EMT untuk Perhitungan Aljabar

Nama: Deswita Cintya Aryanti
NIM : 24030130039
Kelas: Pendidikan Matematika C

Pada notebook ini Anda belajar menggunakan EMT untuk melakukan berbagai perhitungan terkait dengan materi atau topik dalam Aljabar. Kegiatan yang harus Anda lakukan adalah sebagai berikut:

- Membaca secara cermat dan teliti notebook ini;
- Menerjemahkan teks bahasa Inggris ke bahasa Indonesia;
- Mencoba contoh-contoh perhitungan (perintah EMT) dengan cara meng-ENTER setiap perintah EMT yang ada (pindahkan kursor ke baris perintah)
- Jika perlu Anda dapat memodifikasi perintah yang ada dan memberikan keterangan/penjelasan tambahan terkait hasilnya.
- Menyisipkan baris-baris perintah baru untuk mengerjakan soal-soal Aljabar dari file PDF yang saya berikan;
- Memberi catatan hasilnya.
- Jika perlu tuliskan soalnya pada teks notebook (menggunakan format LaTeX).
- Gunakan tampilan hasil semua perhitungan yang eksak atau simbolik dengan format LaTeX. (Seperti contoh-contoh pada notebook ini.)

Contoh pertama

Menyederhanakan bentuk aljabar:

$$6x^{-3}y^5 \times -7x^2y^{-9}$$

```
>$&6*x^(-3)*y^5*-7*x^2*y^(-9)
```

$$-\frac{42}{x\,y^4}$$

Menjabarkan:

$$(6x^{-3}+y^5)(-7x^2-y^{-9})$$

```
>$&showev('expand((6*x^(-3)+y^5)*(-7*x^2-y^(-9))))
```

$$expand\left(\left(-\frac{1}{y^9}-7\,x^2\right)\left(y^5+\frac{6}{x^3}\right)\right)=-7\,x^2\,y^5-\frac{1}{y^4}-\frac{6}{x^3\,y^9}-\frac{42}{x}$$

Baris Perintah

Baris perintah Euler terdiridari satu atau beberapa perintah Euler yang diikuti titik koma ";" atau koma ",". Titik koma mencegah hasil dicetak. Koma setelah perintah terakhir dapat dihilangkan.

Baris perintah berikut hanya akan mencetak hasil ekspresi, bukan penugasan atau perintah format.

```
>r:=2; h:=4; pi*r^2*h/3
```

```
16.7551608191
```

Perintah harus dipisahkan dengan spasi. Baris perintah berikut akan mencetak dua hasilnya.

```
>pi*2*r*h, %+2*pi*r*h // Ingat tanda % menyatakan hasil perhitungan terakhir sebelumnya
```

```
50.2654824574
100.530964915
```

Baris perintah dieksekusi sesuai urutan pengguna menekan tombol kembali. Jadi, Anda akan mendapatkan nilai baru setiap kali Anda mengeksekusi baris kedua.

```
>x := 1;
>x := cos(x) // nilai cosinus (x dalam radian)
```

```
0.540302305868
```

```
>x := cos(x)
```

```
0.857553215846
```

Jika dua baris dihubungkan dengan "...", kedua baris akan selalu dieksekusi secara bersamaan.

```
>x := 1.5; ...
 x := (x+2/x)/2, x := (x+2/x)/2, x := (x+2/x)/2,
```

```
1.41666666667
1.41421568627
1.41421356237
```

Ini juga cara yang baik untuk membagi perintah panjang menjadi dua baris atau lebih. Anda dapat menekan Ctrl+Return untuk membagi baris menjadi dua pada posisi kursor saat ini, atau Ctrl+Back untuk menggabungkan baris-baris tersebut.

Untuk melipat semua garis multi-garis, tekan Ctrl+L. Garis-garis berikutnya hanya akan terlihat jika salah satunya menjadi fokus. Untuk melipat satu baris ganda, awali baris pertama dengan "%+ ".

```
>%+ x=4+5; ...
  // Baris ini tidak akan terlihat setelah kursor berada di luar baris tersebut
```

Baris yang dimulai dengan %% akan sepenuhnya tidak terlihat.

```
81
```

Euler mendukung perulangan dalam baris peritnah, asalkan dapat digunakan dalam satu baris atau beberapa baris. Dalam program, batasan ini tentu saja tidak berlaku. Untuk informasi lebih lanjut, silahkan lihat pendahuluan berikut.

```
>x=1; for i=1 to 5; x := (x+2/x)/2, end; // menghitung akar 2
```

```
1.5
1.41666666667
1.41421568627
1.41421356237
1.41421356237
```

Tidak masalah menggunakan beberapa baris. Pastikan baris diakhiri dengan "...".

```
>x := 1.5; // kmemtar diletakkan di sini sebelum ...
 repeat xnew:=(x+2/x)/2; until xnew~=x; ...
    x := xnew; ...
 end; ...
 x,
```

```
1.41421356237
```

Struktur kondisional juga berfungsi.

```
>if E^pi>pi^E; then "Thought so!", endif;
```

```
Thought so!
```

Saat Anda menjalankan perintah, kursor dapat berada di posisi mana pun di baris perintah. Anda dapat kembali ke perintah sebelumnya atau melompat ke perintah berikutnya dengan tombol panah. Atau, Anda dapat mengklik bagian komentar di atas perintah untuk membuka perintah tersebut.

Saat Anda menggerakkan kursor di sepanjang beris, pasangan tanda kurung buka dan tutup akan disorot. Perhatikan juga baris status. Setelah tanda kurung buka fungsi sqrt(), baris status akan menampilkan teks bantuan untuk fungsi tersebut. Jalankan perintah dengan tombol enter.

```
>sqrt(sin(10°)/cos(20°))
```

```
0.429875017772
```

Untuk melihat bantuan untuk perintah terbaru, buka jendela bantuan dengan F1. Di sana, Anda dapat memasukkan teks yang ingin dicari.
Pada baris kosong, bantuan untuk jendela bantuan akan ditampilkan. Anda dapat menekan tombol escape untuk menghapus baris tersebut,
atau untuk menutup jendela bantuan.

Anda dapat mengklik dua kali perintah apa pun untuk membuka bantuan untuk perintah ini. Coba klik dua kali exp com perintah di bawah pada baris perintah.

```
>exp(log(2.5))
```

```
2.5
```

Anda juga dapat menyalin dan menempel di Euler. Gunakan Ctrl-C dan Ctrl-V untuk ini. Untuk menandai teks, seret tetikus atau gunakan Shift bersamaan dengan tombol kursor apa pun. Selain itu, Anda dapat menyalin tanda kurung yang disorot.

Sintaks Dasar

Euler menguasai fungsi-fungsi matematika umum. Seperti yang telah Anda lihat di atas, fungsi trigonometri bekerja dalam radian atau derajat. Untuk mengonversi ke derajat, tambahkan simbol derajat (dengan tombol F7) ke nilai tersebut, atau gunakan fungsi rad(x). Fungsi akar kuadrat disebut sqrt dalam Euler. Tentu saja, x^(1/2) juga dimungkinkan.

Untuk mengatur variabel, gunakan "=" atau ":=". Demi kejelasan, pengantar ini menggunakan bentuk yang terakhir. Spasi tidak masalah. Namun, spasi antar perintah tetap diharapkan.

Beberapa perintah dalam satu baris dipisahkan dengan "," atau ";". Titik koma menghilangkan keluaran perintah. Di akhir baris perintah, tanda "," diasumsikan, jika ";" tidak ada.

```
>g:=9.81; t:=2.5; 1/2*g*t^2
```

```
30.65625
```

EMT menggunakan sintaks pemrograman untuk ekspresi. Untuk memasukkan

$$e^2 \cdot \left(\frac{1}{3+4\log(0.6)} + \frac{1}{7} \right)$$

Anda harus mengatur tanda kurung yang benar dan menggunakan / untuk pecahan. Perhatikan tanda kurung yang disorot untuk bantuan. Perhatikan bahwa konstanta Euler e diberi nama E dalam EMT.

```
>E^2*(1/(3+4*log(0.6))+1/7)
```

```
8.77908249441
```

Untuk menghitung ekspresi rumit seperti

$$\left(\frac{\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+2}{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}} \right)^2 \pi$$

Anda perlu memasukkannya dalam formulir baris.

```
>((1/7 + 1/8 + 2) / (1/3 + 1/2))^2 * pi
```

```
23.2671801626
```

Letakkan tanda kurung dengan hati-hati di sekitar sub-ekspresi yang perlu dihitung terlebih dahulu. EMT membantu Anda dengan menyorot ekspresi yang diakhiri tanda kurung tutup. Anda juga harus memasukkan nama "pi" untuk huruf Yunani pi.

Hasil perhitungan ini adalah angka floating point. Angka ini dicetak secara default dengan akurasi sekitar 12 digit. Pada baris perintah berikut, kita juga mempelajari cara merujuk ke hasil sebelumnya dalam baris yang sama.

```
>1/3+1/7, fraction %
```

```
0.47619047619
10/21
```

Perintah Euler dapat berupa ekspresi atau perintah primitif. Ekspresi terdiri dari operator dan fungsi. Jika perlu, ekspresi harus mengandung tanda kurung untuk memastikan urutan eksekusi yang benar. Jika ragu, penggunaan tanda kurung adalah ide yang bagus. Perhatikan bahwa EMT menampilkan tanda kurung buka dan tutup saat mengedit baris perintah.

```
>(cos(pi/4)+1)^3*(sin(pi/4)+1)^2
```

```
    14.4978445072
```

Operator numerik Euler meliputi:

```
  + unary atau operator plus
  - unary atau operator minus
  *, /
  . perkalian matriks
  a^b pangkat untuk positif a atau bilangan bulat b (a**b juga
```

berfungsi)
n! operator faktorial

dan masih banyak lagi.

Berikut beberapa fungsi yang mungkin Anda butuhkan. Masih banyak lagi.

```
  sin,cos,tan,atan,asin,acos,rad,deg
  log,exp,log10,sqrt,logbase
  bin,logbin,logfac,mod,floor,ceil,round,abs,sign
  conj,re,im,arg,conj,real,complex
  beta,betai,gamma,complexgamma,ellrf,ellf,ellrd,elle
  bitand,bitor,bitxor,bitnot
```

Beberapa perintah memiliki kata lain, e.g. ln untuk log.

```
>ln(E^2), arctan(tan(0.5))
```

```
    2
    0.5
```

```
>sin(30°)
```

```
    0.5
```

Pastikan untuk menggunakan tanda kurung (kurung bulat) jika ada keraguan tentang urutan eksekusi! Berikut ini tidak sama dengan (2^3)^4, yang merupakan nilai default untuk 2^3^4 dalam EMT (beberapa sistem numerik melakukannya dengan cara lain).

```
>2^3^4, (2^3)^4, 2^(3^4)
```

```
    2.41785163923e+24
    4096
    2.41785163923e+24
```

Bilangan Riil

Tipe data utama dalam Euler adalah bilangan riil. Bilangan riil direpresentasikan dalam format IEEE dengan akurasi sekitar 16 digit desimal.

```
>longest 1/3
```

```
          0.3333333333333333
```

Representasi dua internal membutuhkan 8 byte.

```
>printdual(1/3)
```

```
    1.0101010101010101010101010101010101010101010101010101*2^-2
```

```
>printhex(1/3)
```

```
    5.5555555555554*16^-1
```

Strings

Suatu string dalam Euler didefinisikan dengan "...".

```
>"Suatu string dapat berisi apa saja."
```

```
    Suatu string dapat berisi apa saja.
```

String dapat dirangkai dengan | atau dengan +. Hal ini juga berlaku untuk angka, yang dalam kasus tersebut akan dikonversi menjadi string.

```
>"Luas lingkaran dengan jari-jari " + 2 + " cm adalah " + pi*4 + " cm^2."
```

```
    Luas lingkaran dengan jari-jari 2 cm adalah 12.5663706144 cm^2.
```

Fungsi cetak juga mengonversi angka menjadi string. Fungsi ini dapat memuat sejumlah digit dan sejumlah tempat (0 untuk keluaran padat), dan optimalnya berupa satuan.

```
>"Golden Ratio : " + print((1+sqrt(5))/2,5,0)
```

```
    Golden Ratio : 1.61803
```

Terdapat string khusus "none" yang tidak dicetak. String ini dikembalikan oleh beberapa fungsi ketika hasilnya tidak penting. (Dikembalikan secara otomatis jika fungsi tersebut tidak memiliki pernyataan "return").

```
>none
```

Untuk mengonversi string menjadi angka, cukup evaluasi string tersebut. Hal ini juga berlaku untuk ekspresi (lihat di bawah).

```
>"1234.5"()
```

```
1234.5
```

Untuk mendefinisikan vektor string, gunakan notasi vektor [...].

```
>v:=["affe","charlie","bravo"]
```

```
affe
charlie
bravo
```

Vektor string kosong dilambangkan dengan [none]. Vektor string dapat digabungkan.

```
>w:=[none]; w|v|v
```

```
affe
charlie
bravo
affe
charlie
bravo
```

String dapat berisi karakter Unicode. Secara internal, string ini berisi kode UTF-8. Untuk menghasilkan string seperti itu, gunakan u"..." dan salah satu entitas HTML.

String Unicode dapat digabungkan seperti string lainnya.

```
>u"&alpha; = " + 45 + u"&deg;" // pdfLaTeX mungkin gagal menampilkan secara benar
```

```
α = 45°
```

I

Dalam komentar, entitas yang sama seperti α, β etc. dapat digunakan. Ini mungkin alternatif cepat untuk Latex. (Selengkapnya pada komentar di bawah).

