18 QUADRILÁTEROS

Propriedades

1) Num quadrilátero qualquer ABCD a soma dos ângulos internos é 1800.
2) Um quadrilátero ABCD é inscritível quando seus vértices pertence a uma mesma circunferência.
3) Um quadrilátero ABCD é circunscritível quando é possível construir uma circunferência que tangencia internamente seus quatro lados.

18.1 QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS

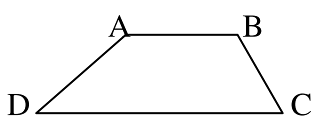
18.1.1 Trapézio

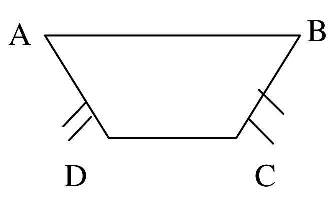
Definição: Trapézio é todo quadrilátero que possui um par, e somente um par, de lados opostos paralelos.

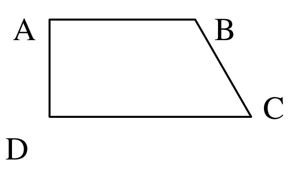
A distância entre as bases é chamada de altura do trapézio.

Classificação dos Trapézios

1) **Escaleno:** quando os lados não-paralelos não são congruentes.
2) **Isósceles:** quando os lados não-paralelos são congruentes.
3) **Retângulo:** quando um dos os lados não-paralelos é perpendicular às bases.







Propriedade:

Num trapézio isósceles os ângulos de uma mesma base são iguais e as diagonais são também iguais.

18.1.2 Paralelogramo

Definição: Paralelogramo é todo quadrilátero que possui os pares de lados opostos respectivamente paralelos.

Propriedades:

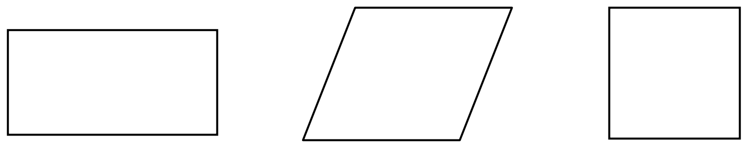
1) Os ângulos opostos são iguais.
2) Quaisquer dois ângulos internos consecutivos são suplementares.
3) Os lados opostos são iguais.
4) As diagonais interceptam-se em seus pontos médio.

Propriedades Recíprocas:

1) Se num quadrilátero os pares de lados opostos são respectivamente congruentes, então o quadrilátero é um paralelogramo.
2) Se num quadrilátero um par de lados opostos são paralelos e congruentes, então o quadrilátero é um paralelogramo.
3) Se num quadrilátero as diagonais interceptam-se em seus pontos médios, então o quadrilátero é um parapelogramo.

Classificação dos Paralelogramos:

1) **Paralelogramos**
2) **Retângulo:** quando possui ângulos retos.
3) **Losango:** quando possui os quatro lados congruentes.
4) **Quadrado:** quando possui os ângulo retos e os quatro lados congruentes.



O retângulo, o quadrado e o losango possuem todas as propriedades dos paralelogramos. E, além disso, possuem as seguintes propriedades:

1) Em todo retângulo as diagonais são congruentes.
2) Em todo losango as diagonais são perpendiculares e bissetriz dos ângulos internos.
3) Como todo quadrado é um retângulo, então suas diagonais são congruentes, e como ele também é losango, suas diagonais são perpendiculares e bissetriz dos ângulos internos.

18.2 CONSTRUÇÃO DE QUADRILÁTEROS

Um quadrilátero pode ser entendido como uma composição de dois triângulos. Para construí-lo, é necessário conhecer 5 elementos, sendo necessariamente um deles linear. Com três deles, pode-se construir um dos triângulos em que o quadrilátero fica dividido por uma de suas diagonais, e com os outros dois determina-se o quarto vértice.

Quando se trata de um quadrilátero notável, há dados que já estão implícitos.

As técnicas de construções de quadriláteros são as mesmas utilizadas para os triângulos.

Exercícios:

1) Construir um quadrado dado a diagonal. BD=40.

Quantidade de soluções obtidas: Procedimento:

2) Construir um quadrado dado o segmento áureo do lado. a=30.

Quantidade de soluções obtidas:
Procedimento:

3) Construir um quadrado dado o raio da circunferência circunscrita. R=25.

Quantidade de soluções obtidas:
Procedimento:

4) Construir um quadrado dado o raio da circunferência inscrita. r=20.

Quantidade de soluções obtidas:
Procedimento:

5) Construir um retângulo dados os lados. a=40, b=25.

Quantidade de soluções obtidas:
Procedimento:

6) Construir um retângulo dados diagonal e o lado. a=25, d=35.

Quantidade de soluções obtidas: Procedimento:

7) Construir um retângulo dados diagonal e o ângulo formado pelas mesmas. d=40, α=120°.

Quantidade de soluções obtidas: Procedimento:

8) Construir um retângulo dados diagonal e semiperímetro. d=45, p=60.

Quantidade de soluções obtidas: Procedimento:

9) Construir um retângulo dados raio da circunferência circunscrita e o perímetro. R=30, 2p=140.

Quantidade de soluções obtidas: Procedimento:

10) Construir um retângulo dados o semi-perímetro e a média proporcional de dois lados. p=80, m=30.

Quantidade de soluções obtidas:
Procedimento:

11) Construir um losango dados as diagonais. AC=50, BD=30.

Quantidade de soluções obtidas:
Procedimento:

12) Construir um losango dados um lado e uma diagonal. AB=30, AC=45.

Quantidade de soluções obtidas:
Procedimento:

13) Construir um losango dados um lado e um ângulo. AB=30, $\hat{C}$=45°.

Quantidade de soluções obtidas:
Procedimento:

14) Construir um losango dados um lado e a soma das diagonais. AB=45, s=120.

Quantidade de soluções obtidas: Procedimento:

15) Construir um paralelogramo ABCD dados os lados e um ângulo. AB=40, BC=70, $\hat{B}$=45°.

Quantidade de soluções obtidas: Procedimento:

16) Construir um paralelogramo ABCD dados os lados e uma diagonal. AB=50, BC=30, AC=40.

Quantidade de soluções obtidas: Procedimento:

17) Construir um paralelogramo ABCD dados as diagonais e um lado. AC=50, BD=40, BC=250.

Quantidade de soluções obtidas: Procedimento:

18) Construir um paralelogramo ABCD dados as diagonais e o ângulo por elas formado. BD=40, AC=30, α=120°.

Quantidade de soluções obtidas: Procedimento:

19) Construir um paralelogramo ABCD dados uma diagonal, um ângulo e o semi-perímetro. BD=65, $\hat{C}$=120°, p=70.

Quantidade de soluções obtidas: Procedimento:

20) Construir um paralelogramo ABCD dados os lados e a altura. BC=50, AB=30, h_{BC}=25.

Quantidade de soluções obtidas: Procedimento:

21) Construir um trapézio ABCD dados os lados. AB=55, BC=35, CD=40, AD=30.

Quantidade de soluções obtidas: Procedimento:

22) Construir um trapézio ABCD dados as bases e as diagonais. AB=45, CD=35, BD=55, AC=50.

Quantidade de soluções obtidas:
Procedimento:

23) Construir um trapézio ABCD dados as bases, uma diagonal e o ângulo formado pelas diagonais. AB=45, AC=40, DC=25, AÊB=120° (E é o ponto de interseção das diagonais).

Quantidade de soluções obtidas:
Procedimento:

24) Construir um trapézio ABCD dados uma base, dois lados e o ângulo formado por um dos lados com a base dada. AB=45, AD=30, BC=25, âng. B=60°.

Quantidade de soluções obtidas:
Procedimento:

25) Construir um trapézio isósceles dados as bases e altura. AB=30, CD=45, h=20.

Quantidade de soluções obtidas:
Procedimento:

26) Construir um trapézio isósceles dados as bases e uma diagonal. AB=40, CD=30, AC=40.

Quantidade de soluções obtidas:
Procedimento:

27) Construir um trapézio isósceles dados as bases e o raio da circunferência circunscrita. AB=55, CD=30, R=30.

Quantidade de soluções obtidas:
Procedimento:

28) Construir um trapézio retângulo em A dados as bases e a altura. AB=35, CD=20, h=25.

