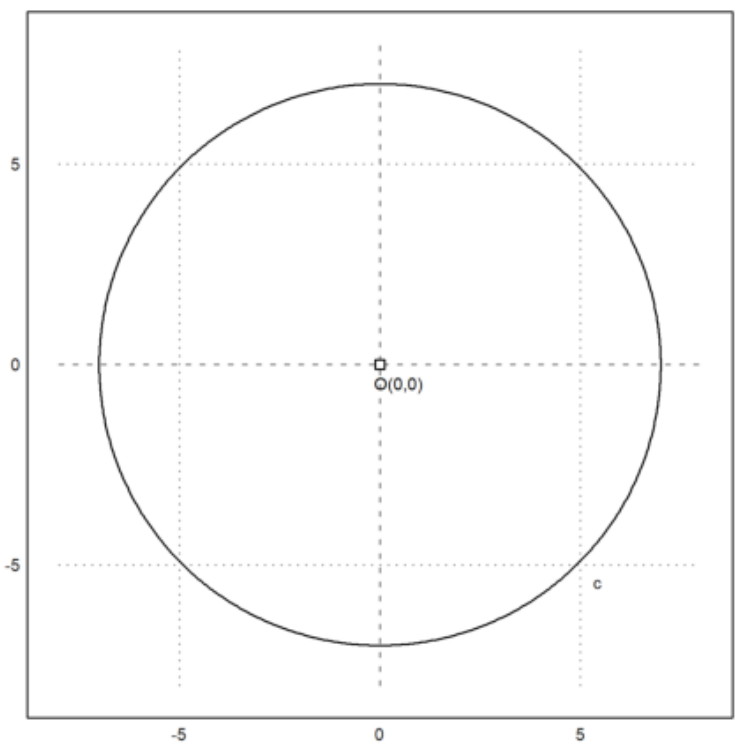
```
>r:= 7
```

```
  7
```

```
>plotPoint(O,"O(0,0)"):
```




```
>c=circleWithCenter(O,r);
>plotCircle(c):
```



```
>pi:= 22/7
```

```
  3.14285714286
```

```
>L:= pi*r^2
```

```
  154
```

Luas lingkaran dengan pusat (0,0) dan berjari-jari 7 (pi=22/7)

$$L = \pi \times r^2$$

$$L = \frac{22}{7} \times 7^2$$

$$L = \frac{22}{7} \times 49$$

$$L = 22 \times 7$$

$$L = 154$$

Jadi luas lingkaran dengan pusat (0,0) dan berjari-jari 7 adalah 154.

```
>K:= 2*pi*r
```

```
  44
```

Keliling lingkaran dengan pusat (0,0) dan berjari-jari 7 (pi=22/7)

$$K = 2 \times \pi \times r$$

$$K = 2 \times \frac{22}{7} \times 7$$

$$K = 2 \times 22$$

$$K = 44$$

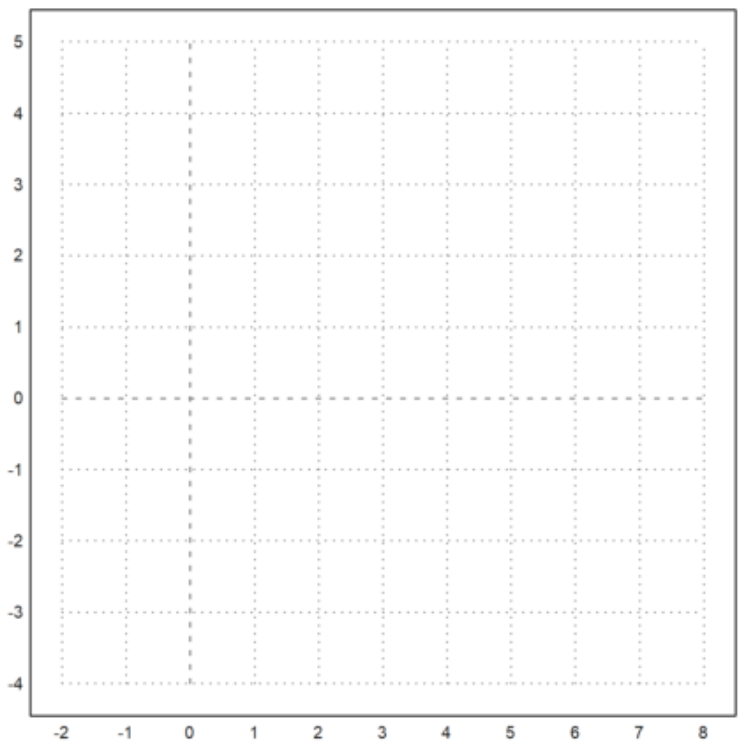
Jadi luas lingkaran dengan pusat (0,0) dan berjari-jari 7 adalah 44.

