

## José Manuel Dos Santos Dos Santos



*“Consciente destes males, pensei muitas vezes se não seria talvez possível encontrar um arranjo mais razoável de círculos no qual tudo se movesse uniformemente em torno do centro adequado.”*

*Nicolaus Copernicus*

---

## José Manuel Dos Santos Dos Santos

**Módulo de História da Astronomia**  
**Professor Paulo Maurício**

# Modelo de usando o GeoGebra

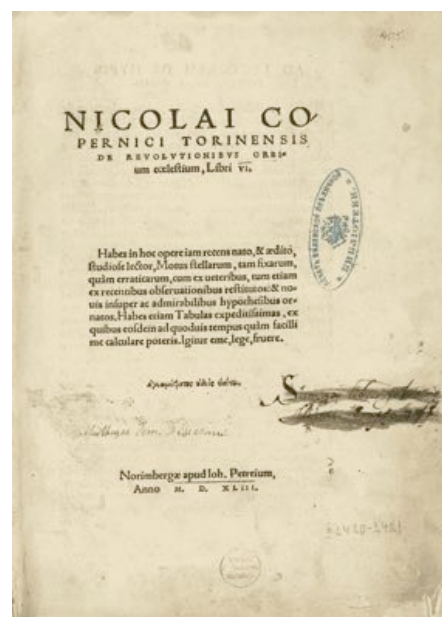
### Introdução

O presente trabalho é realizado no contexto do módulo de História da Astronomia incluído na Disciplina de Epistemologia e História da Ciência do Programa Doutoral em Ensino e Divulgação das Ciências da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. Recorre a análise de parte do manuscrito de Nicolau Copérnico da obra "*De Revolutionibus Orbitum Coelestium*", a primeira versão de 1543 impressa em Nuremberga, bem como as traduções: para português "*As revoluções dos corpos celestes*" da fundação Calouste Gulbenkian e a tradução inglesa compilada por Stephen Hawking em 2002 na obra "On the Shoulders of Giant". Um outro elemento importante foi a leitura da obra de Thomas Khun "*The Copernican Revolution*" que permitiu fazer algum enquadramento da importância do trabalho de Copérnico para a mudança da forma de pensar o mundo.

Todos os elementos que aqui se apresentam tem como objectivo último criar um modelo dinâmico, o mais fiel possível, do modelo cosmológico proposto por Nicola Copérnico, usando-se o software de matemática dinâmica GeoGebra. Por questões do tempo disponível para a elaboração deste trabalho apenas será utilizado o primeiro livro da obra de Copérnico "*De Revolutionibus Orbitum Coelestium*", e as referências existentes a esta obra nos apontamentos da disciplina, em particular, os valores usados nas aplicações dinâmicas criadas.

## O Sistema Heliocêntrico de Nicolau Copérnico.

Quando Nicolau Copérnico apresenta as suas ideias sobre o cosmos em “*De Revolutionibus Orbium Coelestium*”, publicada em 1543, o modo de pensar e compreender a Terra e o universo alterou-se substancialmente, facto este que leva a Thomas Kuhn a referir-se a este período como um elemento fundamental para uma mudança de paradigma científico. A visão do cosmos existente até então tinha sido elaborada inicialmente por Aristoteles (384/322 a.C.), nesta visão a Terra correspondia a um centro fixo, a partir da qual os astrónomos podiam calcular os movimentos das estrelas e dos outros planetas.



*De revolutionibus orbium coelestium*,  
Folha de rosto da primeira edição de  
1543, impressa em Nuremberga por  
J. Petreium.

De facto o modelo de Aristoteles era um avanço considerável quando comparado com as as concepções pré-aristotélicas do universo, que relacionavam-se com factos ou acontecimentos celestes ou inexplicáveis, por vezes povoadas de explicações místicas. Contudo, como refere Thomas Kuhn, na sua obra a Revolução Copernicana, foi todo o trabalho de observação e anotações cosmologicas realizado antes de Copérnico que lhe permitiu criar o seu modelo cosmologico consistente e estruturado. Kuhn (1957) refere ainda que as concepções pré-aristotélicas, por si só, não podem constituir uma estrutura, mas fornecem as bases científicas para o estabelecer de uma cosmologia científica. em *De Revolutionibus Orbium Coelestium* Nicolau Copérnico aponta detalhadamente as contribuições de Matemáticos e cosmologos, cita as observações anteriores, comenta os argumentos inconsistentes dos modelos e teorias preexistentes, de modo a fundamentar o modelo cosmologico que apresenta.