Quantidade de soluções obtidas: Procedimento:

29) Construir um trapézio retângulo em A dados uma base, um lado e a altura. AB=35, BC=25, h=20.

Quantidade de soluções obtidas: Procedimento:

30) Construir um trapézio retângulo em A dados uma base, a soma da outra base com um lado e a altura. AB=40, s=55, h=20.

Quantidade de soluções obtidas:
Procedimento:

19 TANGÊNCIA E CONCORDÂNCIA

19.1 PROPRIEDADES DE TANGÊNCIA

Definições:

4) A tangente a uma curva é uma reta que tem um só ponto em comum com esta curva.

5) Duas curvas são tangentes num ponto dado T, quando as tangentes a essas curvas nesse ponto são coincidentes.

Propriedades:

1) Toda reta tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio no ponto de tangência.

2) Se duas circunferências são tangentes então o ponto de tangência e os centros estão alinhados.

19.2 PROPRIEDADES DE CONCORDÂNCIA

Definição: Concordar duas linhas é reuni-las de forma tal que nos pontos de contato se possa passar de uma para a outra sem reversão ou ângulo. Ponto de concordância é o ponto de contato das linhas concordantes (o ponto de concordância entre duas linhas concordantes corresponde ao ponto de tangência entre duas linhas tangentes). Centro de concordância é cada um dos centros das curvas concordantes.

Propriedades de concordância:

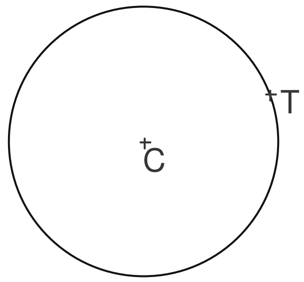
1) Um arco e uma reta estão em concordância num ponto quando a reta é tangente ao arco nesse ponto.

2) Na concordância de reta com arco de circunferência, o ponto de concordância e o centro de concordância estão sobre uma mesma perpendicular.

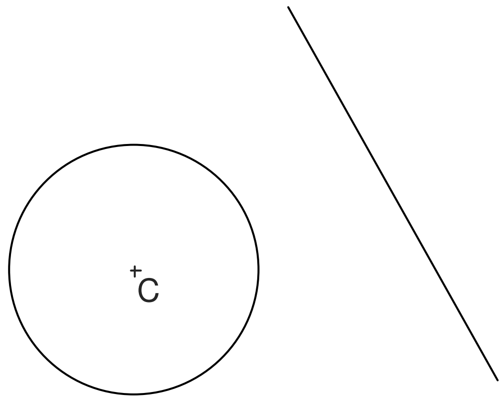
3) Dois arcos de circunferência estão em concordância num ponto quando admitem nesse ponto uma tangente comum.

Exercícios:

1. Traçar reta tangente a uma circunferência (C, m) dada, por um ponto da mesma.

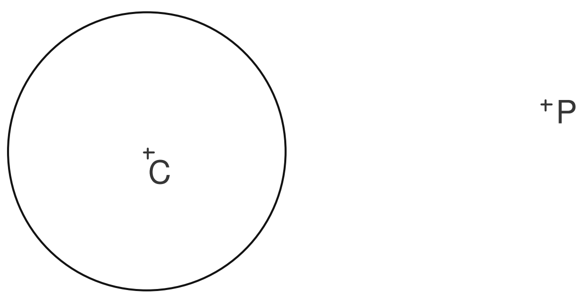


2. Traçar retas tangentes a uma circunferência (C, m) paralelas a uma reta s dada.

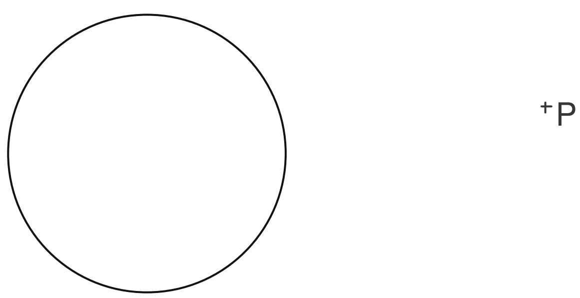


3. Traçar tangentes a uma circunferência (C,m) dada pelo ponto P.

3.1. utilizando o centro da mesma

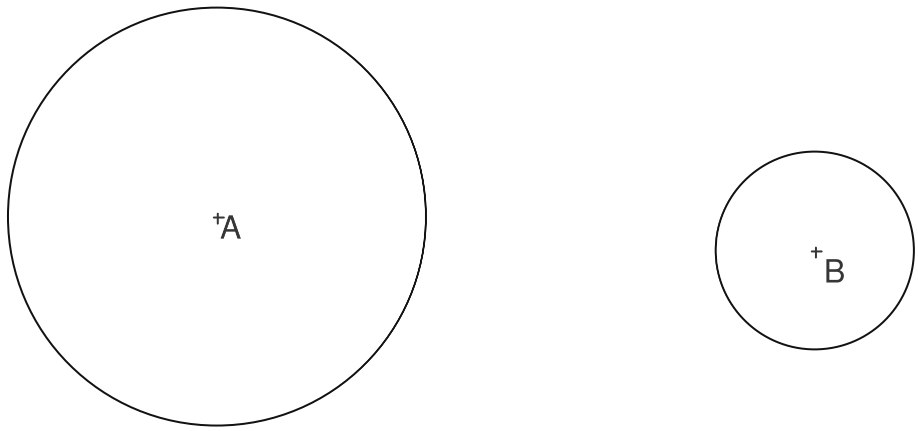


3.2. sem utilizar o centro da mesma

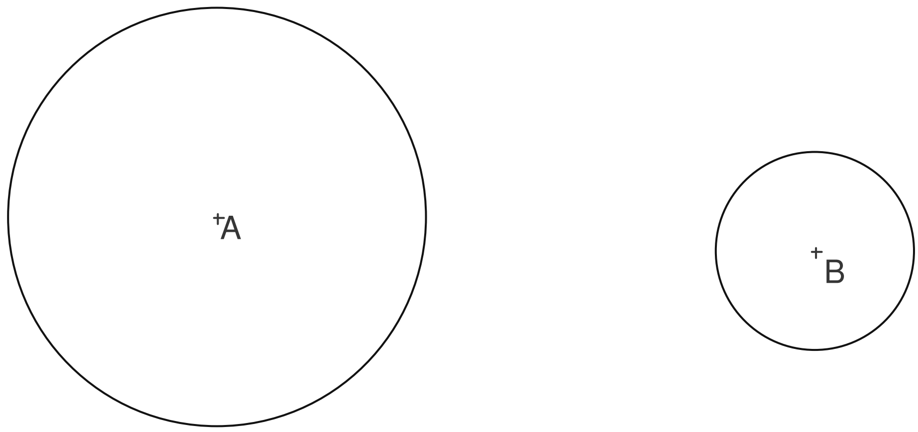


4. Traçar retas tangentes comuns a duas circunferências (A, m) e (B, n) dadas.

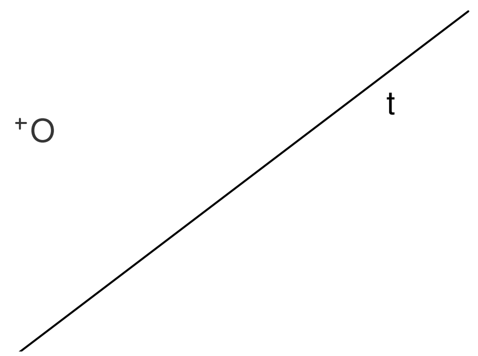
4.1. Tangentes exteriores - **Método da contração**



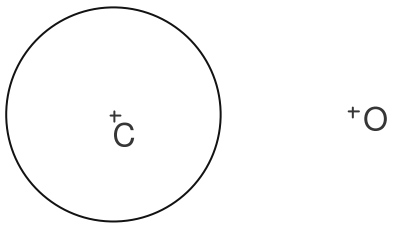
4.2. Tangentes interiores – **Método da dilatação**



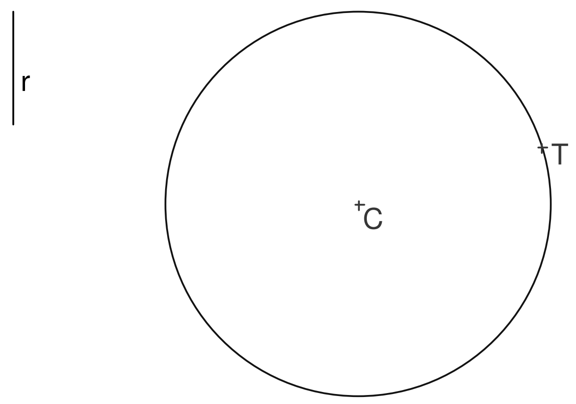
5. Traçar circunferência de centro O dado, tangentes a reta t dada.