Contoh 2

```
>load geometry
```

```
  Numerical and symbolic geometry.
```

```
>setPlotRange(-2,8,-4,5):
```



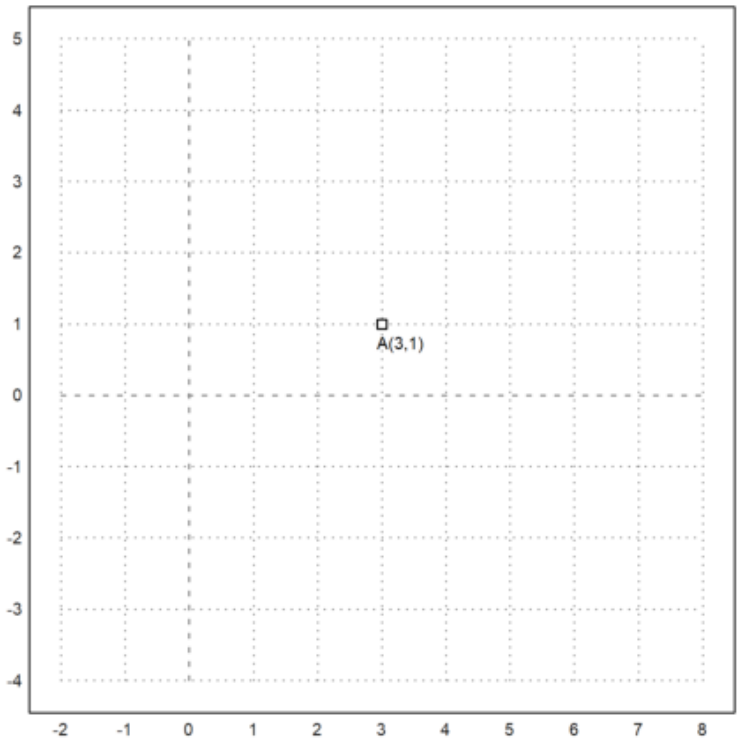

```
>A:= [3,1]
```

```
  [3,  1]
```

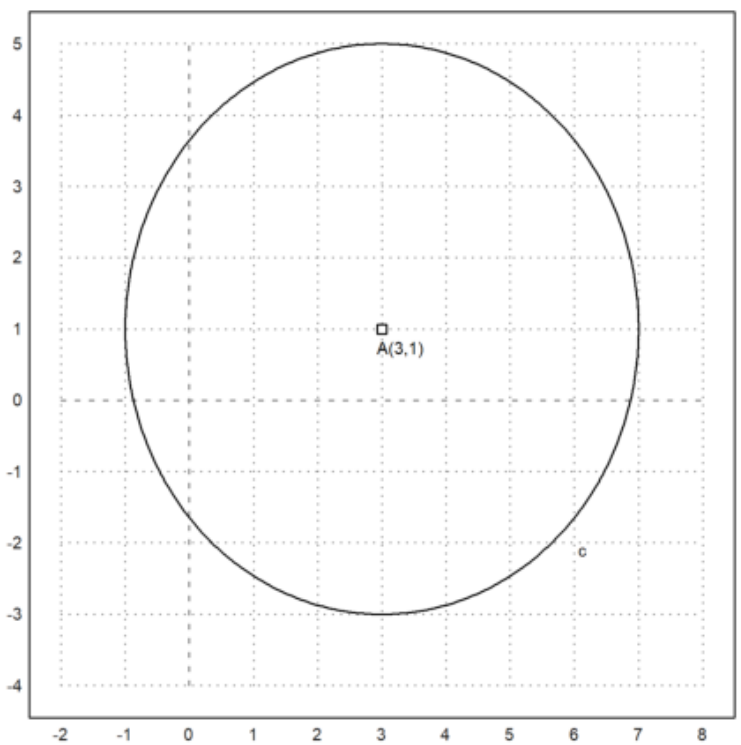
```
>r:= 4
```

```
  4
```

```
>plotPoint(A,"A(3,1)"):
```




```
>c=circleWithCenter(A,r);
>plotCircle(c):
```



```
>pi:= 3.14
```

```
  3.14
```

```
>L:= pi*r^2
```

```
  50.24
```

Luas lingkaran dengan pusat di titik A(3,1) dan berjari-jari 4 (pi=3.14)

$$L = \pi \times r^2$$

$$L = 3.14 \times 4^2$$

$$L = 3.14 \times 16$$

$$L = 50.24$$

Jadi luas lingkaran dengan pusat di titik A(3,1) dan berjari-jari 4 adalah 50.24.

```
>K:= 2*pi*r
```

```
  25.12
```

Keliling lingkaran dengan pusat di titik A(3,1) dan berjari-jari 4 (pi=3.14)

$$K = 2 \times \pi \times r$$

$$K = 2 \times 3.14 \times 4$$

$$K = 8 \times 3.14$$

$$K = 25.12$$

Jadi luas lingkaran dengan pusat di titik A(3,1) dan berjari-jari 4 adalah 25.12