A proposta por Nicolau Copérnico de um modelo heliocêntrico constituía um desafio a forma como se compreendia o cosmos até esse momento. O

---

modelo estabelecido por Aristoteles mantinha-se com algumas alterações, em virtude de dados e observações recentes, ajustando-se o modelo de Aristoteles mas nunca colocado totalmente em causa. Nicolau Copérnico propõe um sistema heliocêntrico, constituído por esferas concêntricas onde os planetas orbitam tendo por base o movimento circular uniforme.

### **O Livro X de “De Revolutionibus Orbitum Coelestium”.**

O livro X inicia com a introdução do problema, Copérnico aponta a Astronomia como ciência que estada o *caelum* e o *mundus*, recorrendo a diversas áreas de estudo da matemática de então, estabelecendo a necessidade de uma objectividade na observação e a independência do pensamento. Cita Platão em relação ao interesse da astronomia para a descrição do tempo, e a predição de fenómenos astrais. Ainda na introdução Copérnico coloca os problemas epistemológicos da astronomia de então, referindo-se as “hipóteses” gregas, referindo os trabalhos de Claudio Ptolomeu e Plutarco.

O primeiro capítulo corresponde a afirmação de Copérnico recai sobre o caracter esférico do mundo, atribuindo a mesma forma aos corpos celestes e aos limites do universo.

Em segundo lugar atribui a Terra a forma esférica, não como um axioma, mas apresentando razões que provem da observação para o justificar.

No terceiro capítulo argumenta de como a terra e a água se mantêm num “único globo”, onde há mais terra do que agua, demonstrando a existência de um único centro de gravidade que coincide com o centro geométrico da Terra. Posteriormente argumenta sobre a esfericidade refutando outros modelos defendidos por Empédocles, Anaxímenes, Leupecio, Heraclito, Democrito, Anaximandro e Xenofánes.

o quarto capítulo refere-se ao movimento dos corpos celestes, movimentos *circulares regulares* ou composto de *movimentos circulares*. O facto das orbitas

dos planetas serem circulares, para não contrariar as observações, Copérnico estabelece os epiciclos<sup>1</sup>.

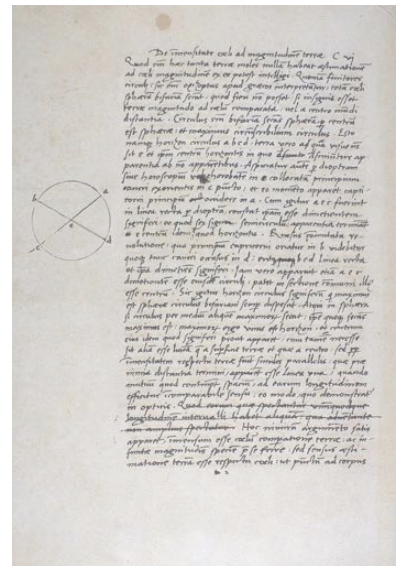
Depois de Copérnico se pronunciar sobre a natureza do movimento da planetas, no quinto capítulo afirmação detêm-se sobre o movimento da Terra. Copérnico referencia Filolau, o pitagórico, que teria sustentado o movimento circular da Terra e que seria apenas mais um planeta.

A relação entre o céu e o tamanho da Terra, é o assunto que versa o sexto capítulo. Depois de argumentos que incluem a geometria da circunferência, Copérnico conclui:

*“os céus são imensos em comparação com a Terra e têm o aspecto de uma grandeza infinita”.*

Mais a frente Copérnico afirma:

*“ ... a Terra, como parte da esfera celeste e partilhando a mesma forma e movimento, se move avançando muito pouco para a posição seguinte, porque está muito perto do seu centro: por isso, a Terra mover-se-á como um corpo, e não um centro e irá descrever ao mesmo tempo arcos semelhantes, mas menores do que os arcos dos círculos celestes.”*



Página 4, verso do manuscrito da obra “De Revolutionibus Orbitum Coelestium” onde aparece a primeira figura, uma circunferência e dois diâmetros.

Na frase anterior está a concepção heliocêntrica do modelo de Copérnico, realçando-se que este argumento está no meio de um dos capítulos mais discretos do primeiro livro.

Depois Copérnico começa a comparar os ciclos dos planetas, referindo o ciclo de Saturno de 30 anos, o ciclo da lua como um mês, é o ciclo da rotação

<sup>1</sup> no caso do modelo interactivo que vamos construir este assunto ira ser ilustrado pelo movimento da Lua em torno da Terra.

da Terra em torno de si própria como um dia e uma noite. Cópérnico acaba o sexto capítulo referindo que muito há para se dizer no que a seguir escreverá.