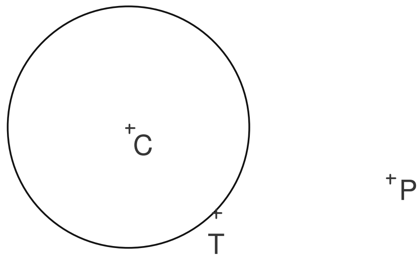
6. Traçar circunferências de centro O dado, tangentes a circunferência (C, m).



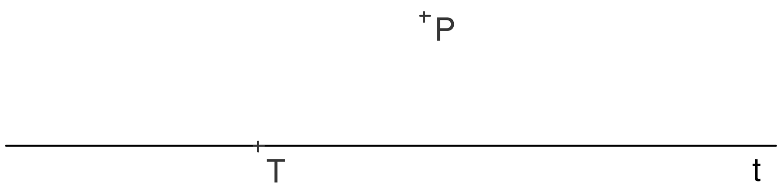
7. Construir as circunferências de raio r, tangentes à circunferência (C, m) num ponto T da mesma.



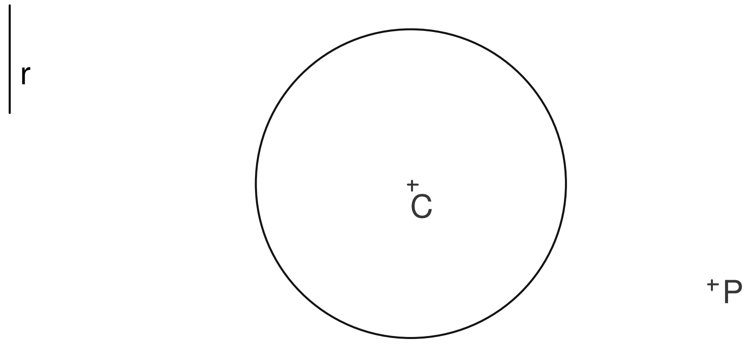
8. Traçar circunferência que passa por um ponto P e é tangente a circunferência (C, m) em T.



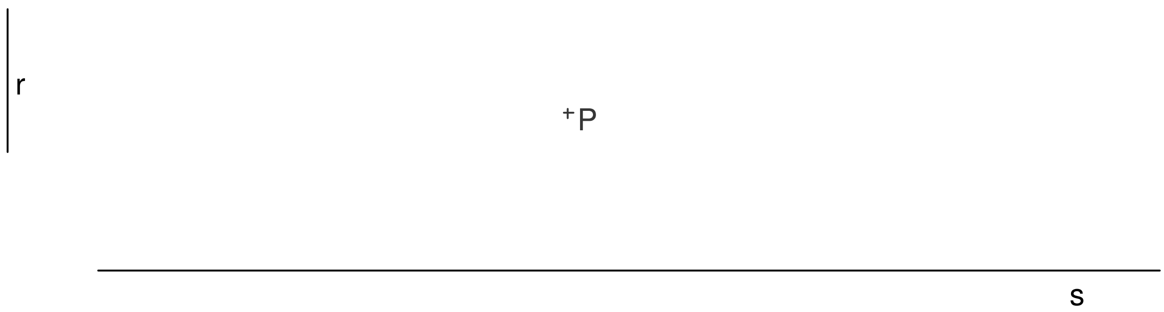
9. Traçar circunferências que passam pelo ponto P e são tangentes a reta r em T.



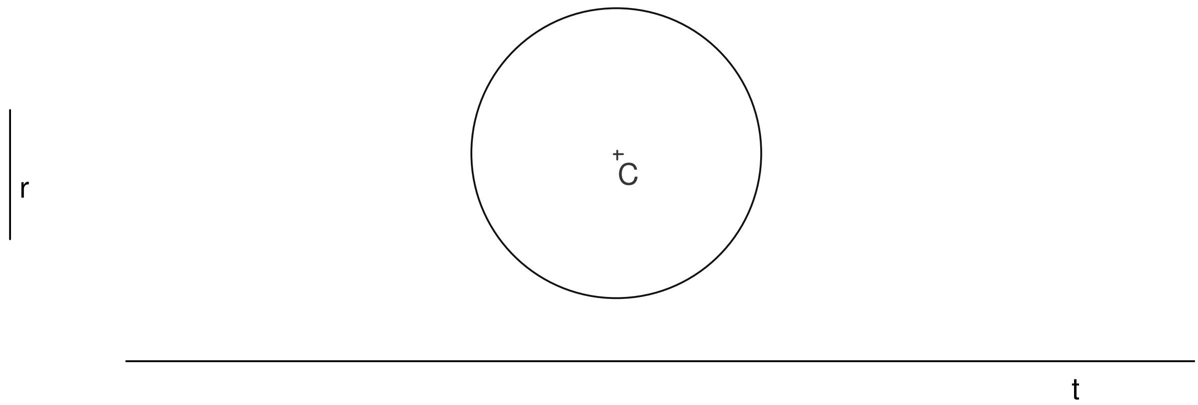
10. Traçar circunferências de raio r, que passam pelo ponto P e que sejam tangentes à circunferência (C, m).



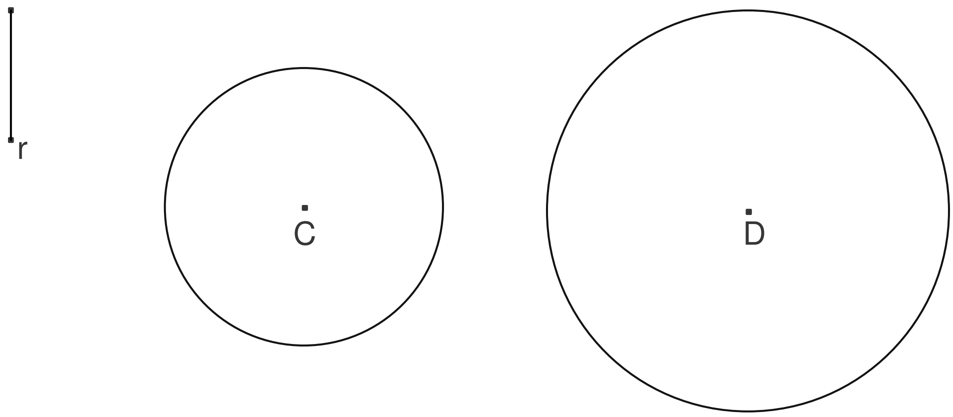
11. Traçar circunferências de raio r, que passem pelo ponto P e que sejam tangentes à reta s.



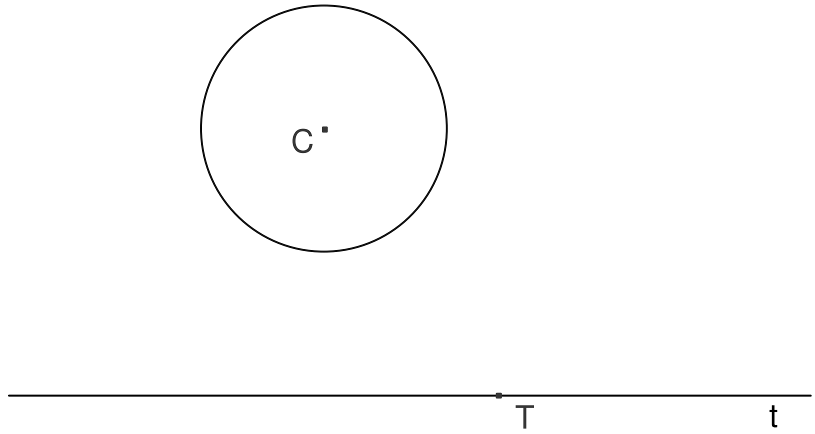
12. Traçar circunferências de raio r, tangentes a reta t e a circunferência (C,m).



