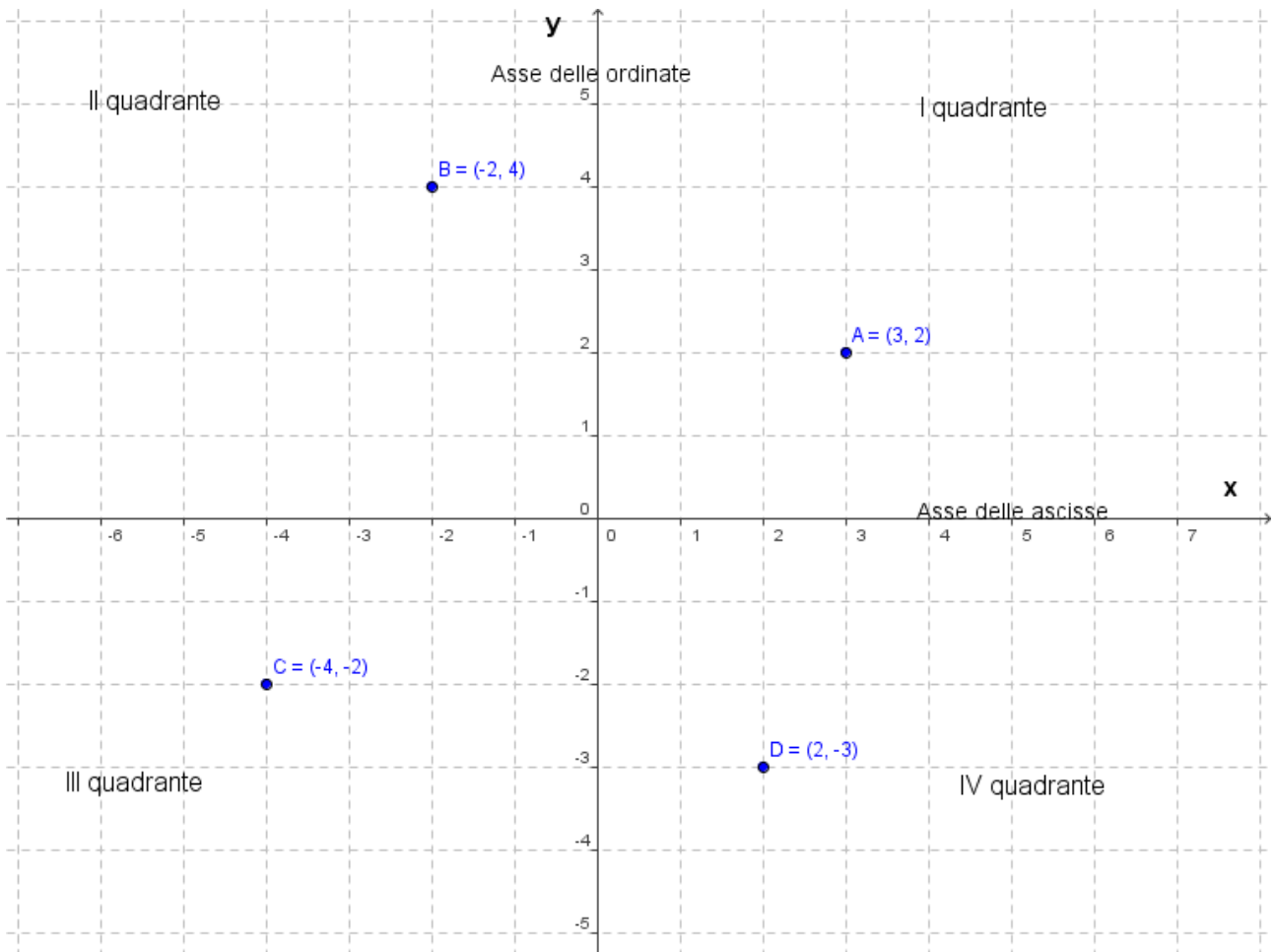


# PIANO CARTESIANO

- Il piano cartesiano è individuato da due rette perpendicolari (ortogonali) che si incontrano in un punto O detto origine del piano cartesiano.
- Si fissa sulla retta orizzontale il verso positivo che per convenzione è quello da sinistra a destra.
- Il verso positivo sulla retta verticale è per convenzione dal basso verso l'alto.
- Si fissa la stessa unità di misura su entrambe le rette a partire dall'origine O. Le rette vengono così dette monometriche.
- La retta orizzontale prende il nome di asse delle x o delle ascisse, e la retta verticale prende il nome di asse delle y o delle ordinate.
- I due assi individuano quattro angoli che prendono il nome di quadranti che vengono numerati a partire da quello in alto a destra e procedendo in senso antiorario.
- Ogni punto del piano cartesiano individua una coppia di numeri sugli assi cartesiani individuata tracciando le distanze (i segmenti di perpendicolare) del punto degli assi. Ogni coppia ordinata di numeri individua un punto nel piano cartesiano e quindi si dice che esiste una corrispondenza **biunivoca** tra punti del piano e coppie ordinate di numeri.