Ada beberapa fungsi untuk membuat atau menganalisis string Unicode. Fungsi strtochar() akan mengenali string Unicode dan menerjemahkannya dengan benar.

```
>v=strtochar(u"&Auml; is a German letter")
```

```
[196,  32,  105,  115,  32,  97,  32,  71,  101,  114,  109,  97,  110,
32,  108,  101,  116,  116,  101,  114]
```

Hasilnya adalah vektor angka Unicode. Fungsi kebalikannya adalah chartoutf().

```
>v[1]=strtochar(u"&Uuml;")[1]; chartoutf(v)
```

```
Ü is a German letter
```

Fungsi utf() dapat menerjemahkan string dengan entitas dalam variabel menjadi string Unicode.

```
>s="We have &alpha;=&beta;."; utf(s) // pdfLaTeX mungkin gagal menampilkan secara benar
```

```
We have α=β.
```

Dimungkinkan juga untuk menggunakan entitas numerik.

```
>u"&#196;hnliches"
```

```
Ähnliches
```

Nilai Boolean

Nilai Boolean direpresentasikan dengan 1=benar atau 0=salah dalam Euler. String dapat dibandingkan, seperti halnya angka.

```
>2<1, "apel"<"banana"
```

```
0
1
```

"and" adalah operator "&&" dan "or" adalah operator "||", seperti dalam bahasa C. (Kata "and" dan "or" hanya dapat digunakan dalam kondisi "if".)

```
>2<E && E<3
```

```
1
```

Operator Boolean mematuhi aturan bahasa matriks.

```
>(1:10)>5, nonzeros(%)
```

```
[0,  0,  0,  0,  0,  1,  1,  1,  1,  1]
[6,  7,  8,  9,  10]
```

Anda dapat menggunakan fungsi nonzeros() untuk mengekstrak elemen tertentu dari sebuah vektor. Dalam contoh ini, kami menggunakan kondisional isprime(n).

```
>N=2|3:2:99 // N berisi elemen 2 dan bilangan2 ganjil dari 3 s.d. 99
```

```
[2,  3,  5,  7,  9,  11,  13,  15,  17,  19,  21,  23,  25,  27,  29,
31,  33,  35,  37,  39,  41,  43,  45,  47,  49,  51,  53,  55,  57,
59,  61,  63,  65,  67,  69,  71,  73,  75,  77,  79,  81,  83,  85,
87,  89,  91,  93,  95,  97,  99]
```

```
>N[nonzeros(isprime(N))] //pilih anggota2 N yang prima
```

```
[2,  3,  5,  7,  11,  13,  17,  19,  23,  29,  31,  37,  41,  43,  47,
53,  59,  61,  67,  71,  73,  79,  83,  89,  97]
```

Format Output

Format output default EMT mencetak 12 digit. Untuk memastikan kita melihat format default, kita atur ulang formatnya.

```
>defformat; pi
```

```
    3.14159265359
```

Secara internal, EMT menggunakan standar IEEE untuk angka ganda dengan sekitar 16 digit desimal. Untuk melihat jumlah digit lengkap, gunakan perintah "longestformat", atau kami menggunakan operator "longest" untuk menampilkan hasil dalam format terpanjang.

```
>longest pi
```

```
          3.141592653589793
```

Berikut adalah representasi heksadesimal internal dari angka ganda.

```
>printhex(pi)
```

```
    3.243F6A8885A30*16^0
```

Format output dapat diubah secara permanen dengan perintah format.

```
>format(12,5); 1/3, pi, sin(1)
```

```
        0.33333
        3.14159
        0.84147
```

Format defaultnya adalah(12).

```
>format(12); 1/3
```

```
    0.333333333333
```

Fungsi seperti "shortestformat", "shortformat", "longformat" bekerja untuk vektor dengan cara berikut.

```
>shortestformat; random(3,8)
```

```
      0.66    0.2   0.89   0.28   0.53   0.31   0.44    0.3
      0.28   0.88   0.27    0.7   0.22   0.45   0.31   0.91
      0.19   0.46  0.095    0.6   0.43   0.73   0.47   0.32
```

Format default untuk skalar adalah format(12). Namun, format ini dapat diubah.

```
>setscalarformat(5); pi
```

```
    3.1416
```

Fungsi "longestformat" juga mengatur format skalar.

```
>longestformat; pi
```

```
      3.141592653589793
```

Sebagai referensi, berikut adalah daftar format output yang paling penting.

```
  shortestformat shortformat longformat, longestformat
  format(length,digits) goodformat(length)
  fracformat(length)
  defformat
```

Akurasi internal EMT adalah sekitar 16 angka desimal, yang merupakan standar IEEE. Angka-angka disimpan dalam format internal ini.

Namun format output EMT dapat diatur secara fleksibel.

```
 >longestformat; pi,
```

```
      3.141592653589793
```

```
 >format(10,5); pi
```

```
       3.14159
```

Standarnya adalah defformat().

```
 >defformat; // default
```

Terdapat operator pendek yang hanya mencetak satu nilai. Operator "longest" akan mencetak semua digit angka yang valid.

```
 >longest pi^2/2
```

```
           4.934802200544679
```

Terdapat juga operator pendek untuk mencetak hasil dalam format pecahan. Kami telah menggunakannya di atas.

```
 >fraction 1+1/2+1/3+1/4
```

```
      25/12
```

Karena format internal menggunakan cara biner untuk menyimpan angka, nilai 0,1 tidak akan terwakili secara tepat. Kesalahannya sedikit bertambah, seperti yang Anda lihat pada perhitungan beriku.

```
 >longest 0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1-1
```

```
      -1.110223024625157e-16
```

Namun, dengan "longformat" bawaan, Anda tidak akan menyadari hal ini. Demi kenyamanan, keluaran angka yang sangat kecil adalah 0.

```
>0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1-1
```

```
    0
```

Ekspresi

String atau nama dapat digunakan untuk menyimpan ekspresi matematika, yang dapat dievaluasi oleh EMT. Untuk ini, gunakan tanda kurung setelah ekspresi. Jika Anda ingin menggunakan string sebagai ekspresi, gunakan konvensi untuk menamainya "fx" atau "fxy", dst. Ekspresi lebih diutamakan daripada fungsi.

Variabel global dapat digunakan dalam evaluasi.

```
>r:=2; fx:="pi*r^2"; longest fx()
```

```
          12.56637061435917
```

Parameter ditetapkan ke x, y, dan z dalam urutan tersebut. Parameter tambahan dapat ditambahkan menggunakan parameter yang telah ditetapkan.

```
>fx:="a*sin(x)^2"; fx(5,a=-1)
```

```
    -0.919535764538
```

Perhatikan bahwa ekspresi akan selalu menggunakan variabel global, meskipun terdapat variabel dalam suatu fungsi dengan nama yang sama.(Jika tidak, evaluasi ekspresi dalam fungsi dapat memberikan hasil yang sangat membingungkan bagi pengguna yang memanggil fungsi tersebut.)

```
>at:=4; function f(expr,x,at) := expr(x); ...
 f("at*x^2",3,5) // computes 4*3^2 not 5*3^2
```

```
    36
```

Jika Anda ingin menggunakan nilai lain untuk "at" selain nilai global, Anda perlu menambahkan "at=value".

```
>at:=4; function f(expr,x,a) := expr(x,at=a); ...
 f("at*x^2",3,5)
```

```
    45
```

Sebagai referensi, perlu dicatat bahwa koleksi panggilan (yang dibahas di tempat lain) dapat berisi ekspresi. Jadi, kita dapat membuat contoh di atas sebagai berikut.

```
>at:=4; function f(expr,x) := expr(x); ...
 f({{"at*x^2",at=5}},3)
```

```
    45
```

Ekspresi dalam x sering digunakan seperti fungsi.
Perhatikan bahwa mendefinisikan fungsi dengan nama yang sama seperti ekspresi simbolik

global akan menghapus variabel ini untuk menghindari kebingungan antara ekspresi simbolik dan fungsi.

```
>f &= 5*x;
>function f(x) := 6*x;
>f(2)
```

```
    12
```

Berdasarkan konvensi, ekspresi simbolik atau numerik harus diberi nama fx, fxy etc. Skema penamaan ini tidak boleh digunakan untuk fungsi.

```
>fx &= diff(x^x,x); $&fx
```

$$x^x \ (\log x + 1)$$

Bentuk khusus dari suatu ekspresi memperbolehkan variabel apa pun sebagai parameter tanpa nama untuk evaluasi ekspresi, bukan hanya "x", "y", dan seterusnya. Untuk ini, ekspresi diawali dengan "@(variabel) ...".

```
>"@(a,b) a^2+b^2", %(4,5)
```

```
    @(a,b) a^2+b^2
    41
```

Hal ini memungkinkan untuk memanipulasi ekspresi dalam variabel lain untuk fungsi EMT yang memerlukan ekspresi dalam "x".

Cara paling dasar untuk mendefinisikan fungsi sederhana adalah dengan menyimpan rumusnya dalam ekspresi simbolis atau numerik. Jika variabel utamanya adalah x, ekspresi tersebut dapat dievaluasi seperti halnya fungsi.

Seperti yang Anda lihat dalam contoh berikut, variabel global terlihat selama evaluasi.

```
>fx &= x^3-a*x;  ...
 a=1.2; fx(0.5)
```

```
    -0.475
```

Semua variabel lain dalam ekspresi dapat ditentukan dalam evaluasi menggunakan parameter yang ditetapkan.

```
>fx(0.5,a=1.1)
```

```
    -0.425
```

Suatu ekspresi tidak harus bersifat simbolis. Hal ini diperlukan jika ekspresi tersebut mengandung fungsi-fungsi yang hanya diketahui dalam
kernel numerik, bukan dalam Maxima.

Matematika Simbolik

EMT melakukan matematika simbolik dengan bantuan Maxima. Untuk detailnya, mulailah dengan tutorial berikut, atau telusuri referensi untuk Maxima. Para ahli Maxima perlu memperhatikan bahwa terdapat perbedaan sintaksis antara sintaksis asli Maxima dan

sintaksis
standar ekspresi simbolik dalam EMT.

Matematika simbolik terintegrasi dengan mulus ke dalam Euler dengan &. Setiap ekspresi yang dimulai dengan & merupakan ekspresi simbolik. Ekspresi ini dievaluasi dan dicetak oleh Maxima.

Pertama-tama, Maxima memiliki aritmatika "infinite" yang dapat menangani angka yang sangat besar.

```
>$&44!
```

$$26582715747884487680436258110146158903196385280000000000$$

Dengan cara ini, Anda dapat menghitung hasil yang besar secara tepat. Mari kita hitung

$$C(44,10)=\frac{44!}{34!\cdot 10!}$$

```
>$& 44!/(34!*10!) // nilai C(44,10)
```

$$2481256778$$

Tentu saja, Maxima memiliki fungsi yang lebih efisien untuk ini (seperti halnya bagian numerik EMT).

```
>$binomial(44,10) //menghitung C(44,10) menggunakan fungsi binomial()
```

$$2481256778$$

Untuk mempelajari lebih lanjut tentang fungsi tertentu, klik dua kali pada fungsi tersebut. Misalnya, coba klik dua kali pada "&binomial" di baris perintah sebelumnya. Ini akan membuka dokumentasi Maxima yang disediakan oleh pembuat program tersebut.

Anda akan mempelajari bahwa hal berikut ini juga berfungsi.

$$C(x,3)=\frac{x!}{(x-3)!3!}=\frac{(x-2)(x-1)x}{6}$$

```
>$binomial(x,3) // C(x,3)
```

$$\frac{(x-2)\,(x-1)\,x}{6}$$

Jika Anda ingin mengganti x dengan nilai tertentu, gunakan "with".

```
>$&binomial(x,3) with x=10 // substitusi x=10 ke C(x,3)
```

$$120$$

Dengan cara itu Anda dapat menggunakan solusi suatu persamaan dalam persamaan lainnya.

Ekspresi simbolis dicetak oleh Maxima dalam bentuk 2D. Hal ini disebabkan oleh adanya bendera simbolis khusus dalam string tersebut.

Seperti yang telah Anda lihat pada contoh sebelumnya dan selanjutnya, jika Anda telah menginstal LaTeX, Anda dapat mencetak ekspresi simbolik dengan Latex. Jika tidak, perintah berikut akan menampilkan pesan kesalahan.

Untuk mencetak ekspresi simbolik dengan LaTeX, gunakan $ di depan & (atau Anda dapat menghilangkan &) sebelum perintah. Jangan jalankan perintah Maxima dengan $ jika Anda

belum menginstal LaTeX.

```
>$(3+x)/(x^2+1)
```

$$\frac{x+3}{x^2+1}$$

Ekspresi simbolik diurai oleh Euler. Jika Anda membutuhkan sintaksis yang kompleks dalam satu ekspresi, Anda dapat melampirkan ekspresi tersebut dalam "...". Penggunaan lebih dari satu ekspresi sederhana dimungkinkan, tetapi sangat tidak disarankan.

```
>&"v := 5; v^2"
```

25

Untuk kelengkapan, perlu dicatat bahwa ekspresi simbolik dapat digunakan dalam program, tetapi perlu diapit tanda kutip. Selain itu, akan jauh lebih efektif untuk memanggil Maxima pada waktu kompilasi jika memungkinkan.

```
>$&expand((1+x)^4), $&factor(diff(%,x)) // diff: turunan, factor: faktor
```

$$x^4+4\,x^3+6\,x^2+4\,x+1$$

$$4\,{\left(x+1\right)}^3$$

Sekali lagi, % mengacu pada hasil sebelumnya.