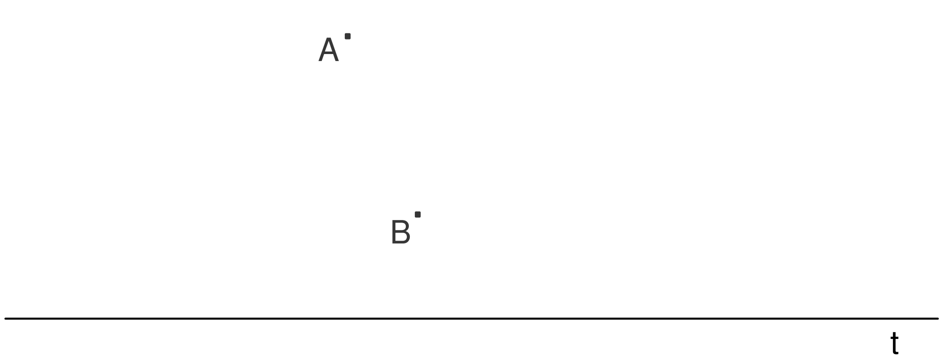
13. Traçar circunferências de raio r, tangentes às circunferências (C,m) e (D,n).



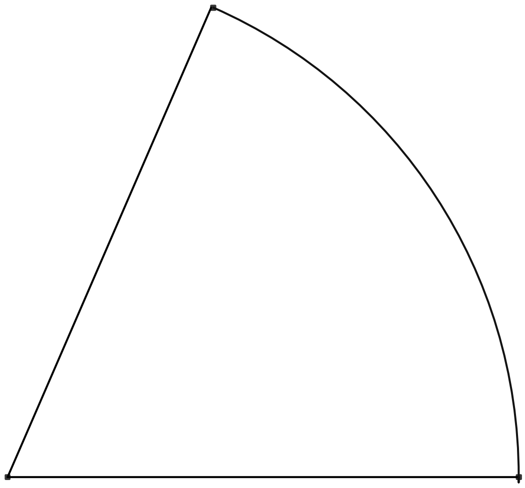
14. Traçar circunferências tangentes à reta t em T e à circunferência (C,m).



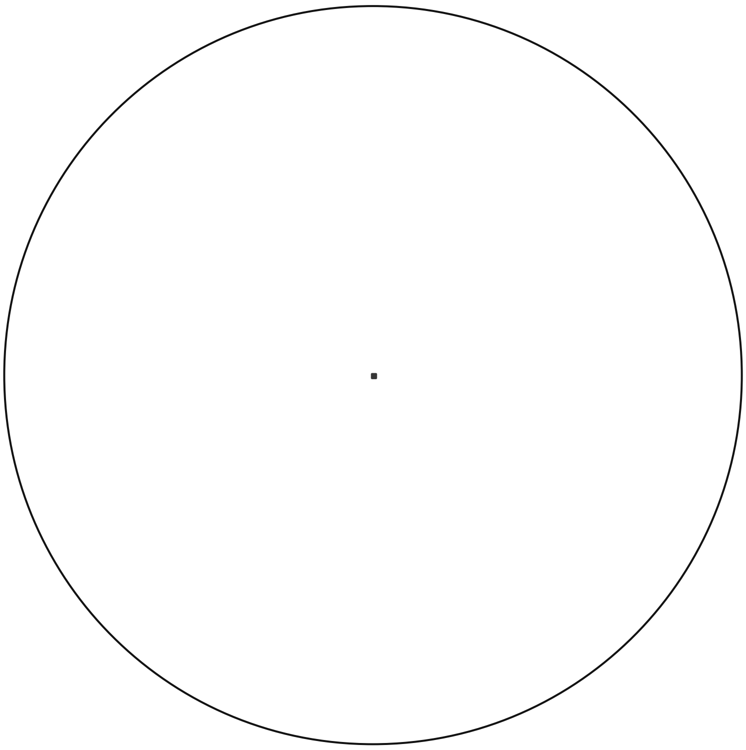
15. Construir circunferências que passam pelos pontos A e B e são tangentes à reta t.



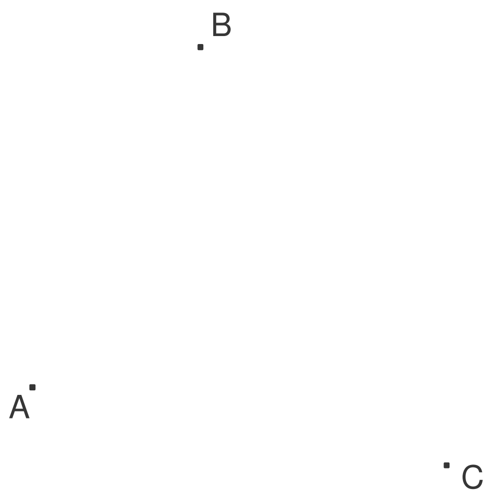
16. Inscrever num setor circular dado, uma circunferência.



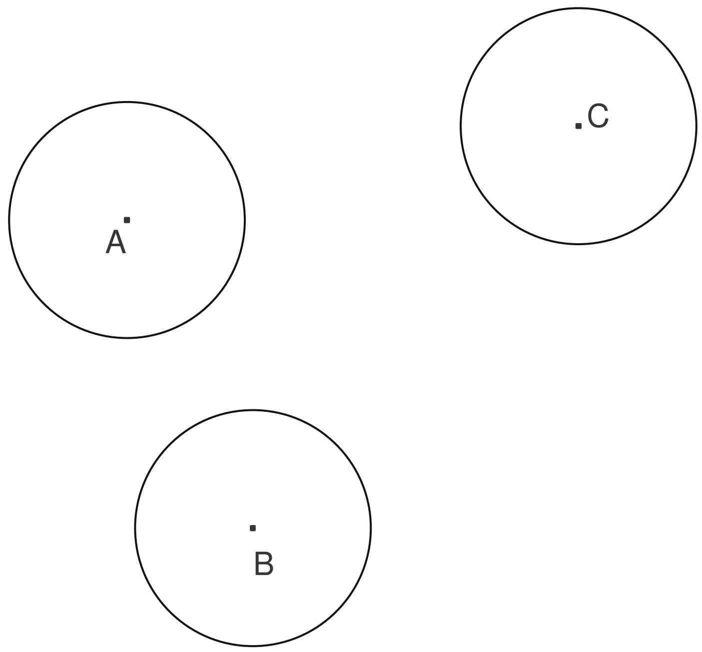
17. Traçar três circunferências de raios iguais, tangentes entre si e tangentes interiores a uma circunferência dada.



18. Traçar circunferências tangentes entre si de centros A, B e C.



19. Dadas três circunferências de mesmo raio, traçar circunferências que sejam tangentes às circunferências dadas.

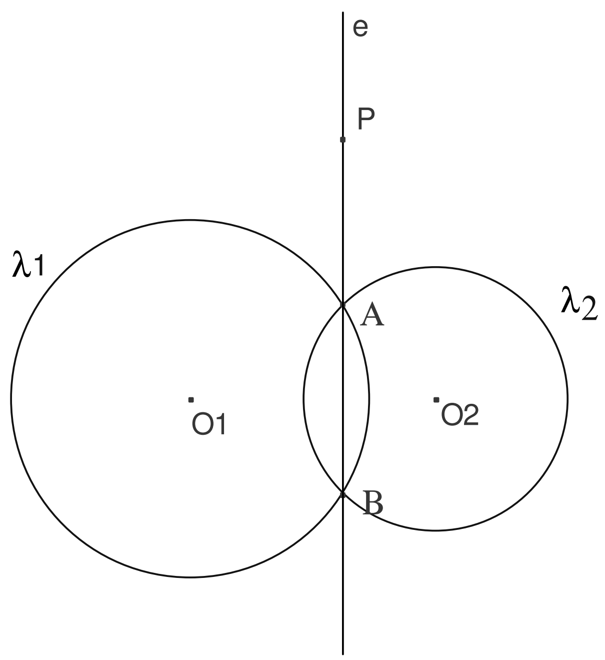


20. Concordar duas circunferências dadas de centro A e raio a e de centro B e raio b por meio de um arco de circunferência de raio dado r. Dados: AB=8cm, a=4cm, b=3cm e r=2cm.