- Tale coppia viene detta coppia di coordinate del punto dato: il primo numero viene detto ascissa e il secondo viene detto ordinata.



NB: attenzione ai punti con una coordinata nulla: **si trovano sugli assi**

**Saper fare:** Date le coordinate di un punto, disegnarlo sul piano cartesiano

Dato un punto sul piano cartesiano determinarne le coordinate

## Distanza tra due punti

Consideriamo 2 generici punti sul piano:  $A(x_a, y_a)$  e  $B(x_b, y_b)$

Vogliamo determinare la formula per calcolare la lunghezza del segmento  $\overline{AB}$  o distanza tra i punti A e B.

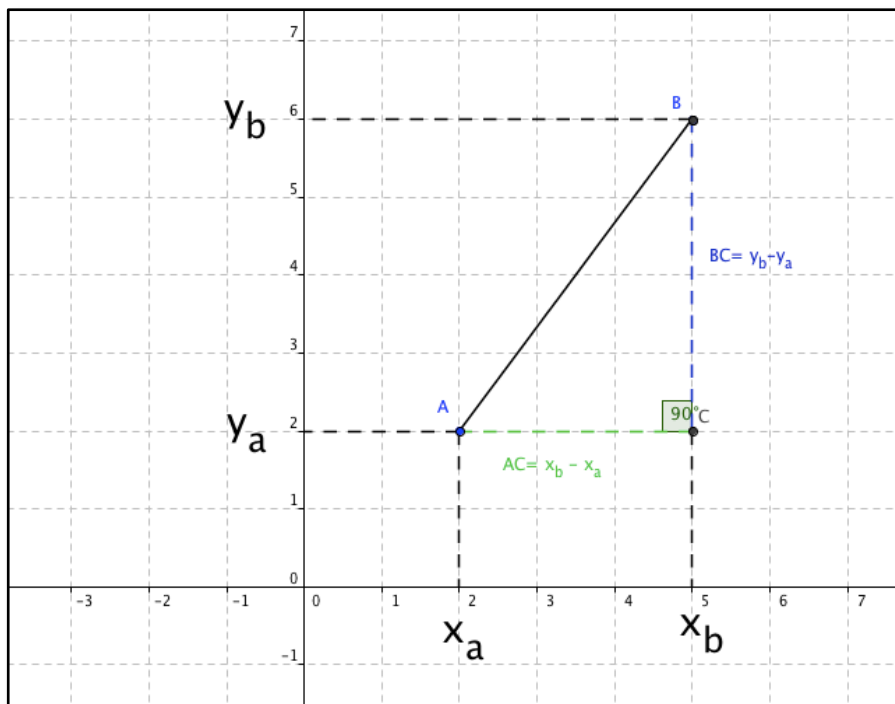
Il triangolo ABC è rettangolo in C; quindi il segmento AB è l'ipotenusa del triangolo e i due cateti sono AC e BC.

Osservando il disegno possiamo ricavare la misura dei due cateti:

$$\overline{AC} = x_b - x_a$$

$$\overline{BC} = y_b - y_a$$

Utilizzando il teorema di Pitagora con il triangolo ABC avremo:



$$\overline{AB} = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$$

che è la formula cercata.