Copérnico no sétimo e oitavo capítulo demonstra o porque das ideias que defendiam os modelos geocêntricos anteriores não serem aceitáveis, apresentando os argumentos que refutam esses modelos, tentando expor as razões que permitem justificar o novo modelo que propõe.

Os movimentos atribuídos a Terra e aos restantes corpos do universo, é tratado no capítulo nove. Aqui é apresentada as anomalias como resultado quer da rotação dos planetas em torno de seu eixo quer da existência dos epiciclos. Estabelece a rotação dos planetas e da Terra em torno do Sol dentro da esfera celeste que é fixa.

A ordem dos círculos orbitais celestes é apresentada por Copérnico no décimo capítulo, do primeiro livro. Neste capítulo encontraremos os dados fundamentais para a elaboração do modelo que me proponho construir. Copérnico, confere dados e observações dos seus antecessores que colocaram “Vénus e Mercúrio abaixo do Sol”, e considerando o raio da terra como unidade estabelece as relações para as distâncias entre a Terra, Lua e o Sol, que se apresentam na tabela seguinte:

<b>Distâncias</b>	<b>Terra</b>	<b>Lua</b>	<b>Sol</b>
<b>Terra</b>	1	64 1/6	1160
<b>Sol</b>	1160	1096	0

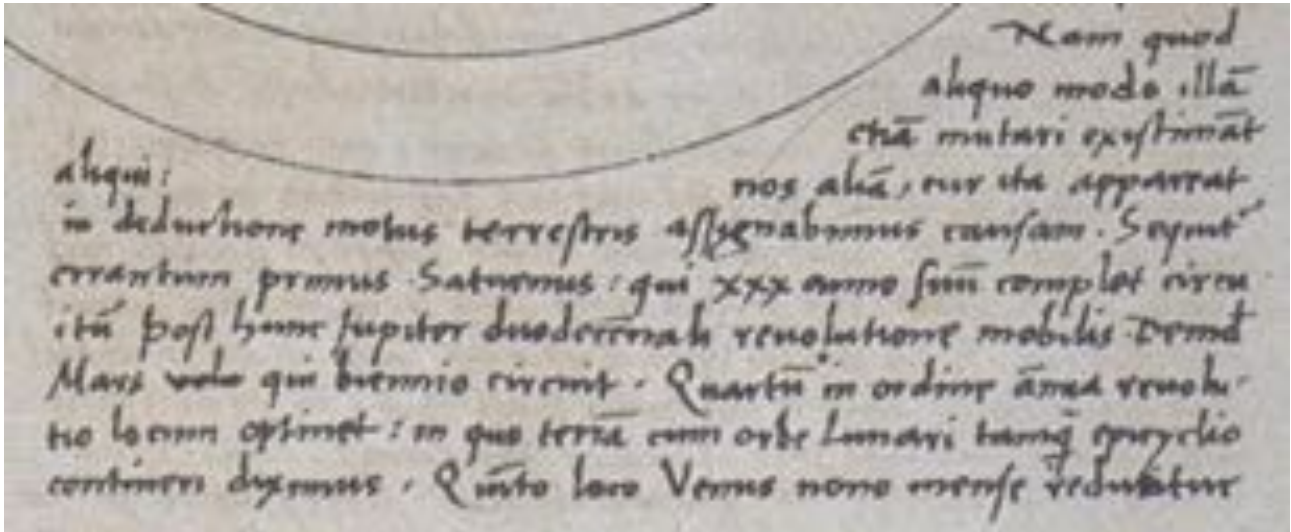
Cópérnico refere que a espessura das esferas será definida pela diferença das distâncias entre os apogeus e os perigeus, refere:

[9r]“ ... O apogeu da Lua pode ser sucedido pelo perigeu de Mercúrio, que o apogeu de Mercúrio pode ser sucedido pelo perigeu de Vénus, finalmente, o apogeu de Vénus pode ser sucedido pelo perigeu de Sol.”

