

Flächen zwischen zwei Funktionen mithilfe der Differenzfunktion bestimmen

$$f(x) = -0,6x^2 + 4,8x - 0,2$$

$$g(x) = 0,7x^2 - 6,9x + 18$$

1) Differenzfunktion d berechnen

$$\begin{aligned} d(x) &= f(x) - g(x) \\ &= -0,6x^2 + 4,8x - 0,2 - (0,7x^2 - 6,9x + 18) \\ &= -0,6x^2 + 4,8x - 0,2 - 0,7x^2 + 6,9x - 18 \\ &= -1,3x^2 + 11,7x - 18,2 \end{aligned}$$

Man könnte hier auch $g(x) - f(x)$ berechnen, da später ohnehin nur die positiven Werte betrachtet werden

2) Nullstellen der Differenzfunktion bestimmen

$$d(x) = 0$$

$$0 = -1,3x^2 + 11,7x - 18,2 \quad | : (-1,3)$$

$$0 = x^2 - 9x + 14$$

p-q-Formel

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ &= -\frac{-9}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-9}{2}\right)^2 - 14} \\ &= 4,5 \pm \sqrt{20,25 - 14} \\ &= 4,5 \pm \sqrt{6,25} \\ &= 4,5 \pm 2,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x_1 &= 4,5 - 2,5 = 2 \\ x_2 &= 4,5 + 2,5 = 7 \end{aligned}$$

quadratische Ergänzung

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 9x + 14 \\ (\Leftrightarrow) \quad 0 &= x^2 - 9x + 4,5^2 - 4,5^2 + 14 \\ (\Leftrightarrow) \quad 0 &= (x - 4,5)^2 - 20,25 + 14 \\ (\Leftrightarrow) \quad 0 &= (x - 4,5)^2 - 6,25 \\ (\Leftrightarrow) \quad 6,25 &= (x - 4,5)^2 & | + 6,25 \\ (\Leftrightarrow) \quad \pm \sqrt{6,25} &= x - 4,5 & | + 4,5 \\ (\Leftrightarrow) \quad \pm 2,5 + 4,5 &= x & | + 4,5 \\ \Rightarrow x_1 &= -2,5 + 4,5 = 2 \\ x_2 &= +2,5 + 4,5 = 7 \end{aligned}$$

3) Fläche der positiven Differenzfunktion im Bereich der Nullstellen bestimmen

$$\begin{aligned} \int_{Nst_1}^{Nst_2} |d(x)| dx &= \int_2^7 | -1,3x^2 + 11,7x - 18,2 | dx \\ &= \left| \left[-\frac{13}{30}x^3 + 5,85x^2 - 18,2x \right]_2^7 \right| \\ &\stackrel{HDI}{=} \left| \left(-\frac{13}{30} \cdot 7^3 + 5,85 \cdot 7^2 - 18,2 \cdot 7 \right) - \left(-\frac{13}{30} \cdot 2^3 + 5,85 \cdot 2^2 - 18,2 \cdot 2 \right) \right| \\ &= \left| 10 \frac{37}{60} - \left(-16 \frac{7}{15} \right) \right| \\ &= 27 \frac{1}{12} \approx 27,08 \text{ FE} \end{aligned}$$