*NB: in generale sarebbe corretto usare  $\overline{AC} = |x_b - x_a|$  e  $\overline{BC} = |y_b - y_a|$  ovvero il valore assoluto della differenza tra le coordinate omologhe.*

Casi particolari:

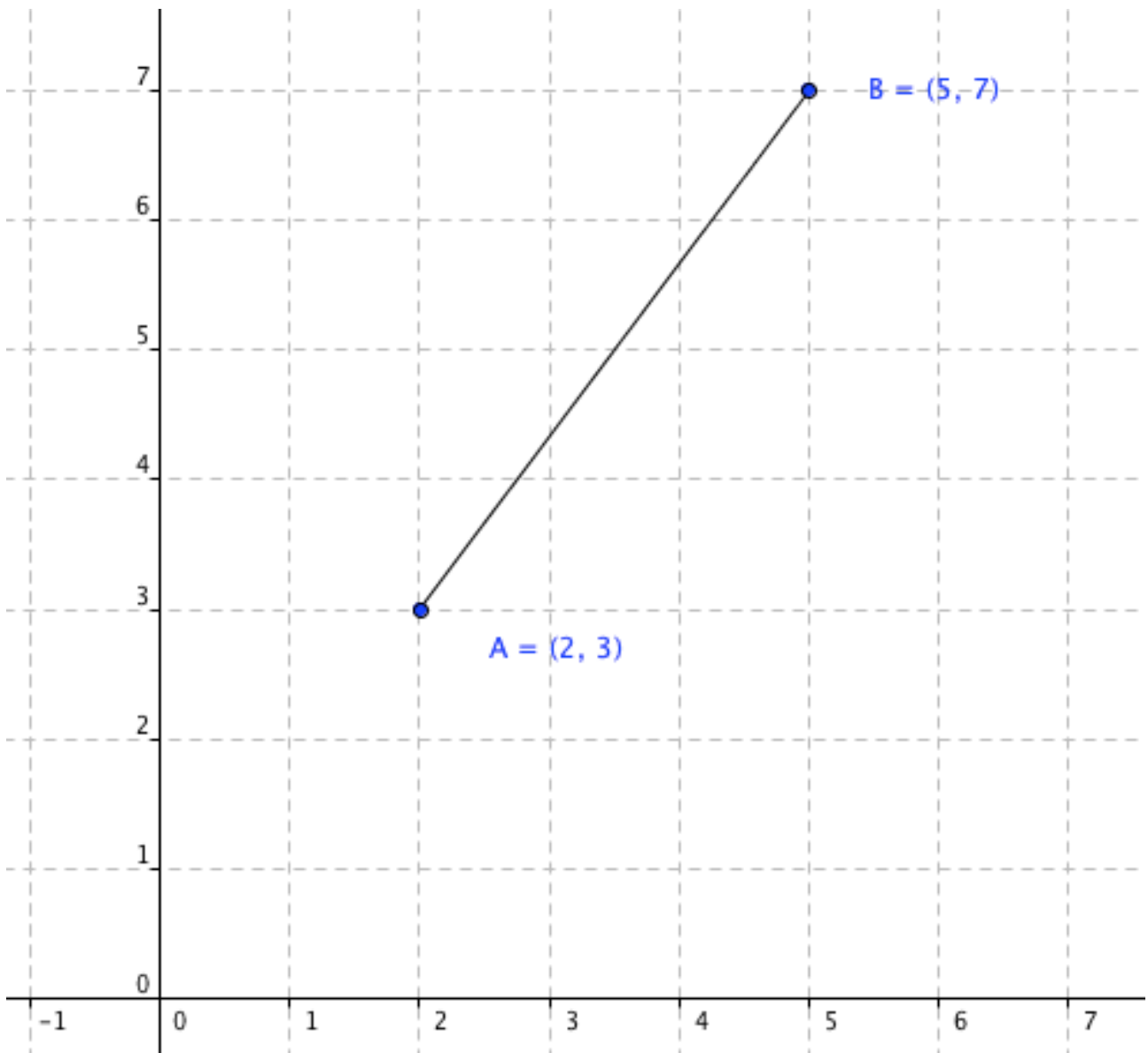
I due punti individuano un segmento parallelo all'asse x. La distanza si calcola più rapidamente con la formula  $|x_b - x_a|$

I due punti individuano un segmento parallelo all'asse y. La distanza si calcola più rapidamente con la formula  $|y_b - y_a|$

Esempi:

Dati i punti  $A(2,3)$  e  $B(5,7)$  determinare la lunghezza del segmento  $\overline{AB}$  (o distanza AB).