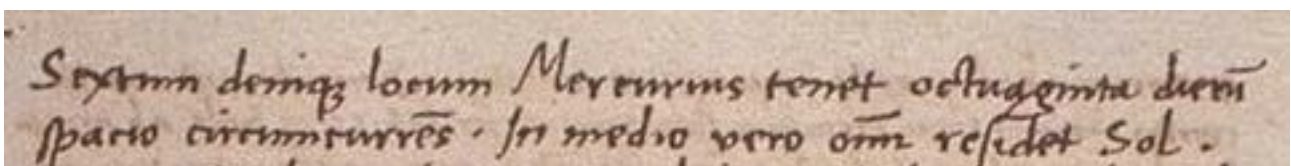
<b>Distâncias entre o perigeu e apogeu de</b>	<b>Mercúrio</b>	<b>Vénus</b>
<b>Unidade raio da Terra</b>	177 1/2	910

Finalmente Cópernico apresenta os ciclos do planeta e o seu modelo. Quer no manuscrito quer na primeira versão impressa os ciclos para os planetas coincidem.

No manuscrito podemos ler:

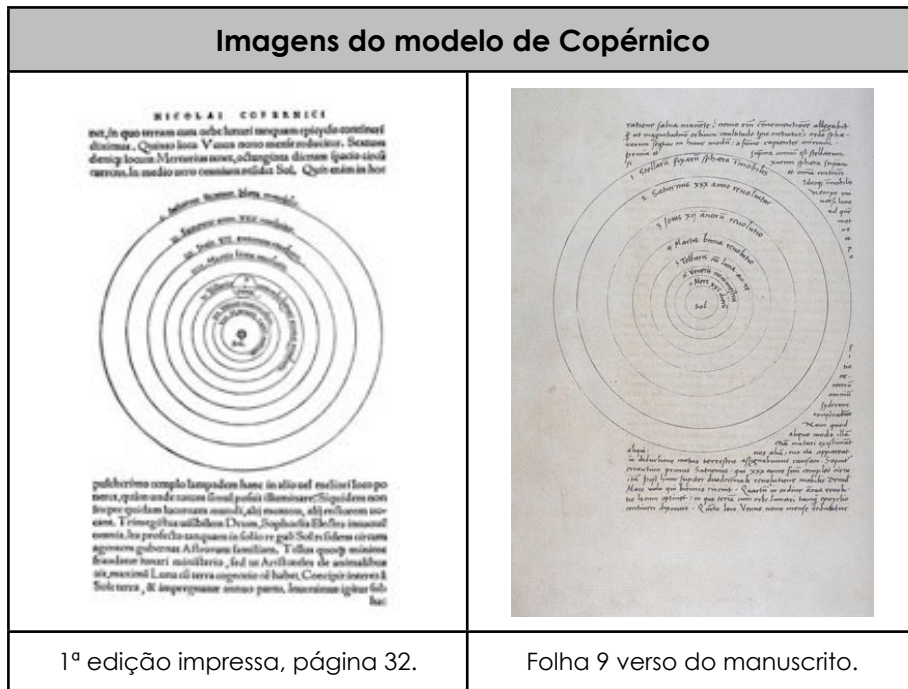


[9v] "Por tanto, se a primeira lei é ainda certa - pois ninguém proporá uma lei melhor que a dimensão dos círculo orbitais ser medida pela dimensão do tempo - então a ordem das esferas segue-se deste modo - começando da mais alta: a primeira e mais alta de todas é a **esfera das estrelas fixas**, que se compreende a si própria e a todas as coisas e é, por consequência, **imóvel**. ... segue-se Saturno, a primeira das estrelas errantes; ele completa o seu circuito em **30 anos**. Depois dele, vem **Jupiter** movendo-se num período de revolução de **12 anos**. Então, **Marte**, que completa uma revolução a cada **2 anos**. O quarto lugar da ordem é ocupado pela **revolução anual**, na qual dissemos que a **Terra** esta compreendida, em conjunto com o círculo orbital da lua, como um epicyclo. Em quinto lugar, **Vénus** com **nove meses** de revolução"

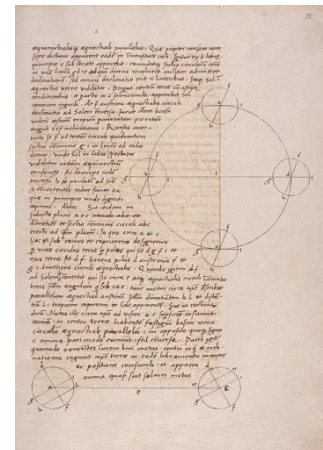


[10r] "O sexto e último lugar é ocupado por **Mercúrio**, que completa a sua revolução em **oitenta dias**. No centro de tudo repousa o **Sol**"

No manuscrito, Copérnico desenha o seu modelo, esta imagem é alterada para a versão impressa, como a seguir pode ser observado.