20.1 EIXO RADICAL, CENTRO RADICAL E FEIXE DE CIRCUNFERÊNCIAS

20.1.1 Eixo radical

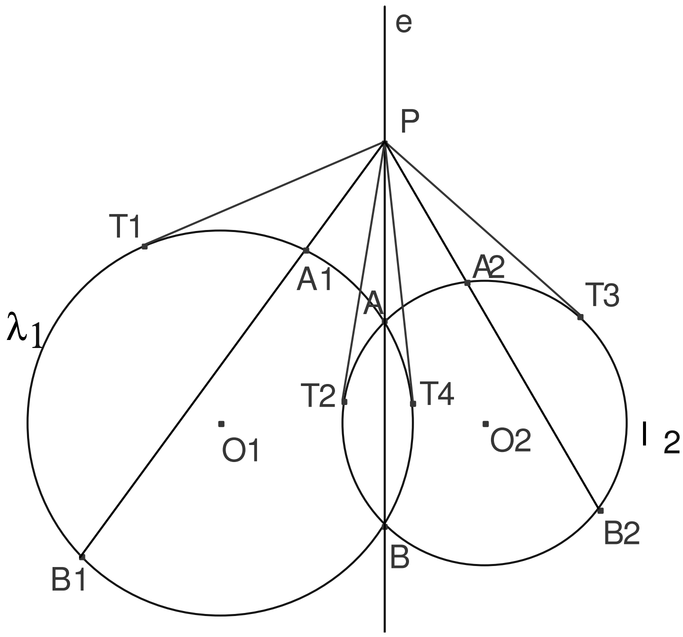
Considere duas circunferências $\lambda 1$ e $\lambda 2$ secantes nos pontos A e B, de centros O1 e O2. Seja *e* a reta AB e P um ponto de *e*.



Tem-se que a potência do ponto P em relação a circunferência λ1 é a mesma potência do ponto P em relação a circunferência λ2. Assim, diz-se que o ponto *P é equipotente* em relação a essas circunferências.

Se de P forem traçadas tangentes t1 e t2, respectivamente a λ1 e a λ2, tem-se que PT1=PT2.

Essa reta e é denominada de eixo radical das circunferências λ1 e λ2.

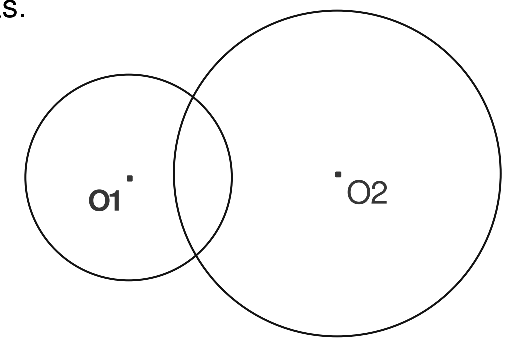


Definição: O lugar geométrico dos pontos equipotentes em relação a duas circunferências não concêntricas de centros O1 e O2 é denominado eixo radical das mesmas. Onde e ⊥ O1O2.

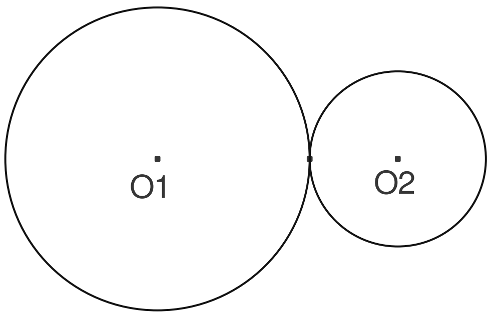
Exercícios

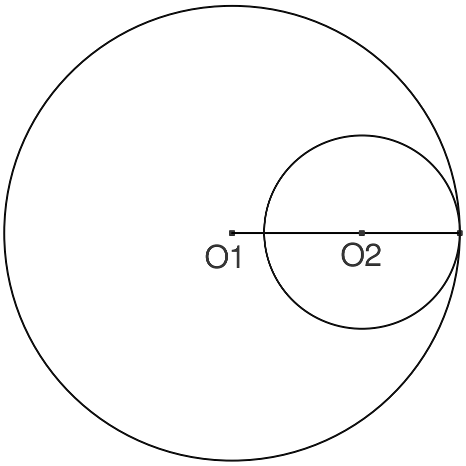
1. Construir o eixo radical de duas circunferências dadas.

a) As circunferências são secantes

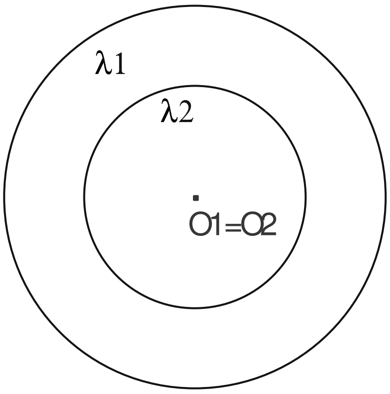


b) As circunferências são tangentes

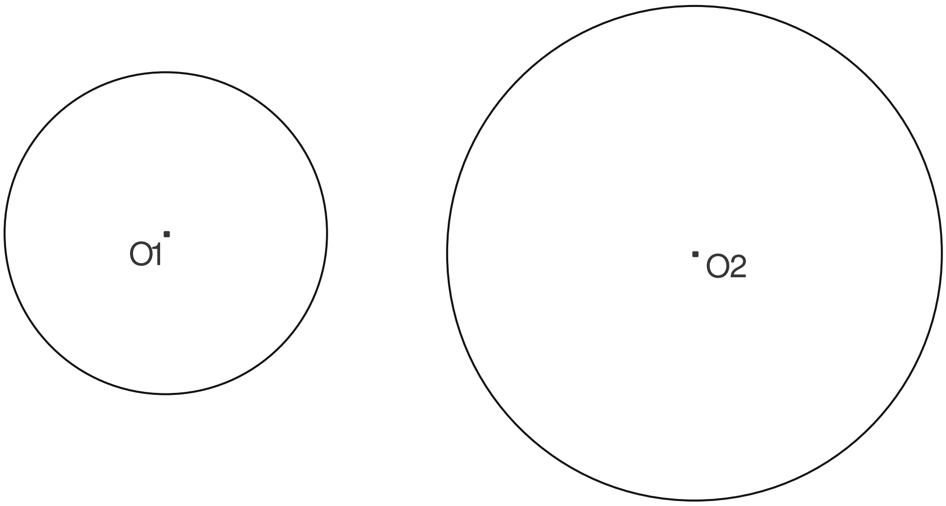




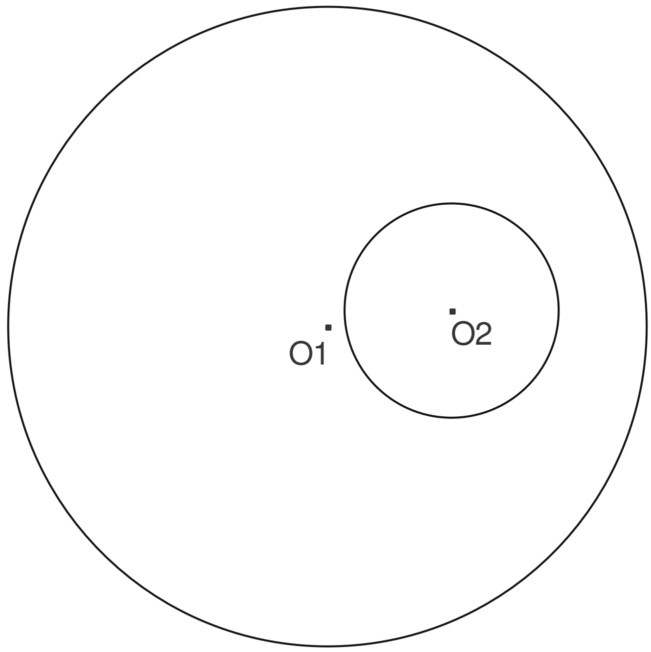
c) as circunferências são concêntricas



d) As circunferências são exteriores



e) As circunferências são interiores



20.1.2 Centro radical

Propriedade: Os eixos radicais de três circunferências λ1, λ2 e λ3, com centros não alinhados, tomadas duas a duas, interceptam-se num mesmo ponto C.

Definição: O ponto C, equipotente em relação a três circunferências cujos centros não estão alinhados, é denominado centro radical dessas circunferências.

20.1.3 Feixe de circunferências

Definição: Chama-se feixe de circunferências toda família de circunferências que admitem o mesmo eixo radical.