*Cominciamo con rappresentare sul piano cartesiano i punti dati*



Scriviamo la formula:

$\overline{AB} = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$  e sostituiamo con il valori delle coordinate dei punti e cioè:

$$x_a = 2 \quad y_a = 3$$

$$x_b = 5 \quad y_b = 7$$

ottenendo:

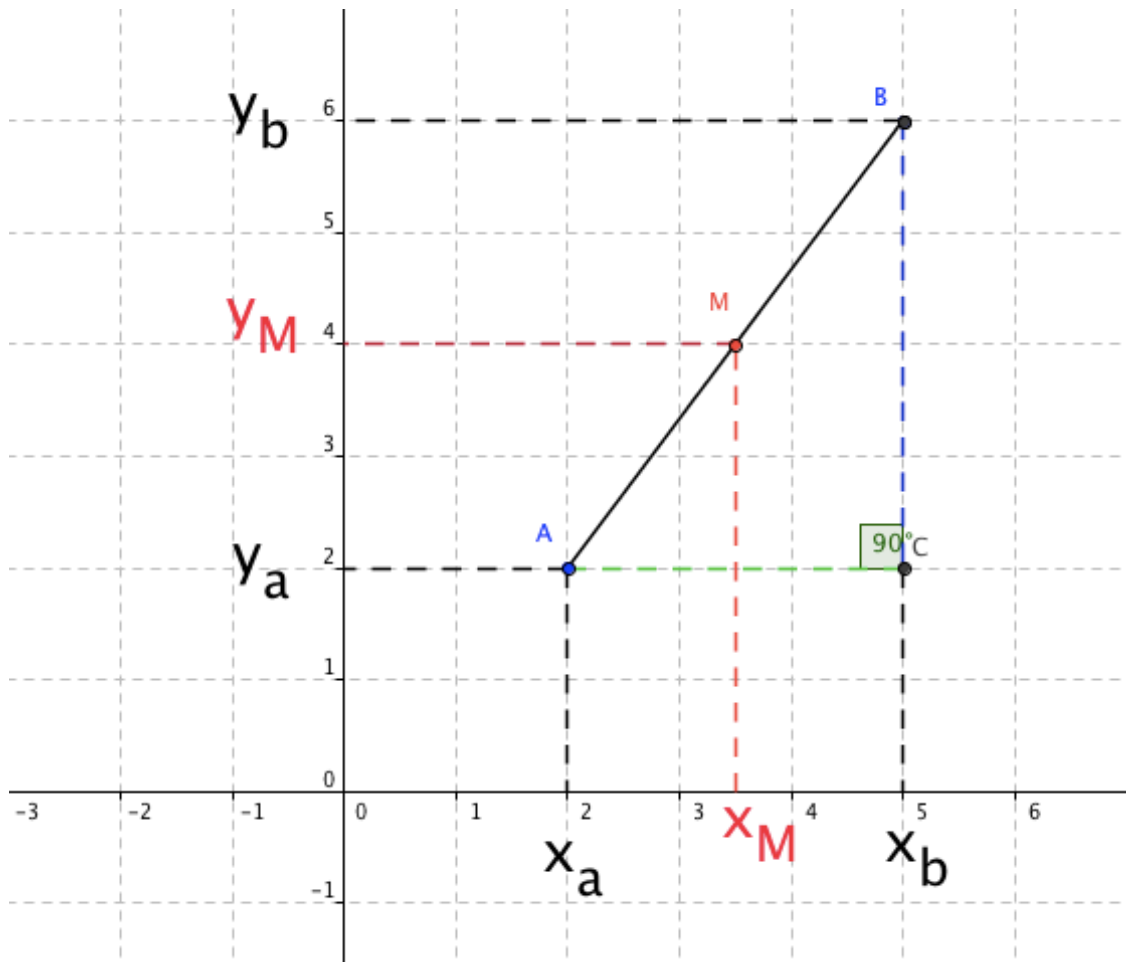
$$\overline{AB} = \sqrt{(5-2)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

La lunghezza del segmento o distanza tra i punti A e B è dunque 5 unità.