Depois de descrever o seu modelo Copérnico vai passar em detalhe o movimento de todos os planetas e da Lua. Contudo, no primeiro livro, apenas se refere aos três movimentos da terra que detalha no capítulo onze. O primeiro refere-se ao movimento diário, de rotação da Terra em torno do seu eixo já conhecido desde os gregos. o segundo o movimento anual de rotação da terra em torno do sol. O terceiro corresponde ao movimento do eixo terrestre e a sua relação com as estações.



Folha 11 do manuscrito.

O décimo segundo capítulo, trata-se de um texto matemático, Copérnico refere que terá de estender os elementos de Euclides pois estes conhecimentos serão necessários para o entendimento da sua obra. Deste modo Copérnico apresenta um conjunto de teoremas e proposições sobre: a esfera; o círculo, os seus arcos e cordas, e os triângulos planos e esféricos.



## Construção do modelo com o geogebra.

O primeiro dado a usar para a construção do modelo é o valor dos ciclos de cada planeta. Relativamente ao período de Vénus e de Mercúrio Stephen Hawking (2002) refere que apesar de Copérnico referir para o período de Vénus de nove meses e de Mercúrio oitenta dias, há evidencia na obra que de facto o período apontado no trabalho de Copérnico para o período destes planetas seria de sete meses e meio e oitenta e oito dias, respectivamente. Note-se que para Copérnico a duração do ano era de 365 dias, 6 horas e – aproximadamente - 10 minutos, que segundo ele coincidia com a estimativa dos antigos egípcios. Deste modo contamos com os seguintes valores para os períodos.

Valores encontrados para os ciclos orbitais no original e nas obras de referência sobre o mesmo.							
Ciclos orbitais	Saturno	Júpiter	Marte	Terra	Vénus	Mercúrio	Lua
<b>Copérnico (1543)</b>	30 anos	12 anos	2 anos	1 ano	9 meses	80 dias	1 mês
<b>Stephen Hawking (2002)</b>	30 anos	12 anos	23 meses	1 ano	7 1/2 Meses	88 dias	1 mês
<b>Notas de Aula (2010)</b>	29,5	11,8	1,88	1	0,614	0,241	

Estamos pois na presença de algumas ligeiras diferenças para os valores dos ciclos, no modelo que irei construir utilizarei os valores referidos nas notas de aula. Outros valores necessários para a construção do modelo são os raios das orbitas planetárias, Copérnico os definiu tomando como unidade o raio da terra.

Distância ao Sol		Mercúrio	Vénus	Terra	Marte	Júpiter	Saturno
Sol	Unidade Raio da terra	440,8	835,2	1160	1763,2	6032	10672
	UA	0,38	0,72	1	1,52	5,2	9,2

Os dados da tabela acima serão os que teremos em linha de conta para elaborar o modelo.

Para a modelação no Geogebra vamos recorrer as equações do movimento em coordenadas polares, assim podemos exprimir a posição do corpo em função do ângulo  $\theta$ . A velocidade angular do movimento de cada planeta,  $\alpha_p$ , é dada por :

$$\alpha_p = \frac{\partial \theta}{\partial t}, \alpha_p \in \mathbb{R}.$$

Seja  $T_p$  o período então  $\alpha_p = \frac{2\pi}{T_p}$ , usando a aproximação de  $\pi$  de 3,1416 temos:

	Saturno	Jupiter	Marte	Terra	Vénus	Mercúrio	lua
<b>Período</b> $T_p$	29,5	11,8	1,88	1	0,614	0,241	0,076681818
<b>Velocidade</b> $\alpha_p$	0,212989831	0,53247458	3,3421276596	6,2832	10,23322476	26,071369295	81,93858921

Assim, o ângulo será dado por:

$$\theta = \alpha_p t + \beta_p, \{\alpha_p, \beta_p\} \in \mathbb{R},$$

onde  $\beta_p$  é a posição inicial.

Para os valores do raio das orbitas,  $\rho_p$ , tomarei:

Raios orbitais	Mercúrio	Vénus	Terra	Lua	Marte	Júpiter	Saturno
$\rho_p$	440,8	835,2	1160	66 1/6	1763,2	6032	10672

Uma vez que quer os períodos quer os raios orbitais propostos por Copérnico estão próximos dos valores actualmente aceites, usarei para os valores dos raios dos planetas  $r_p$ , valores próximos dos hoje estimados.

