

Teoría – Tema 8

Teoría - 1 - Determinante de una matriz cuadrada de orden 1, 2 y 3

¿Qué es un determinante de una matriz cuadrada y que aplicaciones principales tiene?

Un determinante es un número real asociado a una matriz cuadrada.

En el vídeo asociado a este apartado de la web, encontrarás un desarrollo del determinante a partir del concepto de permutaciones.

<https://www.geogebra.org/m/rhjht8v9#material/dptfn6ae>

¿Cómo se denota un determinante?

El determinante de una matriz A se escribe $|A|$ o bien $\det(A)$.

¿Por qué estudiarlos?

Básicamente, para estudiar de manera ágil el rango de matrices y para obtener un método alternativo en el cálculo de matrices inversas.

Determinante de una matriz de orden 1

Una matriz cuadrada de orden uno es una matriz de una fila y una columna. Por lo tanto, con un único coeficiente.

$$A = (a_{11})$$

¿Cuánto vale el determinante de una matriz de orden 1? Coincide con el valor del único coeficiente de la matriz.

$$A = (2) \rightarrow |A| = 2$$

$$B = (0) \rightarrow |B| = 0$$

$$C = \left(-\frac{1}{2}\right) \rightarrow |C| = -\frac{1}{2}$$

■ Determinante de una matriz de orden 2

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \rightarrow |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

Es decir, el determinante de una matriz cuadrada de orden 2 es el producto de los términos de la diagonal principal menos el producto de los términos de la diagonal secundaria.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow |A| = 2 \cdot 4 - [(-1) \cdot 3] = 8 + 3 = 11$$

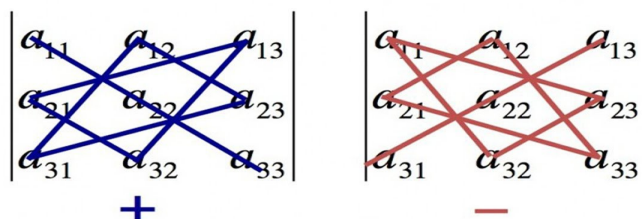
Determinante de una matriz de orden 3. Regla de Sarrus.

En una matriz cuadrada de orden 3, el determinante está compuesto por una suma de 6 términos que se conoce como regla de Sarrus.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} - (a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} + a_{23} \cdot a_{32} \cdot a_{11} + a_{21} \cdot a_{12} \cdot a_{33})$$

Podemos usar la siguiente imagen nemotécnica para recordar esa expresión.



Dibujamos triángulos cuyos vértices coincidan con los coeficientes de la matriz.

Cada triángulo que contenga un lado “paralelo” a la diagonal principal genera un término que suma en el producto de la regla de Sarrus.

Cada triángulo que posea un lado “paralelo” a la diagonal secundaria genera un término que resta en el producto de la regla de Sarrus.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow |A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 0 - 12 - (-6 + 2 + 0) = -12 + 4 = -8$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow |B| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -4 + 0 + 0 - (0 + 0 - 4) = 0$$