Se stiamo disegnando su un foglio a quadretti di 0,5 cm e abbiamo utilizzato come unità il quadretto stesso, allora la misura del nostro segmento sarà 2,5 cm (in generale  $5 \cdot$  (misura del quadretto in cm)).

## Punto Medio di un segmento

In geometria, il punto medio è il punto equidistante da due altri punti presi a riferimento e allineato con essi; solitamente lo si associa a un segmento, i cui punti di riferimento sono gli estremi, che divide in due parti congruenti (o isometriche).



Le coordinate del punto medio  $M = (x_M, y_M)$  saranno:

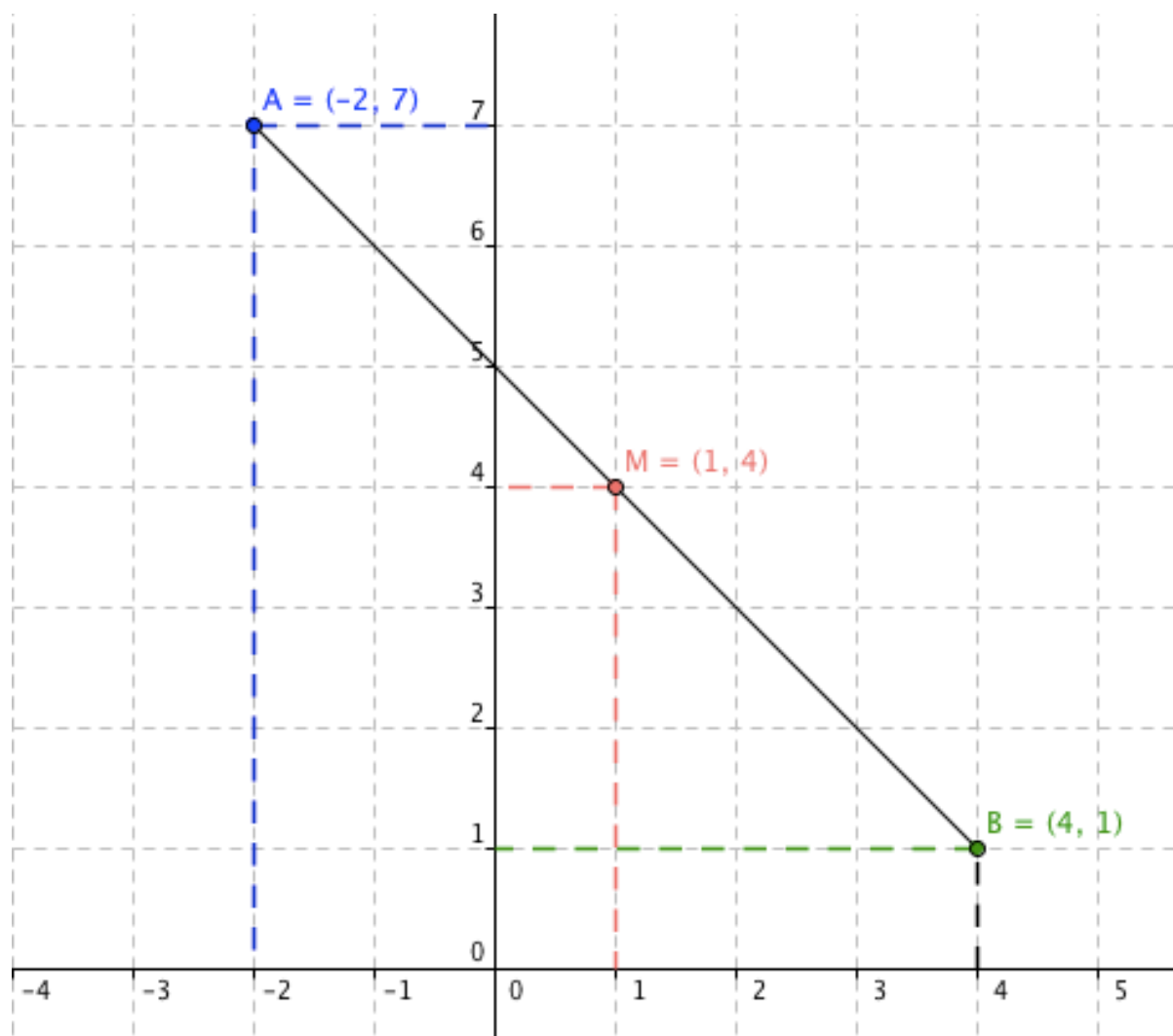
$$x_M = \frac{x_a + x_b}{2} \quad \text{e} \quad y_M = \frac{y_a + y_b}{2}$$