Raios	Mercúrio	Vénus	Terra	Lua	Marte	Júpiter	Saturno	Sol
<b>km</b>	2440	6051	6378	1738	3397	71492	60268	696000
$r_p$	0,383	0,949	1,000	0,272	0,533	11,209	9,449	109,125

A introdução destes dados na linha de comandos do programa de matemática dinâmica GeoGebra versão 5, beta para o modelo 3D, com os passos descritos em

anexo, permitirá obter modelos dinâmicos em duas e três dimensões para o modelo do universo sugerido por Copérnico.



Das aplicações produzidas regista-se:

- a) no caso bidimensional o esquema produzido por Copérnico no seu manuscrito não apresenta os raios orbitais a escala;
- b) apenas são observados os movimentos de rotação dos planetas em torno do Sol e da lua em torno da Terra;
- c) apesar de cada planeta estar representado por um círculo, no modelo bidimensional, e por uma esfera, no modelo tridimensional, os elementos se reduzem a pontos em função da escala;
- d) é possível observar a epicyclóide relativa ao movimento da Lua em torno da terra.

### **Limitações dos Modelos Construídos**

Os modelos apresentam ainda limitações pois ainda não integram os epiciclos dos planetas, esta situação poderá ser integrada no futuro. Contudo no tempo disponível para a realização deste trabalho só foi possível analisar com detalhe o livro I da obra de copérnico. A integração dos epiciclos dos planetas careceria da leitura integral da obra.

## Conclusão

A realização deste trabalho permitiu-me desenvolver um pouco mais os conteúdos do módulo de história da Astronomia. Uma vez que nunca tinha estudado astronomia durante o curso, apenas a cadeira de Física e de Mecânica Racional foram as ferramentas com que parti para esta “epopeia”. Utilizando algumas das regras da historiografia em história das ciências usei fontes primárias e secundárias no sentido de obter os dados que me permitissem chegar aos modelos que podem ser vistos online nos sites:

[http://www.dossantosdossantos.com/astrologia/modelo\\_copernico\\_2d\\_geogebra\\_4.html](http://www.dossantosdossantos.com/astrologia/modelo_copernico_2d_geogebra_4.html)

[http://www.dossantosdossantos.com/astrologia/modelo\\_copernico\\_3d\\_geogebra\\_5.html](http://www.dossantosdossantos.com/astrologia/modelo_copernico_3d_geogebra_5.html)

[http://www.dossantosdossantos.com/astrologia/modelo\\_copernico\\_3d\\_geogebra\\_5a.html](http://www.dossantosdossantos.com/astrologia/modelo_copernico_3d_geogebra_5a.html)

Refira-se que do confronto das fontes primárias e secundárias surgiram dados que, numa primeira análise, me pareceram contraditórios, porém mais tarde estas contradições se justificavam por outras afirmações e conteúdos expresso noutras secções da obra.

Os modelos construídos podem ser consideradas ilustrações com algum interesse mas não representam com fidelidade absoluta o modelo proposto por Copérnico, nomeadamente, pela não inclusão dos epiciclos. Contudo pode verificar-se da utilidade do Software GeoGebra para a ilustração na astronomia pelo menos ao nível da divulgação ou do ensino.

---

## Bibliografia

Copérnico, N. (1543), *De Revolutionibus Orbitum Coelestium*, Nuremberga, obras de Ioh. Petreius.

Copérnico, N. (1543), *As revoluções dos corpos celestes*, traduzido por Gomes A.D. e Domingues G. (1996), Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Hawking, S. (coord.) (2002) "On the shoulders of giants. The great works of Physics and Astronomy", Runnig Press, Philadelphia e Londres.

Kuhn, T., 1957. *The Copernican Revolution*. Harvard University Press.

Rosen, Edward (Tradutor) (2004) [1939]. *Three Copernican Treatises: The Commentariolus of Copernicus; The Letter against Werner; The Narratio Prima of Rheticus* (Segunda Edição, Revista). Nova Iorque: Dover Publications, Inc.

Textos fornecidos no módulo História da Astronomia da disciplina de Epistemologia e História da Ciência

## Sites

Manuscrito da obra *De Revolutionibus Orbitum Coelestium*:

<http://www.bj.uj.edu.pl/bjmanus/>

Fac-simile da primeira edição de *De Revolutionibus Orbitum Coelestium*:

[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6d/Nicolai\\_Copernici\\_torinensis\\_De\\_revolutionibus\\_orbium\\_coelestium.djvu](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6d/Nicolai_Copernici_torinensis_De_revolutionibus_orbium_coelestium.djvu)

## Retrato de Nicolau Copérnico

Biblioteca Nacional de França, ilustração da edição de *De Revolutionibus Orbitum Coelestium* Norimbergae : Joh. Petreium, 1543. publicada pelo Observatório de Paris. Disponível em: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b26001242>

## Anexo - Descrição Sumário do modelo no GeoGebra

### Entradas

Velocidade, posição inicial e raio da orbita ao sol e raio estimado para cada planeta.