Untuk memudahkan, kami menyimpan solusi ke dalam variabel simbolik. Variabel simbolik didefinisikan dengan "&=".

```
>fx &= (x+1)/(x^4+1); $&fx
```

$$\frac{x+1}{x^4+1}$$

Ekspresi simbolik dapat digunakan dalam ekspresi simbolik lainnya.

```
>$&factor(diff(fx,x))
```

$$\frac{-3\,x^4-4\,x^3+1}{{\left(x^4+1\right)}^2}$$

Input langsung perintah Maxima juga tersedia. Awali baris perintah dengan "::". Sintaks Maxima disesuaikan dengan sintaksis EMT
(disebut "compatibility mode".

```
>&factor(20!)
```

2432902008176640000

```
>::: factor(10!)
```

$$2^8\,3^4\,5^2\,7$$

```
>:: factor(20!)
```

$$2^{18}\ 3^{8}\ 5^{4}\ 7^{2}\ 11\ 13\ 17\ 19$$

Jika Anda ahli dalam Maxima, Anda mungkin ingin menggunakan sintaksis asli Maxima. Anda dapat melakukannya dengan ":::".

```
>::: av:g$ av^2;
```

$$g^{2}$$

```
>fx &= x^3*exp(x), $fx
```

$$x^{3}\ E^{x}$$

Variabel tersebut dapat digunakan dalam ekspresi simbolik lainnya. Perhatikan bahwa pada perintah berikut, sisi kanan &= dievaluasi sebelum penugasan ke Fx.

```
>&(fx with x=5), $%, &float(%)
```

$$125\ E^{5}$$

$$18551.64488782208$$

```
>fx(5)
```

```
    18551.6448878
```

Untuk mengevaluasi suatu ekspresi dengan nilai variabel tertentu, Anda dapat menggunakan operator "with".

Baris perintah berikut juga menunjukkan bahwa Maxima dapat mengevaluasi ekspresi secara numerik dengan float().

```
>&(fx with x=10)-(fx with x=5), &float(%)
```

$$1000\ E^{10} - 125\ E^{5}$$

$$2.20079141499189e+7$$

```
>$factor(diff(fx,x,2))
```

$$\frac{4\,(x-1)\,x^2\,\left(3\,x^4+8\,x^3+8\,x^2+8\,x+3\right)}{\left(x^4+1\right)^3}$$

Untuk mendapatkan kode Latex untuk suatu ekspresi, Anda dapat menggunakan perintah tex.

```
>tex(fx)
```

```
x^3\,e^{x}
```

Ekspresi simbolik dapat dievaluasi seperti halnya ekspresi numerik.

```
>fx(0.5)
```

```
0.206090158838
```

Dalam ekspresi simbolik, hal ini tidak berfungsi karena Maxima tidak mendukungnya. Sebagai gantinya, gunakan sintaksis "with" (bentuk yang lebih baik dari perintah at(...) Maxima).

```
>$&fx with x=1/2
```

$$\frac{24}{17}$$

Penugasan tersebut juga dapat bersifat simbolis.

```
>$&fx with x=1+t
```

$$\frac{t+2}{(t+1)^4+1}$$

Perintah "solve" memecahkan ekspresi simbolik untuk suatu variabel di Maxima. Hasilnya adalah vektor solusi.

```
>$&solve(x^2+x=4,x)
```

$$\left[x=\frac{-\sqrt{17}-1}{2},x=\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right]$$

Bandingkan dengan perintah numerik "solve" di Euler, yang memerlukan nilai awal, dan secara opsional nilai target.

```
>solve("x^2+x",1,y=4)
```

```
1.56155281281
```

Nilai numerik dari solusi simbolik dapat dihitung dengan mengevaluasi hasil simbolik. Euler akan membaca nilai x= dst. Jika Anda tidak memerlukan hasil numerik untuk perhitungan lebih lanjut, Anda juga dapat membiarkan Maxima mencari nilai numeriknya.

```
>sol &= solve(x^2+2*x=4,x); $&sol, sol(), $&float(sol)
```

$$\left[x=-\sqrt{5}-1, x=\sqrt{5}-1\right]$$

```
[-3.23607,  1.23607]
```

$$[x=-3.23606797749979, x=1.23606797749979]$$

Untuk mendapatkan solusi simbolis yang spesifik, seseorang dapat menggunakan "with" dan indeks.

```
>$&solve(x^2+x=1,x), x2 &= x with %[2]; $&x2
```

$$\left[x=\frac{-\sqrt{5}-1}{2}, x=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right]$$

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

Untuk menyelesaikan sistem persamaan, gunakan vektor persamaan. Hasilnya adalah vektor solusi.

```
>sol &= solve([x+y=3,x^2+y^2=5],[x,y]); $&sol, $&x*y with sol[1]
```

$$[[x=2, y=1], [x=1, y=2]]$$

$$2$$

Ekspresi simbolik dapat memiliki tanda (flag), yang menunjukkan perlakuan khusus di Maxima. Beberapa tanda juga dapat digunakan sebagai perintah, sementara yang lain tidak. Tanda ditambahkan dengan "|" (bentuk yang lebih baik dari "ev(...,flags)").

```
>$& diff((x^3-1)/(x+1),x) //turunan bentuk pecahan
```

$$\frac{3\,x^2}{x+1}-\frac{x^3-1}{(x+1)^2}$$

```
>$& diff((x^3-1)/(x+1),x) | ratsimp //menyederhanakan pecahan
```

$$\frac{2\,x^3+3\,x^2+1}{x^2+2\,x+1}$$

```
>$&factor(%)
```

$$\frac{2\,x^3+3\,x^2+1}{(x+1)^2}$$

Fungsi

Dalam EMT, fungsi adalah program yang didefinisikan dengan perintah "function". Fungsi dapat berupa fungsi satu baris atau fungsi multibaris.
Fungsi satu baris dapat berupa numerik atau simbolik. Fungsi satu baris numerik didefinisikan dengan ":=".

```
>function f(x) := x*sqrt(x^2+1)
```

Sebagai gambaran umum, kami menampilkan semua kemungkinan definisi untuk fungsi satu baris. Suatu fungsi dapat dievaluasi seperti fungsi Euler bawaan lainnya.

```
>f(2)
```

```
    4.472135955
```

Fungsi ini juga akan bekerja untuk vektor, mematuhi bahasa matriks Euler, karena ekspresi yang digunakan dalam fungsi tersebut divektorkan.

```
>f(0:0.1:1)
```

```
    [0,  0.100499,  0.203961,  0.313209,  0.430813,  0.559017,  0.699714,
    0.854459,  1.0245,  1.21083,  1.41421]
```

Fungsi dapat diplot. Alih-alih ekspresi, kita hanya perlu memberikan nama fungsi.

Berbeda dengan ekspresi simbolis atau numerik, nama fungsi harus diberikan dalam sebuah string.

```
>solve("f",1,y=1)
```

```
    0.786151377757
```

Secara default, jika Anda perlu menimpa fungsi bawaan, Anda harus menambahkan kata kunci "overwrite". Menimpa fungsi bawaan berbahaya dan dapat menyebabkan masalah pada fungsi lain yang bergantung padanya.

Anda masih dapat memanggil fungsi bawaan sebagai "_...", jika fungsi tersebut berada di inti Euler.

```
>function overwrite sin (x) := _sin(x°) // redine sine in degrees
>sin(45)
```

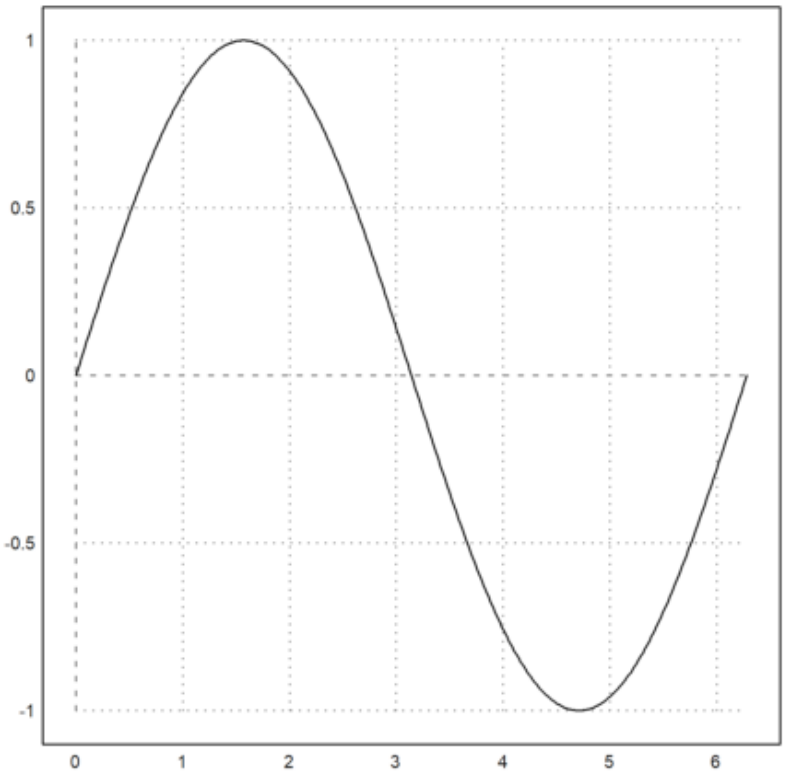
```
    0.707106781187
```

Sebaiknya kita hilangkan pendefinisian ulang sin.

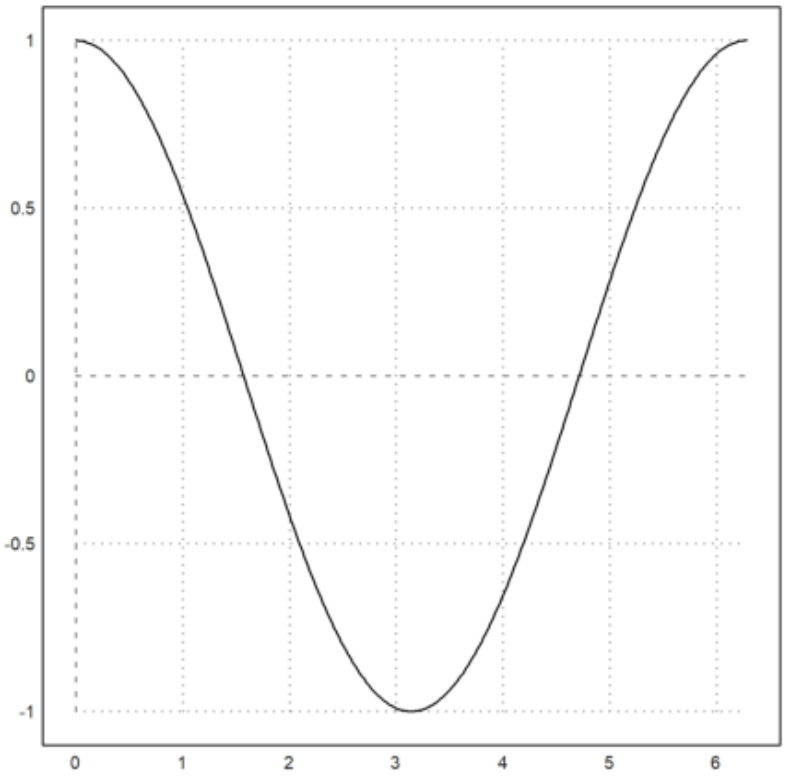
```
>forget sin;
>sin(pi/4)
```

```
    0.707106781187
```