ovvero la semisomma delle coordinate omologhe.

Esempio:

Dati i punti  $A(-2,7)$  e  $B(4,1)$  determinare le coordinate del punto medio del segmento AB.

*Cominciamo col rappresentare i punti sul piano cartesiano.*



Calcoliamo ora le coordinate del punto medio M

$$x_M = \frac{x_a + x_b}{2} = \frac{-2 + 4}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$y_M = \frac{y_a + y_b}{2} = \frac{7 + 1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

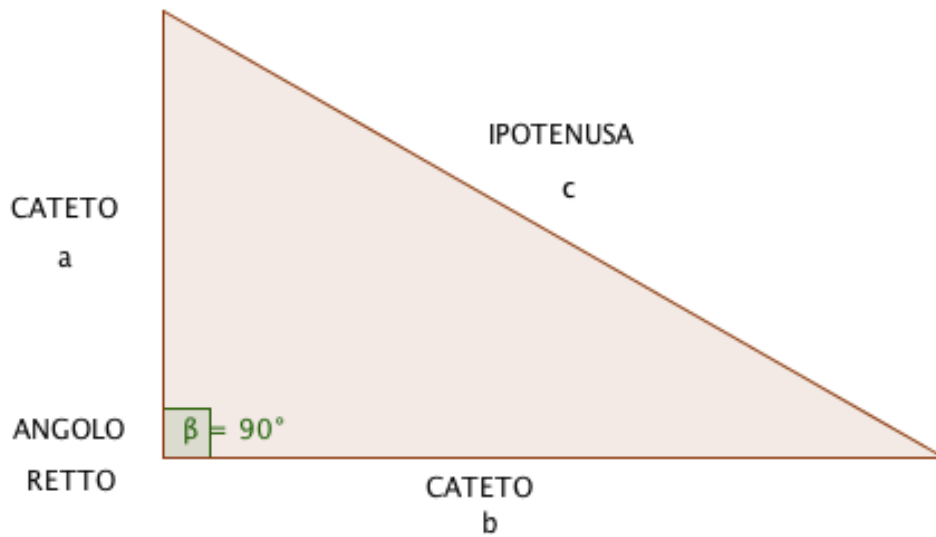
Il punto medio del segmento AB è  $M(1,4)$ .

Esercizi:

Determinare la distanza fra le seguenti coppie di punti e il punto medio del segmento che li congiunge.

- 1) A(1,2)      B(4,8)
- 2) A(-2,3)    B(6,9)
- 3) A(-3,-2)    B(3,-5)
- 4) A(-2,1)     B(4,1)

## TEOREMA DI PITAGORA



**Triangolo rettangolo:** triangolo con un angolo retto cioè di  $90^\circ$

**Cateti:** i lati del triangolo che formano l'angolo retto (nel disegno a e b)

**Ipotenusa:** lato opposto all'angolo retto (nel disegno il lato c)

**Enunciato del teorema:**

In un triangolo rettangolo, il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti.

Utilizzando il disegno:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Noi utilizzeremo le seguenti formule:

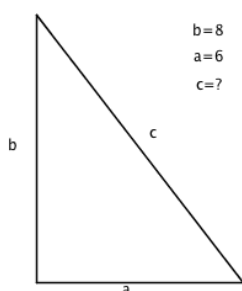
$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{noti a e b}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2} \quad \text{noti c e b}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} \quad \text{noti c e a}$$

Esempio:

Dato il triangolo rettangolo di cateti  $a=6$   $b=8$  determinare la lunghezza dell'ipotenusa.



Risoluzione:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$$