O parâmetro  $t$  - **Controlador da animação**

### Controlador da animação

O parâmetro  $t$

### Versão 2D

Pontos a marcar:

$$(\rho_p; \alpha_p t + \beta_p), \{\alpha_p, \beta_p, \rho_p\} \in \mathbb{R} .$$

Círculos que representam planetas:

$$\text{Circunferência}[(\rho_p; \alpha_p t + \beta_p), r_p ] .$$

### Versão 3D

Pontos a marcar:

$$(\rho_p \sin(\phi_p) \cos(\alpha_p t + \beta_p), \rho_p \sin(\phi_p) \sin(\alpha_p t + \beta_p), \rho_p \cos(\phi_p)), \{\alpha_p, \beta_p, \rho_p, \phi_p\} \in \mathbb{R}$$

Esferas que representam planetas:

$$\text{Sphere}[(\rho_p \sin(\phi_p) \cos(\alpha_p t + \beta_p), \rho_p \sin(\phi_p) \sin(\alpha_p t + \beta_p), \rho_p \cos(\phi_p)), r_p ]$$

### Exemplo dos comandos introduzidos

Raio planetas:	Círculos que representam os planetas
$r_j = 11.209$	Jupiter=circunferência[( $q_j$ ; $\alpha_j t + \beta_j$ ), $r_j$ ]
$r_l = 0.272$	Lua=circunferência[( $q_l + q_l$ , $\alpha_l t + \beta_l$ ), $r_l$ ]
$r_s = 9.449$	Saturno=circunferência[( $q_s$ ; $\alpha_s t + \beta_s$ ), $r_s$ ]
$r_t = 1$	Terra=circunferência[( $q_t$ ; $\alpha_t t + \beta_t$ ), $r_t$ ]
$r_v = 0.949$	Venus=circunferência[( $q_v$ ; $\alpha_v t + \beta_v$ ), $r_v$ ]
$r_{\{me\}} = 0.383$	Mercurio=circunferência[( $q_{\{me\}}$ ; $\alpha_{\{me\}} t + \beta_{\{me\}}$ ), $r_{\{me\}}$ ]
$r_{\{mt\}} = 0.553$	Marte=circunferência[( $q_{\{mt\}}$ ; $\alpha_{\{mt\}} t + \beta_{\{mt\}}$ ), $r_{\{mt\}}$ ]
$r_{\{sol\}} = 109.125$	Sol=circunferência[(0,0), $r_{\{sol\}}$ ]