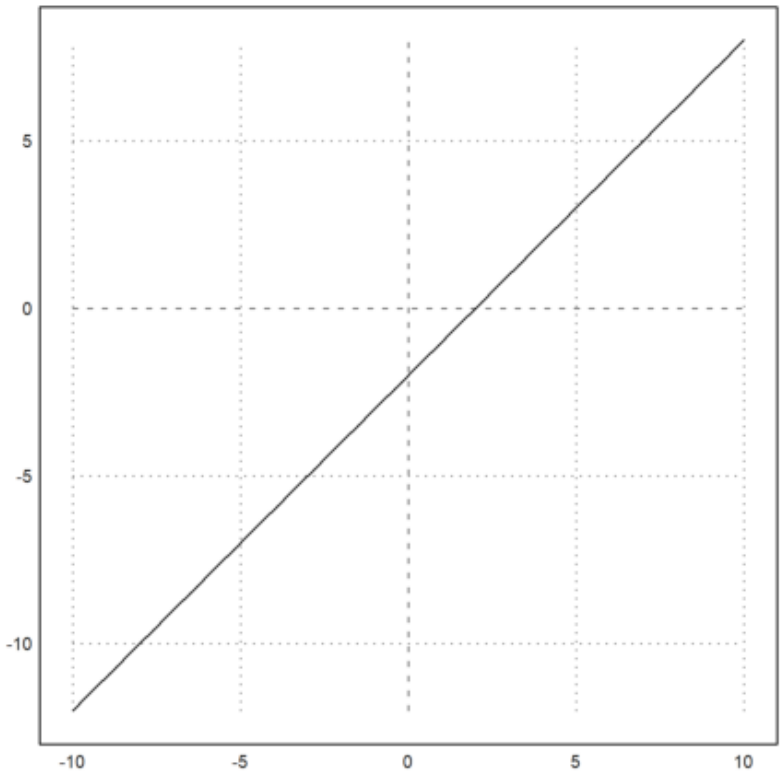
```
>plot2d("sin(x)", 0, 2*pi):
```



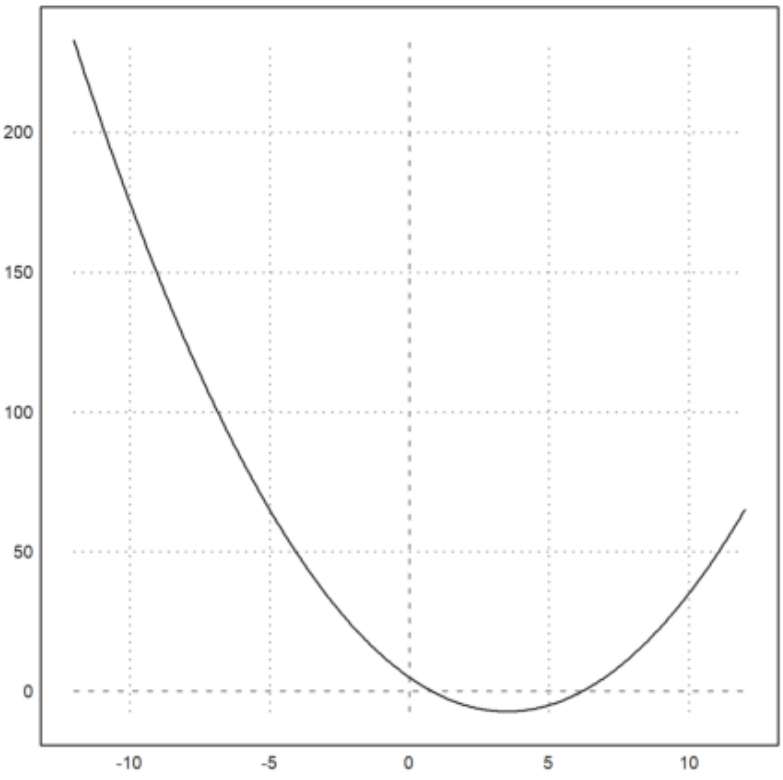

```
>plot2d("cos(x)", 0, 2*pi):
```




```
>plot2d("x-2",-10,10):
```




```
>plot2d("x^2-7*x+5",-12,12):
```



Parameter Default

Fungsi numerik dapat memiliki parameter default.

```
>function f(x,a=1) := a*x^2
```

Menghilangkan parameter ini akan menggunakan nilai default.

```
>f(4)
```

```
  16
```

Mengaturnya akan menimpa nilai default.

```
>f(4,5)
```

```
  80
```

Parameter yang ditetapkan juga akan menimpanya. Ini digunakan oleh banyak fungsi Euler seperti plot2d dan plot3d.

```
>f(4,a=1)
```

```
  16
```

Jika suatu variabel bukan parameter, variabel tersebut harus global. Fungsi satu baris dapat melihat variabel global.

```
>function f(x) := a*x^2
>a=6; f(2)
```

```
  24
```

Tetapi parameter yang ditetapkan mengesampingkan nilai global.

Jika argumen tidak ada dalam daftar parameter yang telah ditentukan sebelumnya, argumen tersebut harus dideklarasikan dengan ":="!

```
>f(2,a:=5)
```

```
  20
```

Fungsi simbolik didefinisikan dengan "&=". Fungsi ini didefinisikan dalam Euler dan Maxima, dan berfungsi di kedua dunia. Ekspresi yang menentukan dijalankan melalui Maxima sebelum definis.

```
>function g(x) &= x^3-x*exp(-x); $&g(x)
```

$$x^3 - x\,e^{-x}$$

Fungsi simbolik dapat digunakan dalam ekspresi simbolik.

```
>$&diff(g(x),x), $&% with x=4/3
```

$$x\,e^{-x} - e^{-x} + 3\,x^2$$

$$\frac{e^{-\frac{4}{3}}}{3} + \frac{16}{3}$$

Mereka juga dapat digunakan dalam ekspresi numerik. Tentu saja, ini hanya akan berhasil jika EMT dapat menginterpretasikan semua hal di dalam fungsi tersebut.

```
>g(5+g(1))
```

178.635099908

Mereka dapat digunakan untuk mendefinisikan fungsi atau ekspresi simbolis lainnya.

```
>function G(x) &= factor(integrate(g(x),x)); $&G(c) // integrate: mengintegralkan
```

$$\frac{e^{-c}\left(c^4\,e^c+4\,c+4\right)}{4}$$

```
>solve(&g(x),0.5)
```

0.703467422498

Berikut ini juga berfungsi, karena Euler menggunakan ekspresi simbolik dalam fungsi g, jika tidak menemukan variabel simbolik g, dan jika ada fungsi simbolik g.

```
>solve(&g,0.5)
```

0.703467422498

```
>function P(x,n) &= (2*x-1)^n; $&P(x,n)
```

$$(2\,x-1)^n$$

```
>function Q(x,n) &= (x+2)^n; $&Q(x,n)
```

$$(x+2)^n$$

```
>$&P(x,4), $&expand(%)
```

$$(2\,x-1)^4$$

$$16\,x^4-32\,x^3+24\,x^2-8\,x+1$$

```
>P(3,4)
```

625

```
>$&P(x,4)+ Q(x,3), $&expand(%)
```

$$(2\,x-1)^4+(x+2)^3$$

$$16\,x^4-31\,x^3+30\,x^2+4\,x+9$$

```
>$&P(x,4)-Q(x,3), $&expand(%), $&factor(%)
```

$$(2x-1)^4-(x+2)^3$$

$$16x^4-33x^3+18x^2-20x-7$$

$$16x^4-33x^3+18x^2-20x-7$$

```
>$&P(x,4)*Q(x,3), $&expand(%), $&factor(%)
```

$$(x+2)^3\,(2x-1)^4$$

$$16x^7+64x^6+24x^5-120x^4-15x^3+102x^2-52x+8$$

$$(x+2)^3\,(2x-1)^4$$

```
>$&P(x,4)/Q(x,1), $&expand(%), $&factor(%)
```

$$\frac{(2x-1)^4}{x+2}$$

$$\frac{16x^4}{x+2}-\frac{32x^3}{x+2}+\frac{24x^2}{x+2}-\frac{8x}{x+2}+\frac{1}{x+2}$$

$$\frac{(2x-1)^4}{x+2}$$

```
>function f(x) &= x^3-x; $&f(x)
```

$$x^3-x$$

Dengan &= fungsinya bersifat simbolis, dan dapat digunakan dalam ekspresi simbolis lainnya.

```
>$&integrate(f(x),x)
```

$$\frac{x^4}{4}-\frac{x^2}{2}$$

Dengan :=, fungsinya bersifat numerik. Contoh yang bagus adalah integral tentu seperti

$$f(x)=\int_1^x t^t\,dt,$$

yang tidak dapat dievaluasi secara simbolis.

Jika kita mendefinisikan ulang fungsi tersebut dengan kata kunci "map", fungsi tersebut dapat digunakan untuk vektor x. Secara internal, fungsi tersebut dipanggil untuk semua nilai x sekali, dan hasilnya disimpan dalam sebuah vektor.

```
>function map f(x) := integrate("x^x",1,x)
>f(0:0.5:2)
```

```
    [-0.783431,  -0.410816,  0,  0.676863,  2.05045]
```

Fungsi dapat memiliki nilai default untuk parameter.

```
>function mylog (x,base=10) := ln(x)/ln(base);
```

Sekarang fungsi tersebut dapat dipanggil dengan atau tanpa parameter "base".

```
>mylog(100), mylog(2^6.7,2)
```

```
      2
      6.7
```

Selain itu, dimungkinkan untuk menggunakan parameter yang ditetapkan.

```
>mylog(E^2,base=E)
```

```
      2
```

Seringkali, kita ingin menggunakan fungsi untuk vektor di satu tempat, dan untuk elemen individual di tempat lain. Hal ini dimungkinkan
dengan parameter vektor.

```
>function f([a,b]) &= a^2+b^2-a*b+b; $&f(a,b), $&f(x,y)
```

$$b^2-a\,b+b+a^2$$

$$y^2-x\,y+y+x^2$$

Fungsi simbolik seperti itu dapat digunakan untuk variabel simbolik.

Tetapi fungsi ini juga dapat digunakan untuk vektor numerik.

```
>v=[3,4]; f(v)
```

```
      17
```

Ada pula fungsi yang murni simbolis, yang tidak dapat digunakan secara numerik.

```
>function lapl(expr,x,y) &&= diff(expr,x,2)+diff(expr,y,2)//turunan parsial kedua
```

```
diff(expr, y, 2) + diff(expr, x, 2)
```

```
>$&realpart((x+I*y)^4), $&lapl(%,x,y)
```

$$y^4-6\,x^2\,y^2+x^4$$

$$lapl\left(y^4-6\,x^2\,y^2+x^4,x,y\right)$$

Namun tentu saja, mereka dapat digunakan dalam ekspresi simbolik atau dalam definisi fungsi simbolik.

```
>function f(x,y) &= factor(lapl((x+y^2)^5,x,y)); $&f(x,y)
```

$$lapl\left(\left(y^2+x\right)^5,x,y\right)$$

Untuk meringkas

- &= mendefinisikan simbolik,
- := mendefinisikan fungsi numerik,

- &&= mendefinisikan fungsi simbol murni.

Memecahkan Ekspresi

Ekspresi dapat diselesaikan secara numerik dan simbolis.

Untuk menyelesaikan ekspresi sederhana satu variabel, kita dapat menggunakan fungsi solve(). Fungsi ini membutuhkan nilai awal untuk memulai pencarian. Secara internal, solve() menggunakan metode sekan.

```
>solve("x^2-2",1)
```

```
    1.41421356237
```

Ini juga berlaku untuk ekspresi simbolis. Ambil fungsi berikut.

```
>$&solve(x^2=2,x)
```

$$\left[x=-\sqrt{2},x=\sqrt{2}\right]$$

```
>$&solve(x^2-2,x)
```

$$\left[x=-\sqrt{2},x=\sqrt{2}\right]$$

```
>$&solve(a*x^2+b*x+c=0,x)
```

$$\left[x=\frac{-\sqrt{b^2-4\,a\,c}-b}{2\,a},x=\frac{\sqrt{b^2-4\,a\,c}-b}{2\,a}\right]$$

```
>$&solve([a*x+b*y=c,d*x+e*y=f],[x,y])
```

$$\left[\left[x=-\frac{c\,e}{b\,(d-5)-a\,e},y=\frac{c\,(d-5)}{b\,(d-5)-a\,e}\right]\right]$$

```
>px &= 4*x^8+x^7-x^4-x; $&px
```

$$4\,x^8+x^7-x^4-x$$

Sekarang kita mencari titik, di mana polinomialnya adalah 2. Dalam solve(), nilai target default y=0 dapat diubah dengan variabel yang ditetapkan.
Kita menggunakan y=2 dan memeriksa dengan mengevaluasi polinomial pada hasil sebelumnya.

```
>solve(px,1,y=2), px(%)
```

```
    0.966715594851
    2
```

Memecahkan ekspresi simbolik dalam bentuk simbolik akan menghasilkan daftar solusi. Kami menggunakan pemecah simbolik solve()yang disediakan oleh Maxima.

```
>sol &= solve(x^2-x-1,x); $&sol
```

$$\left[x=\frac{1-\sqrt{5}}{2},x=\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right]$$

Cara termudah untuk mendapatkan nilai numerik adalah dengan mengevaluasi solusi secara numerik seperti sebuah ekspresi.

```
>longest sol()
```

```
        -0.6180339887498949       1.618033988749895
```

Untuk menggunakan solusi secara simbolis dalam ekspresi lain, cara termudah adalah "with".

```
>$&x^2 with sol[1], $&expand(x^2-x-1 with sol[2])
```

$$\frac{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}{4}$$

$$0$$

Memecahkan sistem persamaan secara simbolis dapat dilakukan dengan vektor persamaan dan penyelesai simbolis solve(). Jawabannya berupa daftar persamaan.

```
>$&solve([x+y=2,x^3+2*y+x=4],[x,y])
```

$$[[x=-1,y=3],[x=1,y=1],[x=0,y=2]]$$

Fungsi f() dapat melihat variabel global. Namun, seringkali kita ingin menggunakan parameter lokal.

$$a^x-x^a=0.1$$

dengan a=3.

```
>function f(x,a) := x^a-a^x;
```

Salah satu cara untuk meneruskan parameter tambahan ke f() adalah dengan menggunakan daftar dengan nama fungsi dan parameter (cara lainnya adalah parameter titik koma).

```
>solve({{"f",3}},2,y=0.1)
```

```
    2.54116291558
```

Ini juga berlaku untuk ekspresi. Namun, elemen daftar bernama harus digunakan. (Selengkapnya tentang daftar ada di tutorial sintaksis EMT).

```
>solve({{"x^a-a^x",a=3}},2,y=0.1)
```

```
    2.54116291558
```