Propriedade Fundamental do Feixe de Circunferências: Os eixos radicais de uma circunferência φ qualquer com todas as circunferências de um feixe concorrem num mesmo ponto C situado no eixo radical e desse feixe.

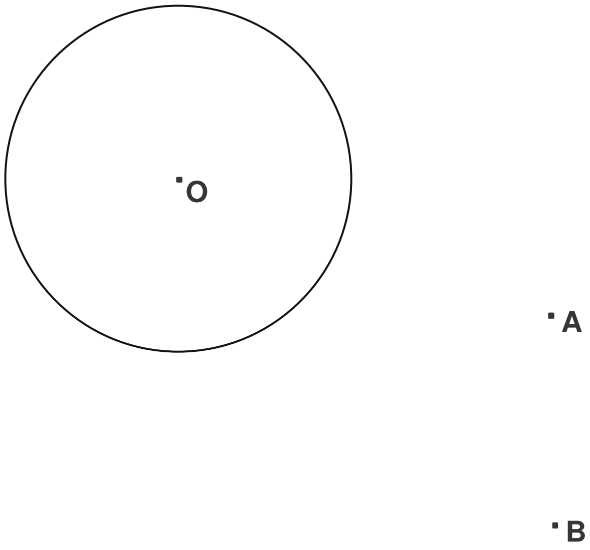
O ponto C é o centro radical da circunferência φ com o feixe de circunferências.

Exercícios:

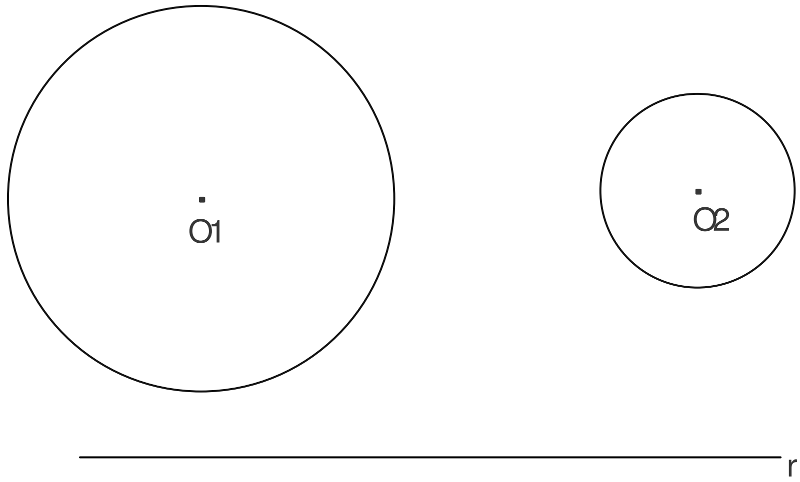
1. Construir um feixe de circunferências secantes.

2. Construir um feixe de circunferências tangentes.

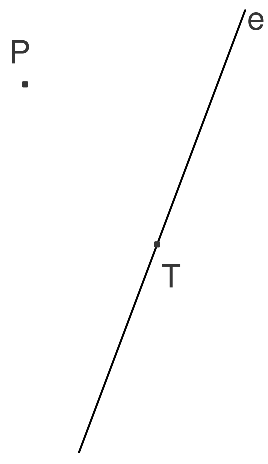
3. Seja a circunferência dada φ e um feixe de circunferências determinado por dois pontos dados A e B. Determinar o centro radical C de φ com o feixe.



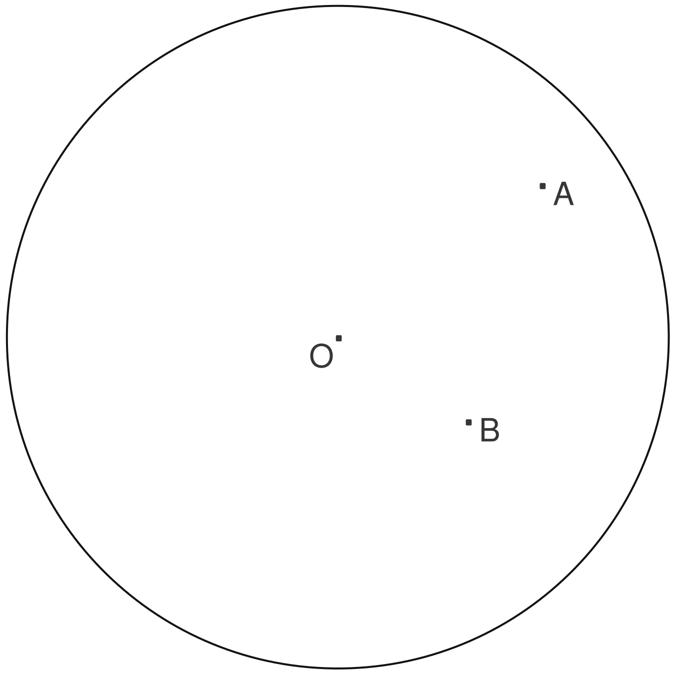
4. São dadas duas circunferências, de centros O1 e O2, e uma reta r. Determinar um ponto X de r, tal que os segmentos das tangentes traçadas de X às circunferências sejam congruentes. Traçar essas tangentes a partir do ponto X obtido.



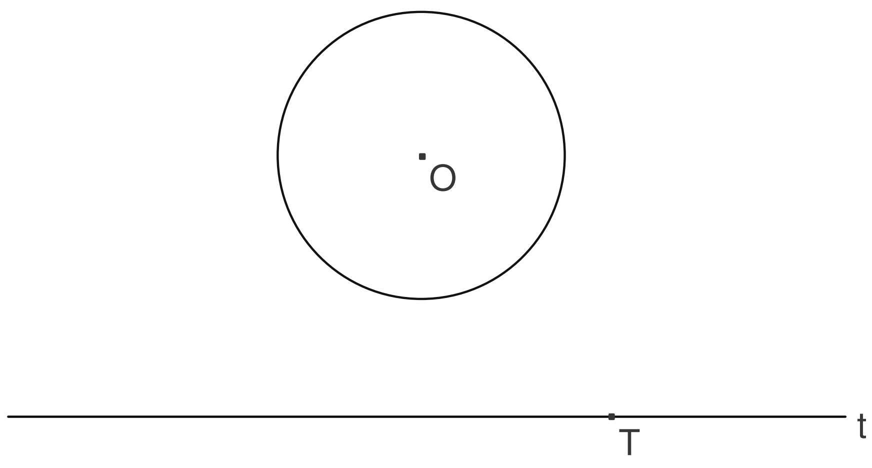
5. De um feixe de circunferências tangentes é dado o eixo radical e e o ponto T de tangência. Construir a reta que contém os centros de todas as circunferências desse feixe. Desse feixe, obter a circunferência que passa pelo ponto P dado.



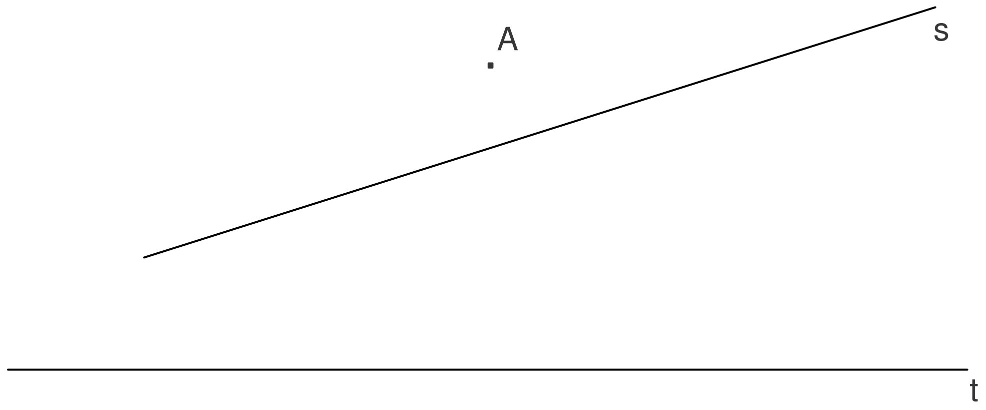
6. São dados os pontos A e B e uma circunferência φ. Determinar o centro radical de φ com o feixe de circunferências secantes que têm em A e B os seus pontos de base.