**Listagem de todos os comandos**

Nº	Comando	Descrição	Resultado
1	Nome $a_1$		$a_1 = 1$
2	Nome $a_2$		$a_2 = 2$
3	Nome $a_3$		$a_3 = 3$
4	Nome $a_4$		$a_4 = 4$
5	Nome $a_5$		$a_5 = 5$
6	Nome $a_6$		$a_6 = 6$
7	Nome $a_7$		$a_7 = 7$
8	Nome $a_8$		$a_8 = 8$
9	Nome $a_9$		$a_9 = 9$
10	Nome $a_{10}$		$a_{10} = 10$
11	Nome $a_{11}$		$a_{11} = 11$
12	Nome $a_{12}$		$a_{12} = 12$
13	Nome $a_{13}$		$a_{13} = 13$
14	Nome $a_{14}$		$a_{14} = 14$
15	Nome $a_{15}$		$a_{15} = 15$
16	Nome $a_{16}$		$a_{16} = 16$
17	Nome $a_{17}$		$a_{17} = 17$
18	Nome $a_{18}$		$a_{18} = 18$
19	Nome $a_{19}$		$a_{19} = 19$
20	Nome $a_{20}$		$a_{20} = 20$
21	Nome $a_{21}$		$a_{21} = 21$
22	Nome $a_{22}$		$a_{22} = 22$
23	Nome $a_{23}$		$a_{23} = 23$
24	Nome $a_{24}$		$a_{24} = 24$
25	Nome $a_{25}$		$a_{25} = 25$
26	Nome $a_{26}$		$a_{26} = 26$
27	Nome $a_{27}$		$a_{27} = 27$
28	Nome $a_{28}$		$a_{28} = 28$
29	Nome $a_{29}$		$a_{29} = 29$
30	Nome $a_{30}$		$a_{30} = 30$
31	Nome $a_{31}$		$a_{31} = 31$
32	Nome $a_{32}$		$a_{32} = 32$
33	Nome $a_{33}$		$a_{33} = 33$
34	Nome $a_{34}$		$a_{34} = 34$
35	Nome $a_{35}$		$a_{35} = 35$
36	Nome $a_{36}$		$a_{36} = 36$
37	Nome $a_{37}$		$a_{37} = 37$
38	Nome $a_{38}$		$a_{38} = 38$
39	Nome $a_{39}$		$a_{39} = 39$
40	Nome $a_{40}$		$a_{40} = 40$
41	Nome $a_{41}$		$a_{41} = 41$
42	Nome $a_{42}$		$a_{42} = 42$
43	Nome $a_{43}$		$a_{43} = 43$
44	Nome $a_{44}$		$a_{44} = 44$
45	Nome $a_{45}$		$a_{45} = 45$
46	Nome $a_{46}$		$a_{46} = 46$
47	Nome $a_{47}$		$a_{47} = 47$
48	Nome $a_{48}$		$a_{48} = 48$
49	Nome $a_{49}$		$a_{49} = 49$
50	Nome $a_{50}$		$a_{50} = 50$
51	Nome $a_{51}$		$a_{51} = 51$
52	Nome $a_{52}$		$a_{52} = 52$
53	Nome $a_{53}$		$a_{53} = 53$
54	Nome $a_{54}$		$a_{54} = 54$
55	Nome $a_{55}$		$a_{55} = 55$
56	Nome $a_{56}$		$a_{56} = 56$
57	Nome $a_{57}$		$a_{57} = 57$
58	Nome $a_{58}$		$a_{58} = 58$
59	Nome $a_{59}$		$a_{59} = 59$
60	Nome $a_{60}$		$a_{60} = 60$
61	Nome $a_{61}$		$a_{61} = 61$
62	Nome $a_{62}$		$a_{62} = 62$
63	Nome $a_{63}$		$a_{63} = 63$
64	Nome $a_{64}$		$a_{64} = 64$
65	Nome $a_{65}$		$a_{65} = 65$
66	Nome $a_{66}$		$a_{66} = 66$
67	Nome $a_{67}$		$a_{67} = 67$
68	Nome $a_{68}$		$a_{68} = 68$
69	Nome $a_{69}$		$a_{69} = 69$
70	Nome $a_{70}$		$a_{70} = 70$
71	Nome $a_{71}$		$a_{71} = 71$
72	Nome $a_{72}$		$a_{72} = 72$
73	Nome $a_{73}$		$a_{73} = 73$
74	Nome $a_{74}$		$a_{74} = 74$
75	Nome $a_{75}$		$a_{75} = 75$
76	Nome $a_{76}$		$a_{76} = 76$
77	Nome $a_{77}$		$a_{77} = 77$
78	Nome $a_{78}$		$a_{78} = 78$
79	Nome $a_{79}$		$a_{79} = 79$
80	Nome $a_{80}$		$a_{80} = 80$
81	Nome $a_{81}$		$a_{81} = 81$
82	Nome $a_{82}$		$a_{82} = 82$
83	Nome $a_{83}$		$a_{83} = 83$
84	Nome $a_{84}$		$a_{84} = 84$
85	Nome $a_{85}$		$a_{85} = 85$
86	Nome $a_{86}$		$a_{86} = 86$
87	Nome $a_{87}$		$a_{87} = 87$
88	Nome $a_{88}$		$a_{88} = 88$
89	Nome $a_{89}$		$a_{89} = 89$
90	Nome $a_{90}$		$a_{90} = 90$
91	Nome $a_{91}$		$a_{91} = 91$
92	Nome $a_{92}$		$a_{92} = 92$
93	Nome $a_{93}$		$a_{93} = 93$
94	Nome $a_{94}$		$a_{94} = 94$
95	Nome $a_{95}$		$a_{95} = 95$
96	Nome $a_{96}$		$a_{96} = 96$
97	Nome $a_{97}$		$a_{97} = 97$
98	Nome $a_{98}$		$a_{98} = 98$
99	Nome $a_{99}$		$a_{99} = 99$
100	Nome $a_{100}$		$a_{100} = 100$