Menyelesaikan Pertidaksamaan

Untuk menyelesaikan pertidaksamaan, EMT tidak akan dapat melakukannya, melainkan dengan bantuan Maxima, artinya secara eksak (simbolik). Perintah Maxima yang digunakan adalah

fourier_elim(), yang harus dipanggil dengan perintah "load(fourier_elim)" terlebih dahulu.

```
>&load(fourier_elim)
```

```
            C:/Program Files/Euler x64/maxima/share/maxima/5.35.1/share/f\
    ourier_elim/fourier_elim.lisp
```

```
>$&fourier_elim([x^2 - 1>0],[x]) // x^2-1 > 0
```

$$fourier\_elim\left(\left[x^2-1>0\right],[x]\right)$$

```
>$&fourier_elim([x^2 - 1<0],[x]) // x^2-1 < 0
```

$$fourier\_elim\left(\left[x^2-1<0\right],[x]\right)$$

```
>$&fourier_elim([x^2 - 1 # 0],[x]) // x^-1 <> 0
```

$$fourier\_elim\left(\left[x^2-1\neq 0\right],[x]\right)$$

```
>$&fourier_elim([x # 6],[x])
```

$$fourier\_elim\left(\left[x\neq 6\right],[x]\right)$$

```
>$&fourier_elim([x < 1, x > 1],[x]) // tidak memiliki penyelesaian
```

$$fourier\_elim\left(\left[x<1,x>1\right],[x]\right)$$

```
>$&fourier_elim([minf < x, x < inf],[x]) // solusinya R
```

$$fourier\_elim\left(\left[-\infty<x,x<\infty\right],[x]\right)$$

```
>$&fourier_elim([x^3 - 1 > 0],[x])
```

$$fourier\_elim\left(\left[x^3-1>0\right],[x]\right)$$

```
>$&fourier_elim([cos(x) < 1/2],[x]) // ??? gagal
```

$$fourier\_elim\left(\left[\cos x<\frac{1}{2}\right],[x]\right)$$

```
>$&fourier_elim([y-x < 5, x - y < 7, 10 < y],[x,y]) // sistem pertidaksamaan
```

$$fourier\_elim\left(\left[y-x<5,x-y<7,10<y\right],[x,y]\right)$$

```
>$&fourier_elim([y-x < 5, x - y < 7, 10 < y],[y,x])
```

$$fourier\_elim\left(\left[y-x<5,x-y<7,10<y\right],[y,x]\right)$$

```
>$&fourier_elim((x + y < 5) and (x - y >8),[x,y])
```

$$fourier\_elim\left(y+x<5\wedge x-y>8,[x,y]\right)$$

```
>$&fourier_elim(((x + y < 5) and x < 1) or  (x - y >8),[x,y])
```

$$fourier\_elim\left(y+x<5\wedge x<1\vee x-y>8,[x,y]\right)$$

```
>&fourier_elim([max(x,y) > 6, x # 8, abs(y-1) > 12],[x,y])
```

```
fourier_elim([max(x, y) > 6, x # 8, mabs(y - 1) > 12], [x, y])
```

```
>$&fourier_elim([(x+6)/(x-9) <= 6],[x])
```

$$fourier\_elim\left(\left[\frac{x+6}{x-9}\leq 6\right],[x]\right)$$

Bahasa Matriks

Dokumentasi inti EMT berisi pembahasan terperinci tentang bahasa matriks Euler.

Vektor dan matriks dimasukkan dengan tanda kurung siku, elemen dipisahkan dengan koma, baris dipisahkan dengan titik koma.

```
>A:=[1,2;3,4]
```

```
            1.00          2.00
            3.00          4.00
```

Produk matriks dilambangkan dengan titik.

```
>b=[3;4]
```

```
            3.00
            4.00
```

```
>b' // transpose b
```

```
            3.00          4.00
```

```
>inv(A) //inverse A
```

```
           -2.00          1.00
            1.50         -0.50
```

```
>A.b //perkalian matriks
```

```
           11.00
           25.00
```

```
>A.inv(A)

            1.00         0.00
            0.00         1.00
```

Poin utama dari bahasa matriks adalah bahwa semua fungsi dan operator bekerja elemen demi elemen.

```
>A.A

            7.00        10.00
           15.00        22.00

>A^2 //perpangkatan elemen2 A

            1.00         4.00
            9.00        16.00

>A.A.A

           37.00        54.00
           81.00       118.00

>power(A,3) //perpangkatan matriks

           37.00        54.00
           81.00       118.00

>A/A //pembagian elemen-elemen matriks yang seletak

            1.00         1.00
            1.00         1.00

>A/b //pembagian elemen2 A oleh elemen2 b kolom demi kolom (karena b vektor kolom)

            0.33         0.67
            0.75         1.00

>A\b // hasilkali invers A dan b, A^(-1)b

           -2.00
            2.50

>inv(A).b

           -2.00
            2.50
```

```
>A\A   //A^(-1)A
```

```
            1.00         0.00
            0.00         1.00
```

```
>inv(A).A
```

```
            1.00         0.00
            0.00         1.00
```

```
>A*A //perkalin elemen-elemen matriks seletak
```

```
            1.00         4.00
            9.00        16.00
```

Ini bukan perkalian matriks, melainkan perkalian elemen demi elemen. Hal yang sama berlaku untuk vektor.

```
>b^2 // perpangkatan elemen-elemen matriks/vektor
```

```
            9.00
           16.00
```

Jika salah satu operan merupakan vektor atau skalar, ia diperluas dengan cara alami.

```
>2*A
```

```
            2.00         4.00
            6.00         8.00
```

Misalnya, jika operan adalah vektor kolom, elemen-elemennya diterapkan ke semua baris A

```
>[1,2]*A
```

```
            1.00         4.00
            3.00         8.00
```

Jika itu adalah vektor baris, maka diterapkan ke semua kolom A.

```
>A*[2,3]
```

```
            2.00         6.00
            6.00        12.00
```

Kita dapat membayangkan perkalian ini seolah-olah vektor baris v telah diduplikasi untuk membentuk matriks yang sama ukuran sebagai A.

```
>dup([1,2],2) // dup: menduplikasi/menggandakan vektor [1,2] sebanyak 2 kali (baris)
```

```
            1.00        2.00
            1.00        2.00
```

```
>A*dup([1,2],2)
```

```
            1.00        4.00
            3.00        8.00
```

Hal ini juga berlaku untuk dua vektor, di mana satu vektor baris dan yang lainnya vektor kolom. Kami menghitung i*j for i,j from 1 to 5. Triknya adalah mengalikan 1:5 dengan transposenya. Bahasa matriks Euler secara otomatis menghasilkan tabel nila.

```
>(1:5)*(1:5)' // hasilkali elemen-elemen vektor baris dan vektor kolom
```

```
            1.00        2.00        3.00        4.00        5.00
            2.00        4.00        6.00        8.00       10.00
            3.00        6.00        9.00       12.00       15.00
            4.00        8.00       12.00       16.00       20.00
            5.00       10.00       15.00       20.00       25.00
```

Sekali lagi, ingatlah bahwa ini bukan produk matriks!

```
>(1:5).(1:5)' // hasilkali vektor baris dan vektor kolom
```

```
           55.00
```

```
>sum((1:5)*(1:5)) // sama hasilnya
```

```
           55.00
```

Bahkan operator seperti < atau == bekerja dengan cara yang sama.

```
>(1:10)<6 // menguji elemen-elemen yang kurang dari 6
```

```
    Real 1 x 10 matrix
            1.00        1.00        1.00        1.00     ...
```

Misalnya, kita dapat menghitung jumlah elemen yang memenuhi kondisi tertentu dengan fungsi sum().

```
>sum((1:10)<6) // banyak elemen yang kurang dari 6
```

```
            5.00
```

Euler memiliki operator perbandingan, seperti "==", yang memeriksa kesetaraan.

Kita mendapatkan vektor 0 dan 1, di mana 1 berarti benar.

```
>t=(1:10)^2; t==25 //menguji elemen2 t yang sama dengan 25 (hanya ada 1)
```

```
    Real 1 x 10 matrix
            0.00        0.00        0.00        0.00     ...
```

Dari vektor tersebut, "nonzeros" memilih elemen yang bukan nol.

Dalam kasus ini, kita mendapatkan indeks semua elemen yang lebih besar dari 50.

```
>nonzeros(t>50) //indeks elemen2 t yang lebih besar daripada 50

            8.00        9.00       10.00
```

Tentu saja, kita dapat menggunakan vektor indeks ini untuk mendapatkan nilai yang sesuai dalam t.

```
>t[nonzeros(t>50)] //elemen2 t yang lebih besar daripada 50

           64.00       81.00      100.00
```

Sebagai contoh, mari kita cari semua kuadrat angka 1 hingga 1000, yaitu 5 modulo 11 dan 3 modulo 13.

```
>t=1:1000; nonzeros(mod(t^2,11)==5 && mod(t^2,13)==3)

    Real 1 x 28 matrix
            4.00       48.00       95.00      139.00     ...
```

EMT tidak sepenuhnya efektif untuk komputasi integer. Ia menggunakan floating point presisi ganda secara internal. Namun, hal itu seringkali sangat berguna.

Kita bisa memeriksa keutamaannya. Mari kita cari tahu, berapa banyak kuadrat ditambah 1 yang merupakan bilangan prima.

```
>t=1:1000; length(nonzeros(isprime(t^2+1)))

          112.00
```

Fungsi nonzeros() hanya berfungsi untuk vektor. Untuk matriks, ada mnonzeros().

```
>seed(2); A=random(3,4)

            0.77        0.40        0.41        0.27
            0.14        0.39        0.50        0.95
            0.55        0.01        0.44        0.54
```

Ia mengembalikan indeks elemen, yang bukan nol.

```
>k=mnonzeros(A<0.4) //indeks elemen2 A yang kurang dari 0,4

            1.00        4.00
            2.00        1.00
```

```
            2.00        2.00
            3.00        2.00
```

Indeks ini dapat digunakan untuk menetapkan elemen pada nilai tertentu.

```
>mset(A,k,0) //mengganti elemen2 suatu matriks pada indeks tertentu
```

```
            0.77        0.40        0.41        0.00
            0.00        0.00        0.50        0.95
            0.55        0.00        0.44        0.54
```

Fungsi mset() juga dapat mengatur elemen pada indeks ke entri matriks lainnya.

```
>mset(A,k,-random(size(A)))
```

```
            0.77        0.40        0.41       -0.13
           -0.12       -0.69        0.50        0.95
            0.55       -0.48        0.44        0.54
```

Dan ini memungkinkan untuk mendapatkan elemen-elemen dalam sebuah vektor.

```
>mget(A,k)
```

```
            0.27        0.14        0.39        0.01
```

Fungsi lain yang berguna adalah extrema, yang mengembalikan nilai minimal dan maksimal di setiap baris matriks dan posisi mereka.

```
>ex=extrema(A)
```

```
            0.27        4.00        0.77        1.00
            0.14        1.00        0.95        4.00
            0.01        2.00        0.55        1.00
```

Kita dapat menggunakan ini untuk mengekstrak nilai maksimal pada setiap baris.

```
>ex[,3]'
```

```
            0.77        0.95        0.55
```

Ini tentu saja sama dengan fungsi max().

```
>max(A)'
```

```
            0.77        0.95        0.55
```

Tetapi dengan mget(), kita dapat mengekstrak indeks dan menggunakan informasi ini untuk mengekstrak elemen pada posisi yang sama dari matriks lain.

```
>j=(1:rows(A))'|ex[,4], mget(-A,j)
```

```
          1.00        1.00
          2.00        4.00
          3.00        1.00
         -0.77       -0.95       -0.55
```

Fungsi Matriks Lainnya (Membangun Matriks)

Untuk membangun matriks, kita dapat menumpuk satu matriks di atas matriks lainnya. Jika keduanya tidak memiliki jumlah kolom yang sama, yang lebih pendek akan diisi dengan 0.

```
>v:=1:3; v_v
```

```
          1.00        2.00        3.00
          1.00        2.00        3.00
```

Dengan cara yang sama, kita dapat menempelkan suatu matriks ke sisi lain yang berdampingan, jika keduanya memiliki jumlah baris yang sama.

```
>A=random(3,4); A|v'
```

```
          0.03        0.05        0.60        0.56        1.00
          0.84        0.18        0.40        0.84        2.00
          0.03        0.66        0.63        0.77        3.00
```

Jika keduanya tidak memiliki jumlah baris yang sama, matriks yang lebih pendek diisi dengan 0.