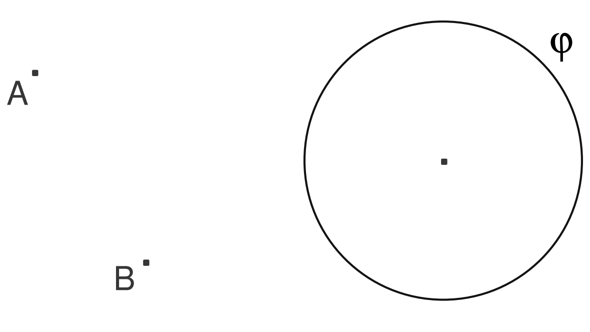
7.. De um feixe de circunferências tangentes são dados o eixo radical e e o ponto T de tangência. É dada também uma circunferência φ. Determinar o centro radical de φ com o feixe.



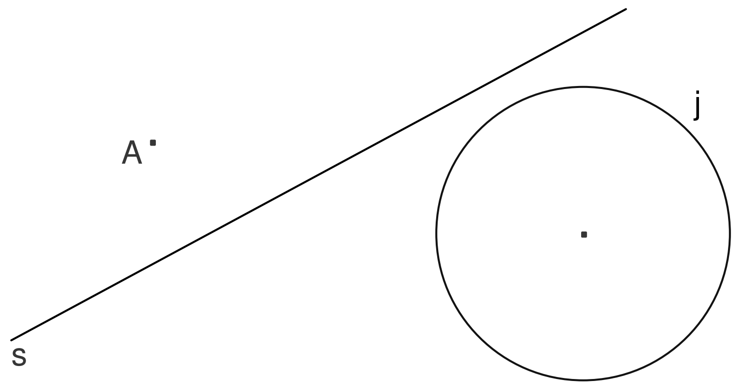
8. Dados um ponto A, uma reta s e uma reta t, construir uma circunferência que tenha centro em s, passe por A e seja tangente a t.



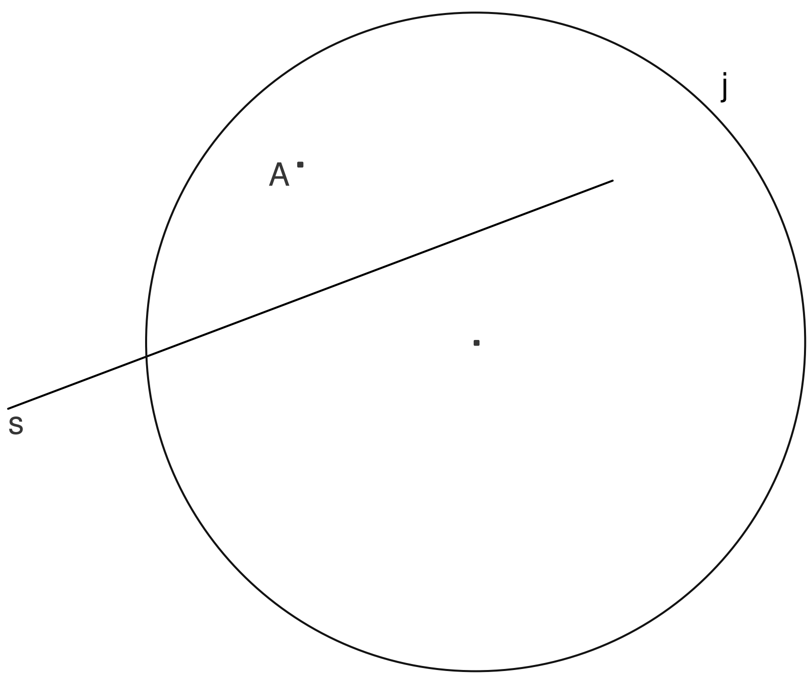
10. São dados dois pontos A e B e uma circunferência φ. Construir uma circunferência que passe pelos pontos A e B e seja tangente a circunferência φ.



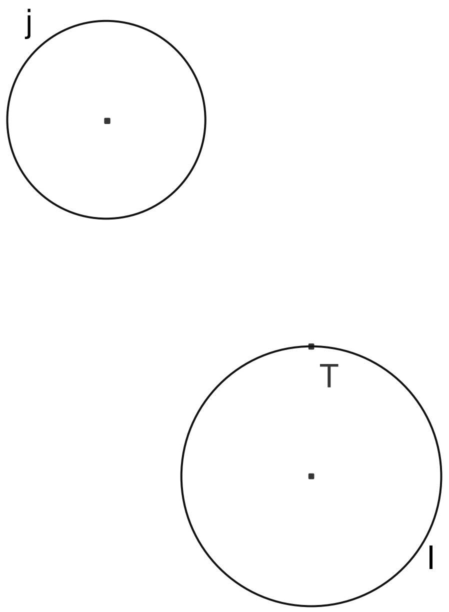
11. Sejam dados um ponto A, uma reta s e uma circunferência φ. Construir uma circunferência que tenha centro em s, passe por A e seja tangente a circunferência φ.



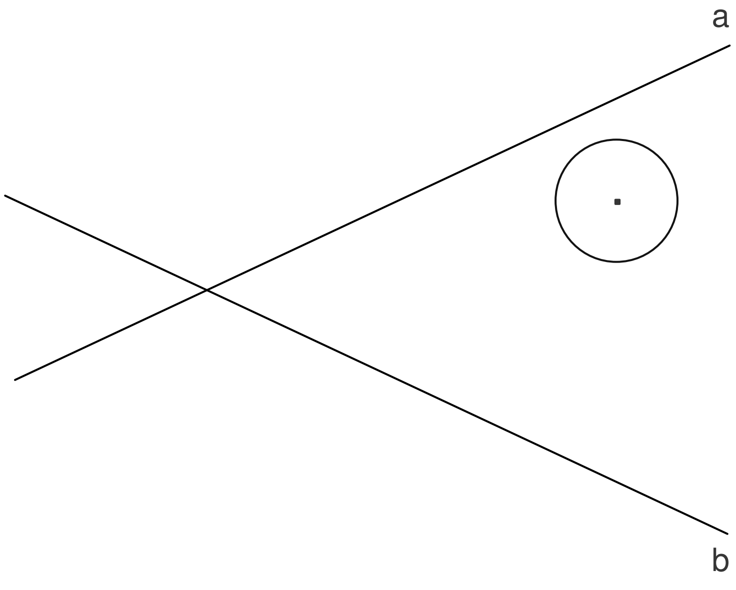
12. São dados uma reta s, uma circunferência φ e um ponto A interno a φ. Construir uma circunferência que tenha centro em s, passe por A e tangencie φ.



13. São dadas duas circunferências λ e φ, e um ponto T sobre λ. Construir uma circunferência tangente às duas circunferências dadas, sendo T o ponto em que ela tangencia λ.



14. São dadas duas retas a e b e uma circunferência φ. Construir uma circunferência que tangencie a, b e φ.



20 DIVISÃO DA CIRCUNFERÊNCIA EM PARTES IGUAIS

Dividir a circunferência em partes (ou arcos) iguais é o mesmo que construir polígonos regulares. Isso porque os pontos que dividem uma circunferência num número n (n>2) qualquer de partes iguais são sempre vértices de um polígono regular inscrito na mesma.

Se dividirmos uma circunferência em n partes iguais, teremos também a divisão da mesma em 2n partes, bastando para isso traçar bissetrizes.

Existem processos exatos e aproximados para a divisão da circunferência. Se existe um processo exato para divisão da circunferência este deve ser utilizado (e não um aproximado).