Ada pengecualian untuk aturan ini. Bilangan riil yang dilampirkan ke matriks akan digunakan sebagai kolom yang diisi dengan bilangan tersebut bilangan riil.

```
>A|1
```

```
          0.03        0.05        0.60        0.56        1.00
          0.84        0.18        0.40        0.84        1.00
          0.03        0.66        0.63        0.77        1.00
```

Dimungkinkan untuk membuat matriks dari vektor baris dan kolom.

```
>[v;v]
```

```
          1.00        2.00        3.00
          1.00        2.00        3.00
```

```
>[v',v']
```

```
          1.00        1.00
          2.00        2.00
          3.00        3.00
```

Tujuan utama dari ini adalah untuk menafsirkan vektor ekspresi untuk vektor kolom.

```
>"[x,x^2]"(v')
```

```
            1.00        1.00
            2.00        4.00
            3.00        9.00
```

Untuk mendapatkan ukuran A, kita dapat menggunakan fungsi berikut.

```
>C=zeros(2,4); rows(C), cols(C), size(C), length(C)
```

```
            2.00
            4.00
            2.00        4.00
            4.00
```

Untuk vektor, ada length().

```
>length(2:10)
```

```
            9.00
```

Ada banyak fungsi lain yang menghasilkan matriks.

```
>ones(2,2)
```

```
            1.00        1.00
            1.00        1.00
```

Ini juga dapat digunakan dengan satu parameter. Untuk mendapatkan vektor dengan angka selain 1, gunakan yang berikut.

```
>ones(5)*6
```

```
            6.00        6.00        6.00        6.00        6.00
```

Matriks bilangan acak juga dapat dihasilkan dengan distribusi acak (seragam) atau normal (Distribusi Gauß).

```
>random(2,2)
```

```
            0.67        0.83
            0.98        0.54
```

Berikut adalah fungsi berguna lainnya, yang merestrukturisasi elemen-elemen suatu matriks menjadi matriks lain.

```
>redim(1:9,3,3) // menyusun elemen2 1, 2, 3, ..., 9 ke bentuk matriks 3x3
```

```
            1.00        2.00        3.00
            4.00        5.00        6.00
            7.00        8.00        9.00
```

Dengan fungsi berikut, kita dapat menggunakan ini dan fungsi dup untuk menulis fungsi rep(), yang mengulang vektor n kali.

```
>function rep(v,n) := redim(dup(v,n),1,n*cols(v))
```

Mari kita uji.

```
>rep(1:3,5)
```

```
    Real 1 x 15 matrix
           1.00        2.00        3.00        1.00     ...
```

Fungsi multdup() menduplikasi elemen vektor.

```
>multdup(1:3,5), multdup(1:3,[2,3,2])
```

```
    Real 1 x 15 matrix
           1.00        1.00        1.00        1.00     ...
    Real 1 x 7 matrix
           1.00        1.00        2.00        2.00     ...
```

Fungsi flipx() dan flipy() membalikkan urutan baris atau kolom matriks. Dengan kata lain, fungsi flipx() membalik secara horizontal.

```
>flipx(1:5) //membalik elemen2 vektor baris
```

```
           5.00        4.00        3.00        2.00        1.00
```

Untuk rotasi, Euler memiliki rotleft() dan rotright().

```
>rotleft(1:5) // memutar elemen2 vektor baris
```

```
           2.00        3.00        4.00        5.00        1.00
```

Fungsi khusus adalah drop(v,i), yang menghapus elemen dengan indeks di i dari vektor v.

```
>drop(10:20,3)
```

```
    Real 1 x 10 matrix
          10.00       11.00       13.00       14.00     ...
```

Perhatikan bahwa vektor i dalam drop(v,i) merujuk pada indeks elemen dalam v, bukan nilai elemennya. Jika Anda ingin menghapus elemen, Anda perlu menemukan elemennya terlebih dahulu. Fungsi indexof(v,x) dapat digunakan untuk menemukan elemen x dalam vektor v yang telah diurutkan.

```
>v=primes(50), i=indexof(v,10:20), drop(v,i)
```

```
    Real 1 x 15 matrix
           2.00        3.00        5.00        7.00     ...
    Real 1 x 11 matrix
```

```
            0.00        5.00        0.00        6.00      ...
    Real 1 x 11 matrix

            2.00        3.00        5.00        7.00      ...
```

Seperti yang Anda lihat, tidak ada salahnya menyertakan indeks di luar rentang (seperti 0), indeks ganda, atau indeks yang tidak diurutkan.

```
>drop(1:10,shuffle([0,0,5,5,7,12,12]))

    Real 1 x 8 matrix

            1.00        2.00        3.00        4.00      ...
```

Ada beberapa fungsi khusus untuk mengatur diagonal atau menghasilkan matriks diagonal.

Kita mulai dengan matriks identitas.

```
>A=id(5) // matriks identitas 5x5

            1.00        0.00        0.00        0.00        0.00
            0.00        1.00        0.00        0.00        0.00
            0.00        0.00        1.00        0.00        0.00
            0.00        0.00        0.00        1.00        0.00
            0.00        0.00        0.00        0.00        1.00
```

Kemudian kita atur diagonal bawah (-1) menjadi 1:4.

```
>setdiag(A,-1,1:4) //mengganti diagonal di bawah diagonal utama

            1.00        0.00        0.00        0.00        0.00
            1.00        1.00        0.00        0.00        0.00
            0.00        2.00        1.00        0.00        0.00
            0.00        0.00        3.00        1.00        0.00
            0.00        0.00        0.00        4.00        1.00
```

Perhatikan bahwa kita tidak mengubah matriks A. Kita mendapatkan matriks baru sebagai hasil dari setdiag().

Berikut adalah fungsi yang mengembalikan matriks tri-diagonal.

```
>function tridiag (n,a,b,c) := setdiag(setdiag(b*id(n),1,c),-1,a); ...
 tridiag(5,1,2,3)

            2.00        3.00        0.00        0.00        0.00
            1.00        2.00        3.00        0.00        0.00
            0.00        1.00        2.00        3.00        0.00
            0.00        0.00        1.00        2.00        3.00
            0.00        0.00        0.00        1.00        2.00
```

Diagonal suatu matriks juga dapat diekstraksi dari matriks tersebut. Untuk menunjukkan hal ini, kami merestrukturisasi vektor tersebut 1:9 ke matriks 3x3.

```
>A=redim(1:9,3,3)

            1.00        2.00        3.00
            4.00        5.00        6.00
```

```
            7.00         8.00         9.00
```

Sekarang kita dapat mengekstrak diagonalnya.

```
>d=getdiag(A,0)
```

```
            1.00         5.00         9.00
```

Misalnya Kita dapat membagi matriks dengan diagonalnya. Bahasa matriks memastikan bahwa vektor kolom d adalah diterapkan pada matriks baris demi baris.

```
>fraction A/d'
```

```
              1           2           3
            4/5           1         6/5
            7/9         8/9           1
```

Vektorisasi

Hampir semua fungsi dalam Euler juga berfungsi untuk masukan matriks dan vektor, jika ini masuk akal.

Misalnya, fungsi sqrt() menghitung akar kuadrat semua elemen vektor atau matriks.

```
>sqrt(1:3)
```

```
      [1,  1.41421,  1.73205]
```

Jadi, Anda dapat dengan mudah membuat tabel nilai. Ini adalah salah satu cara untuk memplot fungsi (alternatifnya menggunakan ekspresi).

```
>x=1:0.01:5; y=log(x)/x^2; // terlalu panjang untuk ditampikan
```

Dengan ini dan operator titik dua a:delta:b, vektor nilai fungsi dapat dihasilkan dengan mudah.

Pada contoh berikut, kita menghasilkan vektor nilai t[i] dengan jarak 0,1 dari -1 hingga 1. Kemudian kita menghasilkan vektor nilai fungsi

$$s = t^3 - t$$

```
>t=-1:0.1:1; s=t^3-t
```

```
      [0,  0.171,  0.288,  0.357,  0.384,  0.375,  0.336,  0.273,  0.192,
      0.099,  0,  -0.099,  -0.192,  -0.273,  -0.336,  -0.375,  -0.384,
      -0.357,  -0.288,  -0.171,  0]
```

EMT memperluas operator untuk skalar, vektor, dan matriks dengan cara yang jelas.

Misalnya, vektor kolom dikalikan vektor baris akan mengembang menjadi matriks jika operator 1 diterapkan. Berikut ini, v' adalah vektor yang ditransposisikan (vektor kolom).

```
>shortest (1:5)*(1:5)'
```

```
     1     2     3     4     5
     2     4     6     8    10
     3     6     9    12    15
     4     8    12    16    20
     5    10    15    20    25
```

Perhatikan bahwa ini sangat berbeda dari perkalian matriks. Perkalian matriks dilambangkan dengan titik "." dalam EMT.

```
>(1:5).(1:5)'
```

```
    55
```

Secara default, vektor baris dicetak dalam format kompak.

```
>[1,2,3,4]
```

```
    [1,  2,  3,  4]
```

Untuk matriks, operator khusus . menunjukkan perkalian matriks, dan A' menunjukkan transposisi. Matriks 1x1 dapat digunakan seperti angka riil.

```
>v:=[1,2]; v.v', %^2
```

```
    5
    25
```

Untuk mentransposisi matriks, kita menggunakan tanda apostro.

```
>v=1:4; v'
```

```
    1
    2
    3
    4
```

Jadi kita dapat menghitung matriks A dikali vektor b.

```
>A=[1,2,3,4;5,6,7,8]; A.v'
```

```
   30
   70
```

Perhatikan bahwa v masih merupakan vektor baris. Jadi, v'.v berbeda dari v.v'.

```
>v'.v
```

```
    1     2     3     4
    2     4     6     8
    3     6     9    12
    4     8    12    16
```

v.v' menghitung norma v kuadrat untuk vektor baris v. Hasilnya adalah vektor 1x1, yang bekerja seperti vektor riil.

```
>v.v'
```

```
    30
```

Ada juga norma fungsi (bersama dengan banyak fungsi Aljabar Linear lainnya).

```
>norm(v)^2
```

```
    30
```

Operator dan fungsi mematuhi bahasa matriks Euler.

Berikut ini ringkasan aturannya.

- Suatu fungsi yang diterapkan pada suatu vektor atau matriks diterapkan pada setiap elemen.
- Operator yang beroperasi pada dua matriks berukuran sama diterapkan secara berpasangan pada elemen-elemen matriks tersebut.
- Jika kedua matriks mempunyai dimensi yang berbeda, keduanya diekspansi dengan cara yang masuk akal, sehingga mempunyai ukuran yang sama.

Misalnya, nilai skalar dikalikan dengan vektor akan mengalikan nilai tersebut dengan setiap elemen vektor. Atau, matriks dikalikan dengan vektor (dengan *, bukan .) akan mengembangkan vektor ke ukuran matriks dengan cara menduplikasinya.

Berikut ini adalah kasus sederhana dengan operator ^.

```
>[1,2,3]^2
```

```
    [1,   4,   9]
```

Berikut kasus yang lebih rumit. Sebuah vektor baris dikalikan dengan vektor kolom akan mengembang keduanya dengan cara menduplikasi.

```
>v:=[1,2,3]; v*v'
```

```
                1              2              3
                2              4              6
                3              6              9
```

Perhatikan bahwa produk skalar menggunakan produk matriks, bukan *!

```
>v.v'
```

```
    14
```

Ada banyak fungsi untuk matriks. Kami menyediakan daftar singkatnya. Anda sebaiknya merujuk ke dokumentasi untuk informasi lebih lanjut tentang perintah-perintah ini.

sum,prod menghitung jumlah dan produk dari baris

cumsum,cumprod melakukan hal yang sama secara kumulatif menghitung

nilai ekstrem dari setiap baris
extrema mengembalikan vektor dengan informasi ekstrem
diag(A,i) mengembalikan diagonal ke-i diagonal
setdiag(A,i,v) mengatur diagonal ke-i
id(n) matriks identitas
det(A) determinan matriks
charpoly(A) poliinomial karakteristik
eigenvalues(A) nilai eigen

```
>v*v, sum(v*v), cumsum(v*v)
```

```
[1,  4,  9]
14
[1,  5,  14]
```

Operator : menghasilkan vektor baris dengan spasi yang sama, secara opsional dengan ukuran langkah.

```
>1:4, 1:2:10
```

```
[1,  2,  3,  4]
[1,  3,  5,  7,  9]
```

Untuk menggabungkan matriks dan vektor ada operator "|" dan "_".

```
>[1,2,3]|[4,5], [1,2,3]_1
```

```
[1,  2,  3,  4,  5]
                1              2              3
                1              1              1
```

Elemen-elemen suatu matriks disebut dengan "A[i,j]".

```
>A:=[1,2,3;4,5,6;7,8,9]; A[2,3]
```

```
6
```

Untuk vektor baris atau kolom, v[i] adalah elemen ke-i dari vektor. Untuk matriks, ini mengembalikan baris ke-i lengkap dari matriks.

```
>v:=[2,4,6,8]; v[3], A[3]
```

```
6
[7,  8,  9]
```

Indeks juga dapat berupa vektor baris indeks. : menunjukkan semua indeks.

```
>v[1:2], A[:,2]
```

```
[2,  4]
                2
```

```
5
8
```

Bentuk singkat dari : adalah menghilangkan indeks sepenuhnya.

```
>A[,2:3]
```

```
2  3
5  6
8  9
```

Untuk tujuan vektorisasi, elemen-elemen matriks dapat diakses seolah-olah mereka adalah vektor.

```
>A{4}
```

```
4
```

Matriks juga dapat diratakan menggunakan fungsi redim(). Fungsi ini diimplementasikan dalam fungsi flatten().

```
>redim(A,1,prod(size(A))), flatten(A)
```

```
[1,  2,  3,  4,  5,  6,  7,  8,  9]
[1,  2,  3,  4,  5,  6,  7,  8,  9]
```

Untuk menggunakan matriks untuk tabel, mari kita atur ulang ke format default, dan hitung tabel nilai sinus dan kosinus. Perhatikan bahwa sudut dalam radian secara default.

```
>defformat; w=0°:45°:360°; w=w'; deg(w)
```

```
  0
 45
 90
135
180
225
270
315
360
```

Sekarang kita tambahkan kolom ke matriks.

```
>M = deg(w)|w|cos(w)|sin(w)
```

```
  0         0         1         0
 45  0.785398  0.707107  0.707107
 90    1.5708         0         1
135   2.35619 -0.707107  0.707107
180   3.14159        -1         0
225   3.92699 -0.707107 -0.707107
270   4.71239         0        -1
315   5.49779  0.707107 -0.707107
360   6.28319         1         0
```

Dengan menggunakan bahasa matriks, kita dapat menghasilkan beberapa tabel dengan beberapa fungsi sekaligus.

Dalam contoh berikut, kita menghitung t[j]^i untuk i dari 1 sampai n. Kita mendapatkan matriks, di mana setiap baris adalah tabel t^i
untuk satu yaitu, matriks tersebut memiliki elemen-elemen

$$a_{i,j} = t_j^i, \quad 1 \le j \le 101, \quad 1 \le i \le n$$

Fungsi yang tidak dapat menerima input vektor harus "vectorized". Hal ini dapat dicapai dengan "map" kata kunci dalam definisi fungsi. Kemudian, fungsi tersebut akan dievaluasi untuk setiap elemen parameter vektor.

Integrasi numerik `integrate()` hanya berfungsi untuk batas interval skalar. Jadi, kita perlu memvektorkannya.

```
>function map f(x) := integrate("x^x",1,x)
```

Kata kunci "map" akan memvektorisasi fungsi tersebut. Fungsi tersebut sekarang akan berfungsi untuk vektor angka.

```
>f([1:5])
```

```
    [0,  2.05045,  13.7251,  113.336,  1241.03]
```

Sub-Matriks dan Elemen Matriks

Untuk mengakses elemen matriks, gunakan notasi tanda kurung.

```
>A=[1,2,3;4,5,6;7,8,9], A[2,2]
```

```
                1              2              3
                4              5              6
                7              8              9
    5
```

Kita dapat mengakses satu baris matriks yang lengkap.

```
>A[2]
```

```
    [4,  5,  6]
```

Dalam kasus vektor baris atau kolom, ini mengembalikan elemen vektor.

```
>v=1:3; v[2]
```

```
    2
```

Untuk memastikan Anda mendapatkan baris pertama untuk matriks 1xn dan mxn, tentukan semua kolom menggunakan baris kedua yang kosong indeks.

```
>A[2,]
```

```
      [4,   5,   6]
```

Jika indeks merupakan vektor indeks, Euler akan mengembalikan baris matriks yang bersesuaian.

Di sini kita menginginkan baris pertama dan kedua A.

```
>A[[1,2]]
```

```
                1              2              3
                4              5              6
```

Kita bahkan bisa menyusun ulang A menggunakan vektor indeks. Lebih tepatnya, kita tidak mengubah A di sini, melainkan menghitung versi yang disusun ulang dari A.

```
>A[[3,2,1]]
```

```
                7              8              9
                4              5              6
                1              2              3
```

Trik indeks juga berfungsi dengan kolom.

Contoh ini memilih semua baris A dan kolom kedua dan ketiga.

```
>A[1:3,2:3]
```

```
                2              3
                5              6
                8              9
```

Untuk singkatan ":" menunjukkan semua indeks baris atau kolom.

```
>A[:,3]
```

```
                3
                6
                9
```

Atau, biarkan indeks pertama kosong.

```
>A[,2:3]
```

```
                2              3
                5              6
                8              9
```

Kita juga bisa mendapatkan baris terakhir A.

```
>A[-1]
```

```
      [7,   8,   9]
```

Sekarang mari kita ubah elemen A dengan menetapkan submatriks A ke suatu nilai. Hal ini sebenarnya mengubah matriks tersimpan A.

```
>A[1,1]=4
```

```
                4              2              3
                4              5              6
                7              8              9
```

Kita juga dapat menetapkan nilai ke baris A.

```
>A[1]=[-1,-1,-1]
```

```
               -1             -1             -1
                4              5              6
                7              8              9
```

Kita bahkan dapat menetapkannya ke sub-matriks jika ukurannya tepat.

```
>A[1:2,1:2]=[5,6;7,8]
```

```
                5              6             -1
                7              8              6
                7              8              9
```

Selain itu, beberapa jalan pintas diperbolehkan.

```
>A[1:2,1:2]=0
```

```
                0              0             -1
                0              0              6
                7              8              9
```

Peringatan: Indeks di luar batas mengembalikan matriks kosong, atau pesan kesalahan, tergantung pada pengaturan sistem. Pesan kesalahan default-nya. Namun, perlu diingat bahwa indeks negatif dapat digunakan untuk mengakses elemen-elemen matriks yang dihitung dari akhir.

```
>A[4]
```

```
    A is not a variable!
    Error in:
    A[4] ...
        ^
```

Menyortir dan Mengacak

Fungsi sort() mengurutkan vektor baris.

```
>sort([5,6,4,8,1,9])
```

```
    [1,  4,  5,  6,  8,  9]
```

Seringkali perlu mengetahui indeks vektor yang telah diurutkan dalam vektor asli. Ini dapat digunakan untuk menyusun ulang vektor lain dengan cara yang sama.

Mari kita acak sebuah vektor.

```
>v=shuffle(1:10)
```

```
[4,  5,  10,  6,  8,  9,  1,  7,  2,  3]
```

Indeks berisi urutan v yang tepat.

```
>{vs,ind}=sort(v); v[ind]
```

```
[1,  2,  3,  4,  5,  6,  7,  8,  9,  10]
```

Ini juga berlaku untuk vektor string.

```
>s=["a","d","e","a","aa","e"]
```

```
a
d
e
a
aa
e
```

```
>{ss,ind}=sort(s); ss
```

```
a
a
aa
d
e
e
```

Seperti yang Anda lihat, posisi entri ganda agak acak.

```
>ind
```

```
[4,  1,  5,  2,  6,  3]
```

Fungsi unik mengembalikan daftar terurut dari elemen unik suatu vektor.

```
>intrandom(1,10,10), unique(%)
```

```
[4,  4,  9,  2,  6,  5,  10,  6,  5,  1]
[1,  2,  4,  5,  6,  9,  10]
```

Ini juga berlaku untuk vektor string.

```
>unique(s)
```

```
a
aa
d
e
```

Aljabar Linear

EMT memiliki banyak fungsi untuk memecahkan sistem linear, sistem jarang, atau masalah regresi.

Untuk sistem linear Ax=b, Anda dapat menggunakan algoritma Gauss, matriks invers, atau pencocokan linear. Operator A\b menggunakan
versi algoritma Gauss.

```
>A=[1,2;3,4]; b=[5;6]; A\b
```

```
  -4
 4.5
```

Untuk contoh lain, kita buat matriks 200x200 dan jumlah barisnya. Kemudian, kita selesaikan Ax=b menggunakan matriks invers. Kita ukur galat sebagai deviasi maksimum semua elemen dari 1, yang tentu saja merupakan solusi yang tepat.

```
>A=normal(200,200); b=sum(A); longest totalmax(abs(inv(A).b-1))
```

```
8.790745908981989e-13
```

Jika sistem tidak mempunyai solusi, penyesuaian linear meminimalkan norma kesalahan Ax-b.

```
>A=[1,2,3;4,5,6;7,8,9]
```

```
  1  2  3
  4  5  6
  7  8  9
```

Determinan matriks ini adalah 0.

```
>det(A)
```

```
0
```

Matriks Simbolik

Maxima memiliki matriks simbolis. Tentu saja, Maxima dapat digunakan untuk soal-soal aljabar linear sederhana seperti itu. Kita dapat mendefinisikan matriks untuk Euler dan Maxima dengan &:=, lalu menggunakannya dalam ekspresi simbolis. Bentuk [...] yang umum untuk mendefinisikan matriks dapat digunakan dalam Euler untuk mendefinisikan matriks simbolis.

```
>A &= [a,1,1;1,a,1;1,1,a]; $A
```

$$\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$$

```
>$&det(A), $&factor(%)
```

$$a\left(a^2-1\right)-2\,a+2$$

$$(a-1)^2\,(a+2)$$

```
>$&invert(A) with a=0
```

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

```
>A &= [1,a;b,2]; $A
```

$$\begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 2 \end{pmatrix}$$

Seperti semua variabel simbolik, matriks ini dapat digunakan dalam ekspresi simbolik lainnya.

```
>$&det(A-x*ident(2)), $&solve(%,x)
```

$$(1-x)\,(2-x)-a\,b$$

$$\left[x=\frac{3-\sqrt{4\,a\,b+1}}{2},x=\frac{\sqrt{4\,a\,b+1}+3}{2}\right]$$

Nilai eigen juga dapat dihitung secara otomatis. Hasilnya adalah sebuah vektor dengan dua vektor nilai eigen dan multiplisitas.

```
>$&eigenvalues([a,1;1,a])
```

$$[[a-1,a+1],[1,1]]$$

Untuk mengekstrak vektor eigen tertentu dibutuhkan pengindeksan yang cermat.

```
>$&eigenvectors([a,1;1,a]), &%[2][1][1]
```

$$[[[a-1,a+1],[1,1]],[[[1,-1]],[[1,1]]]]$$

```
[1, - 1]
```

Matriks simbolik dapat dievaluasi dalam Euler secara numerik seperti ekspresi simbolik lainnya.

```
>A(a=4,b=5)
```

```
                1                4
                5                2
```

Dalam ekspresi simbolik, gunakan with.

```
>$&A with [a=4,b=5]
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

Akses ke baris matriks simbolik bekerja seperti halnya matriks numerik.

```
>$&A[1]
```

$$[1, a]$$

Ekspresi simbolis dapat berisi suatu penugasan. Dan hal itu mengubah matriks A.

```
>&A[1,1]:=t+1; $&A
```

$$\begin{pmatrix} t+1 & a \\ b & 2 \end{pmatrix}$$

Terdapat fungsi simbolis di Maxima untuk membuat vektor dan matriks. Untuk informasi ini, silakan merujuk ke dokumentasi Maxima atau
tutorial tentang Maxima di EMT.

```
>v &= makelist(1/(i+j),i,1,3); $v
```

$$\left[\frac{1}{j+1}, \frac{1}{j+2}, \frac{1}{j+3}\right]$$

```
>B &:= [1,2;3,4]; $B, $&invert(B)
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Hasilnya dapat dievaluasi secara numerik dalam Euler. Untuk informasi lebih lanjut tentang Maxima, lihat pengantar Maxima.

```
>$&invert(B)()
```

```
                -2              1
               1.5           -0.5
```

Euler juga memiliki fungsi xinv() yang hebat, yang melakukan upaya lebih besar dan mendapatkan hasil yang lebih tepat.

Perhatikan bahwa dengan &:=, matriks B telah didefinisikan sebagai simbolik dalam ekspresi simbolik dan sebagai numerik dalam ekspresi numerik. Jadi, kita dapat menggunakannya di sini.

```
>longest B.xinv(B)
```

```
                              1                              0
                              0                              1
```

Misalnya nilai eigen A dapat dihitung secara numerik.

```
>A=[1,2,3;4,5,6;7,8,9]; real(eigenvalues(A))
```

```
    [16.1168,  -1.11684,  0]
```

Atau secara simbolis. Lihat tutorial tentang Maxima untuk detailnya.

```
>$&eigenvalues(@A)
```

$$\left[\left[\frac{3-\sqrt{4\,a\,b+1}}{2},\frac{\sqrt{4\,a\,b+1}+3}{2}\right],[1,1]\right]$$

Nilai Numerik dalam Ekspresi Simbolik

Ekspresi simbolik hanyalah string yang berisi ekspresi. Jika kita ingin mendefinisikan nilai untuk ekspresi simbolik dan ekspresi numerik, kita harus menggunakan "&:=".

```
>A &:= [1,pi;4,5]
```

```
                1       3.14159
                4             5
```

Masih terdapat perbedaan antara bentuk numerik dan bentuk simbolik. Saat mengubah matriks ke bentuk simbolik, pendekatan pecahan untuk bilangan riil akan digunakan.

```
>$&A
```

$$\begin{pmatrix} t+1 & a \\ b & 2 \end{pmatrix}$$

Untuk menghindari hal ini, ada fungsi "mxmset(variabel)".

```
>mxmset(A); $&A
```

$$\text{matrix}([1,a],[b,2])$$

Maxima juga dapat menghitung dengan angka floating point, dan bahkan dengan angka floating besar dengan 32 digit. Namun, evaluasinya jauh lebih lambat.

```
>$&bfloat(sqrt(2)), $&float(sqrt(2))
```

$$1.4142135623730950488016887242097_B \times 10^{0}$$

$$1.414213562373095$$

Ketepatan angka floating point yang besar dapat diubah.

```
>&fpprec:=100; &bfloat(pi)
```

```
            3.14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494\
    459230781640628620899862803482534211706 8b0
```

Variabel numerik dapat digunakan dalam ekspresi simbolik apa pun menggunakan "@var". Perhatikan bahwa ini hanya diperlukan jika variabel telah didefinisikan dengan ":=" atau "=" sebagai variabel numerik.

```
>B:=[1,pi;3,4]; $&det(@B)
```

$$-5.424777960769379$$

Demo - Suku Bunga

Di bawah ini, kami menggunakan Euler Math Toolbox (EMT) untuk menghitung suku bunga. Perhitungan ini dilakukan secara numerik dan simbolis untuk menunjukkan bagaimana Euler dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah kehidupan nyata.