20.1 CLASSIFICAÇÃO DOS POLÍGONOS QUANTO AO NÚMERO DE LADOS

Número de lados	**Polígono**
1	não existe
2	não existe
3	triângulo
4	quadrilátero
5	pentágono
6	hexágono
7	heptágono
8	octógono
9	eneágono
10	decágono
11	undecágono
12	dodecágono
13	tridecágono
14	tetradecágono
15	pentadecágono
16	hexadecágono
17	heptadecágono

Número de lados	**Polígono**
18	octodecágono
19	eneadecágono
20	icoságono
25	pentacoságono
30	triacontágono
40	tetracontágono
50	pentacontágono
60	hexacontágono
70	heptacontágono
80	octacontágono
90	eneacontágono
100	hectágono
1000	quilógono
1.000.000	megágono
109	gigágono
10100	googólgono
∞	circunferência

Para se construir o nome de um polígono com mais de 20 lados e menos de 100 lados, basta se combinar os prefixos e os sufixos a seguir:

Dezenas		**e**	**Unidades**		**sufixo**
			1	-hena-	
20	icosi-		2	-di-	
30	triaconta-		3	-tri-	
40	tetraconta-		4	-tetra-	
50	pentaconta-	-kai-	5	-penta-	gono
60	hexaconta-		6	-hexa-	
70	heptaconta-		7	-hepta-	
80	octaconta-		8	-octa-	
90	enneaconta-		9	-enea-	

Assim, um polígono de 42 lados deve ser nomeado da seguinte maneira:

Dezenas	**e**	**Unidades**	**sufixo**	**nome completo do polígono**
tetraconta-	-kai-	-di-	-gono	tetracontakaidigono

O polígono de 50 lados da seguinte forma:

Dezenas	**e**	**Unidades**	**sufixo**	**nome completo do polígono**
pentaconta-			-gono	pentacontagono

20.2 PROCESSOS EXATOS

Dividindo a circunferência em n partes iguais, estamos dividindo o ângulo central de 360^{o} em n partes também iguais. Logo, o ângulo cêntrico (vértice no centro e lados passando por vértices consecutivos do polígono) correspondente à divisão da circunferência em n partes iguais medirá 360^{o}/n.

O lado de um polígono regular de n lados é denotado por l_n.

Observação: ${}^{l_n}\!/_{2} \neq l_{2n}$

1) Dividir uma circunferência em n = 2, 4, 8, 16,... = 2.2^m partes; $m \in N$

Medida do l_4 numa circunferência de raio r é $l_4 = r\sqrt{2}$.

n	Ângulo Cêntrico	Polígono Regular
2	*180°*	*"2 arcos capazes de 90°"*
4	90°	Quadrado
8	45°	Octógono
16	22,5°	Hexadecágono

2) Dividir uma circunferência em n = 3, 6, 12, ... = 3.2^m partes; $m \in N$

Medida do l_6 numa circunferência de raio r é l_6 = r.

Medida do l_3 numa circunferência de raio r é $l_3 = r\sqrt{3}$.

n	Ângulo Cêntrico	Polígono Regular
3	120°	Triângulo equilátero
6	60°	Hexágono
12	30°	Dodecágono

3) Dividir uma circunferência em n = 5, 10, 20, ... = 5.2^m partes; $m \in N$

Propriedade: O lado do decágono regular inscrito numa circunferência é o segmento áureo do raio. Ou seja, $l_{10}^{\ 2} = r.(r - l_{10})$.

Medida do l_{10} numa circunferência de raio r é $l_{10} = r(\sqrt{5}-1)/2$.

Propriedade: Para uma mesma circunferência, o l_5 é hipotenusa de um triângulo retângulo cujos catetos são o l_6 e l_{10}.

Medida do l_5 numa circunferência de raio r é $l_5 = r(\frac{5-\sqrt{5}}{2})^{1/2}$

n	Ângulo Cêntrico	Polígono Regular
5	72°	Pentágono
10	36°	Decágono
20	18°	Icoságono

4) Dividir uma circunferência em n = 15, 30, 60, ... = 15.2^m partes; m∈N

n	Ângulo Cêntrico	Polígono Regular
15	24o	Pentadecágono
30	12o	Triacontágono

Exercícios

1. Construir os polígonos regulares de n lados sendo dado a medida do lado l.

a) n = 3 b) n = 4 c) n = 5 d) n = 6 e) n = 8 f) n = 10

2. Construir ângulos de 48^o, 24^o, 12^o, 144^o, 72^o e 36^o.

3. Construir um pentágono regular dado o seu semiperímetro p = 10cm.

4. Construir um pentagrama, dado a medida l do lado.

20.3 PROCESSOS APROXIMADOS

Foram vistos processos para a divisão da circunferência em n partes iguais, por exemplo, para n igual a 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15,... É possível dividir uma circunferência em 7, 9, 11, 13,... partes iguais, completando a primeira seqüência, porém estas divisões são aproximadas.

Para determinar o erro teórico que se comete nas construções aproximadas determina-se o lado de um polígono regular de n lados em função do ângulo central (ou cêntrico) correspondente, ou seja, l_n vale:

$$l_n = 2r \operatorname{sen}\left(\frac{180^0}{n}\right)$$

1) Dividir uma circunferência em n = 7, 14, 28, ... = 7.2^m partes; $m \in N$

Medida do l'_7 numa circunferência de raio r é $l'_7 = l_3/2 = r\sqrt{3}/2 \cong 0{,}86602\ r$

Medida do l_7 numa circunferência de raio r é $l_7 = 2r\ \operatorname{sen}(180^o/7) \cong 0{,}86776\ r$

Erro teórico cometido: $\varepsilon t = l'_7 - l_7 = -0{,}00174\ r$

Ou seja, o erro é por falta e da ordem de dois milésimos, pois 0,0017 ≅ 0,002

n	Ângulo Cêntrico	Polígono Regular
7	$51{,}4^o$...	Heptágono
14	$25{,}7^o$...	Tetradecágono

2) Dividir uma circunferência em n = 9, 18, 36, ... = 9.2^m partes; m∈N

Medida do l'_9 numa circunferência de raio r é l'_9 = r - (r$\sqrt{3}$ - r$\sqrt{2}$) ≅ 0,68216 r

Medida do l_9 numa circunferência de raio r é l_9 = 2r sen(180°/9) ≅ 0,68404 r

Erro teórico cometido: εt = l'_9 - l_9 = -0,00188 r

Ou seja, o erro é por falta e da ordem de dois milésimos, pois 0,0018 ≅ 0,002.

n	**Ângulo Cêntrico**	**Polígono Regular**
9	40°	Eneágono
18	20°	Octadecágono

3) Dividir uma circunferência em n = 11, 22, 44, ... = 11.2^m partes; m∈N

Medida do l'_{11} numa circunferência de raio r é l'_{11} = r$\sqrt{5}$/4 ≅ 0,55901 r

Medida do l_{11} numa circunferência de raio r é l_{11} = 2r sen(180°/11) ≅ 0,56346 r

Erro teórico cometido: εt = l'_{11} - l_{11} = -0,00445 r

Ou seja, o erro é por falta e da ordem de quatro milésimos.

n	Ângulo Cêntrico	Polígono Regular
11	32,7°...	Undecágono
22	16,3°...	Icosikaidigono

4) Dividir uma circunferência em n = 13, 26, 52, ... = 13.2^m partes; $m \in N$

Medida do l'_{13} numa circunferência de raio r é $l'_{13} = \frac{2r\sqrt{17}}{17}$ ≅ 0,48507 r

Medida do l_{13} numa circunferência de raio r é l_{13} = 2r sen(180o/13) ≅ 0,47863r

Erro teórico cometido: $\varepsilon t = l'_{13} - l_{13}$ = 0,00644r

Ou seja, o erro é por excesso e da ordem de seis milésimos.

n	Ângulo Cêntrico	Polígono Regular
13	27,69°...	Tridecágono
26	13,84°...	Icosikaihexagono

5) Dividir uma circunferência em n = 15, 30, 60, ... = 15.2^m partes; m∈N

Medida do l'_{15} numa circunferência de raio r é l'_{15} = r$\sqrt{2}$ - r ≅ 0,41421r

Medida do l_{15} numa circunferência de raio r é l_{15} = 2r sen(180o/15) ≅ 0,41582r

Erro teórico cometido: εt = l'_{15} - l_{15} = -0,00161 r

Ou seja, o erro é por falta e da ordem de aproximadamente dois milésimos.

Observação: Apesar de existir um processo exato que forneça o l_{15}, nota-se que este implica em muitos erros gráficos. O processo aproximado para a obtenção do l_{15}, a construção do l'_{15} dada acima, obtem melhores resultados graficamente.

Exercício: Construir os polígonos regulares de n lados sendo dado a medida do lado l.

n = 7 n = 9 n = 11 n = 15

20.4 PROCESSOS GERAIS

Quando se propõe uma divisão da circunferência em n partes iguais, se existir um processo exato, este deverá sempre ser utilizado. Nos casos em que não exista tal processo, pode-se utilizar os anteriores ou os gerais – isto é, para qualquer número de partes aplica-se um mesmo procedimento.

22.1.1 Processo de Rinaldini

22.1.2 Processo de Bion

22.1.3 Processo de Tempieri