Asumsikan Anda memiliki modal awal sebesar 5000 (katakanlah dalam dolar).

```
>K:=5000
```

```
    5000
```

Sekarang kita asumsikan suku bunga 3% per tahun. Mari kita tambahkan satu suku bunga sederhana dan hitung hasilnya.

```
>K*1.03
```

```
    5150
```

Euler juga akan memahami sintaksis berikut.

```
>K+K*3%
```

```
    5150
```

Namun lebih mudah menggunakan faktor.

```
>q:=1+3%, K*q
```

```
    1.03
    5150
```

Selama 10 tahun, kita cukup mengalikan faktor-faktornya dan mendapatkan nilai akhir dengan suku bunga majemuk.

```
>K*q^10
```

```
    6719.58189672
```

Untuk keperluan kita, kita dapat mengatur format menjadi 2 digit setelah titik desimal.

```
>format(12,2); K*q^10
```

```
          6719.58
```

Mari kita cetak angka tersebut dibulatkan menjadi 2 digit dalam kalimat lengkap.

```
>"Mulai dari " + K + "$ Anda mendapatkan " + round(K*q^10,2) + "$."
```

```
     Mulai dari 5000$ Anda mendapatkan 6719.58$.
```

Bagaimana jika kita ingin mengetahui hasil antara dari tahun ke-1 hingga ke-9? Untuk itu, bahasa matriks Euler sangat membantu. Anda tidak perlu menulis perulangan, cukup masukkan

```
>K*q^(0:10)
```

```
     Real 1 x 11 matrix
          5000.00      5150.00      5304.50      5463.64      ...
```

Bagaimana keajaiban ini bekerja? Pertama, ekspresi 0:10 menghasilkan vektor bilangan bulat.

```
>short 0:10
```

```
     [0,  1,  2,  3,  4,  5,  6,  7,  8,  9,  10]
```

Maka semua operator dan fungsi di Euler dapat diterapkan pada vektor elemen demi elemen. Jadi

```
>short q^(0:10)
```

```
     [1,  1.03,  1.0609,  1.0927,  1.1255,  1.1593,  1.1941,  1.2299,
     1.2668,  1.3048,  1.3439]
```

adalah vektor faktor q^0 hingga q^10. Ini dikalikan dengan K, dan kita mendapatkan vektor nilai.

```
>VK=K*q^(0:10);
```

Tentu saja, cara realistis untuk menghitung suku bunga ini adalah dengan membulatkannya ke sen terdekat setelah setiap tahun. Mari kita tambahkan fungsi untuk ini.

```
>function oneyear (K) := round(K*q,2)
```

Mari kita bandingkan kedua hasil, dengan dan tanpa pembulatan.

```
>longest oneyear(1234.57), longest 1234.57*q
```

```
                  1271.61
               1271.6071
```

Sekarang tidak ada rumus sederhana untuk tahun ke-n, dan kita harus mengulang tahun-tahun tersebut. Euler menyediakan banyak rumus solusi untuk ini.

Cara termudah adalah dengan fungsi iterate, yang mengulang fungsi tertentu sejumlah kali.

```
>VKr=iterate("oneyear",5000,10)
```

```
    Real 1 x 11 matrix
        5000.00     5150.00     5304.50     5463.64     ...
```

Kita dapat mencetaknya dengan cara yang ramah, menggunakan format kami dengan tempat desimal tetap.

```
>VKr'
```

```
        5000.00
        5150.00
        5304.50
        5463.64
        5627.55
        5796.38
        5970.27
        6149.38
        6333.86
        6523.88
        6719.60
```

Untuk mendapatkan elemen vektor tertentu, kita menggunakan indeks dalam tanda kurung siku.

```
>VKr[2], VKr[1:3]
```

```
        5150.00
        5000.00     5150.00     5304.50
```

Anehnya, kita juga bisa menggunakan vektor indeks. Ingat bahwa 1:3 menghasilkan vektor [1,2,3].

Mari kita bandingkan elemen terakhir dari nilai yang dibulatkan dengan nilai penuh.

```
>VKr[-1], VK[-1]
```

```
        6719.60
        6719.58
```

Perbedaannya sangat kecil.

Memecahkan Persamaan

Sekarang kita ambil fungsi yang lebih maju, yang menambahkan jumlah uang tertentu setiap tahun.

```
>function onepay (K) := K*q+R
```

Kita tidak perlu menentukan q atau R untuk definisi fungsi. Hanya jika kita menjalankan perintah, kita harus tentukan nilai-nilai ini. Kami memilih R=200.

```
>R=200; iterate("onepay",5000,10)
```

```
    Real 1 x 11 matrix
        5000.00     5350.00     5710.50     6081.82      ...
```

Bagaimana jika kita menghilangkan jumlah yang sama setiap tahun?

```
>R=-200; iterate("onepay",5000,10)
```

```
    Real 1 x 11 matrix
        5000.00     4950.00     4898.50     4845.45      ...
```

Kita melihat uangnya berkurang. Jelas, jika kita hanya mendapatkan bunga 150 di tahun pertama, tetapi mengurangi 200, kita kehilangan uang setiap tahun.

Bagaimana kita bisa menentukan berapa tahun uang itu akan bertahan? Kita harus menulis perulangan untuk ini. Cara termudah adalah dengan melakukan iterasi yang cukup lama.

```
>VKR=iterate("onepay",5000,50)
```

```
    Real 1 x 51 matrix
        5000.00     4950.00     4898.50     4845.45      ...
```

Dengan menggunakan bahasa matriks, kita dapat menentukan nilai negatif pertama dengan cara berikut.

```
>min(nonzeros(VKR<0))
```

```
          48.00
```

Alasannya adalah karena nonzeros(VKR<0) mengembalikan vektor indeks i, di mana VKR[i] <0, dan min menghitung indeks minimal.

Karena vektor selalu dimulai dengan indeks 1, jawabannya adalah 47 tahun.

Fungsi iterate() memiliki satu trik lagi. Fungsi ini dapat mengambil kondisi akhir sebagai argumen. Kemudian, fungsi ini akan mengembalikan nilai dan jumlah iterasi.

```
>{x,n}=iterate("onepay",5000,till="x<0"); x, n,
```

```
         -19.83
          47.00
```

Mari kita coba menjawab pertanyaan yang lebih ambigu. Asumsikan kita tahu nilainya 0 setelah 50 tahun. Berapa tingkat bunganya?

Ini adalah pertanyaan yang hanya bisa dijawab secara numerik. Di bawah ini, kami akan menurunkan rumus yang diperlukan. Kemudian Anda akan melihat bahwa tidak ada rumus yang mudah untuk suku bunga. Namun untuk saat ini, kami bertujuan untuk solusi numerik.

Langkah pertama adalah mendefinisikan fungsi yang melakukan iterasi sebanyak n kali. Kita menambahkan semua parameter ke fungsi ini.

```
>function f(K,R,P,n) := iterate("x*(1+P/100)+R",K,n;P,R)[-1]
```

Iterasinya sama seperti di atas

$$x_{n+1} = x_n \cdot \left(1 + \frac{P}{100}\right) + R$$

Namun, kita tidak lagi menggunakan nilai global R dalam ekspresi kita. Fungsi seperti iterate() memiliki trik khusus di Euler. Anda dapat meneruskan nilai variabel dalam ekspresi sebagai parameter titik koma. Dalam hal ini, P dan R.

Selain itu, kami hanya tertarik pada nilai terakhir. Jadi, kami mengambil indeks [-1].

Mari kita coba tes.

```
>f(5000,-200,3,47)
```

```
          -19.83
```

Sekarang kita bisa memecahkan masalah kita.

```
>solve("f(5000,-200,x,50)",3)
```

```
            3.15
```

Solve menyelesaikan ekspresi = 0 untuk variabel x. Jawabannya adalah 3,15% per tahun. Kami mengambil nilai awal 3% untuk algoritma tersebut. Fungsi solve() selalu membutuhkan nilai awal.

Kita dapat menggunakan fungsi yang sama untuk menyelesaikan pertanyaan berikut: Berapa banyak yang dapat kita keluarkan setiap tahun sehingga modal awal habis setelah 20 tahun dengan asumsi tingkat bunga 3% per tahun.

```
>solve("f(5000,x,3,20)",-200)
```

```
         -336.08
```

Perhatikan bahwa Anda tidak dapat menghitung jumlah tahun, karena fungsi kami menganggap n sebagai nilai integer.

Solusi Simbolis untuk Masalah Suku Bunga

Kita dapat menggunakan bagian simbolis Euler untuk mempelajari masalah ini. Pertama, kita mendefinisikan fungsi onepay() secara simbolis.

```
>function op(K) &= K*q+R; $&op(K)
```

$$R + q\,K$$

Sekarang kita dapat mengulanginya.

```
>$&op(op(op(op(K)))), $&expand(%)
```

$$q\,(q\,(q\,(R + q\,K) + R) + R) + R$$

$$q^3\,R + q^2\,R + q\,R + R + q^4\,K$$

Kita melihat sebuah pola. Setelah n periode, kita memiliki

$$K_n = q^n K + R(1 + q + \ldots + q^{n-1}) = q^n K + \frac{q^n - 1}{q - 1} R$$

Rumus tersebut adalah rumus jumlah geometri yang diketahui oleh Maxima.

```
>&sum(q^k,k,0,n-1); $& % = ev(%,simpsum)
```

$$\sum_{k=0}^{n-1} q^k = \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Ini agak rumit. Jumlahnya dievaluasi dengan tanda "simpsum" untuk menyederhanakannya menjadi hasil bagi.
Mari kita membuat fungsi untuk ini.

```
>function fs(K,R,P,n) &= (1+P/100)^n*K + ((1+P/100)^n-1)/(P/100)*R; $&fs(K,R,P,n)
```

$$\frac{100 \left(\left(\frac{P}{100} + 1 \right)^n - 1 \right) R}{P} + K \left(\frac{P}{100} + 1 \right)^n$$

Fungsi ini melakukan hal yang sama seperti fungsi f sebelumnya. Namun, fungsinya lebih efektif.

```
>longest f(5000,-200,3,47), longest fs(5000,-200,3,47)
```

```
          -19.82504734650985
          -19.82504734652684
```

Kita sekarang dapat menggunakannya untuk menanyakan waktu n. Kapan modal kita habis? Perkiraan awal kita adalah 30 tahun.

```
>solve("fs(5000,-330,3,x)",30)
```

```
           20.51
```

Jawaban ini mengatakan bahwa hasilnya akan negatif setelah 21 tahun.

Kita juga dapat menggunakan sisi simbolis Euler untuk menghitung rumus pembayaran.

Asumsikan kita mendapatkan pinjaman sebesar K, dan membayar n kali cicilan sebesar R (dimulai setelah tahun pertama) sehingga menyisakan hutang sisa sebesar Kn (pada saat pembayaran terakhir). Rumusnya jelas

```
>equ &= fs(K,R,P,n)=Kn; $&equ
```

$$\frac{100 \left(\left(\frac{P}{100} + 1 \right)^n - 1 \right) R}{P} + K \left(\frac{P}{100} + 1 \right)^n = Kn$$

Biasanya rumus ini diberikan dalam bentuk

$$i = \frac{P}{100}$$

```
>equ &= (equ with P=100*i); $&equ
```

$$\frac{((i+1)^n-1)\ R}{i}+(i+1)^n\ K=Kn$$

Kita dapat menghitung laju R secara simbolis.

```
>$&solve(equ,R)
```

$$\left[R=\frac{i\,Kn-i\ (i+1)^n\ K}{(i+1)^n-1}\right]$$

Seperti yang Anda lihat dari rumus, fungsi ini mengembalikan kesalahan floating point untuk i=0. Namun, Euler memplotnya.

Tentu saja kita punya limit berikut.

```
>$&limit(R(5000,0,x,10),x,0)
```

$$\lim_{x\to 0} R\left(5000,0,x,10\right)$$

Jelas, tanpa bunga, kita harus membayar kembali 10 tingkat bunga sebesar 500.

Persamaan ini juga dapat diselesaikan untuk n. Akan terlihat lebih baik jika kita menyederhanakannya.

```
>fn &= solve(equ,n) | ratsimp; $&fn
```

$$\left[n=\frac{\log\left(\frac{R+i\,Kn}{R+i\,K}\right)}{\log\left(i+1\right)}\right]$$

Latihan Soal

1. Selesaikan faktor selisih dari

$$z^2-81=0$$

```
> expr &= z^2 - 81;
> &factor(expr)
```

```
(z - 9)  (z + 9)
```

2. Tentukan penyelesaian dari

$$\sqrt{3t-4}=1$$

```
> &solve(sqrt(3*t - 4)=1,t)
```

```
      5
[t = -]
      3
```

3. Tentukan faktor dari

$$8m^2+2m-15=0$$

```
> &solve (8*m^2 + 2*m -15 =0,m)
```

$$[m = -\frac{3}{2}, m = \frac{5}{4}]$$

4. Tentukan transpose dari matriks berikut!

```
>G=[2,4;5,7]
```

$$\begin{matrix} 2 & 4 \\ 5 & 7 \end{matrix}$$

```
>G'
```

$$\begin{matrix} 2 & 5 \\ 4 & 7 \end{matrix}$$

5. Tentukan invers matriks berikut!

```
>C=[8,3,5;2,1,4;6,9,7]
```

$$\begin{matrix} 8 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \\ 6 & 9 & 7 \end{matrix}$$

```
>inv(C)
```

$$\begin{matrix} 0.204225 & -0.169014 & -0.0492958 \\ -0.0704225 & -0.183099 & 0.15493 \\ -0.084507 & 0.380282 & -0.0140845 \end{matrix}$$

6. Tentukan x jika diketahui persamaan berikut

$$7(3x+6) = 11-(x+2)$$

```
> &solve(7*(3*x+6)=11-(x+2),x)
```

$$[x = -\frac{3}{2}]$$

7. Sederhanakan pecahan berikut

$$\frac{x^2-4}{x^2-4x+4}$$

```
> &ratsimp((x^2 - 4)/(x^2 - 4*x +4))
```

$$\frac{x+2}{\text{-----}}$$

```
x - 2
```